



**UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL  
CAMPUS CHAPECÓ  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM REDE NACIONAL**

**SÉRGIO RENATO BARCELOS**

***SOFTWARE* MODELLUS E MODELAGEM MATEMÁTICA:  
RELACIONANDO CONCEITOS MATEMÁTICOS COM FENÔMENOS DA FÍSICA**

**CHAPECÓ/SC**

**2017**

**SÉRGIO RENATO BARCELOS**

***SOFTWARE MODELLUS E MODELAGEM MATEMÁTICA:***  
**RELACIONANDO CONCEITOS MATEMÁTICOS COM FENÔMENOS DA FÍSICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, da Universidade Federal da Fronteira Sul – UFFS como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática sob a orientação da Prof<sup>a</sup> Dra. Janice Teresinha Reichert.

**CHAPECÓ/SC**

**2017**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL**

Rodovia SC 484, km 02

CEP: 89801-001

Caixa Postal 181

Bairro Fronteira Sul

Chapecó – SC

Brasil

Barcelos, Sérgio Renato

SOFTWARE MODELLUS E MODELAGEM MATEMÁTICA :  
RELACIONANDO CONCEITOS MATEMÁTICOS COM FENÔMENOS DA  
FÍSICA/ Sérgio Renato Barcelos. -- 2017.  
122 f.:il.

Orientadora: Janice Teresinha Reichert.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal da  
Fronteira Sul, Programa de Pós-Graduação em Mestrado em  
Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Chapecó, SC,  
2017.

1. Funções. 2. Software Modellus. 3. Modelagem  
Matemática. I. Reichert, Janice Teresinha, orient. II.  
Universidade Federal da Fronteira Sul. III. Título.



**SÉRGIO RENATO BARCELOS**

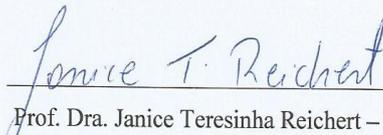
**SOFTWARE MODELLUS E MODELAGEM MATEMÁTICA:  
RELACIONANDO CONCEITOS MATEMÁTICOS COM FENÔMENOS DA FÍSICA**

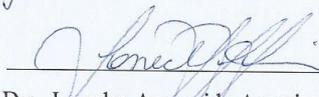
Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal da Fronteira Sul, para obtenção do título de Mestre em Matemática, defendido em banca examinadora em 14/08/2017.

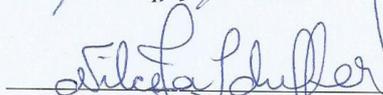
Orientadora: Prof<sup>ª</sup>. Dra. Janice Teresinha Reichert

Aprovado em: 14/08/2017

BANCA EXAMINADORA

  
Prof. Dra. Janice Teresinha Reichert – UFES

  
Prof. Dra. Janecler Aparecida Amorin Colombo – UTFPR

  
Prof. Dra. Nilce Fátima Scheffer – UFES

Chapecó/SC, mês de agosto de 2017

## **AGRADECIMENTOS**

Aos que colaboraram para a realização desse trabalho minha eterna gratidão, em especial, à minha orientadora Janice Teresinha Reichert e os colegas Flávio Fernandes e Patric Menezes que tanto me auxiliaram. À CAPES pelo auxílio financeiro através do pagamento da bolsa.

## RESUMO

O presente trabalho apresenta uma aplicação e análise do *Software* Modellus na nona série do Ensino Fundamental, aliada à atividades práticas envolvendo Cinemática, partindo de um problema da realidade sugerido pelos alunos. O assunto matemático refere-se à funções, abordando conceitos gerais e essenciais, construção de modelos a partir de problemas físicos e estudo de tabelas e gráficos. O problema investigado foi: *A utilização do recurso computacional Modellus auxilia no processo de ensino-aprendizagem do conceito de funções?* Os temas foram trabalhados visando permitir que o estudante pesquisado relacione o conteúdo com seu dia-a-dia. Optou-se pelo *Software* Modellus pela possibilidade do aluno interagir com a construção gráfica, animações e tabelas a partir de modelos matemáticos. As conclusões foram obtidas analisando as atividades realizadas, avaliações e questionários diagnósticos. Buscou-se embasar tais considerações com a apresentação de resultados produzidos pelos alunos para afirmar que o *Software* Modellus permitiu uma aprendizagem diferenciada, onde o aluno interagiu com a construção do conhecimento referente ao assunto funções. Concluiu-se que o *Software* Modellus mostrou-se adequado para o ensino de funções com esta turma de 9ª série a partir dos dados analisados nesta dissertação.

**Palavras-Chave:** Ensino Fundamental. Cinemática. Funções. *Software* Modellus.

## ABSTRACT

This research presents an application and analysis of *Modellus Software* in the ninth grade of Elementary School, associated with practical activities involving Kinematics, which started from a problem of reality suggested by the students. The mathematical subject is about functions, presenting general and essential concepts, developing models from physical problems and study of tables and graphs. The investigated problem was: *Does the use of the computational resource Modellus help in the teaching-learning process of the functions concept?* The subjects were developed aiming to allow the researched student relate the content with their daily life. The *Modellus Software* was chosen for the possibility of the student interacting with the development of graphics, animations and tables from mathematical models. The conclusions of the research were obtained by analyzing the activities carried out, evaluations and diagnostic questionnaires. We sought to base these considerations with the presentation of results generated by the students to assert that the *Software Modellus* allowed a differentiated learning, in which the student interacted with the knowledge construction regarding to the subject functions. It was concluded that the *Modellus Software* was adequate for the teaching of functions with this class of ninth grade from the data analyzed in this dissertation.

**Keywords:** Elementary School. Kinematics. Functions. *Modellus Software*.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Menu .....	40
Figura 2 - Início .....	40
Figura 3 - Variável independente .....	40
Figura 4 - Modelo .....	41
Figura 5 - Condições iniciais .....	42
Figura 6 - Notas .....	43
Figura 7 - Gráfico .....	43
Figura 8 - Tabela.....	44
Figura 9 - Objetos ou animação.....	44
Figura 10 - Parâmetros.....	45
Figura 11 - Foto da rampa .....	61
Figura 12 - Atividade realizada pelos alunos .....	63
Figura 13 - Atividades do livro de Ciências .....	67
Figura 14 - Atividade 1 - início .....	71
Figura 15 - Atividade 1 - final .....	72
Figura 16 - Atividade 2 - início .....	73
Figura 17 - Atividade 2 - início .....	74
Figura 18 - Atividade 3 - início .....	75
Figura 19 - Atividade 3 - final .....	76
Figura 20 - Atividade 4 - início .....	77
Figura 21 - Atividade 4 - final .....	78
Figura 22 - Atividade 5 - início .....	79
Figura 23 - Atividade 5 - final .....	80
Figura 24 - Atividade 6 - início .....	81
Figura 25 - Atividade 6 - final .....	82
Figura 26 - Atividade 7 - início .....	83
Figura 27 - Atividade 7 - final .....	84
Figura 28 - Atividade 8 - início .....	85
Figura 29 - Atividade 8 - final .....	86
Figura 30 - Atividade 9 - início .....	87
Figura 31 - Atividade 9 - parcial.....	88
Figura 32 - Atividade 9 - final .....	89

Figura 33 - Atividade 10 - início .....	90
Figura 34 - Atividade 10 - parcial.....	91
Figura 35 - Atividade 10 - final .....	92
Figura 36 - Atividade 11 - início .....	93
Figura 37 - Atividade 11 - parcial.....	94
Figura 38 - Atividade 11 - final .....	95

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Computador.....	56
Gráfico 2 – Tempo versus velocidade .....	65
Gráfico 3 - Gráficos da questão 5 da prova .....	97
Gráfico 4 - Questão 8 da prova.....	98
Gráfico 5 - Questão 10 da prova.....	99

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Classificação dos softwares .....	34
Tabela 2 - Menu início.....	40
Tabela 3 - Variável independente .....	41
Tabela 4 - Avaliação .....	49
Tabela 5 - Planejamento inicial .....	51
Tabela 6 - Pré-teste .....	57
Tabela 7 - Coleta de dados na rampa.....	62
Tabela 8 - Coleta de dados na rua.....	68

## **LISTA DE ABREVIATURAS**

m: metros

min: minutos

m/s: metros por segundos

km/h: kilómetro por hora

s: segundos

## **LISTA DE SIGLAS**

CTB: Código de Trânsito Brasileiro

MRUV: Movimento Retilíneo Uniformemente Variado

Mestrado PROFMAT: Mestrado Profissionalizante em Matemática

SOCINFO: Sociedade da Informação.

TIC: Tecnologia de Informação e Comunicação.

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>15</b>
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....</b>	<b>18</b>
2.1	MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO.....	19
2.2	TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO NA EDUCAÇÃO.....	24
<b>2.2.1</b>	<b><i>Softwares</i> educativos em Matemática .....</b>	<b>33</b>
2.3	SOBRE O <i>SOFTWARE</i> MODELLUS .....	35
<b>2.3.1</b>	<b>Manual Básico do Modellus.....</b>	<b>39</b>
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA .....</b>	<b>46</b>
3.1	OBJETO DA PESQUISA .....	46
3.2	ASPECTOS GERAIS.....	47
<b>3.2.1</b>	<b>Atividades realizadas sobre Velocidade Média.....</b>	<b>51</b>
<b>4</b>	<b>DESENVOLVIMENTO E ANÁLISE DAS ATIVIDADES.....</b>	<b>55</b>
4.1	APLICAÇÃO DO QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO (pré teste) .....	55
4.2	APLICAÇÃO DAS AULAS - INTERVENÇÃO NA PRÓPRIA PRÁTICA .....	59
<b>4.2.1</b>	<b>Investigação e resolução da situação-problema.....</b>	<b>59</b>
<b>4.2.2</b>	<b>Aplicação do <i>Software</i> Modellus.....</b>	<b>69</b>
4.3	APLICAÇÃO DA AVALIAÇÃO INDIVIDUAL .....	96
4.4	APLICAÇÃO DO QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO FINAL.....	100
<b>5</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>108</b>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>112</b>
	<b>APÊNDICES .....</b>	<b>117</b>
	<b>ANEXO.....</b>	<b>122</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Durante a atuação profissional, como professor da educação básica, nos deparamos em diversos momentos, com relatos de estudantes, sobre a dificuldade na disciplina de Matemática, decorrente da necessidade de decorar fórmulas, onde questionam qual a origem e finalidade de tais fórmulas, que nem sempre ficam conhecidas, dando a sensação de que a Matemática é abstrata demais. Muitas vezes a forma como se ensina demonstra pouca eficiência, tanto aos estudantes quanto aos professores, repercutindo em resultados aquém dos esperados nas expectativas da sociedade.

A Matemática, por ser uma ciência demonstrativa e de conceitos abstratos, pode tornar-se uma disciplina de difícil compreensão para alguns alunos. Percebe-se em sala de aula esta dificuldade em proporções significativas. Muitos alunos não conseguem fazer associações do conteúdo lecionado em sala de aula com o cotidiano e, em consequência disso, verifica-se que o interesse pelo aprendizado da disciplina fica prejudicado, principalmente no Ensino Fundamental, onde são introduzidos conceitos que serão de suma importância para a continuidade de outros assuntos que serão estudados no Ensino Médio ou posteriormente no Ensino Superior.

Partindo da ideia de que a Matemática só fará sentido para os educandos quando ela se tornar significativa, nas atividades aplicadas neste trabalho a aprendizagem partiu de um problema da realidade dos alunos. A aplicação do *Software* Modellus permitiu aos alunos realizarem experimentos conceituais usando para isto modelos matemáticos. Os alunos sugeriram que fosse trabalhado em sala de aula o seguinte problema: Na rua de trás da escola, que também é rua de acesso aos portões de entrada à escola, os veículos andam em alta velocidade causando riscos de acidentes, inclusive um aluno da turma já teria passado por uma situação em que quase foi atropelado nesta rua. A rua é de cascalho, sem calçadas, não possui sinalização e nenhum tipo de redutor de velocidade. A sugestão deste problema pelos alunos ocorreu numa pesquisa escrita, realizada pelo pesquisador, questionando os alunos de quais problemas os mesmos gostariam de estudar/resolver nas aulas de Matemática.

A partir desta situação-problema buscou-se investigar a viabilidade da utilização do *Software* Modellus para a introdução do conceito de função na nona série do Ensino Fundamental, partindo de fenômenos da física envolvidos neste problema. Este trabalho descreve um estudo realizado com alunos da última série do Ensino Fundamental de uma escola pública de Chapecó - SC, que envolveu a utilização de diferentes ferramentas na discussão do tema funções, sendo a principal delas a utilização do *Software* Modellus.

O tema pesquisado foi a utilização do *Software* Modellus como apoio à prática pedagógica no Ensino Fundamental, especificamente na 9ª série de uma Escola Básica Pública, usando um problema sobre velocidade, sugerido pelos alunos. A Modelagem Matemática se fez presente na pesquisa, pelo tema ter partido de problemas da realidade dos alunos e o *Software* Modellus ser da categoria de Modelagem.

O objetivo principal desta pesquisa foi o de aplicar e analisar o *Software* Modellus no ensino de funções na nona série do Ensino Fundamental.

Inicialmente foi desenvolvida a pesquisa bibliográfica referente a diferentes concepções sobre Modelagem Matemática para o ensino. Para refletir a viabilidade pedagógica desta pesquisa também foi realizada uma revisão bibliográfica sobre a aprendizagem da Matemática em ambientes informatizados, e, em seguida detalhado o funcionamento do *Software* Modellus. Este *Software* relaciona o modelo matemático com a interpretação física do problema com gráficos, tabelas e animações interativas.

Tendo como ponto de partida este embasamento teórico, foi desenvolvida uma proposta de aplicação de atividades computacionais a partir de um problema da realidade à turma da 9ª série do Ensino Fundamental, dividindo a turma em duplas que fizeram o desenvolvimento das atividades em aula (dois encontros por semana durante 43 dias) e algumas atividades extraclasse. Como objeto de estudo de resultados subsequentes, foi aplicado um questionário diagnóstico<sup>1</sup> anterior ao desenvolvimento do projeto, sobre conhecimentos prévios que os alunos tinham sobre funções e manipulação de *Softwares*. Outro questionário diagnóstico foi aplicado no final das atividades tratando da aceitabilidade das atividades e da evolução que os alunos tiveram a respeito do tema funções. Visando a interdisciplinaridade (ligação entre duas ou mais disciplinas) e o cumprimento do currículo escolar, trabalhou-se funções a partir de conceitos da Física.

No percurso do desenvolvimento do projeto, foram registrados (por meio de anotações e fotos) componentes essenciais ou que chamaram atenção ao ensino-aprendizagem, bem como atitudes relevantes demonstradas pelos alunos acerca das atividades. No decorrer do desenvolvimento do projeto os alunos, a partir de atividades práticas com assuntos de Física, elaboraram modelos matemáticos com conhecimentos obtidos pelo processo de Modelagem Matemática, em seguida testaram tais modelos para avaliar a aceitabilidade dos mesmos utilizando o *Software* Modellus. Também confeccionaram animações e gráficos relativos a

---

<sup>1</sup> Disponível nos apêndices 1A e 1B

cada situação. O conteúdo final desta dissertação foi realizado a partir de todas as observações coletadas.

Para o desenvolvimento da pesquisa, levantou-se algumas perguntas norteadoras:

1. As atividades práticas<sup>2</sup> associadas à Modelagem Matemática são uma combinação adequada para serem incorporadas no Ensino Fundamental de forma a favorecer o ensino-aprendizagem?
2. A utilização do *Software* Modellus contribui para a interdisciplinaridade da Matemática com outras áreas do conhecimento?
3. O *Software* Modellus é adequado para a 9ª série do Ensino Fundamental?
4. Quais os desafios trazidos pela aplicação do *Software* Modellus como ferramenta na prática pedagógica especificamente da 9ª série do Ensino Fundamental?
5. O *Software* Modellus contribui para a motivação no estudo do conceito de funções?
6. A metodologia utilizada para o ensino de funções a partir de assuntos da Física abordados através do *Software* Modellus é adequada?

Diante destes questionamentos, a pergunta que norteia a nossa pesquisa é a seguinte: *A utilização do recurso computacional Modellus auxilia no processo de ensino-aprendizagem do conceito de funções?*

Para responder as questões que norteiam esta pesquisa, a dissertação foi dividida em capítulos: no segundo capítulo apresenta-se a fundamentação teórica envolvendo Modelagem Matemática e TIC's na educação, considerando os principais autores de cada uma dessas áreas e a descrição do *Software* Modellus; o terceiro refere-se a metodologia utilizada; no quarto ocorre a explanação do desenvolvimento e a análise das atividades - detalhando-as com o uso do *Software*, trazendo elementos de como ocorreu a experiência em sala de aula com resultados e discussões sobre os mesmos; no quinto são apresentadas as considerações finais nas quais comenta-se situações relativas à aplicação das atividades com algumas conclusões.

---

<sup>2</sup> São atividades manipuláveis, nesta pesquisa por exemplo, será o desenvolvimento de uma simulação com rampa e carrinhos de brinquedo.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Ao se exercer atividades com alunos do Ensino Fundamental é de suma importância aos professores a reflexão sobre a abordagem dos conceitos refletindo sobre a aplicabilidade dos mesmos na vida pessoal e futuramente profissional do aluno. Não se trata de desconsiderar o currículo escolar, mas sim de integrá-lo ao universo do estudante, buscando associações que possibilitem uma aprendizagem que tenha mais significado para o aluno. Considerando que o conhecimento não é algo findo e sim que está sempre em transformação, faz-se necessário que o professor busque novos métodos ou formas de ensino, novos jeitos de ensinar fazem-se necessários.

Críticas em relação às aulas tradicionais podem ser encontradas na literatura, como podemos perceber com D'Ambrósio:

Sabe-se que a típica aula de Matemática a nível de primeiro, segundo ou terceiro graus ainda é uma aula expositiva, em que o professor passa para o quadro negro aquilo que ele julga importante. O aluno, por sua vez, copia da lousa para o seu caderno e em seguida procura fazer exercícios de aplicação, que nada mais são do que uma repetição na aplicação de um modelo de solução apresentado pelo professor. (D'AMBRÓSIO, 1989, p. 15)

Por mais que a citação anterior tenha vinte e oito anos, ela continua sendo atual, pois o que se percebe ainda são aulas expositivas.

Também, com relação ao uso de tecnologias na sala de aula, o tema já é destaque há mais de cinco décadas:

(...) logo na primeira aula se deve [pôr] o aluno em contato com o conceito de aproximação. (...) a idéia dos métodos de aproximação, que domina toda a análise numérica moderna, ligada ao uso de computadores.

Os processos de recorrência (baseados no princípio da indução Matemática (...)) constituem um dos assuntos da Matemática que têm sido posto na ordem do dia pelos computadores (p. 58).

Na verdade, o uso dos computadores tem vindo a acentuar a importância do método experimental na investigação da Matemática, permitindo aperfeiçoar processos ou mesmo abrir caminhos inteiramente novos. (SILVA, 1965, p. 86)

Passado todo esse tempo após estas constatações, percebe-se que ainda não há uma ligação tão forte entre o ensino da Matemática e os computadores. As aulas tradicionais predominam com aulas expositivas, quadro branco e pincel. Diante de tal situação, nas próximas seções são apresentados aspectos fundamentais sobre Modelagem Matemática e Tecnologias da Informação e Comunicação na educação, com ênfase na aprendizagem Matemática em ambientes informatizados e uma abordagem sobre o *Software* Modellus, possíveis saídas para despertar o interesse por ciências exatas.

Através da pesquisa-ação<sup>3</sup> realizada nesta investigação, levanta-se um item considerável em relação à obtenção dos resultados, que é a avaliação qualitativa do processo como um todo. Na avaliação tradicional, o objeto de avaliação embasa-se no resultado, geralmente deixando de lado a reflexão do que o aluno "pensou" e dos caminhos que este utilizou para desenvolver o processo de construção das atividades. Com a pesquisa e construção do ensino-aprendizagem pela Modelagem Matemática e ambientes informatizados, o processo de erros e acertos dos educandos é verificado durante a sua execução o que torna a avaliação mais justa no sentido de percepções qualitativas.

Uma concepção que chama atenção sobre Modelagem Matemática é apresentada por Klüber e Burak, nesta linha de pensamento a Modelagem Matemática é considerada como concepção de ensino e não como método, é um sistema de aprendizagem por apresentar uma nova forma de compreensão das questões pedagógicas de Matemática.

A modelagem Matemática, concebida como um *sistema de aprendizagem*, questiona a forma linear da maioria dos currículos, no que concerne à apresentação dos conteúdos. Possibilita condições para que professores e alunos questionem e entendam a educação, reconhecendo a realidade como um processo dinâmico, oportunizando, assim, a ruptura com essa forma de conceber o currículo escolar. (Klüber e Burak, 2008, p. 26)

O que torna diferenciadas e positivas as expectativas de um trabalho com recurso computacional aliado à modelagem.

## 2.1 MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO

Nesta seção aborda-se um pouco da história da Modelagem Matemática, definições ou conceitos segundo os principais pesquisadores desta área, destacando alguns pontos positivos e negativos de sua aplicação. A inclusão deste capítulo se justifica na medida que a Modelagem Matemática é uma das ferramentas de ensino-aprendizagem utilizada nesta pesquisa e o próprio *Software* Modellus é considerado como um *Software* de Modelagem.

Segundo a equipe do CREMM (Centro de Referência em Modelagem Matemática) da FURB (2016), no final da década de 70 surge a Modelagem na Educação Matemática no Brasil em oposição à Matemática moderna, tendo como precursores: Aristides C. Barreto, Ubiratan D'Ambrósio e Rodney Carlos Bassanezi. Sendo apresentada como uma possível alternativa para professores saírem do tradicionalismo. Atualmente a Modelagem Matemática como tendência no ensino da Matemática tem vários pesquisadores/formadores dentre os

---

<sup>3</sup> Pesquisa-ação, no caso desta investigação, é a pesquisa na qual o pesquisador assume o papel de professor e pesquisador ao mesmo tempo.

quais podemos citar: Rodney Carlos Bassanezi (2009); Tiago Emanuel Klüber (2008), Dionísio Burak (2008); Jussara de Loiola Araujo (2011); Ilaine da Silva Campos (2012), Wanderley Sebastião de Freitas (2012); Amauri Jersi Ceolim (2015), Ademir Donizeti Caldeira (2015); Maria Salett Biembengut (2007), entre outros e uma grande quantidade de professores aplicadores que implementam esta técnica em suas aulas.

Bassanezi em uma de suas principais obras afirma que:

Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar, situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. (BASSANEZI, 2009, p. 24)

Burak (1992) considera Modelagem Matemática como um conjunto de procedimentos que tem como finalidade explicar matematicamente situações do cotidiano, possibilitando uma inversão do modelo tradicional, pois com ela os problemas são eleitos em primeiro lugar e só depois os conteúdos matemáticos são associados de forma a resolver os problemas.

Meyer et al (2013) afirmam que a Modelagem Matemática se apoia em três principais passos: o da formulação do problema, o do estudo de sua resolução e o da avaliação. No final desses três passos obtém-se o Modelo Matemático que pode ser definido como um conjunto de símbolos organizados por uma lei Matemática que representa o fenômeno ou problema estudado, o modelo simplifica ou idealiza uma certa realidade, ele nem sempre é fiel a todos os dados coletados, pois a simplificação permite construir uma representação mais facilmente e alterar suas propriedades. O modelo para ser considerado satisfatório deve descrever, explicar e predizer o objeto de estudo.

Para Barbosa (2001, p. 5), Modelagem Matemática como ambiente de aprendizagem “trata-se de uma oportunidade para os alunos indagarem situações por meio da Matemática sem procedimentos fixados e com possibilidades diversas de encaminhamento” que somente serão determinadas à medida que os estudantes desenvolverem as atividades.

Araujo; Campos e Freitas (2012) afirmam que sob o aspecto da Modelagem Matemática aliada ao ensino, o exercício da pesquisa caminha muito próximo da prática pedagógica, mesmo sendo práticas distintas. Desta forma professor e aluno tornam-se professor-pesquisador e aluno-pesquisador.

Diante da teoria apresentada anteriormente, a percepção de Modelagem Matemática por parte do pesquisador é de que: esta pode ser considerada como o processo de aproximar ou transformar problemas do mundo real em modelos matemáticos, físicos, químicos ou biológicos que simulem de forma clara o problema em estudo. Tais simulações podem contribuir para gerar ações sobre os problemas reais (que devem ser desafiadores e

significativos para o aluno) e facilitar o ensino/aprendizagem. O ato de modelar é de possível adequação a qualquer projeto de ensino, desenvolvendo assim projetos de modelagem e favorecendo a relação entre teoria e prática.

Segundo Ramos (2011), a forma como se ensina e se aprende nas disciplinas de "exatas" tem se apresentado pouco atraente para os alunos, ocasionando um aumento no nível de insucesso na compreensão de conceitos, pois consideram estas disciplinas como um conjunto de fórmulas abstratas "sem muito significado". Sendo assim é necessário que o professor encontre formas mais atraentes de ensinar e estimular os alunos na busca do conhecimento.

A utilização da Modelagem Matemática como estratégia de ensino estimula os estudantes a problematizar (ato de criar perguntas e/ou problemas) e investigar (busca, seleção, organização e manipulação das informações e reflexão, na perspectiva de resolver os problemas ou as perguntas) conforme explicita Barbosa: "Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade" (BARBOSA, 2001, p. 6). Também diferentes situações de comunicação na relação mestre versus aprendiz são experimentadas, muitas vezes invertendo os papéis, devido aos conhecimentos trazidos ou pesquisados pelos alunos. Neste método de ensino, tema, problematização, soluções e modo de trabalho são mais influenciáveis pelos alunos do que pelo próprio professor, pois dependem de decisões destes primeiros. Negociações entre professor e alunos ocorrem para promover o trabalho em grupo e fazer com que todos os alunos tenham compromissos iguais, o controle das aulas passa a ser compartilhado com os alunos, fortalecendo relações. As decisões são tomadas em conjunto e os interesses do professor e dos alunos devem convergir.

Segundo Burak, o desenvolvimento da Modelagem Matemática ocorre em cinco passos: "Escolha do tema, pesquisa exploratória, levantamento de problemas, resolução do(s) problema(s) e o desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema e análise crítica da(s) solução(es)" (BURAK, 2004, p.3). Onde o aluno deve perceber sentido e significado a cada tema trabalhado. São estas as fases de Modelagem matemática que o pesquisador desta dissertação procurou seguir.

A partir das ideias anteriores, nesta prática pedagógica o contato com problemas que emergem da realidade ou de outras áreas distintas da Matemática pode despertar nos estudantes maior motivação para o aprendizado, o que propicia uma melhor compreensão dos conceitos, fórmulas e situações que antes eram apresentadas de forma abstrata, possibilitando que o ensino da Matemática tenha sentido para quem ensina e para quem aprende.

Nesta linha, o papel do professor assume características diferentes dentro do contexto da Modelagem Matemática: ele deixa de ser detentor ou transmissor do saber, e passa a ser o “condutor” das atividades, ou seja, o professor assume o papel de mediador do processo de ensino e aprendizagem devendo orientar o trabalho (atividades) esclarecendo dúvidas e sugerindo novos pontos de vista em relação ao problema, incentivando o aluno a pensar sobre o tema em questão. O centro das atenções deixa de ser o docente e passa a ser compartilhado com os estudantes.

Independente da definição de modelagem dada por cada autor, ela

[...] possui um objetivo comum: estudar, resolver e compreender um problema da realidade, ou de outra(s) área(s) do conhecimento utilizando para isso a Matemática e, obviamente, outras disciplinas e ideias. [...] A modelagem também pode criar possibilidades interdisciplinares na sala de aula, fato considerado muito importante (ou, até essencial) entre as questões de ensino e aprendizagem, mostrando que, no caso, a Matemática não é uma ciência isolada das outras. (MEYER et al, 2013, p. 85)

Defende-se assim que a utilização da Modelagem Matemática como estratégia didática no estudo de fenômenos naturais pode contribuir para a evolução dos conceitos já existentes e para a formação de novos conceitos, proporcionando condições favoráveis para uma aprendizagem mais significativa e motivadora e com caráter interdisciplinar. Um aspecto importante deste método de ensino é a incerteza do que pode acontecer no seu desenvolvimento, principalmente nas partes teóricas, pois não segue o currículo escolar muito menos o livro didático, o que pode ser benéfico ou maléfico de acordo com a preparação e o empenho do professor e alunos. Os alunos agem de formas distintas no desenvolvimento de um projeto envolvendo Modelagem. Num ambiente que envolva Modelagem é possível que os estudantes sugiram problemas não matemáticos para a investigação, cabe então ao professor propor uma relação de conteúdos matemáticos curriculares que a tarefa exige e, sugerir possíveis relações que podem ser feitas com outras disciplinas escolares, assim a Modelagem tem caráter interdisciplinar e o professor assume o papel de mediador.

A Modelagem Matemática não é uma proposta pedagógica "salvadora" da educação que resolve todos os problemas e sim um método de ensino em que o professor pode inserir em sala de aula para a partir de problemas reais ou de problemas de outras áreas transformá-los e resolvê-los, interpretando suas soluções aplicando as técnicas de modelagem. Nem sempre os resultados obtidos no processo e obtenção de soluções de problemas através da Matemática são exatos e incontestáveis, embora que, em determinadas situações e demonstrações isso seja possível.

Franchi (1993) cita possíveis obstáculos para os estudantes ao se trabalhar com Modelagem:

O uso da modelagem foge da rotina do ensino tradicional e os estudantes, não acostumados ao processo, podem se perder e se tornar apáticos às aulas. Os alunos estão acostumados a ver o professor como transmissor de conhecimentos e quando são colocados no centro do processo de ensino-aprendizagem, sendo responsáveis pelos resultados obtidos e pela dinâmica do processo, a aula passa a caminhar em ritmo mais lento. (FRANCHI, 1993, p. 30)

Outros obstáculos quanto a aplicação deste método, podem estar ligados à formação básica dos professores insuficiente em Modelagem Matemática, visão tradicional e conservadora dos sistemas de ensino, às dificuldades de defasagem e aprendizagem dos alunos (dificuldades de envolver todos os alunos no projeto) e ao cumprimento do currículo escolar em poucas aulas. As situações previsíveis, controláveis e conhecidas deixam de existir e o professor sai do comodismo, pois podem surgir conteúdos e situações em que o professor ainda não tem domínio, as respostas prontas não solucionarão todos os problemas.

Conforme Barbosa (2001), apesar dos relatos que envolvem experiências relativas à Modelagem Matemática apresentarem resultados satisfatórios, algumas questões devem ser consideradas - tendo em vista que a sua investigação pode acarretar implicações práticas essenciais para o desenvolvimento de ambientes de modelagem - tais como:

- Quais as dificuldades decorrentes da implementação de modelagem no currículo escolar?
- Quais as dificuldades enfrentadas pelos alunos nas atividades de modelagem?
- Como o conhecimento prévio interfere na prática dos alunos com modelagem?
- Como os alunos transitam da situação-problema para o conceito matemático?
- Como a intervenção do professor interfere nas atividades dos alunos?
- De que forma os professores conduzem atividades de modelagem? (BARBOSA, 2001, p. 11)

Questões estas que só poderão ser completamente respondidas com a aplicação da Modelagem Matemática em sala de aula na forma de inovação curricular e inovação didática juntamente com pesquisas relativas de como este processo ocorre. Nem todas as questões acima são abordadas nesta pesquisa visto que o foco principal é a aplicação e análise do *software* Modellus.

Considerando o referencial bibliográfico pesquisado percebe-se uma série de vantagens, desafios e obstáculos em relação à aplicação da Modelagem Matemática em sala de aula, cabendo ao professor administrar estes fatores e quem sabe responder a famosa frase dos alunos: “Onde e quando eu vou utilizar este conteúdo na minha vida?”. Nesta prática o método não deve ser priorizado em relação aos objetos de estudo, o trabalho deve ocorrer de forma aberta e contextualizada com os conhecimentos matemáticos.

Espera-se, através desta pesquisa, contribuir para a reflexão a respeito da utilização da Modelagem Matemática, Tecnologias da Informação e Comunicação, atividades práticas e interdisciplinaridade em sala de aula tendo em vista a busca da compreensão teórica de como

este processo se desenvolve e, assim, contribuir para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem. E, ainda, estimular e encorajar mais professores para a utilização desses meios como ferramentas auxiliares no desenvolvimento de atividades didáticas, oferecendo sugestões de atividades com o *Software* Modellus.

Anteriormente foram apresentadas diferentes concepções de Modelagem Matemática, dentre os vários autores de Modelagem Matemática citados, a posição de Modelagem do professor/pesquisador desta dissertação se assemelha com as ideias de Burack. Em todas as fases o processo foi compartilhado com os alunos.

Araújo (2002) embasa que o uso de computador, com a escolha de um *Software* adequado, tem proporcionado melhor desempenho aos alunos, quando comparado apenas ao método de ensino tradicional, além de auxiliar o professor no complemento da sua prática docente. Sendo um dos objetivos desta pesquisa conciliar atividades práticas, Modelagem Matemática e *Software* educacional na interpretação dos Modelos Matemáticos.

## 2.2 TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO NA EDUCAÇÃO

Nesta seção, pretende-se apresentar algumas percepções trazidas em pesquisas desenvolvidas dentro da área de TIC que abordam um pouco da evolução da Tecnologia, o uso da TIC na sociedade versus uso da TIC na educação, a utilização de *Softwares* no ensino-aprendizagem bem como orientações e concepções de autores da área.

Conforme Kenski (2012), atribui-se o significado de tecnologia

[...] ao conjunto de conhecimentos e princípios científicos que se aplicam ao planejamento, à construção e à utilização de um equipamento em um determinado tipo de atividade. (KENSKI, 2012, p. 24)

As Tecnologias da Informação e Comunicação não são meros suportes tecnológicos. Elas têm suas próprias lógicas, suas linguagens e maneiras particulares de comunicar-se com as capacidades perceptivas, emocionais, cognitivas, intuitivas e comunicativas das pessoas. (KENSKI, 2012, p. 38)

Embora as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC's) não sejam ferramentas de estratégia pedagógica relativamente novas, existe ainda uma série de desafios e paradigmas que permeiam a sua aplicação ou até mesmo a sua não aplicação no ensino básico.

Quando falarmos em *ambientes informatizados* nas escolas, estamos falando dos laboratórios, dos espaços destinados às mídias na escola, uma sala de aula com computador pode ser caracterizada como um ambiente informatizado. No ensino da Matemática, os ambientes informatizados devem ser espaços que ofereçam atividades que proporcionem aos alunos apoderarem-se de conceitos matemáticos que tenham significados para os mesmos.

Vivemos na era da informática e do *touchscreen* (era digital), no entanto de forma geral a escola não está acompanhando esta evolução no mesmo ritmo que a sociedade, mas aos poucos, vem superando as dificuldades e se adaptando aos meios tecnológicos no seu ambiente, as escolas públicas num ritmo inferior ao das escolas particulares.

No processo de inserção das TIC's na comunidade escolar é fundamental a reflexão sobre as modificações que se fazem necessárias na dinâmica da sala de aula, ao papel do professor e da própria tecnologia. Na atualidade, saber fazer cálculo com caneta e papel é uma alçada de importância relativa e que se possível deve coexistir com outras maneiras de fazer cálculo, como o cálculo utilizando os meios tecnológicos e o próprio cálculo mental.

Através da história, percebe-se que houve tempos em que nem mesmo a escrita e os materiais impressos existiam, de modo que a oralidade era o recurso disponível para a transmissão do conhecimento, que era repetido inúmeras vezes até que fosse memorizado pelos aprendizes. Com a possibilidade de registros escritos o foco deixou de ser diretamente na pessoa, passando para os livros. Tivemos aí uma grande transformação na forma de ensinar e de aprender. O mesmo acontece hoje com o surgimento dos computadores. Vivemos na era da informação: é possível obter dados, informações, nos comunicar com o mundo inteiro em tempo real e a velocidade de resolução de cálculos se ampliou e se tornou mais acessível.

Com os avanços dos computadores pessoais, tanto em hardware como na relação custo/benefício, e *Softwares* independentes de plataforma como o Flash e Java, as simulações interativas já constituem um mecanismo eficiente para apresentar conceitos científicos e contribuir para tornar os professores facilitadores e os alunos autônomos nos processos de ensino e aprendizagem. (ARANTES et al., 2010, p. 1)

A escola, responsável pelo processo de educação formal, não pode mais negar a existência de um novo paradigma que envolve o ensinar e o aprender no contexto atual. É claro que a ideia não é a de substituir o “raciocínio” do aluno quando se fala em dispor da tecnologia existente para efetuar cálculos, por exemplo. A reflexão pretendida é justamente a de identificar como usar a tecnologia fazendo com que o enfoque do ensino esteja realmente na construção do conhecimento e não no condicionamento dos alunos para a realização eficiente de tarefas mecânicas com a repetição de algoritmos muitas vezes complicados e algumas vezes logo esquecidos.

Na pesquisa desenvolvida, buscou-se olhar para as TIC's fazendo proposições de sua utilização e análise de suas aplicações em aulas de Matemática e/ou Física, como forma de subsidiar os professores a proporcionar ao aluno novas formas de investigação e aprendizagem, não descartando as formas já utilizadas, além de priorizar uma ferramenta que faça conexão entre Matemática e Física. O surgimento da escrita não eliminou a oralidade no processo de ensino e aprendizagem e nem a tecnologia vai eliminar a oralidade ou a escrita,

muito menos as atividades práticas; inclusive, nesta pesquisa, mescla-se atividades manuais com TIC's.

Segundo os PCN's (BRASIL 1998), estudiosos sobre TIC mostram que: audição, visão, criação, escrita, interesse e aprendizagem são influenciados, cada vez mais pelos meios tecnológicos. Diante disso, surge mais um desafio à escola, o de como incorporar à sua função, geralmente apoiada na oralidade e na escrita manual, novos estilos de conhecer e comunicar utilizando as novas tecnologias.

Com a evolução tecnológica, são colocadas à disposição dos professores ferramentas das quais são responsáveis por tirar ou não proveitos em benefício de seus discentes, no momento em que optam por utilizar ou não tais ferramentas, processo semelhante ao que ocorre com a Modelagem Matemática. Lembrando que o professor deverá ter domínio e habilidades sobre estes instrumentos.

O Sistema Educacional precisa compreender e acompanhar os avanços tecnológicos, pois na prática a sua realidade tecnológica é bem diferente da realidade da sociedade moderna. Há uma enorme distância entre as escolas e as redes de comunicação, a informática, enfim, os recursos tecnológicos. Muitas escolas não possuem ambientes informatizados e quando possuem tais ambientes estão em situações precárias. Isso é extremamente contraditório, porque se a área da educação está desvinculada desses instrumentos tecnológicos, de certa forma o professor e o aluno ficam desconectados das transformações tecnológicas, ou seja, através de instrumentos obsoletos busca-se a formação de um sujeito que atue num contexto tecnológico. A sociedade vive em pleno século XXI, enquanto muitas escolas encontram-se estagnadas no século XVIII.

A introdução das TIC no âmbito da escola deve ser acompanhada de reflexão profunda, pois as modificações produzidas são significativas.

(...) a introdução do computador na escola altera os padrões nos quais ele [o professor] usualmente desenvolve sua prática. São alterações no âmbito das emoções, das relações de trabalho, da dinâmica da aula, da reorganização do currículo, entre outras. (PENTEADO, 1999, p. 298)

Desde a Antiguidade, o ser humano teve necessidade de criar instrumentos de cálculos auxiliares, que facilitassem as operações mais complicadas. Nas aulas de Matemática, de forma geral, os algoritmos das operações são ensinados, mas também, são procurados outros meios para facilitar cálculos, a utilização do ábaco em diferentes épocas é um exemplo.

Em pleno século XXI o computador e a calculadora dentre outros meios tecnológicos estão à disposição para possibilitar à Educação Matemática novos meios de explorar os

conceitos fundamentais e, ao mesmo tempo, realizando os processos de compreensão e de análise crítica secundarizando as técnicas de cálculo.

Outro aspecto que precisa ser citado ao realizarmos esta reflexão é o de que “nosso pensamento, embora não determinado, é condicionado pelas diferentes técnicas desenvolvidas ao longo da história” (BORBA, 1999, p. 292). Isso pode ser exemplificado na medida que é comparado com a forma que se elaborava o conhecimento e a garantia da sua veracidade numa época em que ainda não existia a escrita e, depois, com o surgimento da escrita e também com a ampliação das possibilidades ao utilizarmos os recursos da informática. Quando a oralidade era a tecnologia exclusiva, o conhecimento ficava centrado na pessoa do professor; hoje temos o centro da ação pedagógica nos livros didáticos, no lápis e papel (material escrito), juntamente com outras formas de buscar informações, entre elas as disponíveis na internet. Em especial, destacamos:

[...] o conhecimento matemático como algo que também é condicionado pelas mídias disponíveis em um determinado momento. Assim, a ênfase em demonstrações seria influenciada fortemente pela disponibilidade da escrita e materiais baratos e práticos que permitam sua execução, tais como lápis, papel, quadro-negro, giz, etc. ... As demonstrações se tornaram caminhos supremos para se chegar às verdades Matemáticas também pela disponibilidade de mídias que permitissem que sistemas ser-humano-lápis-e-papel<sup>4</sup> executassem tal tarefa. Sociedades com supremacia de tradição oral provavelmente não teriam condições de usar este caminho para se chegar à verdade. (BORBA, 1999, p. 292-3)

Percebe-se no dia-a-dia, com colegas professores e até mesmo na condição de aluno de pós graduação que as aulas das matérias de exatas são muitas vezes limitadas por quadro-branco, pincel e demonstrações.

É certo que quando há avanços, estes convivem com as formas já existentes de tecnologias. Como diz Lévy:

(...) se alguns tempos sociais de saber peculiares estão ligados aos computadores, a impressão, a escrita e os métodos mnemotécnicos<sup>5</sup> das sociedades orais não foram deixados de lado. Todas estas “antigas” tecnologias intelectuais tiveram, e têm ainda, um papel fundamental no estabelecimento dos referenciais intelectuais e espaço-temporais das sociedades humanas. (LÉVY, 1993, p.75)

Atividades envolvendo os recursos computacionais, por exemplo, o uso de um *Software* gráfico, podem mudar o foco da construção do conhecimento, produzindo também mudanças paradigmáticas.

(...) uma recuperação do “método da tentativa” como um caminho para a formulação de conjecturas que não são comuns de emergirem em salas de aula onde o método dedutivo-analítico é dominante e as investigações são centradas no professor. (...) há um deslocamento da ênfase algébrica dado ao estudo das funções para uma atenção maior à coordenação entre representações algébricas, gráficas e tabulares. (BORBA,

<sup>4</sup> É claro que lápis e papel ainda são instrumentos atuais, e no passado instrumentos “equivalentes” foram usados. (Nota do Autor)

<sup>5</sup> São métodos de estimulação da memória.

1999, p. 293)

Tem-se então um grande desafio, passar as aulas centradas no professor para aula centradas nos alunos e o professor sendo um mediador deste processo.

Ao se falar da escola em geral, Kenski (1996) também percebe a necessidade do uso de ferramentas como o computador com todos os recursos que ele oferece para qualificar as aulas:

A escola precisa aproveitar essa riqueza de recursos externos, não para reproduzi-los em sala de aula, mas para polarizar essas informações, orientar as discussões, preencher as lacunas do que foi apreendido, ensinar os alunos a estabelecer distâncias críticas com o que é veiculado pelos meios de comunicação. (KENSKI, 1996, p. 143)

É importante que a sociedade civil entre na discussão sobre a aplicação dos meios de comunicação em sala de aula, pois estes recursos nem sempre estão presentes nas escolas públicas.

Vale ressaltar também os Parâmetros Curriculares Nacionais quando apresentam como um dos objetivos, já do Ensino Fundamental, “que os alunos sejam capazes de: (...) saber utilizar diferentes fontes de informações e recursos tecnológicos para adquirir e construir conhecimentos” (BRASIL, 1998b, p. 7), demonstrando, a necessidade da aprendizagem do uso das tecnologias na escola, ao mesmo tempo em que pode-se constatar o desleixo por parte dos governos, nas várias esferas, em relação a equipar com ambientes informatizados as escolas públicas e, também, o comodismo de alguns profissionais da educação, que não buscam aperfeiçoamento para suprir essas necessidades tecnológicas.

Na busca de conhecimentos tecnológicos cabe à educação o papel de contribuir para universalização do conhecimento e da informação. Porém essa contribuição só se dará quando a educação reestruturar seu modelo educativo, transformando assim as velhas práticas educativas em técnicas que transformem a sociedade, tornando-a mais solidária, interligando a escola com o mundo moderno.

Segundo Pretto (2003), não basta somente implantar nas instituições escolares as tecnologias da comunicação e informação, pois isso não garante a transformação do ensino e da aprendizagem, é preciso saber como utilizar estes instrumentos tecnológicos, relacionando-os com a realidade dos educandos, bem como aos valores culturais, para que isto sirva de complemento na aprendizagem escolar.

Miskulin (2003) afirma:

A utilização da tecnologia na educação, por si só, não conduz à emancipação, nem à opressão de indivíduos; mas, por outro lado, tal tecnologia está incorporada em contextos econômicos e sociais que determinam suas aplicações. Sendo assim, esses contextos devem ser reavaliados constantemente, para assegurar que as aplicações da tecnologia na sociedade e na educação desenvolvam e preservem valores

humanos, ao invés de extingui-los. (MISKULIN, 2003, p. 220)

O simples acesso à tecnologia, em si, não é o aspecto mais importante que a escola deve oferecer a seus alunos, mas sim a criação de novos ambientes de aprendizagem e de novas dinâmicas sociais a partir do uso de ferramentas que a escola possui.

Os meios tecnológicos não são apenas “objetos a mais” para os docentes qualificarem e motivarem suas aulas, são, principalmente, um meio influente que pode proporcionar aos alunos novas formas de produzir e propagar o conhecimento, e, conseqüentemente, oferecer uma formação condizente com os desejos da sociedade. O uso correto dessas ferramentas proporcionará novas relações de trabalho pedagógico remodelando a relação estabelecida entre o aluno e o conhecimento,

(...) marcada por uma maior proximidade, interação e colaboração. Isso define uma nova visão do professor, que longe de considerar-se um profissional pronto, ao final de sua formação acadêmica, tem de continuar em formação permanente ao longo de sua vida profissional. (BRASIL, 1998b, p. 44)

Com os instrumentos tecnológicos e formação adequada, os educadores deixam de ser líderes absolutos em sala de aula, mas fica reforçado seu papel imprescindível no planejamento, mediação e avaliação dos processos de ensino e aprendizagem. Os instrumentos pedagógicos evoluem de "materiais escritos" para programas mais complexos, pois a informação e o conhecimento se tornam mais acessíveis.

Para tirar o máximo de proveito usando os ambientes informatizados na educação é necessária uma metodologia adequada como afirma o documento elaborado pela Sociedade da Informação no Brasil:

(...) educar em uma sociedade da informação significa muito mais que treinar as pessoas para o uso das tecnologias de informação e comunicação: trata-se de investir na criação de competências suficientemente amplas que lhes permitam ter uma atuação efetiva na produção de bens e serviços, tomar decisões fundamentadas no conhecimento, operar com influência os novos meios e ferramentas em seu trabalho, bem como aplicar criativamente as novas mídias (...). Trata-se também de formar os indivíduos para “aprender a aprender”, de modo a serem capazes de lidar positivamente com a contínua e acelerada transformação da base tecnológica. (SOCINFO<sup>6</sup>, 2000, p. 45)

A inserção das TIC's na sociedade e nas instituições de ensino implica num contexto tecnológico que apresenta a existência de novos raciocínios, novas linguagens, novos saberes e novas formas de entender a sociedade, exigindo do ser em formação uma nova cultura profissional, mesmo porque os meios tecnológicos acarretam o maior uso da informática e da

---

<sup>6</sup> Programa instituído em 1999 pelo governo federal, concebido a partir de um estudo conduzido pelo Conselho Nacional de Ciência e Tecnologia. O objetivo do Programa Socinfo é integrar, coordenar e fomentar ações para a utilização de tecnologias de informação e comunicação, de forma a contribuir para a inclusão social de todos os brasileiros na nova sociedade e, ao mesmo tempo, contribuir para que a economia do País tenha condições de competir no mercado global.

automação nos meios de produção e serviços, implicando novas atitudes humanas e impondo como condição um novo perfil do cidadão no mercado de trabalho.

É necessário que a escola se renove:

A renovação implicaria a reorganização de conteúdo, a transformação em métodos de trabalho e teorias de ensino, adequando-os às necessidades sociais, e, ainda, a modificação e a superação das estruturas disciplinares. Novas abordagens deverão ser trabalhadas, relacionadas a designs de ambientes interativos de aprendizagem, em que a tecnologia relacionada a aspectos culturais, sociais e axiológicos favoreça a presença de elos de conexão entre os conceitos explorados. (MISKULIN, 2003, p.221)

Percebe-se que muitas das necessidades sociais estão ligadas diretamente com as TIC's e a escola precisa renovar-se curricularmente e introduza TIC's em suas metodologias.

D'Ambrósio (1997) também vê grande importância da escola realizar mudanças no currículo e trazer as novas tecnologias para o mesmo:

O jovem sabe que aprende muito mais fora da escola. Sabe que há uma nova prática para a aquisição do conhecimento. A escola está descompassada. Se pretendermos uma educação abrangente, envolvida com o estado do mundo, abrindo perspectivas para um futuro melhor, temos que repensar nossa prática, nossos currículos. Os objetivos da educação são muito mais amplos que aqueles tradicionalmente apresentados nos esquemas disciplinares. Devem, necessariamente, situar a educação no contexto da globalização evidente do planeta. (D'AMBRÓSIO, 1997, p. 89)

É necessário que os professores conheçam as possibilidades das novas tecnologias e saibam usá-las com confiança, pois alguns profissionais da educação ainda se sentem pouco à vontade em lidar com esses meios, mesmo para seu uso no dia-a-dia. O professor que tem domínio sobre essas ferramentas possui em mãos um instrumento educacional auxiliar, um meio de produtividade particular e um meio de interação. É de suma importância que o professor saiba utilizar em sua prática essas preciosas ferramentas.

Sabe-se que a função do professor é criar situações estimulantes de aprendizagem em vez de apenas repassar informações; desafiar, apoiar e diversificar em vez de controlar. Com o uso adequado dos meios tecnológicos as chances de cumprir com essas funções aumentam. O uso das tecnologias permite melhorar as perspectivas do ensino da Matemática de forma profundamente inovadora estimulando uma percepção mais profunda sobre a natureza da Matemática. Podemos dizer que esses meios são facilitadores do papel do professor, pois auxiliam na ação de mediador do conhecimento.

O professor precisa perceber que seu perfil vem mudando e é preciso se aperfeiçoar para lidar com essas mudanças. Ele tem que estar disposto a aprender sempre, sem ter medo de errar, ser um problematizador e um mediador do conhecimento, em vez de ser apenas um transmissor de conteúdos e que tenha segurança e postura crítica para realizar mudanças no

sistema educacional, segundo o que consta nos Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1998).

Destacamos que, na realidade educacional a incorporação das TIC's não está sendo realizada completamente, principalmente pelo fato de que, alguns professores temem em usufruir dos instrumentos tecnológicos, sentindo-se inseguros em manuseá-los tecnicamente e relacioná-los com os conteúdos trabalhados na prática pedagógica. Mesmo que o educador utilize a tecnologia como uma técnica para o ensino e aprendizagem, o professor sempre será responsável pelo processo que desencadeia a construção do conhecimento e, portanto, insubstituível, desmentindo assim a ideia de algumas pessoas que pensam que algum dia as máquinas tomarão o lugar do professor. Pode-se afirmar que o computador não substituirá os professores nem os livros, ele é um meio democrático que, quando usado com a internet ou com um *Software* adequado, permite interagir e personalizar, se tornando assim uma espécie de apoio que poderá fazer com que alunos não muito empolgados sintam-se seduzidos com matérias que não os atraem.

É necessário, portanto uma cuidadosa reflexão por parte de todos que compõem a comunidade escolar para que a tecnologia possa de fato contribuir bem para a formação de indivíduos competentes, críticos, conscientes e preparados para a realidade em que vivem.

Necessariamente o uso das tecnologias na escola está vinculado a uma concepção de ser humano e mundo, de educação e seu papel na sociedade moderna. (BRASIL, 1998a, p. 157)

A motivação é uma ideia que está também associada ao uso das novas tecnologias, pois ela é referencial para o aluno ter “sede de aprender” tenha “encantamento” por aprender Matemática.

Ao mesmo tempo, que muitos alunos têm acesso aos meios tecnológicos, existem também alguns que não estão em contato com esses meios, portanto, é natural que primeiramente queiram experimentar e explorar, mesmo sem fazer ligação com os conteúdos que estejam aprendendo. Porém, é muito frequente que ele, de pouco em pouco, passe a estabelecer uma nova relação na medida em que vivencia o potencial da tecnologia inserida no aprendizado, pois a introdução das novas tecnologias na sala de aula traz mudanças com uma maior interação entre professores e estudantes e participação dos alunos no processo de ensino e aprendizagem.

A função docente na atualidade incorre nesta dupla necessidade. Para realizá-la é preciso que as estruturas educacionais proporcionem aos seus educadores condições de se atualizarem, não apenas em seus conteúdos, mas didaticamente. Aprender não apenas os conteúdos e as metodologias de suas disciplinas, mas as possibilidades tecnológicas que a evolução do conhecimento humano torna acessível a toda a sociedade. Educadores prontos para trabalhar pedagogicamente com a linguagem audiovisual. (KENSKI, 1996. p. 144)

Estudar e aplicar os meios tecnológicos na Educação Matemática não significa, entretanto, fazer uma apologia ao uso de computadores nas aulas de Matemática, simplesmente porque “está na moda” usar computadores em toda parte. Nem se trata por outro lado, de perseguir suas limitações para condenar seu uso na sala de aula. Como afirma MACHADO (1999, p. 252), “é importante que se construa um significado para a presença dos computadores na escola e que em nada ajuda a adesão acrítica ou a rejeição sistemática”.

Sabe-se que não existe um caminho que possa ser considerado como único, ou melhor, para o ensino da Matemática. No entanto, conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula são fundamentais para que o professor construa sua prática pedagógica saindo do tradicionalismo, saindo daquela prática pedagógica centrada no educador, livros, quadro branco e giz.

Valente (1995) afirma que o uso computador deve ser uma ferramenta de complementação, de aperfeiçoamento e de possível mudança na qualidade do ensino e aprendizagem.

Acredita-se que “com o aumento da presença das TIC’s no cotidiano escolar, as possibilidades de experimentação e investigação de determinadas situações podem ser otimizadas, viabilizando a realização de simulações e previsões” (MEYER, 2013, P. 116).

Ainda para Meyer (2013) as TIC’s são atrizes ao se fazer modelagem, no contexto educacional e que nesse processo, atuam de diferentes maneiras e em níveis distintos, como na utilização de *Softwares*, pesquisa na internet, comunicação via rede, realização de animações e simulações para melhor compreender determinada situação. Neste último item tem-se uma das principais características do *Software Modellus*, o qual será detalhado nos próximos textos.

Em se tratando de informática, Levy afirma: “Ao analisar tudo aquilo que, em nossa forma de pensar, depende da oralidade, da escrita e da impressão, descobriremos que apreendemos o conhecimento por simulação, típico da informática, com critérios e reflexos mentais ligados às tecnologias intelectuais anteriores” (LÉVY, 1993, p. 99). A simulação é uma das técnicas que será aplicada nesta pesquisa, pois uma das funções do *Software* abordado neste trabalho é a simulação de fenômenos físicos.

Seguindo a orientação dos PCNs de Matemática,

Quanto aos *Softwares* educacionais é fundamental que o professor aprenda a escolhê-los em função dos objetivos que pretende atingir e de sua própria concepção de conhecimento e de aprendizagem, distinguindo os que se prestam mais a um trabalho dirigido para testar conhecimentos dos que procuram levar o aluno a interagir com o programa de forma a construir conhecimento. (BRASIL, 1998, p. 63)

Neste sentido optou-se pelo *Software* Modellus para aplicação das atividades que serão descritas nesta dissertação, pois leva o aluno a interagir com os fenômenos da realidade através das simulações dos mesmos com modelos matemáticos.

Vale destacar que considera-se TIC as tecnologias que, estão disponíveis e sendo utilizadas por grande parte da sociedade nas mais diversas atividades econômicas e sociais, as quais ainda estão sendo pouco exploradas na escola, ou seja, a própria calculadora, já tão acessível pelo seu baixo custo, os vídeos, os computadores e os inúmeros *Softwares* matemáticos existentes e disponíveis em versão “free” ou a internet, entre outros, por exemplo o *Software* Modellus, que é disponibilizado gratuitamente na internet e relaciona modelo matemático com a interpretação física do problema.

Em sequência é apresentado os *Softwares* matemáticos de uma maneira geral e também procurou-se subdividi-los em categorias, conforme as áreas da Matemática.

### **2.2.1 Softwares educativos em Matemática**

Para a introdução do computador na educação são necessários basicamente quatro elementos: o *hardware* (computador), o *Software* educativo (programa), o educador capacitado e o aluno. Todos esses componentes devem ter igual importância.

Considera-se os *Softwares* da área de Matemática como *objetos de aprendizagem*, pois são recursos digitais que podem ser utilizados para dar suporte, mediar e qualificar o ensino. Para Audino e Nascimento (2010, p.79), objetos de aprendizagem “são recursos digitais dinâmicos, interativos e reutilizáveis em diferentes ambientes de aprendizagem, elaborados a partir de uma base tecnológica”. Em resumo, os objetos de aprendizagem podem enriquecer a prática pedagógica do docente no uso das TIC’s e devem cumprir os seguintes pressupostos: dar suporte ao ensino, ser interativo, ser utilizável e reutilizável em diferentes situações e ser digital.

Existem diversas maneiras de classificar os *Softwares* educacionais, por exemplo, Taylor (1980) chama de *tutor* aquele *Software* educativo que instrui o aluno, *tutorado* aquele que permite que o aprendiz instrua o computador e *ferramenta* aquele que o aluno interage com a informação. Também existem autores como Knezek, Rachlin e Scannell (1988) que preferem classificar esses *Softwares* conforme a maneira como o conhecimento é utilizado: geração do conhecimento, propagação do conhecimento e gerenciamento da informação.

A diversidade de programas educacionais e as diferentes modalidades de uso do computador são a prova de que este meio tecnológico pode ser muito útil no processo de

ensino e aprendizagem. Análises feitas dos *Softwares* educacionais mostram que eles podem ser considerados como uma versão computadorizada das atuais metodologias de ensino. Se olharmos para a história do desenvolvimento do *Software* educativo, veremos que os primeiros programas são versões computadorizadas do que acontece em sala de aula.

De acordo com pesquisas realizadas em 1983 pelo “The Educational Products Information Exchange (EPIE) Institute” uma organização do “Teachers College”, Columbia, E.U.A. (apud VALENTE, 2005), foram encontrados mais de 7.000 *Softwares* educativos no mercado mundial, e 125 eram adicionados a cada mês. No geral eles eram dedicados principalmente às áreas de Matemática, Ciências, Leitura, Artes e Estudos Sociais. Do montante de mais de 7.000 programas mencionados antes, 28% eram do tipo exercício-e-prática, 33% eram tutorais, 19% eram jogos, 9% eram simulações e 11% eram do tipo ferramenta educacional. No entanto, hoje é praticamente impossível descobrir a quantidade de *Softwares* educacionais que são encontrados disponíveis no mercado.

Dentro da Matemática é possível classificar alguns *Softwares* de acordo com cada área:

Tabela 1 - Classificação dos softwares

<i>Softwares de geometria</i>	<i>Software de álgebra</i>	<i>Softwares de funções</i>	<i>Softwares recreativos</i>	<i>Softwares de simulação e modelagem</i>
Cabri Geometry, Cinderela, Curve Expert, Dr Geo, Euklid, Geometria Descritiva, Geoplan, Geospace, Great, Stella, Poly, Régua e Compasso, Shapari, Sketchpad, Logo, Wingeo, etc	Winmat, Mathematica, Yacas, etc.	Graphequation, Graphmatica, Mathgv, Modellus, Ratos, Vrum-Vrum, Winplot, etc.	Object Orientation Game, Polytris, Tangran, Tess, Torre de Hanói, Winarc, etc.	Modellus (o mais conhecido de todos), Arena, Emso, Auto Mod, Tayllor II, Pro Model e outros

Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Estes *Softwares* citados anteriormente representam uma linha de programas destinados à educação Matemática, todos estão disponíveis na internet, basta entrar num site de busca e

digitar o nome do *Software* que ele indicará vários caminhos pelo qual é possível ter acesso ao programa, a única diferença é que há *Softwares* que possuem versão *Free* e outros que possuem versão *Demo*, sendo que os *Softwares Free*, não se paga para adquiri-los, e para os *Softwares Demo*, é necessário pagar para poder ter acesso aos programas (licença), mas geralmente as empresas que comercializam esses *Softwares* do tipo *Demo* oferecem uma licença grátis por 30 dias para a experimentação do programa antes da compra.

O próximo tema a ser detalhado é o *Software* Modellus, que devidamente instalado nos computadores do laboratório de informática da escola envolvida nesta pesquisa auxiliou na construção do conhecimento sobre funções. Em relação aos *Softwares* computacionais de simulação e modelagem, optou-se pelo Modellus, visto que este aplicativo foi desenvolvido especialmente para a modelagem computacional em Matemática, Física e Química; é distribuído gratuitamente e dispensa o uso de linguagem computacional.

### 2.3 SOBRE O SOFTWARE MODELLUS

É possível baixar gratuitamente da internet este *Software* em <<http://modellus.fct.unl.pt/>>. O Modellus versão 4.01 é o explicitado nesta pesquisa. Para instalar o Modellus, é necessário a instalação prévia do Java<sup>7</sup>. Foi desenvolvido por um grupo de pesquisadores da universidade Nova de Lisboa, coordenados pelo Físico Vitor Duarte Teodoro.

Ao se optar pelo trabalho com o uso de tecnologias na escola, uma das questões que surge é a escolha do *Software* adequado para uma determinada situação. Abaixo destaca-se algumas justificativas da escolha feita pelo *Software* Modellus:

- é um *Software* livre;
- é de fácil instalação e desinstalação e sua versão é em português para Windows e Linux;
- é um *Software* caracterizado como de simulação e modelagem;
- possui clareza nas tabelas e gráficos;
- permite que o aluno complemente e interfira nas respostas, oferecendo vários caminhos para soluções dos problemas com alternativas diversificadas;
- oferece um ambiente interativo, lúdico (animações) e criativo;

---

<sup>7</sup>Java é uma linguagem de programação e plataforma computacional. Existem muitas aplicações e sites que não funcionam sem o Java instalado. Disponível em: <[http://www.java.com/pt\\_BR/download/faq/whatis\\_java.xml](http://www.java.com/pt_BR/download/faq/whatis_java.xml)>

- permite que o aluno construa suas soluções a partir da ação-reflexão-ação;
- possibilita o raciocínio e a reflexão sobre cada ação, sendo inovador, desafiador, crítico e provocativo;
- nele é possível registrar e refletir sobre o processo pelo qual foi construído a solução do problema;
- é instigante, provocando no estudante a busca de novas informações, que lhe permitam levantar outras hipóteses;
- permite o desafio e a reflexão em cada atividade, também proporciona uma aprendizagem por descoberta;
- tem a descrição dos procedimentos de forma clara e objetiva;
- avisa sobre erros cometidos pelo usuário;
- desafia o aluno na busca da exploração do conhecimento de forma prazerosa;
- oferece condições de interdisciplinaridade.

A seleção do *Software* e os assuntos a serem trabalhados com ele são de suma importância. O professor tem grande responsabilidade sobre os resultados da prática pedagógica usando um *Software*, a começar pela sua escolha.

O *Modellus* permite a construção e simulação de modelos físicos, químicos e matemáticos utilizando equações Matemáticas que os representam. Assim o aluno informa ao *Software* o modelo matemático que representa um fenômeno e o *Modellus* realiza a simulação e interpretação através de animações, gráficos e tabelas deste, logo possibilitando experiências diversas a partir de modelos matemáticos. Foi desenvolvido por um grupo de pesquisadores coordenados pelo Físico Vitor Duarte Teodoro, da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova Lisboa.

O *Modellus* é uma ferramenta cognitiva para auxiliar a internalização de conhecimento simbólico, preferencialmente em contexto de atividade de grupo e de classe, em que a discussão, a conjectura e o teste de ideias são atividades dominantes, por oposição ao ensino direto por parte do professor. (TEODORO, 2002, p. 21)

Tal *Software* permite que alunos e professores realizem experiências com modelos matemáticos, onde é possível analisar domínio e imagem, controlar variáveis como tempo, distância, velocidade, entre outras. Decidir quem é a variável independente, analisar a variação da função graficamente, organizar animações, resolver situações problemas e ainda criar os seus próprios desafios dentro da linguagem do *Modellus*.

Apesar da grande quantidade de *Softwares* livres na área das ciências exatas, envolvendo o conceito de funções, a maioria apresenta graficamente as funções sem que ocorra a interação do aluno com os conteúdos trabalhados de forma a construir seu

conhecimento. O *Software* deve atuar como uma ferramenta de interação do aluno com os conteúdos melhorando o desenvolvimento cognitivo dos mesmos.

Araújo (2002, p. 12), afirma que “o Modellus vem a facilitar a interação dos estudantes com modelos em tempo real e a análise de múltiplas representações”. Este mesmo autor cita alguns itens relevantes em que o Modellus auxilia:

- \* a construção e a exploração de múltiplas representações de modelos;
- \* a análise de qualidade dos modelos;
- \* o reforço do pensamento visual, sem memorização dos aspectos de representação formal, por meio de equações e outros processos formais;
- \* a abordagem de forma integrada dos fenômenos naturais ou simplesmente representações formais. (ARAUJO, 2002, p. 20)

Procurou-se nesta pesquisa, fazer com que o aluno esteja mais direcionado à interpretação do significado dos modelos do que com as equações Matemáticas.

Na revisão bibliográfica feita em algumas revistas científicas de Ciências, sites (inclusive no portal de periódicos da CAPES), google acadêmico, teses e outros periódicos, encontra-se vários trabalhos desenvolvidos com o Modellus no Ensino Superior, poucos no ensino médio e não foi encontrado trabalhos realizados com estudantes do Ensino Fundamental e, portanto, não se tem conhecimento de trabalhos envolvendo interdisciplinarmente, velocidade e funções no Ensino Fundamental com o Modellus, dando assim unicidade ao projeto de pesquisa aqui apresentado. Dentre as revistas analisadas podemos citar: Modelagem na Educação Matemática (FURB 2010 - 2016), Investigações em Ensino de Ciências (UFRGS 1996- 2016) Modelagem Matemática e Educação Matemática (UEL 2013 - 2016), Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Tecnologias (UTFPR 2005 - 2016) e várias dissertações, publicações em periódicos e trabalhos de iniciação científica envolvendo Modelagem e/ou Cinemática e o *Software* Modellus. Na sequência apresentamos uma breve descrição de alguns trabalhos similares pesquisados:

Dorneles (2005) aplicou o *Software* a um grupo de estudantes de Engenharia da UFRGS com o objetivo principal de avaliar possíveis ganhos na aprendizagem de conceitos físicos com atividades computacionais envolvendo o Modellus. Andrade (2015) aplica uma sequência didática usando esta ferramenta em duas turmas de 1º ano do Ensino Médio em uma escola na rede privada do estado do RS com o objetivo de analisar o desenvolvimento cognitivo destes alunos. Araújo (2002) também submeteu seus alunos de Engenharia da UFRGS a atividades com o Modellus com objetivos de analisar a aceitabilidade e ganhos na aprendizagem de Física. Teodoro (2002) aplica tal *Software* com estudantes do 11º ano do curso secundário em Lisboa com o objetivo de analisar se os alunos conseguiam criar seus próprios modelos e vantagens e desvantagens na utilização do Modellus como ferramenta de

ensino. Carvalho (2008) aplica atividades exploratórias de situações-problemas de Mecânica, nas áreas problemáticas de Cinemática e Dinâmica a alunos do 1º ano do Ensino Médio do curso de Física de uma escola da rede privada da cidade de Maceió, o objetivo do estudo era investigar se o Modellus poderia melhorar o desempenho dos alunos na disciplina de Física como também analisar estatisticamente se haveria redução no uso das concepções alternativas errôneas dos alunos envolvidos. Em todos os casos anteriormente citados os autores tiveram conclusões satisfatórias, permitindo um aprendizado mais eficaz e potencializado e melhoria significativa dos alunos, demonstrando propostas de ensino que foram bem-sucedidas.

Santos (2009) faz uma comparação entre dois grupos de alunos do 1º ano do Ensino Médio da rede privada de Ensino em Maceió, em um dos grupos aplicou atividades de Modelagem Computacional com o uso do Modellus enquanto o outro grupo da mesma série teve "aulas tradicionais" com conteúdo de Cinemática e Funções, o grupo experimental teve melhorias estatisticamente comprovadas em relação ao grupo que participou apenas das aulas tradicionais.

Vasconcelos et al (2005) aplicam a pesquisa “O ensino de Física assistido por computador com uma abordagem trigonométrica”, implantado e desenvolvido junto aos alunos de uma turma do curso de Recém Ingresso da Universidade Federal do Ceará - UFC com o objetivo de analisar a contribuição do uso do computador através da modelagem Matemática e da simulação computacional no estudo do Movimento Harmônico Simples, utilizando funções trigonométricas, a fim de contribuir para o processo de aprendizagem. Os pesquisadores concluíram que o *Software Modellus* permitiu aos estudantes pensar de forma crítica sobre conceitos científicos e questioná-los, de modo que, o importante não seja encontrar respostas corretas pela simples aplicação de fórmulas, mas dar-lhes a oportunidade de tornarem-se aprendizes ativos, desenvolvendo atividades que levem a construção de suas próprias conclusões acerca dos fenômenos naturais.

As situações-problemas investigadas nesta pesquisa partiram de questões físicas do cotidiano dos alunos pesquisados. Para encontrar soluções a tais situações os alunos construíram, experimentaram e reexperimentaram modelos, tabelas e gráficos e o Modellus foi uma ferramenta que os auxiliou, investigando assim a **hipótese** de que o Modellus aliado à Modelagem de um problema do cotidiano dos alunos auxilie/facilite uma aprendizagem significativa<sup>8</sup> de Cinemática e Funções. Quantidades físicas e intervalos de tempo foram objetos de investigação para os alunos. Os modelos oriundos do problema sugerido pelos

---

<sup>8</sup> Aprendizagem significativa é aquela aprendizagem que tenha algum significado para a vida do aluno.

alunos serviram inicialmente de objeto de estudo com o Modellus. Algumas atividades não foram previamente definidas, elas surgiram com a investigação do problema de Cinemática sugerido pelos alunos, envolvendo um tema clássico da física - Velocidade. Realizou-se uma justaposição de atividades envolvendo atividades práticas, Modelagem Matemática e uso do *Software Modellus*.

Tanto o conteúdo de Funções quanto o conteúdo de Cinemática são introduzidos na 9ª série do Ensino Fundamental e aprofundados no Ensino Médio, e este foi um dos motivos para trabalhar tais assuntos com o Modellus sempre objetivando melhorar a capacidade dos alunos em desenvolver e compreender conceitos físicos e matemáticos que estão por trás das atividades realizadas. Uma das habilidades necessárias para o entendimento de assuntos de Física é a construção, interpretação dos gráficos e extração de informações, neles muitas informações podem ser obtidas ou resumidas. Gráficos fazem parte tanto da realidade de Matemática quanto de Física, gerando uma relação forte entre Cinemática e Funções.

É consensual a ideia de que não existe um caminho que possa ser definido como único e/ou melhor para o ensino-aprendizagem de Matemática, “olhar através de um só olho nunca proporcionou muita profundidade de campo” (EISNER, 1981, p. 9), partindo dessa ideia é que a pesquisa sugere o uso de atividades práticas, Modelagem e o uso do *Software Modellus*.

Tal *Software* nesta pesquisa terá aplicabilidade na integração entre conhecimento teórico de funções e atividades experimentais, investigando conceitos matemáticos por meio de situações físicas e da criação de Modelos Matemáticos.

A simulação computacional desenvolvida nesta pesquisa com o Modellus privilegiou a função de mediação através da representação de um fenômeno físico (velocidade) sendo que o aprendiz interagiu com este fenômeno físico. Além de prestar atenção no que acontecia, o estudante manipulou alguns parâmetros da simulação, fazendo com que obtivesse a resposta através da representação gráfica, analisando todas as variáveis envolvidas, e chegando a algumas conclusões sobre os conceitos envolvidos.

### **2.3.1 Manual Básico do Modellus**

Existem versões para o Windows e para o Linux. O Modellus versão 4.01 é o que explicitaremos a seguir, apresentado um breve manual com os comandos e descrições:

## Menu

Figura 1 - Menu



Fonte: Print do Modellus 4.01

Encontra-se no Menu (Figura 1) os seguintes itens: Início, Variável Independente, Modelo, Parâmetros, Condições Iniciais, Tabela, Gráfico, Objectos e Notas. Cada item, abre novas opções, abaixo especificadas:

### Início

Clicando no item "início" abre a seguinte janela (Figura 2):

Figura 2 - Início



Fonte: Print do Modellus 4.01

A Tabela 2 abaixo detalha algumas funções do menu início.

Tabela 2 - Menu início

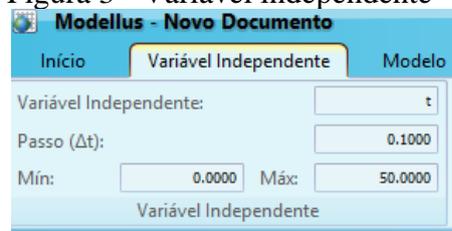
Opção	Descrição
Abrir	Abre os diretórios onde se encontram os arquivos
Novo	Prepara o Modellus para que seja criado um novo modelo
Guardar	Salva o modelo
Protegido	Insere senha

Fonte: elaborado pelo próprio autor

Ainda no botão início é possível definir: o tipo de modelo, opção de Língua, opção de auto-play, ângulo (radianos ou graus), quantia de casas decimais, limite exponencial, cor da grelha, espaçamentos, opção de fundo, centralizar ou justificar e a opção inserir imagem.

### Variável Independente

Figura 3 - Variável independente



Fonte: Print do Modellus 4.01

Pode-se controlar a variável independente, trocando-a conforme a Tabela 3.

Tabela 3 - Variável independente

Opção	Descrição
Variável	Espaço destinado a digitar a variável independente
Passo ( $\Delta t$ ):	Intervalo em que o modelo deve ser calculado
Min e Máx	Intervalo em que será desenhado o gráfico

Fonte: elaborado pelo próprio autor

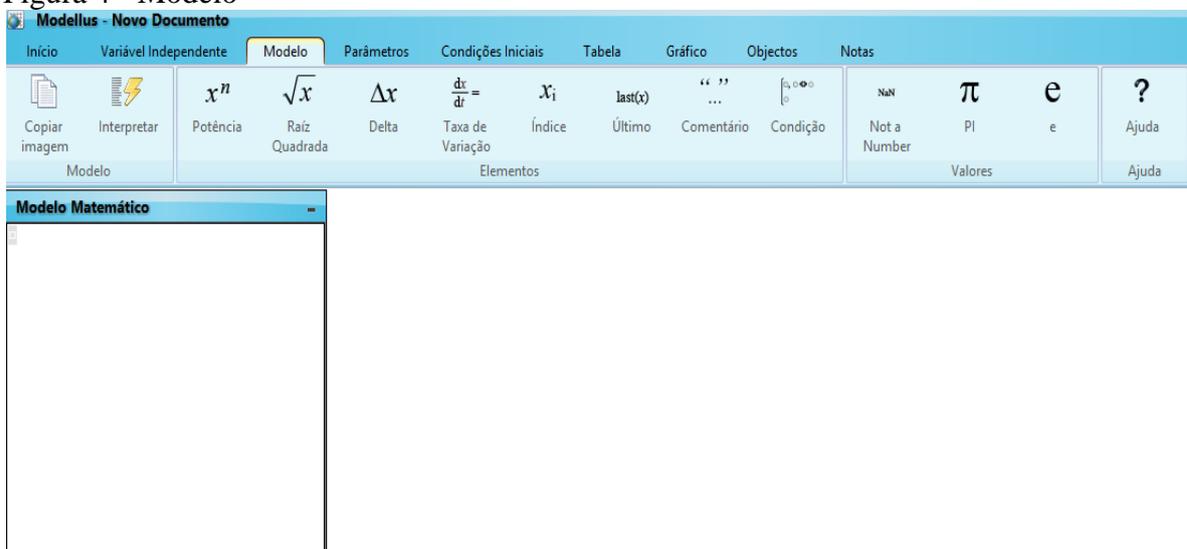
## Janelas

O programa Modellus apresenta em sua tela inicial quatro janelas: modelo, gráfico, tabela e notas, e outras três opcionais, que aparecem quando solicitadas ou fazem-se necessárias: condições iniciais, parâmetros e objetos.

## Modelo

Clicando em "Modelo" abre a janela conforme a Figura 4:

Figura 4 - Modelo



Fonte: Print do Modellus 4.01

Esta é a principal janela para o desenvolvimento do modelo, pois é a partir dela que o usuário irá explicitar a sua equação ou função de modelagem que dará as informações Matemáticas necessárias para que as demais janelas possam efetuar suas operações.

O desenvolvimento desta janela inicia-se a partir de equações básicas de Matemática ou de Física que se deseja utilizar. Da mesma forma que o equation do Word, o Modellus oferece vários recursos matemáticos.

Após digitar a equação ou função, para validá-la, deve-se clicar no botão “Interpretar”. Este verificará a existência de erros, incoerências ou ausências e, também, identificará variáveis que necessitam de um valor inicial (janela de Condições Iniciais). A equação só será validada após ser dado este comando. Porém as equações devem observar as seguintes regras de construção:

a) Em cada linha deve conter uma única expressão com uma única variável dependente e uma única variável independente. O Modellus considera  $t$ , por convenção, como a variável independente, mas isto pode ser alterado acionando-se o botão “Variável Independente” na janela “Variável Independente” e nomeando a outra variável.

b) As variáveis só podem conter caracteres alfanuméricos, começando por letra, sem espaços nem acentos. Há distinção entre letras maiúsculas e minúsculas.

c) Para calcular a variação de qualquer variável, utiliza-se o botão ( $\Delta$ ) da janela Modelo ou pressiona-se a tecla %.

d) Para escrever comentários na janela Modelo, deve-se começar a linha com ;.

e) Para interpretar um modelo, pressiona-se o botão “Interpretar”, na janela Modelo. A atribuição de valores aos parâmetros e aos valores iniciais só pode ser feita depois do modelo ser interpretado. Se houver algum erro na sintaxe do modelo que foi escrito, o Modellus informará erro.

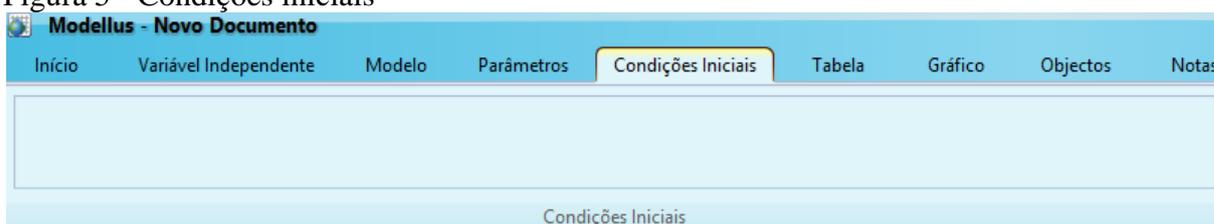
f) As variáveis e parâmetros são escritos (aparecem em) em itálico na cor vermelho, os números em verde, os operadores em preto e as funções em negrito.

Os demais comandos assemelham-se aos de qualquer outro programa computacional da área de Matemática.

### Condições Iniciais

Esta janela solicitará os valores que são importantes para o desenvolvimento do modelo. Inicialmente esta janela aparece em branco conforme demonstra a Figura 5:

Figura 5 - Condições iniciais

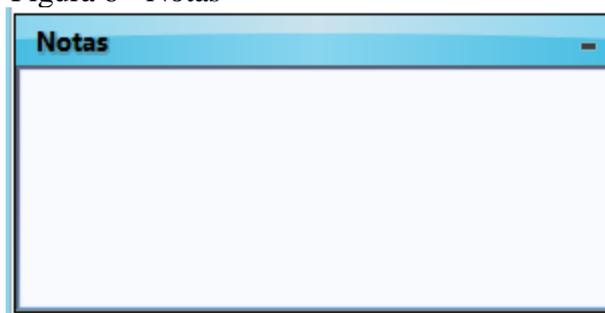


Fonte: Print do Modellus 4.01

### Notas

Esta janela (Figura 6) é utilizada para fazer anotações que sejam relevantes para o entendimento do modelo ou características a ele empregadas, como também dados e equações que foram utilizados.

Figura 6 - Notas



Fonte: Print do Modellus 4.01

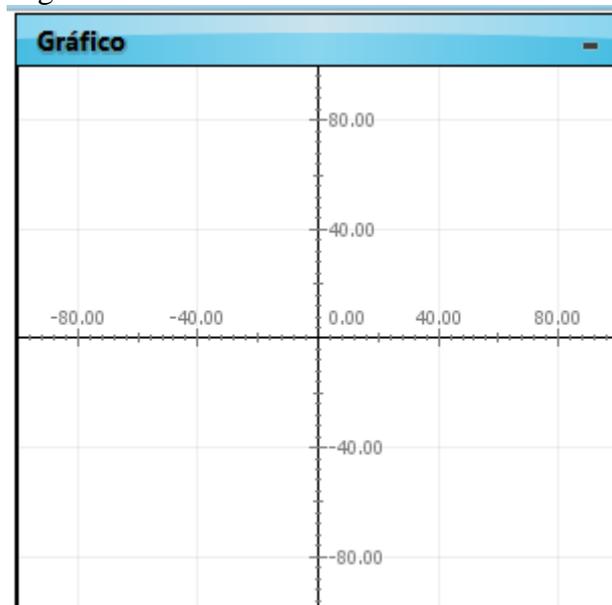
Tais anotações podem também ser feitas na janela “Animação”.

### Gráfico

Nesta janela (Figura 7) existe um recurso de visualização do gráfico da equação ou função escolhida para a sua modelagem. O desenho do gráfico depende das configurações definidas anteriormente pelo usuário. Na aba de configurações, há apenas uma escolha para a variável do eixo horizontal (abscissa), mas até cinco opções de variáveis no eixo vertical (ordenadas). Portanto é possível desenhar o gráfico de até 5 funções na mesma variável.

Para dar zoom no gráfico clica-se em cima de um dos eixos e o arrasta sentido origem para diminuir e ao contrário para aumentar o tamanho.

Figura 7 - Gráfico



Fonte: Print do Modellus 4.01

Um ou mais casos podem ser exibidos, a cor de cada gráfico é o que diferenciará cada caso. Pode-se ajustar a escala para melhorar a visualização dos gráficos.

### Tabela

Ao clicar em “Tabela” (Figura 8), será possível definir as variáveis que aparecerão na tabela, cores, barras e tabelar a uma certa quantia de passos. Esta janela avulsa pode ter até

oito colunas, cada uma correspondente a uma variável, que deve ser especificada por um nome e pelo caso correspondente e também deverá ser especificado uma cor para cada.

Figura 8 - Tabela

t	x
0.00	0.00

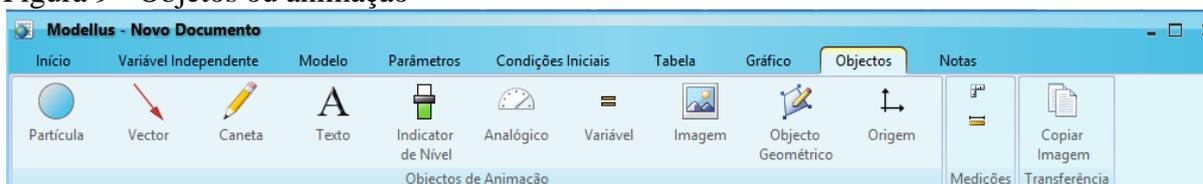
Fonte: Print do Modellus 4.01

Aqui tem-se a possibilidade de se observar as variações da variável independente e da dependente.

### Objetos ou Animação

Pressionando-se “Objectos”, abrirá a seguinte aba (Figura 9):

Figura 9 - Objetos ou animação



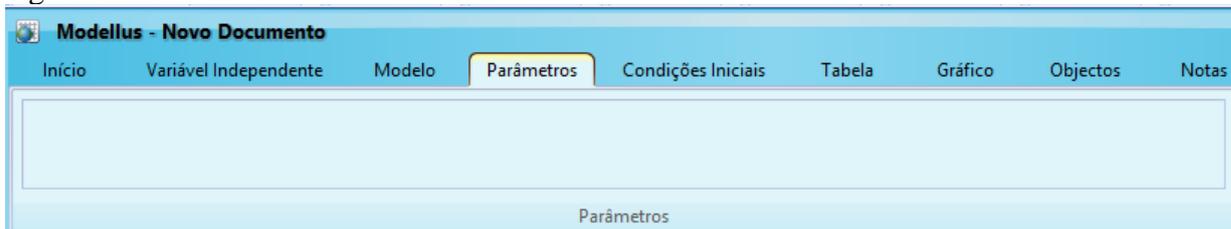
Fonte: Print do Modellus 4.01

Com este importante recurso, o Modellus é capaz de realizar diversas animações, sendo esta característica uma das principais diferenças do Modellus para os demais *Softwares* que trabalham com gráficos. É nesta janela que se visualiza o que o modelo criado é capaz de fazer, ou seja, ela demonstra visivelmente o deslocamento de um carro, a propagação da luz, entre outros.

A janela apresenta vários recursos que estão descritos nos botões laterais e superiores, dentre eles a utilização de imagem para a melhor explicação do modelo ou para desenvolver o modelo a partir da mesma.

## Parâmetros

Figura 10 - Parâmetros



Fonte: Print do Modellus 4.01

A janela Parâmetros (Figura 10) inicialmente é apresentada sem informações, tais informações só são apresentadas e passíveis de alterações depois dos modelos definidos e interpretados. Ao dar o comando para interpretar o modelo, o *Software* automaticamente troca a aba selecionada para “Parâmetros” e mostra na faixa de configuração uma tabela onde os valores precisam ser especificados. É possível configurar até dez casos em forma de tabela neste item.

### Controle

Esta janela aparece no final da página e é responsável pela variação, dentro do intervalo desejado de qualquer variável. Na janela Controle é possível:



Iniciar ou pausar o modelo.



Acionar o modelo um passo para a frente ou para trás.



Refazer os cálculos (replay).



Reiniciar o modelo (reset).

Três aulas de 45 minutos foram usadas com os alunos para se familiarizarem com esses conhecimentos básicos sobre o *Software*. Foi necessário conhecê-lo em mais detalhes, explorar as ferramentas e comandos, conhecer cada função do menu e testar modelos antes de aplicar as atividades. Cabe ressaltar que o *software* tem mais detalhes do que a maioria dos outros *softwares* matemáticos, então aí está a explicação de se usar três aulas para sua introdução, sabe-se que nem sempre o professor de Matemática consegue trabalhar todo o currículo de cada série e estas aulas não são consideradas "perdidas", pois ganha-se em aprendizagem mais adiante com a aplicação das atividades usando o Modellus.

### 3 METODOLOGIA

#### 3.1 OBJETO DA PESQUISA

O desenvolvimento do presente trabalho aconteceu numa Escola Básica Pública da cidade de Chapecó - SC, com alunos regularmente matriculados na 9ª série do Ensino Fundamental. Portanto, nesta pesquisa, o objeto da pesquisa são os alunos e o pesquisador é o professor destes.

Para uma melhor contextualização do público alvo, bem como do contexto no qual estão inseridos, apresenta-se a seguir algumas informações relevantes destes.

A turma (amostra) na qual foi aplicado o projeto possuía 17 alunos, sendo 8 meninas e 9 meninos, a idade dos mesmos variava entre 14 e 16 anos, sendo todos moradores do próprio bairro. Duas estudantes possuíam necessidades especiais, uma destas frequentava as aulas com a presença de uma segunda professora e a outra devido à gravidade de sua enfermidade encontrava-se acamada e realizava as atividades em casa.

A escola fica localizada na região urbana de Chapecó, atende alunos do pré-escolar até a 9ª série. A estrutura física da escola é precária, com goteiras, rachaduras nas paredes, pintura por fazer, além das salas de aula normais, possui laboratório de informática com 14 computadores com acesso à internet, biblioteca e sala de vídeo. A escola não possui índice no IDEB, visto que pelo fato de que as turmas dos anos passados tinham um número inferior ao mínimo exigido para realização de tal prova. Porém é perceptível a dificuldade que alguns alunos possuem não só em Matemática, mas também nas demais matérias, demonstradas através dos resultados de avaliações realizadas em sala de aula nos primeiros meses de 2016 e compartilhadas entre os professores desta escola nos conselhos de classe. A defasagem nos conteúdos de Matemática é um dos principais problemas encontrados e em segundo lugar o desinteresse por parte de alguns alunos demonstrado inclusive no primeiro questionário da pesquisa aplicado com os mesmos (várias questões entregues em branco), os casos mais graves eram acompanhados com ações diferenciadas pela equipe técnica e professores da escola, porém a maioria referia-se a uma situação de desestrutura familiar.

Informações estas acerca do objeto de pesquisa e do contexto na qual ele está inserido demonstram o desafio presente no ensino-aprendizagem. Todos estes elementos devem ser considerados durante todo o processo de ensino/aprendizagem, objetivando a busca de superação de dificuldades e a obtenção de resultados mais promissores na esfera educacional,

sendo para isto necessárias ações diferenciadas e métodos de ensino que se aproximem mais da realidade do aluno e/ou a inserção de metodologias mais interativas.

### 3.2 ASPECTOS GERAIS

A presente pesquisa caracteriza-se como uma pesquisa-ação<sup>9</sup>. Segundo Tripp (2005, *apud* CAMPOS e ARAÚJO, 2015, p.326), “a pesquisa-ação educacional é principalmente uma estratégia para o desenvolvimento de professores e pesquisadores de modo que eles possam utilizar suas pesquisas para aprimorar seu ensino e, em decorrência, o aprendizado de seus alunos”, onde as práticas pedagógica da Modelagem Matemática, atividades práticas e aplicação do *Software* Modellus ocorrem de formas síncronas com a pesquisa, isto é, por meio da sua própria prática pedagógica, o professor torna-se pesquisador e coloca o discente como essência do ensino-aprendizagem. Neste método o aluno também se torna pesquisador, pois a Modelagem Matemática tem caráter investigativo. Assim esta pesquisa teve como pretensão aplicar um método que oferecesse condições para que o aluno construísse o conhecimento, resolvendo situações-problemas e analisando os significados dos resultados obtidos.

O desenvolvimento da pesquisa teve como foco principal a aprendizagem de Funções com o *Software* Modellus. Assuntos da Física trazidos pelos alunos foram a “realidade” explorada nesta pesquisa associada às atividades desenvolvidas partindo do problema da Física: “A alta velocidade que os veículos transitam nas proximidades da escola”. Estas atividades se justificam na medida que eram assuntos da realidade dos alunos e do Currículo escolar de Física e de Matemática da 9ª série. Os alunos desenvolveram tais problemas inicialmente na prática, montaram os modelos em linguagem Matemática para simular a realidade de cada situação, em seguida foi utilizado o Modellus para visualização e interpretação de gráficos e tabelas e, também a confecção das animações interativas relativas aos modelos encontrados, assim observando as múltiplas representações que o *Software* oferece.

Esta pesquisa possui uma abordagem quali-quantitativa<sup>10</sup>. De acordo com Cruz (2010),

Os estudos qualitativos podem descrever a complexidade de determinado problema e a interação de certas variáveis, compreender e classificar os processos dinâmicos vividos por grupos sociais, contribuir no processo de mudança de dado grupo e possibilitar, em maior nível de profundidade, o entendimento das particularidades do comportamento dos indivíduos. (CRUZ, 2010, p. 112)

---

<sup>9</sup> Pesquisa aplicada pelo próprio professor-pesquisador.

<sup>10</sup> Pesquisa que apresenta ora dados qualitativos, ora dados quantitativos.

Já para Moreira (2011),

Pesquisa qualitativa é um termo que tem sido usado alternativamente para designar várias abordagens à pesquisa em ensino, tais como pesquisa etnográfica, participativa observacional, estudo de caso, fenomenológica construtivista, interpretativa, antológica cognitiva. Cada uma dessas abordagens forma um todo coerente, englobando suposições internamente consistentes sobre natureza humana, sociedade, objeto de estudo e metodologia, porém compartilham muitas semelhanças e por questões de simplicidade são comumente chamadas de pesquisa qualitativa. (MOREIRA, 2011, p. 46,47)

Esta pesquisa quali-quantitativa está centrada no eixo alunos de séries finais do Ensino Fundamental, ela transcende e apresenta caráter qualitativo e quantitativo na análise de todos os dados analisados.

A parte quantitativa foi utilizada quando se pretendia validar estatisticamente alguma proposição e na produção de gráficos a partir de dados coletados.

Considerando que o trabalho foi aplicado no Ensino Fundamental, uma questão relevante está na forma com que esta proposta de trabalho foi quantificada em nota bimestral aos alunos, lembrando que o público alvo da pesquisa é avaliado com notas de 0 a 10 bimestralmente, o que sugere a necessidade de quantificar dados. Assim, estas atividades fizeram parte da avaliação de Matemática, valendo 50% da nota final do bimestre, visto que sua aplicação durou pouco mais de um mês de aula.

Objetivando explicar como as atividades foram quantificadas em relação às notas atribuídas, abaixo será apresentada a forma de avaliação à qual os alunos foram submetidos durante a execução de tal proposta pedagógica: inicialmente foi aplicado uma pesquisa para analisar quais conhecimentos prévios os alunos possuem com relação a funções, essa coleta de dados foi através da aplicação de um questionário (apêndice 1B) com questões abertas e fechadas<sup>11</sup>, visando trazer informações acerca do conhecimento matemático que os alunos já possuíam. Este questionário teve uma segunda parte a qual teve o objetivo de analisar o uso do computador pelos alunos na aprendizagem. Decorrido este processo a avaliação seguiu conforme indica a Tabela 4 a seguir:

---

<sup>11</sup> Nas respostas abertas o aluno responde com suas opiniões, nas fechadas, o aluno deverá optar por uma das alternativas oferecidas.

Tabela 4 - Avaliação

<b>Itens de avaliação relacionados à equipe</b>			
<b>Critério</b>	<b>Realizou</b>	<b>Realizou em partes</b>	<b>Não realizou</b>
Participação e colaboração com o grande grupo			
Entrega de relatórios, quando solicitado - cumprimento de prazos			
Habilidades de trabalhar em grupos			
Planejamento das ações realizadas pela dupla			
<b>Itens para avaliação pessoal</b>			
<b>Critério</b>	<b>Realizou</b>	<b>Realizou em partes</b>	<b>Não realizou</b>
Produção no caderno de cada etapa das atividades			
Organização e coerência dos dados produzidos e salvos em pastas do <i>Software</i> Modellus			
Prova com questões retiradas do livro didático (individual)	Obs: Neste item o aluno receberá nota de 0 a 10		
Autoavaliação	Obs: A nota atribuída podia variar de 0 a 10		

Fonte: Elaborada pelo autor.

Este modelo de avaliação foi explicado aos alunos previamente. Considerando-se que a avaliação abrange o processo todo e acontece de forma qualitativa, analisando itens como a participação, colaboração, cumprimento de prazos, coesão na aplicação de ideias e resultados, autoavaliação e apenas no final com objetivo de analisar se os conceitos foram consolidados pelos alunos, com a prova. As questões da prova foram questões retiradas do livro didático relativas ao conceito de funções, com objetivo de perceber se o discente realmente adquiriu os mesmos.

As notas foram segmentadas de forma que para cada item definido por “**realizou**” será atribuído 10 (dez) pontos; para cada item “**realizou em partes**” será atribuído 5 (cinco) pontos e para cada item “**não realizou**” será atribuída 0 (zero) pontos. A nota final desta atividade proposta em Matemática foi a média aritmética simples dos oito critérios relacionados acima, a qual teve peso 5 (cinco) na média bimestral.

Com exceção da prova, todas as demais atividades foram trabalhadas em grupo, a turma foi dividida em duplas ou em grupos de 3 ou 4 alunos dependendo da situação que foram montados por afinidade. Inicialmente, os alunos realizaram pesquisas sobre Velocidade Média e limites de velocidades em frente a escolas, hospitais... A pesquisa foi realizada no

centro de informática da escola e em casa. Foi explicado e explanado com slides e vídeos aos alunos sobre Modelagem Matemática. Depois de explanado sobre Modelagem, foi lembrada a situação-problema da Física aos alunos: “A alta velocidade dos veículos nas proximidades da escola”, sendo que no momento seguinte eles realizaram as experiências na prática com uma rampa inclinável em sala de aula, confeccionaram o modelo matemático relativo a cada situação, num espaço de tempo posterior fizeram a coleta de dados na rua e na sequência, utilizando o Modellus construíram os gráficos de cada situação, fizeram animações interativas utilizando o modelo obtido, fizeram a análise das tabelas em determinados intervalos e por último, aplicado a prova individual e novos questionários. Todas essas informações serão melhor detalhadas no capítulo de análise de dados.

A coleta de dados do trabalho aconteceu em todas as atividades, onde os alunos fizeram anotações sobre o que acontecia, exercícios e prova realizados pelos mesmos, questionários diagnósticos, a partir de encaminhamentos dados pelo professor/pesquisador para cada situação.

A análise dos dados coletados aconteceu de forma narrativa e quantitativa em todo o processo das atividades. “A análise dos dados é um processo complexo que envolve retrocessos entre dados pouco concretos e conceitos abstratos, entre raciocínio indutivo e dedutivo, entre descrição e interpretação” (TEIXEIRA, 2003, p. 192).

A matematização (“fase que se faz a ‘tradução’ da situação-problema para a linguagem Matemática”, (KLÜBER e BURAK, 2008, p. 24)) aconteceu durante todo o processo pós coleta de dados, onde os alunos tabelaram os dados obtidos, representaram as situações-problemas através de modelos matemáticos que simulava cada situação, nesse processo, os alunos apropriaram-se, orientados pelo professor ou de pesquisas, dos conhecimentos Matemáticos que foram necessários para suprir cada uma das etapas do desenvolvimento das atividades. Esses conceitos matemáticos serão citados no relatório das atividades desenvolvidas.

Com o objetivo de melhor explicar a aplicação das atividades com os alunos, abaixo segue as principais atividades desenvolvidas conforme planejamento inicial: (Tabela 5).

Tabela 5 - Planejamento inicial

Semana	Número do encontro	Planejamento:
Semana I	Encontro 01	Explicação geral de como será a atividade, inclusive de como acontecerá a avaliação, organização dos grupos e; aplicação de questionários (conforme apêndice). Pesquisa sobre velocidade.
	Encontro 02	Socialização do trabalho sobre Velocidade.
	Encontro 03	Explicação geral do que é Modelagem e início da pesquisa sobre Modelagem Matemática no Centro de Informática.
	Encontro 04	Continuação da Pesquisa sobre Modelagem e apresentação de ideias relevantes pelos alunos. Apresentação aos alunos da situação-problema sobre a qual estes trabalharão e desenvolvimento na prática.
Semana II	Encontro 05	Coleta de dados e tabulação de uma simulação da realidade, usando uma rampa e carrinhos de brinquedo.
	Encontro 06	Análise de dados e confecção do modelo matemático da simulação.
	Encontro 07	Desenvolvimento na prática da coleta de dados reais e tabulação.
	Encontro 08	Confecção do Modelo matemático relativo à situação real e uma pré-avaliação do andamento das atividades.
Semana III	Encontro 09	Estudo sobre Velocidades.
	Encontro 10	Relação dos Modelos encontrados com Funções.
	Encontro 11	Socialização dos conceitos matemáticos envolvidos até então.
	Encontro 12	Aula prévia de como funcionam os comandos do <i>Software Modellus</i> .
Semana IV	Encontro 13	Construção e análise do gráfico, tabela e animações interativas referentes ao modelo da Situação-problema da simulação com o auxílio do <i>Software Modellus</i> .
	Encontro 14	Construção e análise do gráfico, tabela e animações interativas referentes ao modelo da situação real com o auxílio do <i>Software Modellus</i> .
	Encontro 15	Prova.
	Encontro 16	Relatório, questionário e autoavaliação.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Salienta-se que a Tabela 5, apresentada acima, correspondia ao projeto original e em sua aplicação foi necessário um número de encontros maior do que o aqui apresentado, o que é comum acontecer com o planejamento de qualquer professor.

### 3.2.1 Atividades realizadas sobre Velocidade Média

Um dos maiores clássicos da física, o estudo da Velocidade Média foi tema de uma das atividades. Para apresentar uma aplicação prática deste tema, primeiramente são feitos experimentos para calcular a velocidade média de um carrinho de brinquedo num plano (rampa) inclinado  $25^\circ$  e em um plano de  $35^\circ$ . Esta atividade visa representar a realidade da rua

que tem declive acentuado. Posteriormente os alunos irão para a rua-problema coletar distâncias e intervalos de tempo que os carros e motos usam para se deslocar naquela quadra.

Foi construído e aplicado através de experimentos ou pesquisas relacionadas à situação-problema o modelo matemático da velocidade média, e a partir deste modelo trabalhado o conceito de função linear e posteriormente com a definição de velocidade, aceleração e posição trabalhado funções de primeiro e segundo grau.

Em sala de aula os alunos utilizaram uma rampa inclinável de 1,05m, carrinhos de brinquedo, cronômetro e uma escala em centímetros, tendo como objetivo determinar o intervalo de tempo e o deslocamento dos carrinhos. A partir da medição destas variáveis, os alunos intuitivamente encontraram uma lei Matemática que calculava a velocidade média das experiências de acordo com a tabela e o gráfico manual produzido (envolvendo tempo e distância - da posição do carrinho em função do tempo) com a coleta de dados em tempos diferentes para cada intervalo de distância.

Através dos resultados os alunos compararam a velocidade média dos objetos estudados na aula com a de outros corpos, como aviões, motos, automóveis entre outros. Lembrando que na situação da experiência tem-se m/s e não km/h.

Dando sequência, na análise da relação Matemática obtida, foi apresentado aos alunos o conceito de função, e exemplificado a função afim com a relação encontrada

$$(V_m = \frac{d}{t}), \quad (1)$$

onde  $V_m$  é a velocidade média,  $d$  é a distância percorrida e  $t$  é o tempo (intervalo), que pode ser reescrita como

$$d = V_m * t + 0. \quad (2)$$

Para que os alunos tivessem uma compreensão melhor do que é função trabalhou-se mais alguns conceitos de cinemática onde os resultados se apresentam em forma de funções.

Foram trabalhados neste momento definições, conceitos, exemplos e exercícios de funções retiradas do livro didático, lembrando que várias práticas pedagógicas foram usadas nesta pesquisa e o livro didático também foi um meio utilizado nas mesmas, até mesmo porque alguns alunos citaram no questionário diagnóstico que aprendem mais facilmente com os livros.

Posteriormente os alunos foram encaminhados à “rua-problema”, onde foi medido o tamanho do quarteirão e catalogado através de cronômetros o tempo em que alguns veículos demoravam para percorrer tal espaço. Depois de tabeladas as distancias e os intervalos de tempo, foi calculada a Velocidade média dos carros.

Foram desenvolvidos exercícios sobre funções afins, frisando a importância deste assunto e de suas infinitas aplicações no dia a dia, tais exercícios foram retirados dos livros didáticos de Matemática e Física adotados pela escola.

Os alunos foram encaminhados para a confecção de gráficos, tabelas e animações interativas no Centro de Informática, usando o *Software* Modellus. As atividades com o Modellus foram desenvolvidas em duplas visto que não havia um computador para cada aluno. Previamente foi solicitada autorização à Secretaria de Educação para a instalação do *Software* em cada computador, pois faz-se necessário a utilização de uma senha para a instalação de qualquer programa nos computadores escolares.

Por fim, encerra-se as atividades com a turma fazendo sugestões de ações que podem ser feitas para resolver este problema de alta velocidade de veículos nas proximidades da escola.

Ao final deste trabalho os alunos compreenderam, através de uma atividade exploratória e investigativa iniciada com carrinhos de brinquedo e depois realizada como atividade de campo, que por meio de medidas físicas, no caso da distância linear, pôde-se fazer uma descrição através de um modelo matemático do movimento de um objeto real. Apresentando uma aprendizagem significativa e não mecânica.

Registros escritos e fotografias dos experimentos foram coletados durante todas as fases das atividades, alguns registros escritos foram escaneados para dar mais lisura à pesquisa. Foram registrados os fragmentos do trabalho que o professor/pesquisador elencou como relevantes para a pesquisa, sempre respeitado o anonimato das pessoas envolvidas de acordo com os termos de assentimento e consentimento.

Parcerias com as professoras de Ciências<sup>12</sup> e Português foram realizadas para o melhor andamento das aulas destacando a interdisciplinaridade entre as disciplinas. Entrevistas informais com outros profissionais da área de exatas e de outras áreas de ensino que a Modelagem e o uso de TIC na educação possa exigir foram realizados dentro das possibilidades, com o objetivo de discutir sobre pontos interdisciplinares, obter sugestões, trocas de experiências e aplicabilidade da atividade em outras disciplinas.

Referente aos conteúdos curriculares de Matemática relacionados nesta proposição de trabalho com Modelagem e aplicação do Modellus, é importante destacar que alguns elementos foram previsíveis, enquanto que outros foram imprevisíveis, dado às próprias características da Modelagem Matemática. Os conteúdos: funções de primeiro e segundo

---

<sup>12</sup> Na 9ª série a matéria Física está incluída em Ciências.

graus, domínio e imagem, elementos da Cinemática, construção de modelos matemáticos, simulação computacional com o Modellus e animações interativas tiveram ênfase, porém outros conteúdos não só de exatas apareceram trazendo aspectos de aprendizagem característicos da Modelagem Matemática. As aulas tiveram foco no estudo de funções do primeiro e segundo grau, porém não seguiram uma linearidade curricular, relacionaram a abordagem prática, atividades de Modelagem Matemática com a utilização de *Software* de simulação.

Para finalizar este trabalho, cada equipe fez um relatório com aspectos relevantes de todo o processo e um novo questionário foi aplicado com o objetivo de verificar o ponto de vista dos alunos referente à aplicação do *Software* Modellus nas aulas.

No decurso da pesquisa, foram registradas, no diário do professor/pesquisador, as situações relevantes e indispensáveis aos aspectos do ensino-aprendizagem da Matemática, com o objetivo de não perder informações valiosas para o relato do projeto. No geral, para a coleta de dados os instrumentos adotados foram os questionários (pré testes e pós testes), a análise das atividades desenvolvidas com o Modellus e uma avaliação dos conteúdos trabalhados.

## 4 DESENVOLVIMENTO E ANÁLISE DAS ATIVIDADES

Neste capítulo, são explanados e analisados os principais passos da pesquisa: questionários diagnósticos, investigação e resolução do problema, simulação prática com uma rampa, deduções de fórmulas da Cinemática, aplicação de atividades com o *software* Modellus e prova envolvendo funções.

### 4.1 APLICAÇÃO DO QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO (PRÉ TESTE)

Depois de ter o problema de pesquisa sugerido pelos alunos<sup>13</sup>, foi aplicado o questionário diagnóstico com o objetivo de perceber se os alunos utilizam TIC's e qual é o conhecimento que os mesmos possuem sobre funções (salienta-se que neste momento os alunos ainda não tinham conhecimento sobre este conteúdo curricular), este questionário foi dividido em duas partes e é detalhado em seguida.

#### Questionário 1A

1. Para que você usa o computador pessoal?

- ( ) Redes sociais- 62,5% dos alunos
- ( ) Pesquisas escolares - 50% dos alunos
- ( ) Assistir vídeos e baixar aplicativos - 62,5% dos alunos
- ( ) Desenvolver trabalhos- 50% dos alunos
- ( ) Outros. Quais? Criar Músicas - 6,25% dos alunos
- ( ) Não possui computador - 31,25% dos alunos

Nesta questão os alunos podiam assinalar mais do que uma alternativa e demonstrou que a maioria dos alunos possuem computador e usam para diversas atividades.

2. Você tem acesso à internet? Se sim, acessa do computador e/ou celular?

87,5% dos alunos informaram que possuem acesso à internet, alguns afirmaram que possuem acesso da internet apenas na escola, mas na sua grande maioria acessam a internet pelo celular.

---

<sup>13</sup> O problema de pesquisa foi sugerido pelos alunos no início do mês de outubro de 2016, na mesma semana foram aplicados os questionários 1A e 1B, a aplicação das aulas envolvendo este problema teve início em 27 de outubro de 2016, conforme encontros narrados adiante. O período entre o início de outubro até o dia 27 do mesmo mês foi utilizado para preparação das aulas e organização do Centro de Informática.

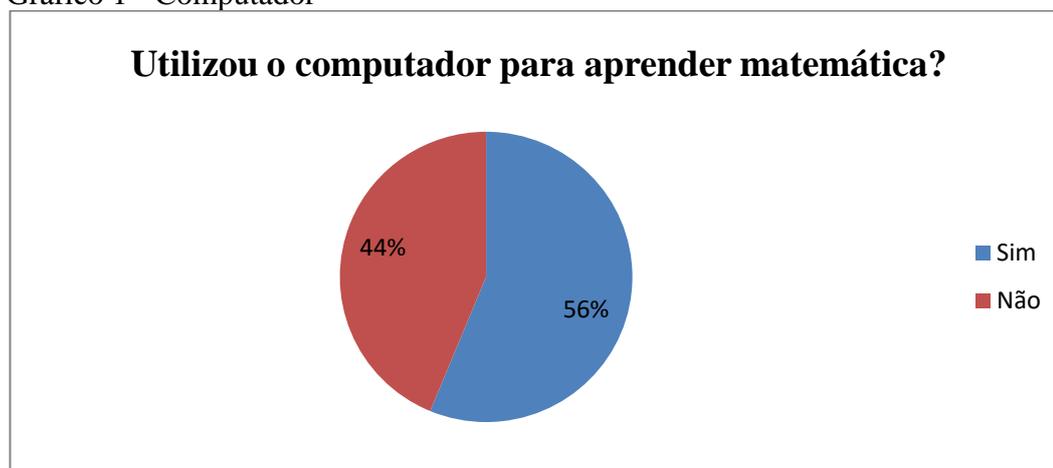
3. *Fale sobre o que você acha em utilizar o computador para facilitar as aulas de Matemática?*

As principais respostas foram: “*É uma boa ideia*”. “*Que com o computador pode acessar vários conteúdos*”. “*Acho que o computador pode facilitar a aprendizagem*”. “*Muito bom, pois posso tirar dúvidas no PC*”. “*É bom pois tem mais explicações*”.

Analisando todas as respostas percebeu-se que todos os alunos concordam que é interessante utilizar o computador em sala de aula.

4. *Você já utilizou seu computador para fazer/aprender Matemática?*

Gráfico 1 - Computador



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Pouco mais da metade dos estudantes pesquisados afirmam que já utilizaram o computador para aprender Matemática.

5. *Fale sobre o que você acha em analisar resultados matemáticos com o uso de um Software (aplicativo):*

As principais respostas foram: “*O aplicativo vai me ajudar a facilitar as coisas*”. “*É uma boa ideia*”. “*É muito bom, revolucionário*”. “*Tanto faz, pois eu não sei mexer com isso*”. “*Não sei como vai ser, mas seria muito bom para aprender*”. “*Acho interessante, pois gosto de tecnologia*”. “*Não acho nada, pois não uso*”.

Nesta questão percebe-se uma diversidade de opiniões, visto que existem alunos que tem acesso e gostam e também aqueles que não conhecem e não possuem acesso a tal tecnologia.

### Questionário 1B

Este questionário visa a busca de informações sobre o conhecimento prévio de Matemática relativas a funções, trazidas pelos educandos através de uma situação problema (questão 1).

1. Uma pista de ciclismo tem marcações a cada 600m. Um ciclista treina para uma prova de resistência, desenvolvendo uma velocidade constante. Enquanto isso, seu técnico anota, de minuto em minuto, a distância já percorrida pelo ciclista, conforme Tabela 6 abaixo:

Tabela 6 - Pré-teste

x: Instante (em min)	y: Distância (em m)
0	0
1	600
2	1200
3	1800
4	2400
5	3000
...	...

Fonte: Elaborado pelo próprio autor

a) Você concorda que a cada instante  $x$  corresponde uma única distância  $y$ ? Por que?

Dos alunos que responderam a questão, todos responderam sim para a pergunta, porém poucos deram explicações coesas para o porquê: “Porque cada um minuto equivale a 600m”. “Porque cada minuto corresponde a mesma distância percorrida”.

No geral as respostas foram de pouca precisão ou não convenientes: “Porque é a mesma coisa”. “Porque a cada passo foi feita uma multiplicação”. “Porque é uma multiplicação”.

b) Explique com suas palavras o que você entende por uma função:

Apenas 03 alunos responderam esta indagação e as respostas dos mesmos demonstra "leve ideia" sobre o caso particular apresentado, pois os três afirmaram que: “A distância é a função do instante”.

c) No instante  $x = 6$ , quanto vale  $y$ ? Explique o resultado encontrado:

75% dos alunos responderam (25% deixaram em branco) e responderam corretamente a primeira parte da questão afirmando que  $y$  vale 3600, porém a maioria destes não explicou o porquê da resposta.

d) *Na situação da tabela acima, a distância é função do instante de tempo? Por que?*

Dos alunos que responderam a pergunta, todos afirmaram que sim, mas as fundamentações ficaram incompletas - algumas delas: *“Porque quanto maior o instante, maior a distância”*. *“Porque se aumenta o instante aumenta a distância”*. *“Porque a cada 600m equivale a 1min”*. *“Porque a cada minuto que aumenta, a distância aumenta em 600m”*.

e) *A fórmula ou lei Matemática que relaciona y (distância) com x (instante) é:*

De todos os alunos pesquisados, apenas 4 responderam a questão, 3 deles responderam corretamente ( $y = 600x$ ) e o quarto aluno respondeu erroneamente dizendo que era a Fórmula de Bháskara.

f) *Quais as duas grandezas envolvidas na situação acima?*

Metade dos alunos não responderam e os demais responderam corretamente (tempo e distância ou x e y).

3. *Descreva sobre qual é seu entendimento sobre o que é uma Lei Matemática:*

Nesta questão percebe-se que os alunos não possuem o significado de Lei Matemática, conforme suas respostas: *“Não tem lei, mas sim aprender as multiplicações”*. *“A explicação e o aprender do aluno”*. *“Eu não sei”*. *“Uma lei Matemática é prestar atenção pra saber fazer e entender”*. *“Bem extensa e grande”*.

4. *O que é um Modelo Matemático no seu entendimento?*

Poucos alunos responderam e no geral as respostas foram imprecisas ou relativas ao caso particular: *“É uma forma de entender as questões”*. *“Uma fórmula ou modelo matemático é a mesma coisa”*. *“Uma conta Matemática”*. *“ $y = 600x$ ”*.

5. *Fale sobre atividades da disciplina de Matemática que ajudam você entender melhor o conteúdo.*

As principais respostas foram: *“Eu acho que a primeira coisa é a explicação do professor”*. *“Uma atividade ao ar livre”*. *“As atividades já são boas”*. *“Sem conversas e outros barulhos”*. *“Os livros antigos”*. *“Todas as que nós conseguir entender”*. *“Com a explicação e o ensinamento do professor”*.

Percebe-se com esta última questão que neste momento os alunos citam mais atividades tradicionalistas e nenhuma envolvendo diretamente TIC's.

Com este questionário diagnóstico percebeu-se que no geral os alunos não possuem conhecimento sobre funções. No momento preocupou que no questionário 1B algumas questões foram deixadas em branco, levantando possíveis hipóteses: em primeiro do aluno

não saber nada sobre o tema ou em segundo, falta de vontade deste, pois no questionário 1A as perguntas não foram deixadas em branco. Deixando aí um desafio para as aulas seguintes.

## 4.2 APLICAÇÃO DAS AULAS - INTERVENÇÃO NA PRÓPRIA PRÁTICA

Depois de obtido o tema/problema sugerido pelos alunos (nesta fase da Modelagem Matemática, tem-se a escolha do tema, conforme Burak (2004) e de aplicado o questionário diagnóstico inicial (descrito acima), iniciaram-se as aulas, partindo com a parte da Modelagem Matemática e na sequência a aplicação de atividades com o *Software* Modellus, com foco no ensino de Funções, porém vários outros temas foram aparecendo como por exemplo Cinemática, devido ao conteúdo ser introduzido a partir de um tema da realidade dos estudantes aliado à Modelagem Matemática.

É detalhado, na sequência, as aulas aplicadas, divididas em duas etapas, sendo que na primeira etapa será investigada a situação-problema e estudo dos conceitos matemáticos e físicos envolvidos (Modelagem Matemática) e na segunda etapa será explanada a aplicação do *Software* Modellus. A aplicação das atividades iniciou-se no dia 27/10/2016 e findou-se em 08/12/2016. Cada encontro descrito abaixo equivale a duas aulas de 45 min.

### 4.2.1 Investigação e resolução da situação-problema

#### *Encontro 01:*

Diante da situação-problema (A alta velocidade que alguns veículos usam para se deslocar na rua de trás da escola - assunto sugerido pelos alunos no início do mês de outubro), detectou-se que, o conhecimento sobre o tema Velocidade seria necessário aos alunos, portanto nesta data os mesmos realizaram uma pesquisa envolvendo: Definição de Velocidade, Velocidade Média, Velocidades permitidas em frente à escolas, igrejas e hospitais, tal pesquisa foi realizada em grupos no Centro de Informática da escola e em livros de Física. Neste estágio da Modelagem, conforme Burac (2004) tem-se a pesquisa exploratória.

*Encontro 02:*

Iniciadas as apresentações dos grupos sobre o tema Velocidade. As apresentações, inicialmente pareciam um pouco repetitivas, os alunos usaram a internet dos celulares para complementar as pesquisas conforme dúvidas iam surgindo.

Em relação às leis envolvendo velocidades permitidas, consultou-se o Código de Trânsito Brasileiro via internet, visto que algumas tabelas apresentadas diferiam, foi constatado então que em frente às escolas, devem ter placas indicando área escolar e velocidade permitida de 30 Km/h, porém esta velocidade pode ser limitada a 20 Km/h por lei municipal. (Segundo o art. 61 do CTB a velocidade máxima permitida na região escolar é de 30 Km/h por ser uma “via local”, porém quando sinalizada pode ser de 20 Km/h).

Vários problemas foram levantados pelos alunos: A situação atual da rua favorece a passagem dos veículos em alta velocidade, o que representa perigo para a comunidade escolar, pois não tem sinalização, nem quebra-molas. Falta de conscientização dos condutores que não prestam atenção nos pedestres e parte dos alunos também colabora para o risco de acidente, pois andam em grandes grupos, devagar, despreocupados e em diagonal na rua. Neste momento da Modelagem Matemática, conforme Burak (2004) tem-se o levantamento dos problemas.

Já se pensando em possíveis saídas para o problema, chamou atenção a expressão de um dos alunos que citou: “Colocar placas sem fiscalização não vai adiantar em nada”, referindo-se que o local deve ter algo a mais como lombada eletrônica ou guarda multando. Foi dialogado também sobre a possibilidade de agendar uma palestra com o pessoal da Secretaria de Transito para todos os alunos da escola, pois todos corriam riscos de acidente.

*Encontro 03:*

Neste dia, os alunos terminaram as explicações sobre velocidade - parte teórica, pois na aula anterior ficou mais em discussões do problema local e leis. Como alguns alunos não tinham entendido as fórmulas de velocidade, o professor/pesquisador fez algumas intervenções explicando e exemplificando no quadro tais fórmulas.

*Encontro 04:*

Diante do fato de que a Modelagem Matemática esteve presente em várias situações, inclusive o *Software* Modellus é um *Software* de modelagem, neste momento explanou-se o que é Modelagem Matemática verbalmente e com slides, para exemplificar foi apresentado

aos alunos dois vídeos disponíveis no Youtube com exemplos de outros estudantes que realizaram trabalhos de Modelagem: Um dos vídeos trata sobre um problema de uma rampa de um shopping ( <https://www.youtube.com/watch?v=yaTISYs2hXo> ) e outro, envolvendo economia na conta de água (<https://www.youtube.com/watch?v=WHGUwwOIKYU> ).

Os alunos perceberam que o objetivo naquele momento era fazer modelagem para buscar solução ao problema da alta velocidade na rua de trás da escola e com isso aprender Matemática também.

Foi solicitado aos alunos que levassem para sala de aula carrinhos de brinquedo para a realização de um experimento com uma rampa na qual o professor/pesquisador levaria esta, a qual simularia a rua em questão.

#### *Encontro 05:*

Neste dia foi realizada a atividade de simulação com a rampa (Figura 11), foram utilizados apenas os carrinhos pequenos trazidos pelos alunos, pois a rampa tem largura limitada. Alguns combinados sobre cuidados que deveriam ter quando fossem coletar os dados na rua, foram acordados para evitar acidentes.

Figura 11 - Foto da rampa



Fonte: Registro do autor

Os alunos fizeram o uso do cronômetro do celular para medir o tempo e a calculadora para agilizar os cálculos.

Foram realizadas coletas de Velocidade Média com a rampa inicialmente posicionada num ângulo de 25 graus, que é um ângulo aproximado da realidade da rua em questão, a tabela abaixo foi gerada a partir de dados coletados com a rampa, lembrando que o único

objetivo neste momento é o cálculo da velocidade média e não o aprofundamento de outros conceitos físicos. Os dados coletados na rampa ficaram de acordo com a Tabela 7:

Tabela 7 - Coleta de dados na rampa

Veículo	Distância (m)	Tempo (s)	V <sub>m</sub> (m/s)
Caminhão	1,05	2,36	0,44
Camioneta	1,05	0,76	1,38
Jeep	1,05	1,45	0,72
Porsche	1,05	0,99	1,06
Furgão	1,05	1,58	0,66
Camaro	1,05	0,93	1,12
Fusca	1,05	1,06	0,99

Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Depois de coletadas as 3 primeiras colunas da tabela acima, os alunos calcularam a Velocidade Média de cada carrinho (quarta coluna da Tabela 7), em certo momento foi necessário lembrar aos alunos como trabalhar com arredondamentos de números. Utilizando a fórmula de Velocidade Média, a qual os alunos já conheciam das apresentações dos trabalhos anteriores ( $V_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ , velocidade média igual a variação da distância dividido pela variação de tempo), foi encontrado a V<sub>m</sub> em m/s (metros por segundos) porém foi solicitado na sequência que os alunos calculassem em Km/h (quilômetros por hora), pois já sabiam fazer esta transformação, multiplicando os valores obtidos em m/s por 3,6. A média da velocidade média de todos os veículos também foi calculada (0,91 m/s).

Também foi calculada a velocidade média dos mesmos carrinhos com a rampa em um ângulo de 35 graus, obtendo valores um pouco mais altos para as velocidades médias, significando que quanto maior o ângulo, maior a velocidade dos carrinhos nesta situação. Constatou-se também que os carrinhos com mesmo tamanho e pesos diferentes, aqueles mais pesados andavam em velocidade mais rápida.

#### *Encontro 06:*

Ainda trabalhando com experimentos na rampa, trabalhou-se uma variação de tempo que não partia do zero, conforme o registro da atividade (Figura 12) de um aluno, abaixo:

Figura 12 - Atividade realizada pelos alunos

**Tabela para coleta de dados do experimento da rampa**

Veículo	Tempo 1 (t <sub>1</sub> )	Distância 1 (d <sub>1</sub> )	Tempo 2 (t <sub>2</sub> )	Distância 2 (d <sub>2</sub> )
Caminhão	1,18	0,50 m	2,35	1,0 m
Jeep	0,7	0,50 m	1,45	1,0 m
Camaro	0,45	0,50 m	0,93	1,0 m
Fusca	0,60	0,50 m	1,15	1,0 m

1. Esboce um gráfico para cada veículo colocando no eixo x o tempo e no eixo y a distância.

Caminhão

Jeep

Camaro

Fusca

2. O que você observa com relação aos gráficos?

Que não sempre retas.

3. Qual a velocidade média de cada veículo? Faça uma tabela.  $V_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

Caminhão:  $V_m = \frac{1,0 - 0,5}{2,35 - 1,18} = 0,42 \text{ m/s}$

Jeep:  $V_m = \frac{1,0 - 0,5}{1,45 - 0,7} = 0,66 \text{ m/s}$

Camaro:  $V_m = \frac{1,0 - 0,5}{0,93 - 0,45} = 1,04 \text{ m/s}$

Fusca:  $V_m = \frac{1,0 - 0,5}{1,15 - 0,6} = 0,90 \text{ m/s}$

4. Para cada veículo escreva a função deslocamento:  $V_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ , então  $\Delta s = V_m \cdot \Delta t$ . Chamando  $\Delta s = y$  e  $\Delta t = t$

Caminhão:  $y = 0,42t$

Jeep:  $y = 0,66t$

Camaro:  $y = 1,04t$

Fusca:  $y = 0,90t$

5. Verifique que a função deslocamento encontrada para cada veículo satisfaz os dados do exercício 1.

Para o caminhão:

com tempo 1,18:  $y = 0,42t$   
 $y = 0,42 \cdot 1,18$   
 $y = 0,4956 \approx 0,5$   
 está certo pois foi trabalhado com arredondamentos

com tempo 2,35:  $y = 0,42t$   
 $y = 0,42 \cdot 2,35$   
 $y = 0,987 \approx 1,0$

Para os outros veículos também satisfaz com valores aproximados.

Esta atividade com carrinhos e rampa (atividade prática) teve o envolvimento de todos os estudantes, serviu de motivação para os alunos e os mesmos colocaram no papel parte dos conhecimentos adquiridos com a experiência.

#### *Encontro 07:*

Nesta aula foram aprofundados os conceitos de velocidade, posição e aceleração conforme relatado abaixo, onde a velocidade representa uma função afim e a posição do veículo representa uma função quadrática.

Com os alunos, para deduzir os modelos matemáticos, não foi usada a definição formal de Limite e sim foi usado a noção intuitiva.

#### *Movimento Uniformemente Variado*

Sinônimo de movimento acelerado, consiste em um movimento onde há variação de velocidade, ou seja, o projétil sofre aceleração à medida que o tempo passa. Mas se essa variação de velocidade for sempre igual em intervalos de tempo iguais, então diz-se que este é um Movimento Uniformemente Variado que também é chamado de Movimento Uniformemente Acelerado, aquele que tem aceleração constante e diferente de zero.

A definição física de aceleração, difere um pouco do conceito dado no cotidiano. Em física, acelerar significa basicamente mudar de velocidade, tanto tornando-a maior, como também menor (pode ser positiva ou negativa). Já no dia-a-dia, quando se pensa em acelerar algo, refere-se a aumentar a velocidade.

A concepção formal de aceleração é: a taxa de variação de velocidade numa unidade de tempo, então como unidade tem-se:

$$\frac{\text{velocidade}}{\text{tempo}} = \frac{m/s}{s} = \frac{m}{s^2} \quad (3)$$

#### *Aceleração*

Da mesma forma que para a velocidade, pode-se definir uma aceleração média se considerar a variação de velocidade em um intervalo de tempo, e esta média será dada pela razão:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(t+\Delta t) - v(t)}{\Delta t} \quad (4)$$

onde,  $a_m$  é a aceleração média,  $v$  significa velocidade,  $t$  significa tempo,  $\Delta v$  é a variação da velocidade ( $v$  final menos  $v$  inicial) e  $\Delta t$  é a variação do tempo ( $t$  final menos  $t$  inicial).

#### *Velocidade em função do tempo*

Entretanto, quando este intervalo de tempo for infinitamente pequeno, ou seja  $\Delta t \rightarrow 0$ , tem-se a aceleração instantânea  $a(t)$  do projétil. Matematicamente,

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{v(t + \Delta t) - v(t)}{\Delta t} = a(t) \quad (5)$$

Logo, considerando  $\Delta t \rightarrow 0$ , com  $t_0$  na posição inicial, tem-se:

$$a(t) = \frac{v(t) - v(0)}{t - 0} \quad (6)$$

Isolando  $v(t)$  na equação 6, obtém-se:

$$v(t) = a(t) * t + v(0) \quad (7)$$

No MRUV,  $a(t)$  é constante, ou seja,  $a(t) = a$ , constante e chamando  $v(0) = v_0$  na equação 7, é possível descrever a *velocidade em função do tempo* ( $v = f(t)$ ):

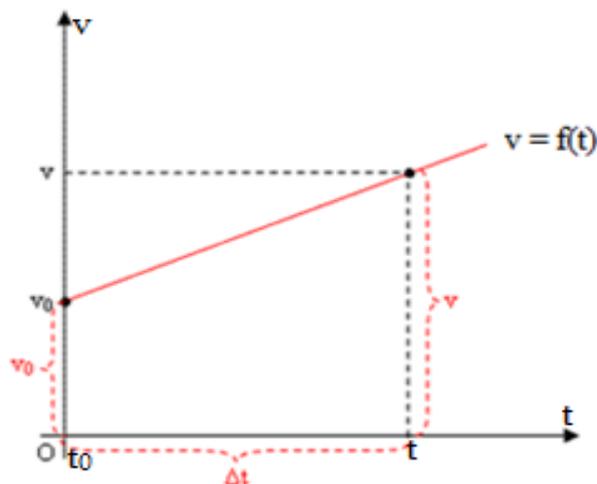
$$v = v_0 + a * t \quad (8)$$

A equação 8 é uma típica função de primeiro grau, com variável independente  $t$  e tendo como gráfico uma reta.

#### *Posição em função do tempo*

Uma das formas de demonstrar esta função é através do diagrama velocidade versus tempo ( $v \times t$ ) no movimento uniformemente variado. Analisando o Gráfico 2 abaixo (situação em que a aceleração é positiva):

Gráfico 2 – Tempo versus velocidade



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

O deslocamento pode ser calculado pela área da figura entre o eixo  $t$  e abaixo da reta da função velocidade, ou seja, a área do trapézio:

$$\Delta s = \frac{v + v_0}{2} * \Delta t \quad (9)$$

Através do Gráfico 2, sabe-se que  $\Delta t = t$  e que pela equação 8, tem-se  $v = v_0 + a \cdot t$ , logo:

$$\Delta s = \frac{v_0 + a \cdot t + v_0}{2} * t \quad (10)$$

$$\Delta s = \frac{2 \cdot v_0 \cdot t}{2} + \frac{a \cdot t \cdot t}{2} \quad (11)$$

$$\Delta s = v_0 * t + \frac{1}{2} * a * t^2 \quad (12)$$

ou

$$s = s_0 + v_0 * t + \frac{1}{2} * a * t^2 \quad (13)$$

Interpretando a equação 13, pode-se afirmar que é uma *função do segundo grau* e que seu gráfico será uma parábola.

#### *Encontro 08:*

Neste encontro foi trabalhado com os exercícios do livro de Ciências (GEWANDSZNAJDER, 2012), Física e Química para nona série constam no livro de Ciências. Estes exercícios envolvem gráficos de velocidade que reproduzem funções constantes e funções afins. Na Figura 13 abaixo é apresentado os exercícios trabalhados em sala de aula.

Figura 13 - Atividades do livro de Ciências

1. Um tubo cilíndrico graduado, cheio de óleo, pode ser usado para estudar um movimento de uma gota de água caindo através dele. Como esta gota se movimenta com um movimento retilíneo uniforme, construir tabelas e gráficos deste movimento é uma boa estratégia para analisá-lo. Veja a figura 11.9.



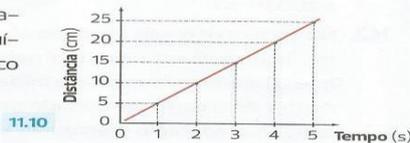
CLÁUDIO PEDROSIANGULAR

- 11.9 Dispositivo com gota de água caindo dentro de um tubo com óleo (o tubo pode ficar inclinado para aumentar o intervalo de tempo entre as medições).

Na tabela a seguir mostramos as posições da gota dentro do tubo de óleo em função do tempo:

Tempo (s)	Distância (cm)
0	0
1	5
2	10
3	15
4	20
5	25

Com essa tabela construímos o gráfico ao lado:



Trata-se, então, de um gráfico da posição da gota em função do tempo. Os instantes de tempo foram colocados no eixo horizontal (abscissa) e as posições no eixo vertical (ordenada). Definimos uma escala para este gráfico associando uma unidade de comprimento (1 cm, por exemplo) para cada intervalo de tempo. Neste caso utilizamos a mesma escala para a marcação das posições. Depois, a cada par de valores associamos um ponto, como mostram as linhas tracejadas da figura. Ligando os pontos, obtemos uma reta que representa a correspondência entre a posição da gota e os instantes de tempo.

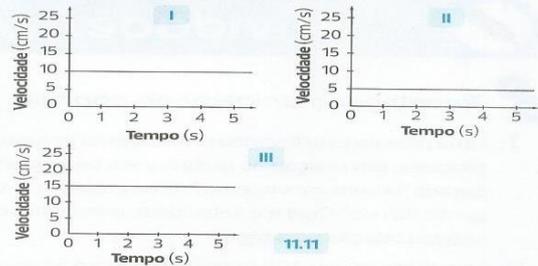
Depois de analisar o gráfico, responda:

- Qual foi o deslocamento de Pedro nos 30 segundos iniciais? E sua velocidade média?
  - E nos próximos 30 segundos?
  - Depois que chegou ao ponto, quanto tempo Pedro ficou esperando pelo ônibus?
4. A tabela a seguir indica a posição de um automóvel movendo-se em linha reta, em função do tempo.

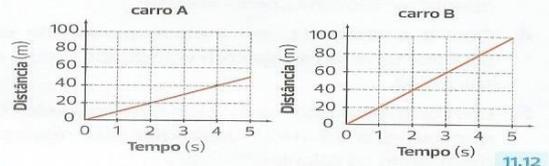
Tempo (s)	Posição (m)
0	0
2	20
4	40
6	60

Veja se você compreendeu: confirme no gráfico que, no instante 4 segundos, a gota estava na posição 20 centímetros. Agora, analise:

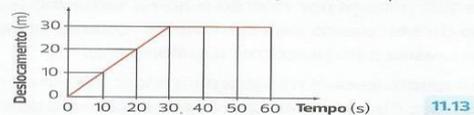
- Qual é o valor da velocidade da gota, em centímetros por segundo, no instante 1 segundo?
- Qual é o valor da velocidade média da gota entre o quarto e o quinto segundo?
- Por que se pode dizer que esse movimento é retilíneo e uniforme?
- Qual dos gráficos a seguir (I, II ou III) representa a velocidade da gota em função do tempo? (**Atenção:** neste caso, trata-se do gráfico da **velocidade** da gota em função do tempo. O gráfico anterior mostrava a **distância percorrida** em função do tempo.)



2. Os gráficos abaixo representam dois carros que se movem em movimento retilíneo e uniforme. Calcule a velocidade de cada um.



3. Pedro saiu de casa e foi andando em linha reta para pegar o ônibus, que chegou logo depois de Pedro ter chegado ao ponto. O gráfico a seguir indica a distância em função do tempo.



- Qual é o valor da velocidade média do carro entre 0 s e 2 s?
- Qual é o valor da velocidade média do carro entre 4 s e 6 s?
- Construa um gráfico da posição do automóvel em função do tempo. No eixo horizontal, ponha os instantes em segundos. No eixo vertical, indique a posição do automóvel. (Sugestão: você pode representar cada intervalo de tempo de 2 s por 1 cm e também cada distância de 20 m por 1 cm, por exemplo.)
- O movimento do carro é uniforme?

Estes exercícios foram resolvidos de forma tradicional, onde também tiveram sua importância naquele momento na aprendizagem para reforçar e tirar dúvidas em relação aos conceitos vistos. Nesta etapa da Modelagem Matemática, segundo Burak (2004), tem-se o desenvolvimento da matemática relacionada à situação problema.

*Encontro 09:*

Foi realizada a correção dos exercícios anteriores, reforçado as definições de funções afins com exemplos a partir dos exercícios da aula anterior e detalhado a função quadrática comparando-a com a fórmula física da posição. Também ficou acordado com a direção da escola que no início do ano letivo de 2017 seria realizada palestra com profissionais da Secretaria de Trânsito para toda a comunidade escolar, visto que o ano letivo 2016 já estava acabando e era época de provas e recuperações.

Nesta data também realizou-se a instalação do Modellus no Centro de Informática, com alguns transtornos, pois o Sistema Operacional da escola era Linux e também necessitava de senhas para poder instalar qualquer programa nas máquinas.

*Encontro 10:*

Neste momento foi realizada a coleta de dados na rua.

Com uma corda de 10m os alunos mediram o tamanho do quarteirão na qual a escola está localizada, este intervalo da rua possui 130m. Com cronômetros, os estudantes coletaram o tempo que cada veículo demorava para percorrer tal quarteirão. Na tabela 8 encontra-se alguns dados da coleta, sempre lembrando que o objetivo era apenas analisar a velocidade média com essas análises de dados coletados.

Tabela 8 - Coleta de dados na rua

Veículo	Distância (m)	Tempo (s)	Vm (m/s)	Vm (km/h)
Corsa prata	130	11,81	11	39,6
Gol preto	130	13,0	10	36
Civic prata	130	8,66	15,01	54,03
Amaroc Azul	130	7,22	18,01	64,83
Duster vermelha	130	13,5	9,62	34,63
Moto CG	130	14,12	9,2	33,12
Saveiro branca	130	15,02	8,65	31,15

Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Em algumas situações foi sugerido aos alunos que arredondassem os números para duas casas decimais, com o intuito de facilitar as operações.

Percebeu-se que nenhum veículo se deslocou a menos de 30 km/h (velocidade permitida para trânsito local). A média encontrada para a velocidade média do local foi de 41,9 km/h, lembrando que um veículo percorreu o trajeto com velocidade maior do que o dobro da permitida.

Depois de analisados os dados acima e realizado algumas discussões com os alunos chegou-se à conclusão de que seria feito um Ofício para a Secretaria de Trânsito e para a Secretaria de Infraestrutura Urbana, comunicando os riscos, informando a pesquisa realizada sobre a velocidade em que os carros andam nas proximidades da escola e solicitando que: seja asfaltada a rua local, construído calçadas, colocado faixa de pedestres, posto placas sinalizando área escolar e a velocidade permitida e instalado uma lombada física próxima do portão de trás da escola. Nesta parte da Modelagem Matemática, conforme Burak (2004) tem-se a resolução dos problemas. A professora de Português auxiliou os alunos na confecção do ofício.

#### **4.2.2 Aplicação do *Software* Modellus**

Estas aulas foram destinadas à aplicação do *Software* Modellus com o objetivo de a partir de conceitos da Cinemática obtidos anteriormente, concretizar o domínio dos alunos sobre funções de primeiro e segundo grau. Depois de trabalhados os conceitos básicos do *Software*, foram trabalhadas 11 atividades envolvendo funções.

##### *Encontro 11:*

Nesta ocasião foram trabalhados os conceitos básicos do *Software* Modellus, com a apresentação em slides e ao mesmo tempo os alunos testavam os comandos no computador.

Nesta primeira aula surgiram alguns problemas, no geral não com o *Software*, mas sim ligados ao laboratório de informática:

- Foi necessário reiniciar alguns computadores várias vezes, pois travavam - computadores antigos e lentos.
- Devido ao baixo número de máquinas não havia um computador para cada aluno, mesmo a turma sendo pequena (16 alunos).

- Agenda flutuante do laboratório - foi necessário a negociação prévia com outros professores.

- Três alunos citaram que estavam encontrando dificuldade em manusear o *Software*, procurou-se acompanhar mais de perto os mesmos, destaca-se a fala de um deles que diz “*Sem o professor dando as dicas o Software não adianta em nada, não sei mexer, não tenho computador em casa*”, demonstrando a falta de conhecimento com a informática de forma geral, deste estudante.

Combinou-se com os alunos que as duplas seriam as mesmas até o final das atividades no centro de informática e que os mesmos deveriam criar uma pasta com os seus nomes onde ficariam salvas todas as atividades realizadas para posterior análise e avaliação do professor/pesquisador.

#### *Encontro 12:*

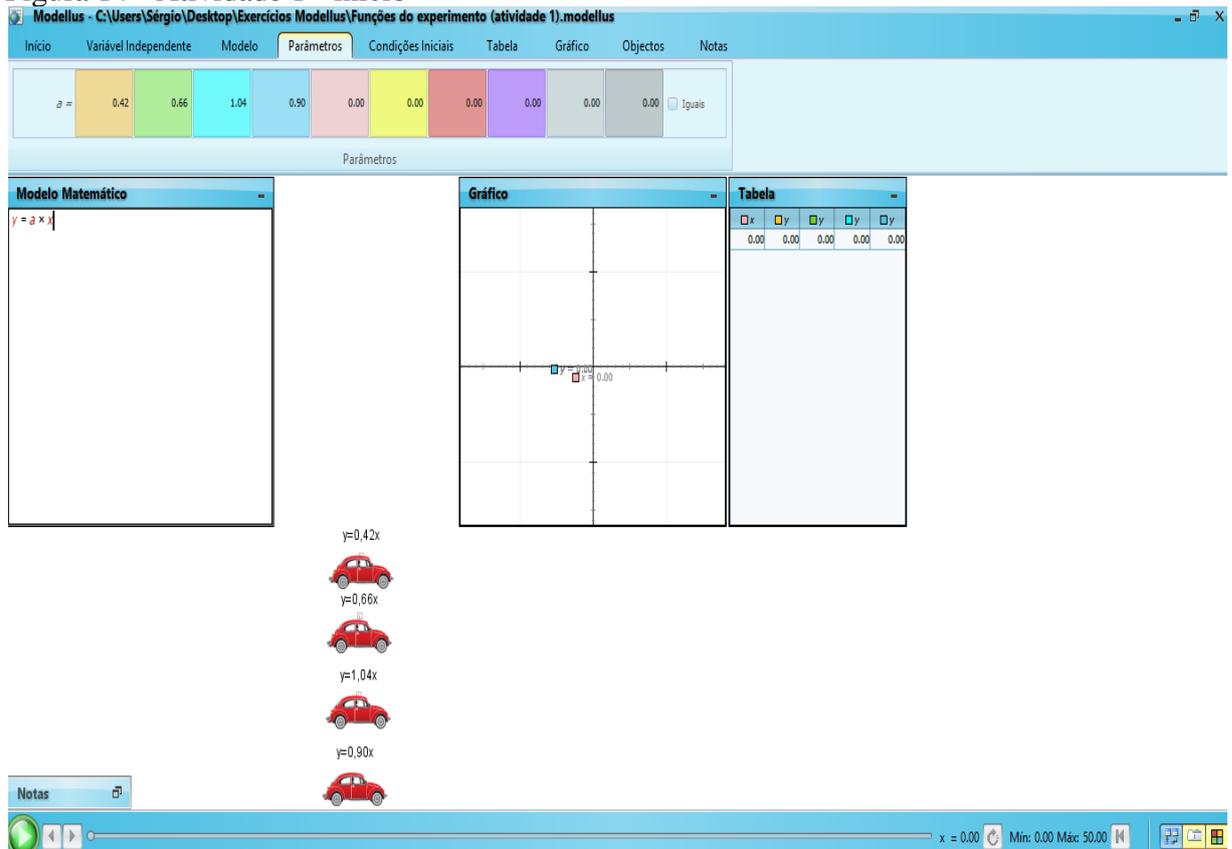
Para cada atividade proposta, pensou-se em questionamentos, os quais são detalhados em cada atividade a seguir e foram repassados aos alunos, sempre com objetivos de aprimorar conceitos sobre funções. As questões foram projetadas, discutidas no grande grupo e anotadas nos cadernos, destacando os principais resultados no decorrer das atividades com o Modellus.

Nesta data foram trabalhadas três atividades abaixo detalhadas, as sugestões de atividades eram passadas em slides, e as duplas investigavam e desenvolviam no *Software* e os resultados eram discutidos com todos, quando surgiam dúvidas, os alunos solicitavam o auxílio do professor.

#### *Atividade 01:*

Inicialmente, a partir dos modelos encontrados usando Velocidade Média no experimento com a rampa, no espaço destinado ao modelo matemático, os alunos digitaram a fórmula geral de uma função linear ( $y = a \cdot x$ ), nos parâmetros digitou-se os coeficientes lineares (0,42, 0,66, 1,04 e 0,90) de quatro funções do experimento, os alunos também posicionaram quatro carrinhos em linha reta verticalmente onde cada carrinho se locomoveu de acordo com uma das funções, também foi criada uma tabela onde para cada  $x$  atribuído encontrava-se o valor de  $y$  na função, escolheu-se um domínio de  $[0, 50]$ . Inicialmente, a atividade não resolvida ficou conforme a Figura 14:

Figura 14 - Atividade 1 - início



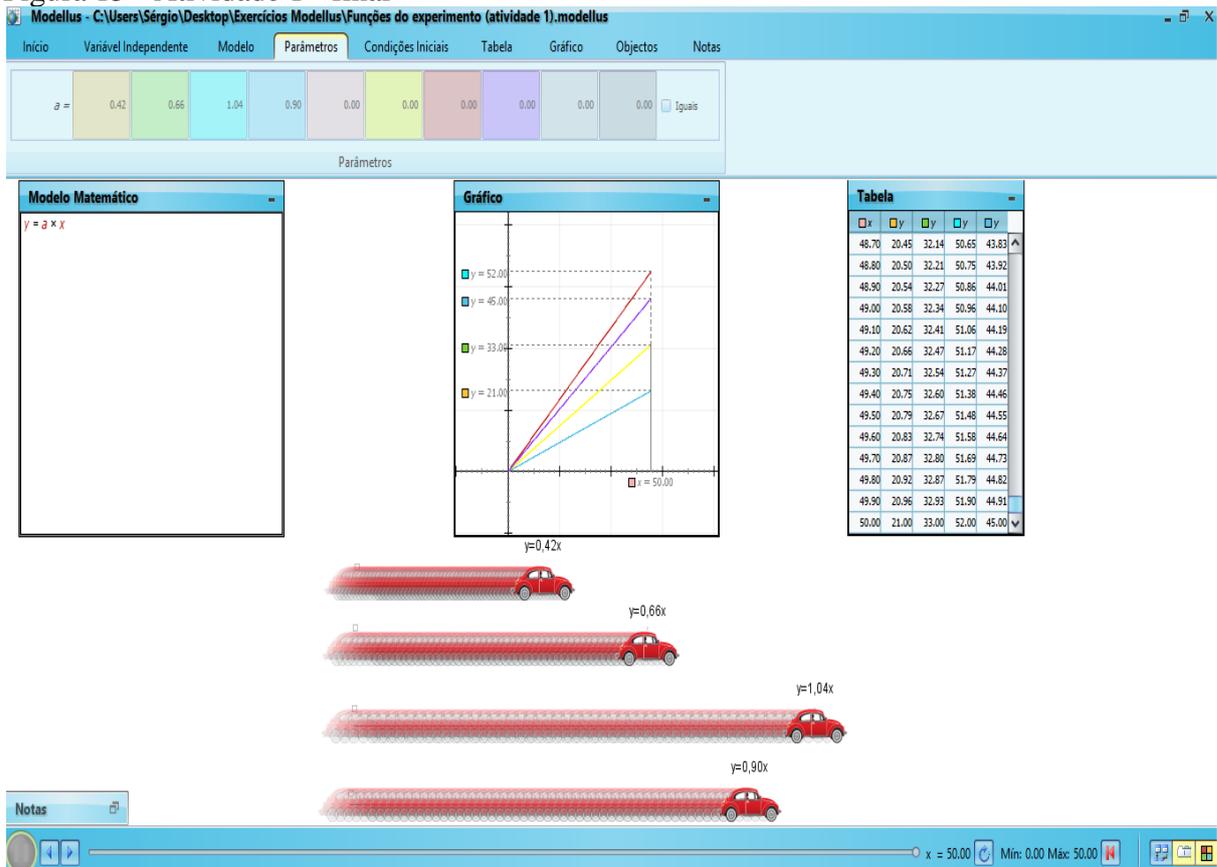
Fonte: Print do Modellus 4.01

Com essa atividade foi possível discutir com os alunos os seguintes tópicos:

- Todas as funções são ....., portanto os gráficos são .....
- Qual carro andarรก mais? Por quê?
- O gráfico toca o eixo x? Em qual valor de x? Por quê?
- O gráfico toca o eixo y? Em qual valor de y? por quê?
- O que é o domínio da função?

A atividade resolvida ficou conforme a Figura 15:

Figura 15 - Atividade 1 - final



Fonte: Print do Modellus 4.01

No registro apresentado aqui não será possível apresentar todos os benefícios oferecidos pelo Modellus através de figuras, visto que, o programa constrói os movimentos passo a passo e isso necessitaria de várias imagens o que tornaria o texto extenso demais.

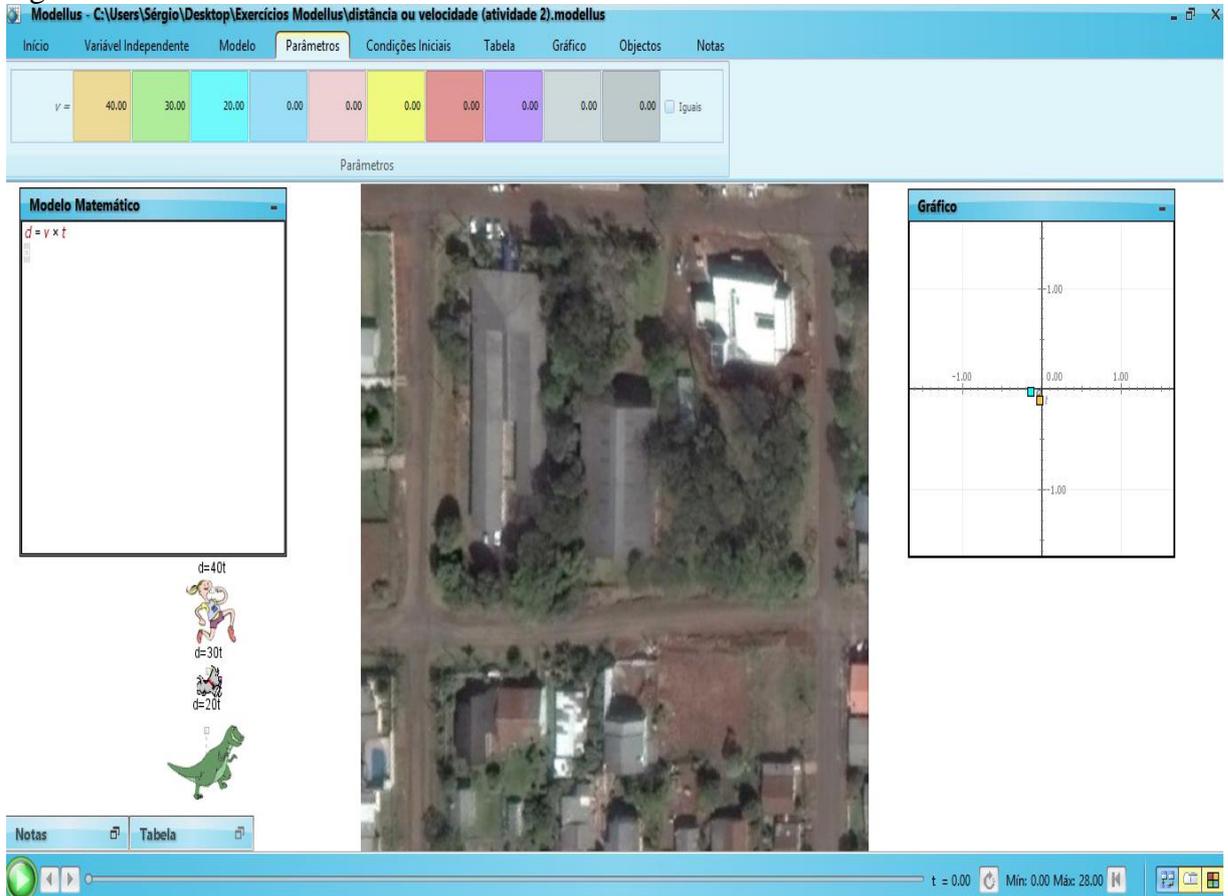
#### Atividade 02:

Esta atividade partiu da fórmula da velocidade média ( $v = \frac{d}{t}$ , onde  $v$  é a velocidade média,  $d$  é a distância percorrida e  $t$  é a variação de tempo) escrita na forma da seguinte função:  $d = v * t$ , onde a variável independente é  $t$ . Digitado o modelo matemático, inseriu-se três parâmetros (coeficientes lineares) de valores 40, 30 e 20, em seguida foram alocados três desenhos (menina, cão e dinossauro) em linha reta vertical os quais simularam uma corrida, onde cada desenho obedeceu uma função - menina:  $d = 40t$ , cão:  $d = 30t$  e dinossauro  $d = 20t$ . Esta corrida foi simulada em cima da rua em que o problema acontece na escola, a foto foi

retirada do Google Earth<sup>14</sup>. Escolheu-se um domínio de  $[0, 28]$  para construção do gráfico por conveniência.

A atividade não resolvida ficou conforme a figura 16:

Figura 16 - Atividade 2 - início



Fonte: Print do Modellus 4.01

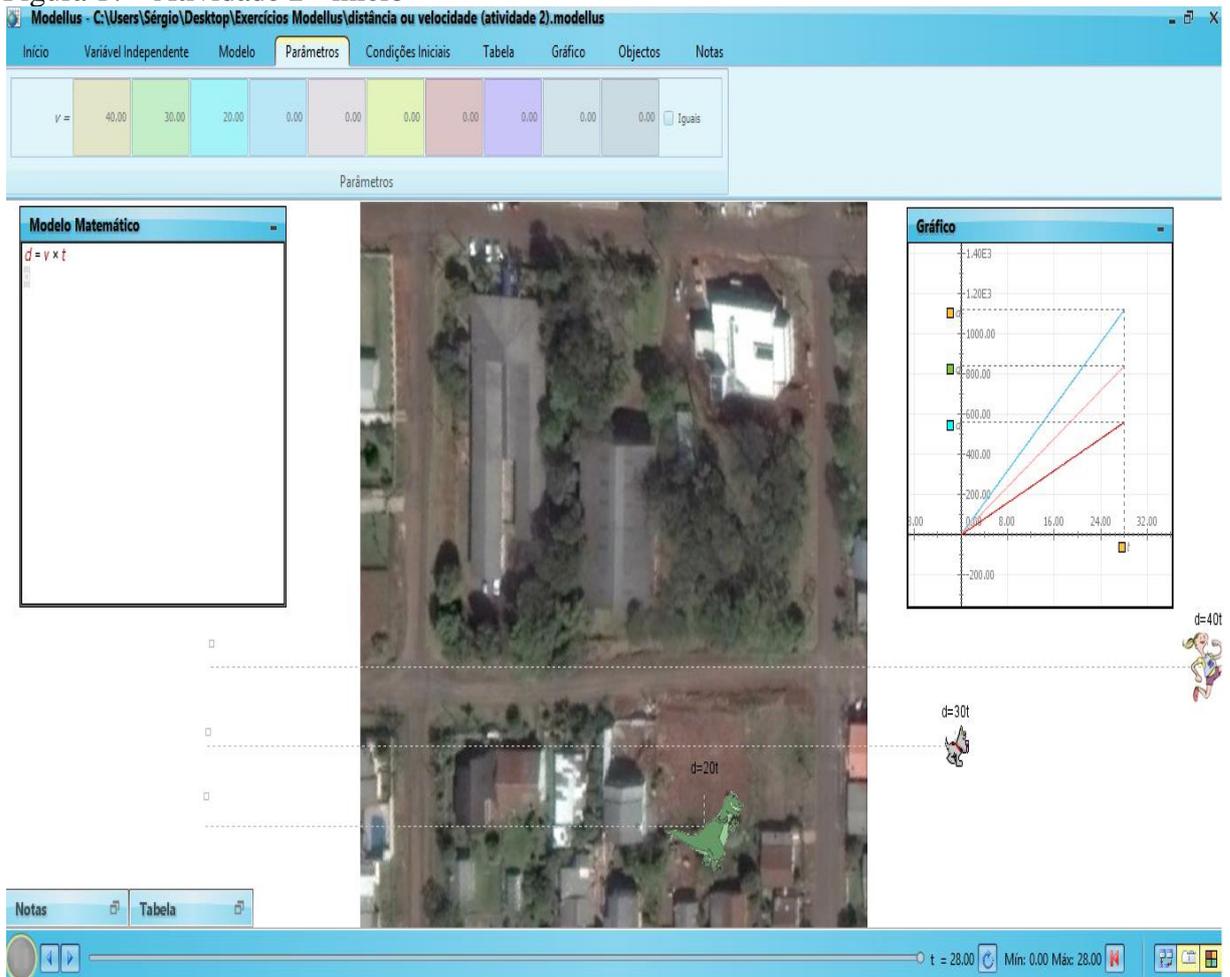
Foi possível discutir com essa tarefa os itens abaixo, dentre outros:

- Analisando as três funções, qual a Velocidade Média da menina, do cão e do dinossauro? Por quê?
- Quem dos três ganhará a corrida? Por quê?
- O que podemos afirmar em relação aos gráficos dessas funções?
- Quais as imagens geradas pelos gráficos das funções?

A Figura 17 indica a atividade resolvida pelo *Software*:

<sup>14</sup>Com este programa o usuário pode acessar através de imagens qualquer parte da Terra, pode ver imagens de satélite, mapas, casas e ruas com a possibilidade em 3D.

Figura 17 - Atividade 2 - início



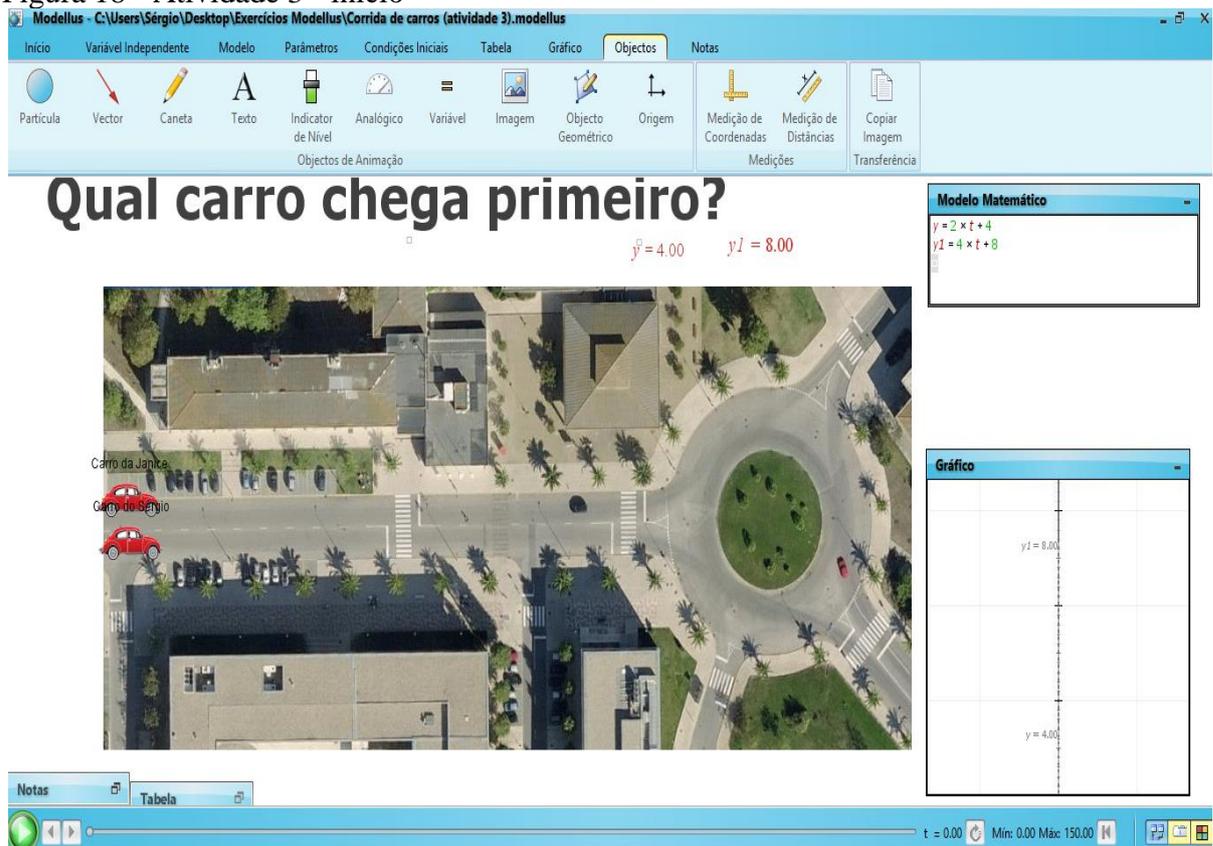
Fonte: Print do Modellus 4.01

### Atividade 03

Este exercício simulou uma corrida de carros, com as funções  $y = 2t + 4$  e  $y_1 = 4t + 8$  que foram os modelos matemáticos usados, num domínio de  $[0, 150]$  com  $t$  a variável independente. Foram inseridos dois carros posicionados em linha reta verticalmente, onde o primeiro carro correspondia à função  $y$  e o segundo à função  $y_1$ .

O exercício não resolvido segue de acordo com a Figura 18:

Figura 18 - Atividade 3 - início



Fonte: Print do Modellus 4.01

A partir dos dados dessa atividade discutiu-se com os alunos:

- Considerando  $y$  o carro da Janice e  $y_1$  o carro do Sérgio (aqui os estudantes usavam os nomes das duplas que estavam usando o computador), qual carro chega primeiro na rótula? Por quê?

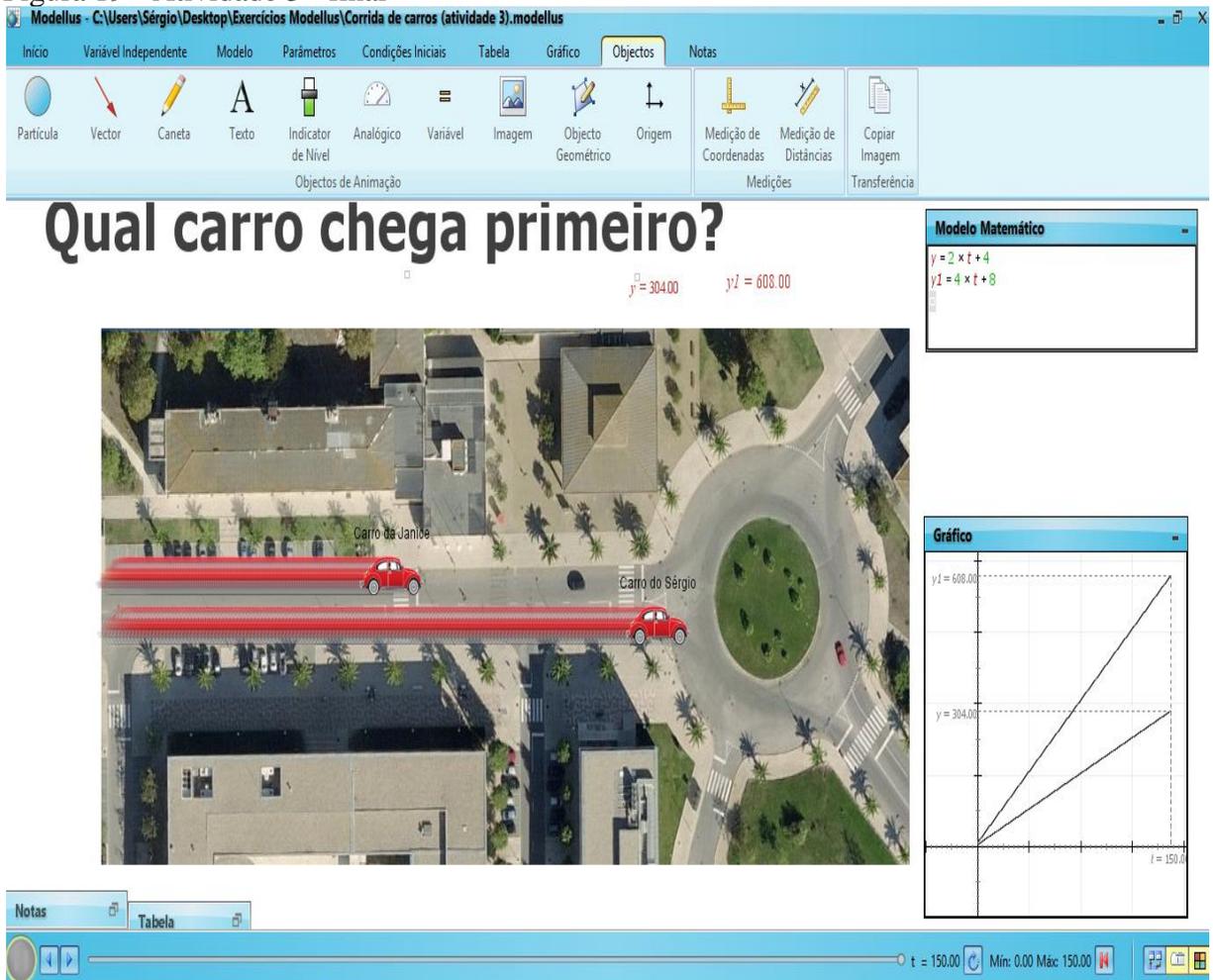
Por quê?

- Que tipo de função  $y$  e  $y_1$  representam?
- O que deve acontecer com a função  $y$  para que o carro ganhe a corrida?
- Qual a imagem de cada função?
- Você observa alguma semelhança, em termos de coeficientes, para estas duas funções? O que isto significa?

- Existe a possibilidade destes dois carros se interceptarem? Porquê?

O exercício desenvolvido pelo Modellus obedece a Figura 19:

Figura 19 - Atividade 3 - final



Fonte: Print do Modellus 4.01

Cada dupla usou uma foto de pista ou estrada e carros retirados da internet, conforme gostos próprios.

Percebe-se nestas três atividades que geralmente o aluno que tinha menos intimidade com o computador deixava o colega no comando para a realização das tarefas, aos poucos procurou-se desconstruir esta situação fazendo com que ambos interagissem entre si e com a máquina também.

### *Encontro 13:*

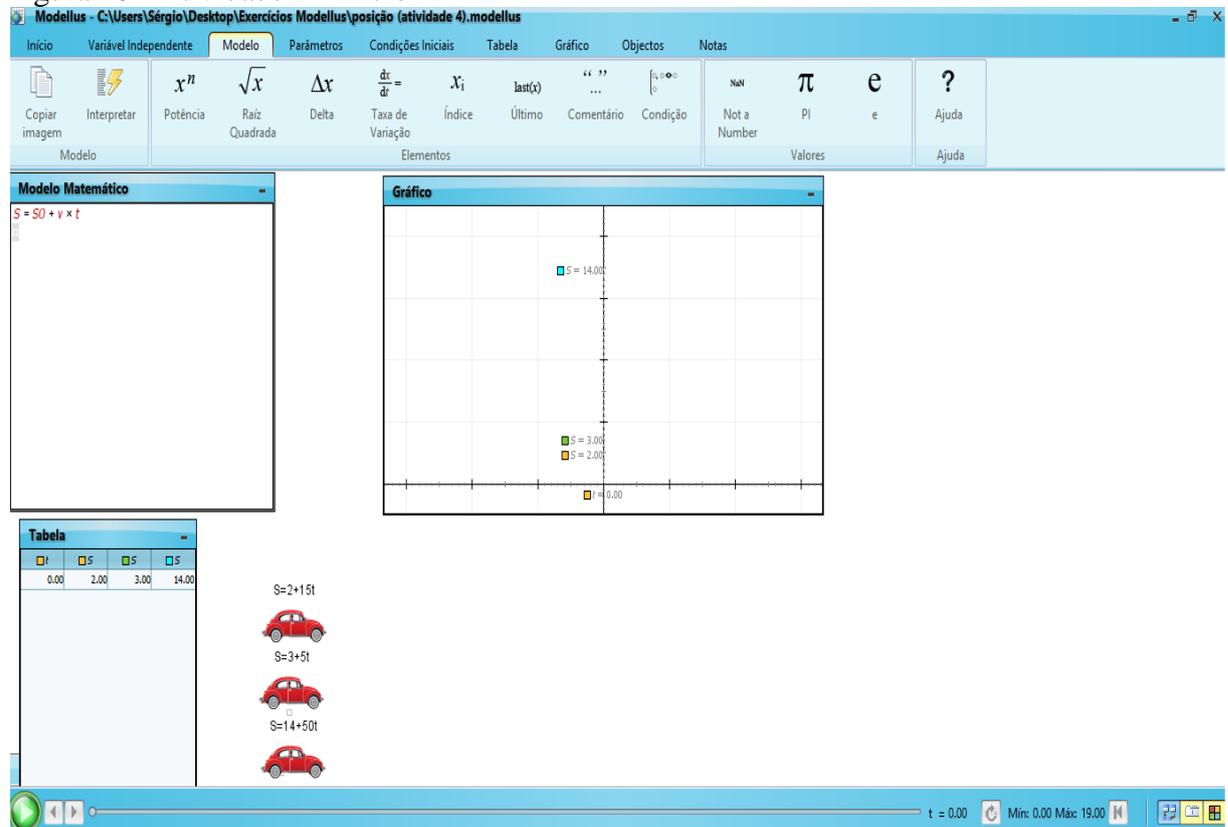
Foram realizadas as atividades 04, 05, 06 e 07, conforme descrito abaixo. Três computadores não funcionaram por problemas técnicos nesta situação, porém chamou atenção que 02 alunos trouxeram os notebooks particulares para que o professor ajudasse a instalar o Modellus.

#### Atividade 04:

Esta atividade partiu da fórmula física da posição ( $S = S_0 + v \cdot t$ , onde  $S$  é a posição final,  $S_0$  é a posição inicial,  $v$  é a velocidade constante e  $t$  é o tempo ou instante), a princípio digitou-se  $S = S_0 + v \cdot t$  como modelo matemático, definiu-se  $t$  como variável independente com domínio de  $[0, 19]$  e parâmetros para o coeficiente linear: 15, 5 e 50 e para o termo independente: 2, 3 e 14 (digitar estes parâmetros é o mesmo que escrever as funções:  $S = 2 + 15t$ ,  $S = 3 + 5t$  e  $S = 14 + 50t$ ), a cada uma dessas funções foi associado um veículo, também foi solicitado ao programa que construísse uma tabela com os valores de  $S$  encontrados a partir dos valores de  $t$ . A cada valor é atribuído uma cor anteriormente decidida.

Digitando-se as informações acima, tem-se a Figura 20:

Figura 20 - Atividade 4 - início



Fonte: Print do Modellus 4.01

Foram debatidas as seguintes questões:

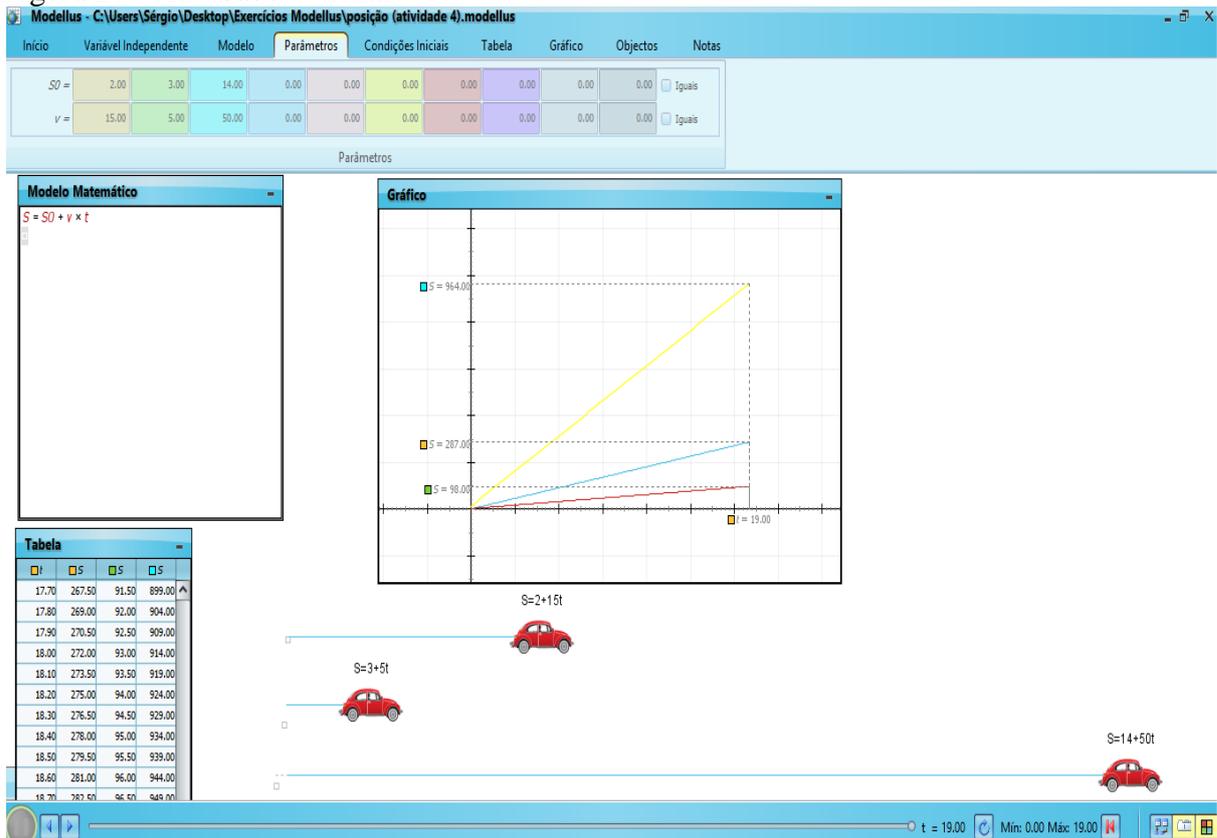
- A fórmula acima representa que tipo de função?
  - Na Física essa fórmula representa.....
  - O que caracteriza os gráficos obtidos?
  - Por que os gráficos obtidos são retas?
  - As retas obtidas se interceptam? Se elas se interceptam, o que isto significa?
- Inicialmente não foi usado valores negativos no domínio desta primeira situação, pois

não podemos usar tempo negativo nesta fórmula. Para responder esta questão foi trabalhado com domínios envolvendo números negativos, os quais não aparecem na próxima figura.

- Para que os três gráficos cruzem pela origem, qual deve ser o valor de  $S_0$ ?
- Para  $t = 0$ , qual é a posição de cada veículo?
- O carro que tem a maior velocidade é o carro de função....., pois .....

No Modellus, o resultado final desta situação corresponde a Figura 21:

Figura 21 - Atividade 4 - final



Fonte: Print do Modellus 4.01

São muitos os valores apresentados pela tabela, porém os mesmos podem ser analisados usando o cursor que tem ao lado da mesma, movendo o mesmo para cima ou para baixo. A apresentação do gráfico também pode ser modificada de diversas formas.

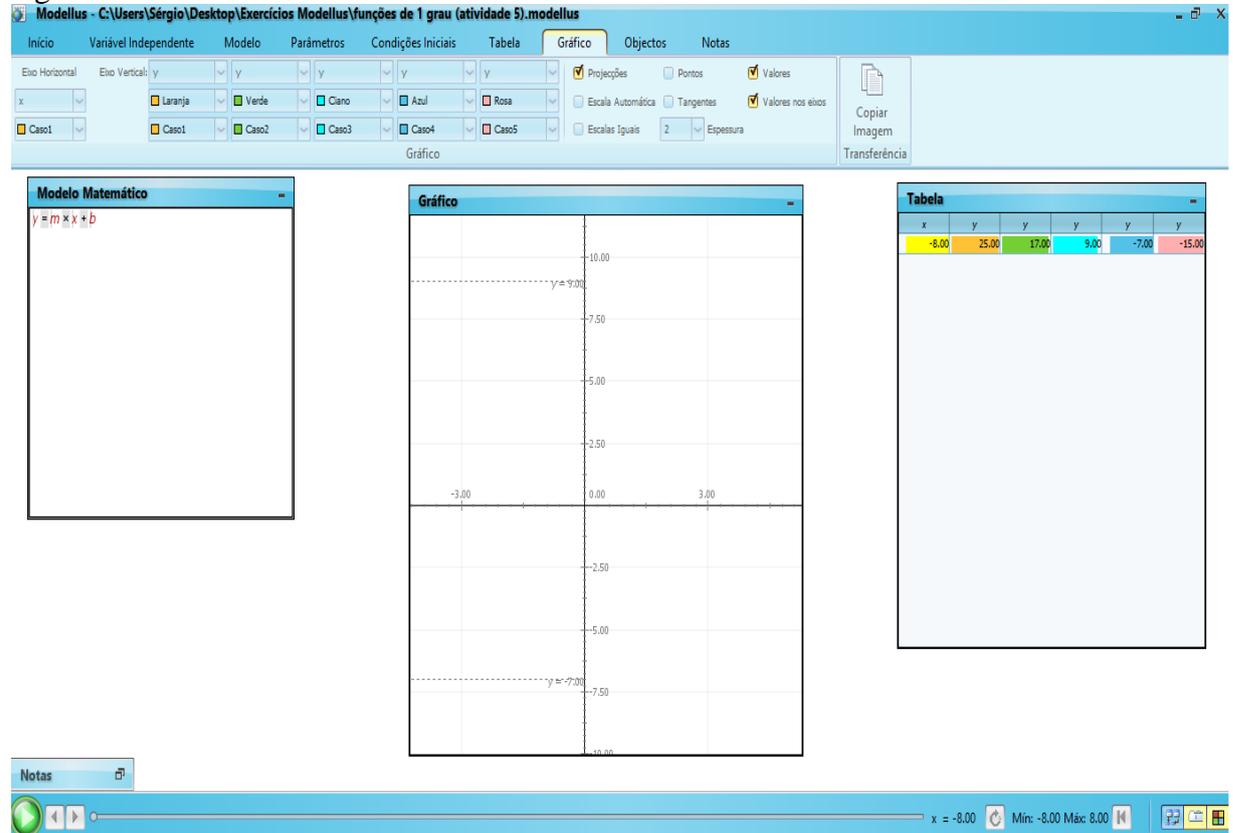
### Atividade 05

Esta atividade partiu da fórmula geral de uma função de primeiro grau, inicialmente digitou-se a fórmula  $y = mx + b$ , sendo  $x$  a variável independente num domínio de  $[-8, 8]$  com parâmetros para  $m$ : -3, -2, -1, 1, 2 e 3 e parâmetros para  $b$  todos iguais a 1 (digitar estes parâmetros é o mesmo que digitar as funções:  $y = -3x + 1$ ,  $y = -2x + 1$ ,  $y = -x + 1$ ,  $y = x + 1$ ,  $y = 2x + 1$ ,  $y = 3x + 1$ ).

=  $2x + 1$  e  $y = 3x + 1$ ), solicitou-se que o programa construísse uma tabela associando os valores de  $y$  encontrados a partir de  $x$ .

Digitadas as informações acima, tem-se a Figura 22:

Figura 22 - Atividade 5 - início



Fonte: Print do Modellus 4.01

Com essas informações foi debatido:

- Por que todos os gráficos se encontram no mesmo ponto? Analise a tabela. Qual é este ponto?

- Trocando o valor do parâmetro  $b$ , o que acontecerá com os gráficos?

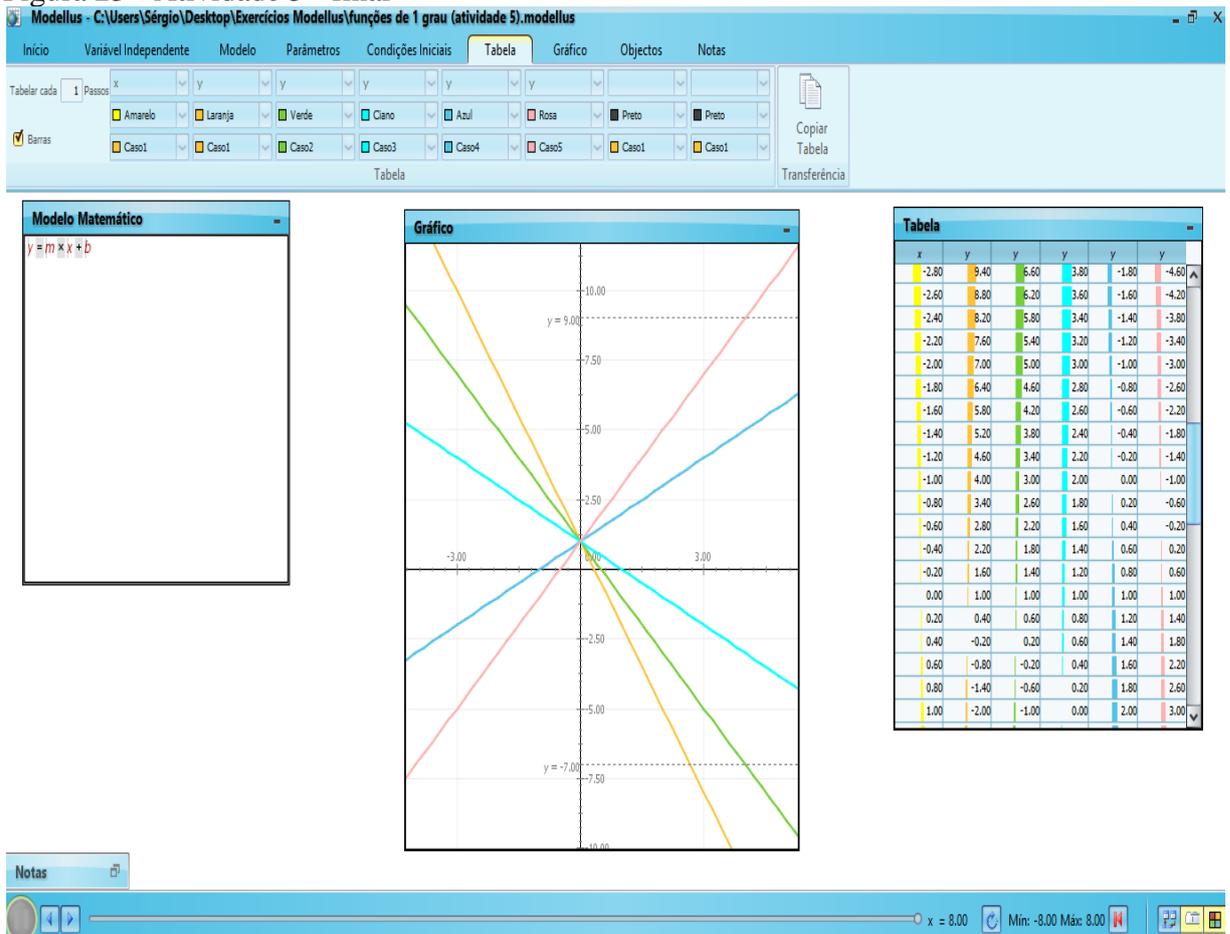
- Se todos os valores de  $m$  forem positivos que tipo de funções teremos? E se todos os valores de  $m$  forem negativos?

- O que significa geometricamente o valor de  $b$ ?

- Quando os gráficos de duas retas se interceptam? O que significa isto?

Nesta situação, depois de apertado o “play” do Modellus obtém-se como tela final a Figura 23 a seguir:

Figura 23 - Atividade 5 - final



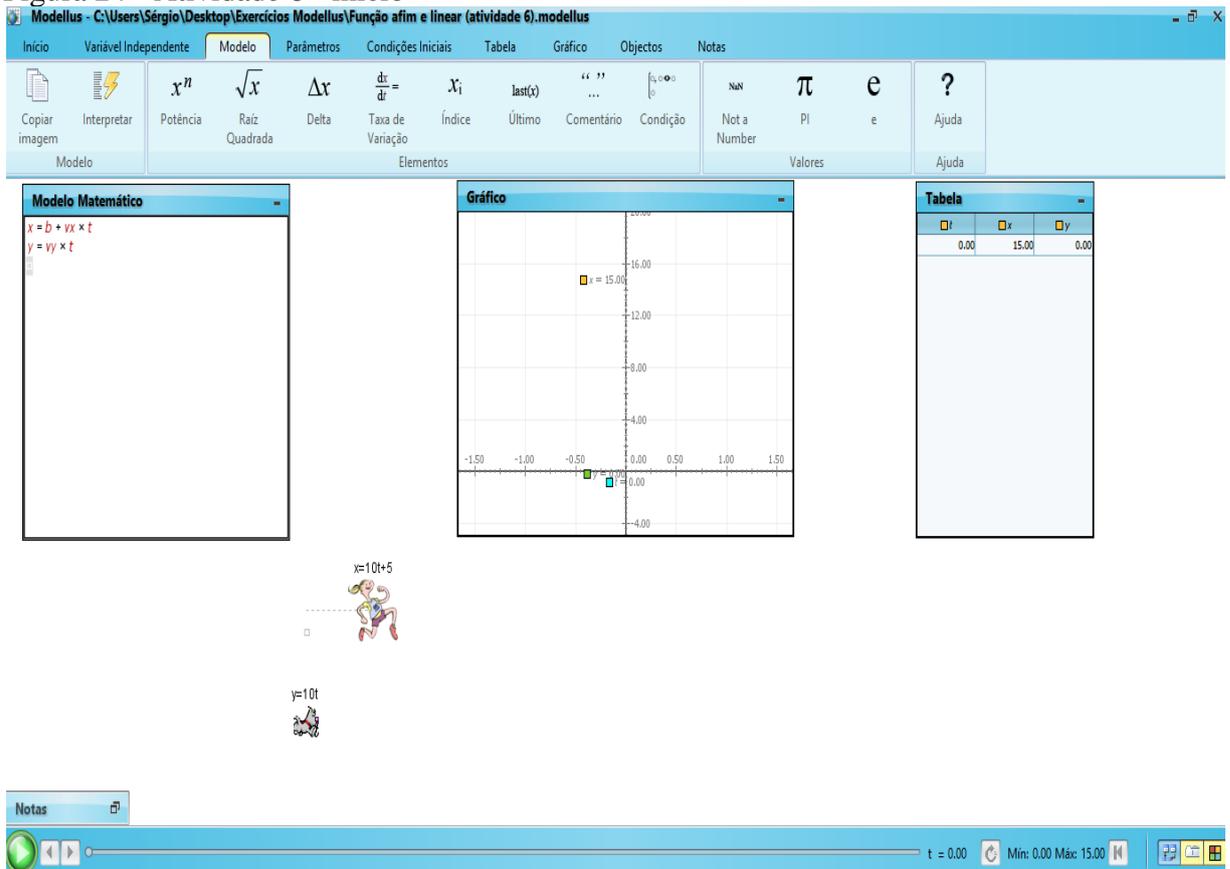
Fonte: Print do Modellus 4.01

### Atividade 06:

Esta atividade trabalha com função linear e função afim. Inicialmente, no espaço destinado ao modelo matemático digitou-se as funções:  $x = b + v * t$  e  $y = v * t$ , chamando de  $t$  a variável independente num domínio de  $[0, 15]$ , inseriu-se nos parâmetros os valores para termos as funções:  $x = 10t + 5$  e  $y = 10t$  e associou-se a primeira destas funções ao desenho de uma menina e a segunda função ao desenho de um cãozinho, também foi solicitado ao programa que montasse uma tabela envolvendo  $t$ ,  $x$  e  $y$ .

Oferecidas estas informações ao Modellus, tem-se a tela inicial conforme a Figura 24:

Figura 24 - Atividade 6 - início



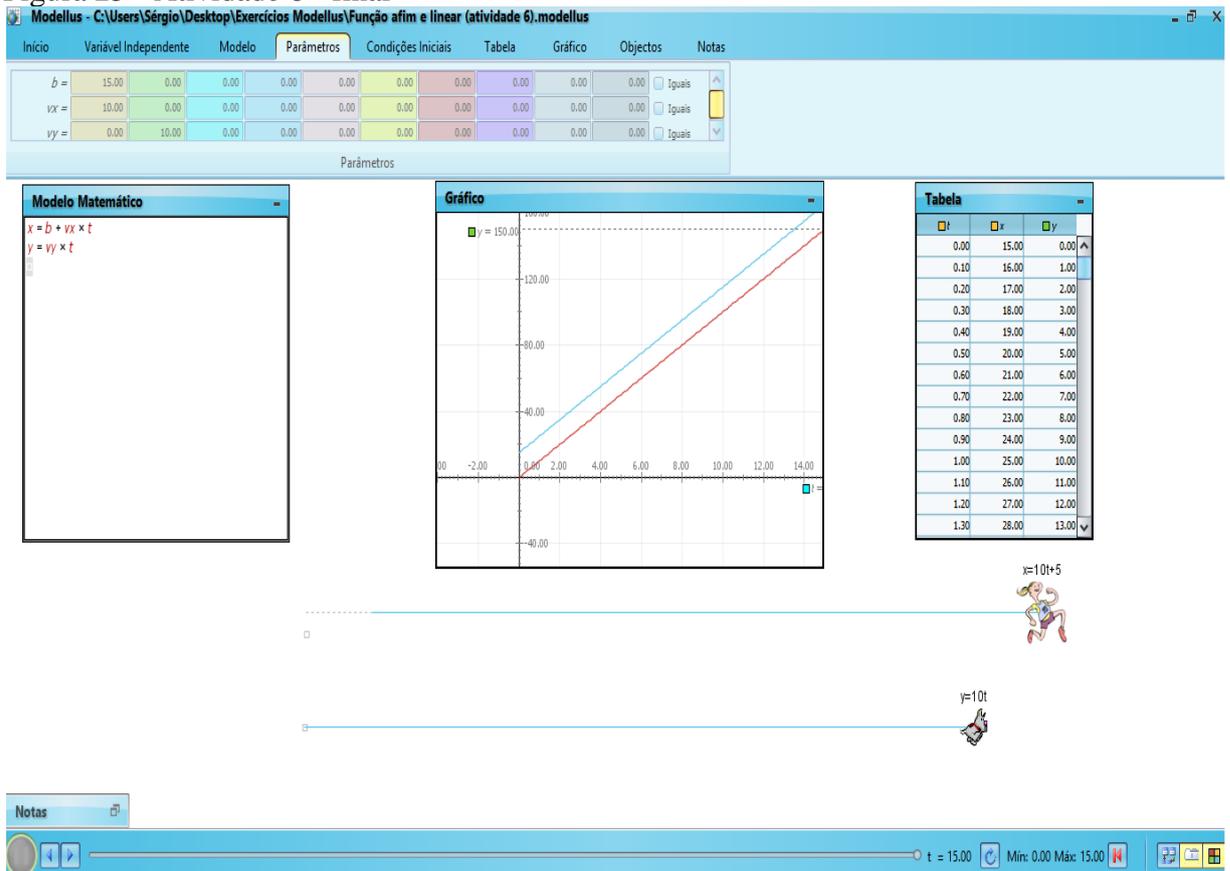
Fonte: Print do Modellus 4.01

Com isso foi possível discutir:

- Diferenciar função linear de função afim.
- Nesta situação, qual a posição de um gráfico em relação ao outro? Por quê?
- A menina e o cãozinho percorrerão a mesma distância? Por quê?
- Quando  $v$  se aproximar de zero, o que acontece com os gráficos?
- Os gráficos apresentados são retas paralelas, porque isto acontece?

A tela final do Modellus em relação a esta atividade corresponde a Figura 25:

Figura 25 - Atividade 6 - final



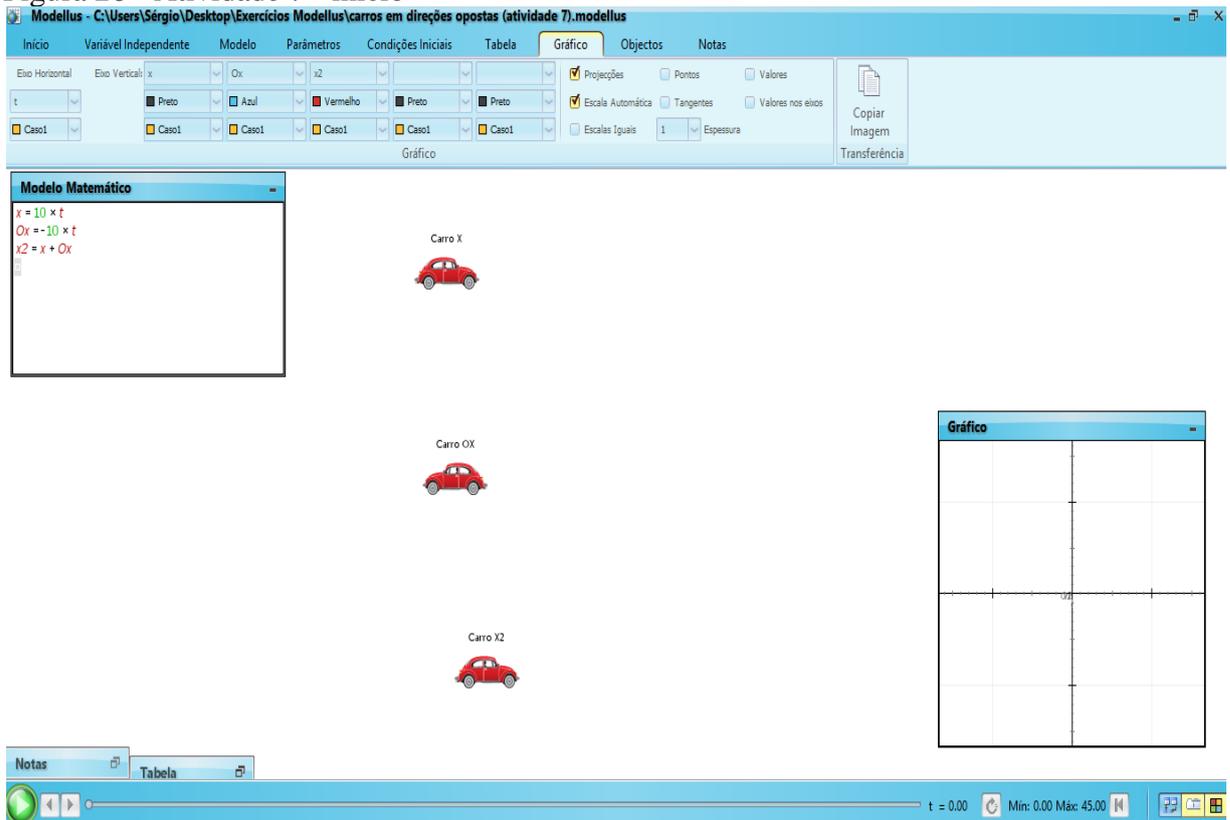
Fonte: Print do Modellus 4.01

### Atividade 07:

Nesta tarefa, como modelos matemáticos digitou-se as funções:  $x = 10t$ ,  $O_x = -10t$  e  $x_2 = x + O_x$  com variável independente  $t$  e domínio de  $[0, 50]$ , posicionou-se três carrinhos respectivamente ligados às funções anteriores e também foi requisitado que o *Software* construa o gráfico destas funções.

Com essas informações digitadas o Modellus oferece a Figura 26:

Figura 26 - Atividade 7 - início



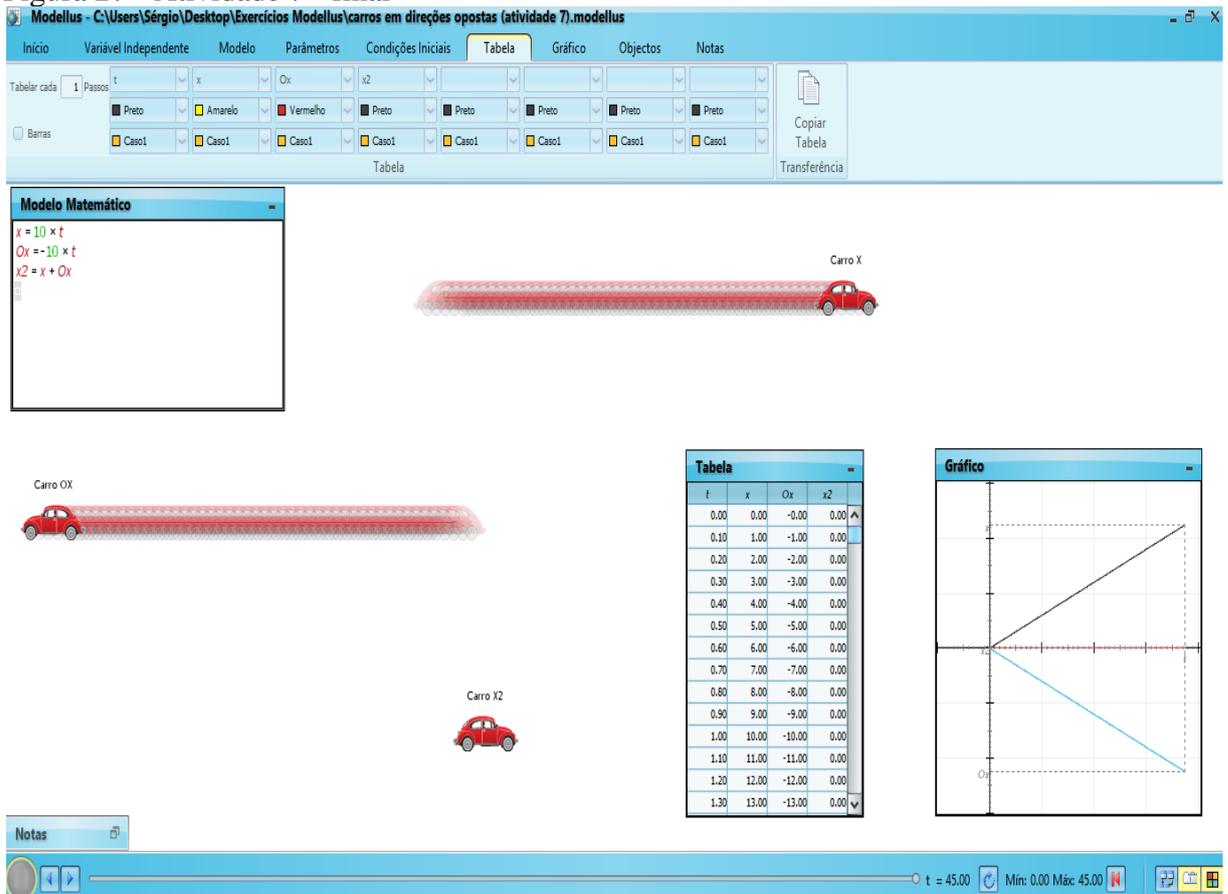
Fonte: Print do Modellus 4.01

Com essa atividade foi respondido as seguintes perguntas:

- Por que o carro  $x$  anda para direita e o carro  $Ox$  anda para esquerda?
- Qual função é crescente e qual é decrescente? Por que?
- Por que o carro  $x_2$  não se move?
- Como é o gráfico de  $x_2$ ?
- O gráfico de  $x_2$  representa uma função do primeiro grau? Explique.

O resultado final depois de apertado o "play" é a Figura 27:

Figura 27 - Atividade 7 - final



Fonte: Print do Modellus 4.01

#### Encontro 14:

Neste encontro foram realizadas as atividades: 08, 09, 10 e 11, detalhadas a seguir:

#### Atividade 08:

Nesta situação foi abordado funções de primeiro e segundo grau, começando com o modelo matemático, digitou-se as funções:  $y_1 = (x + 2)(x - 1)$  e  $y_2 = x - 3$  com variável independente  $x$  e domínio de  $[-5, 5]$ , solicitou-se ao programa que fizesse uma tabela envolvendo  $x$ ,  $y_1$  e  $y_2$  e o gráfico das funções.

Com tais informações a tela inicial do Modellus segue conforme a Figura 28:

Figura 28 - Atividade 8 - início

The screenshot shows the Modellus 4.01 software interface. The main window is titled "Modellus - C:\Users\Sérgio\Desktop\Exercícios Modellus\Analisar raízes (atividade 8).modellus". The interface is divided into several panels:

- Top Panel:** Contains a menu bar with "Início", "Variável Independente", "Modelo", "Parâmetros", "Condições Iniciais", "Tabela", "Gráfico", "Objectos", and "Notas". Below the menu is a toolbar with various mathematical symbols and functions like  $x^n$ ,  $\sqrt{x}$ ,  $\Delta x$ ,  $\frac{dx}{dt} =$ ,  $x_i$ ,  $\text{last}(x)$ , and constants like  $\pi$ ,  $e$ , and  $?$ .
- Modelo Matemático Panel:** Displays two equations:  $y_1 = (x+2)(x-1)$  and  $y_2 = x-3$ .
- Gráfico Panel:** Shows a coordinate system with a grid. The x-axis has labels at -6.33, -5.83, -5.33, -4.83, -4.33, and -3.83. A vertical dashed line is drawn at  $x = -5.00$ .
- Tabela Panel:** Contains a table with the following data:
 

x	y1	y2
-5.00	18.00	-8.00
- Notas Panel:** A text area for notes, currently empty.
- Status Bar:** At the bottom, it shows "x = -5.00", "Mín: -5.00 Máx: 5.00", and some system icons.

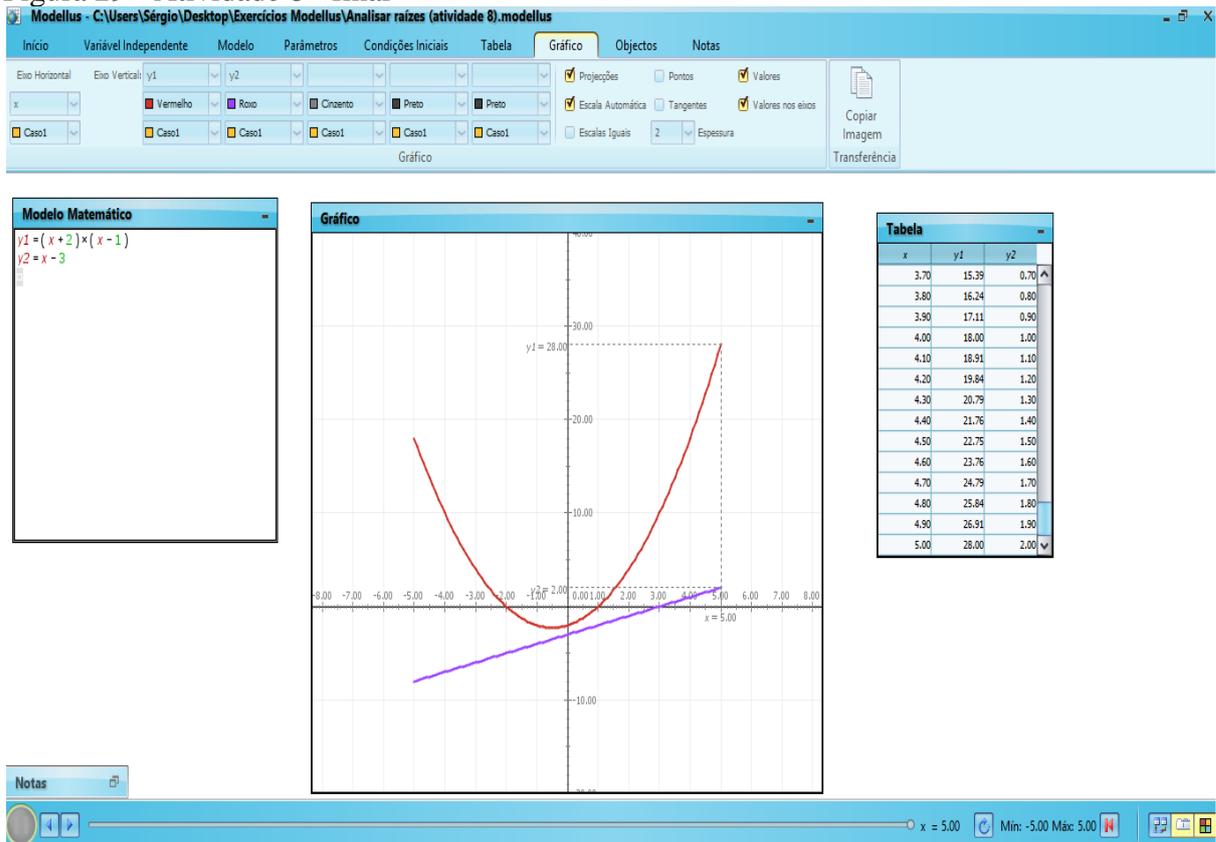
Fonte: Print do Modellus 4.01

Com os dados acima foi possível discutir:

- $y_1$  é uma função de ....grau e  $y_2$  é uma função de .... grau, pois.....
- As raízes de  $y_1$  são .... e....., pois..... e a raiz de  $y_2$  é ....., pois.....
- O que podemos afirmar em relação ao gráfico de  $y_1$ ? e de  $y_2$ ?
- Qual a imagem da função  $y_1$ ?
- Qual a imagem da função  $y_2$ ?
- A função  $y_1$  tem ponto de mínimo? E a função  $y_2$ ?
- Com relação ao crescimento e decrescimento das funções  $y_1$  e  $y_2$ , o que você pode observar?

A resolução final do Modellus em relação a esta atividade corresponde a Figura 29:

Figura 29 - Atividade 8 - final



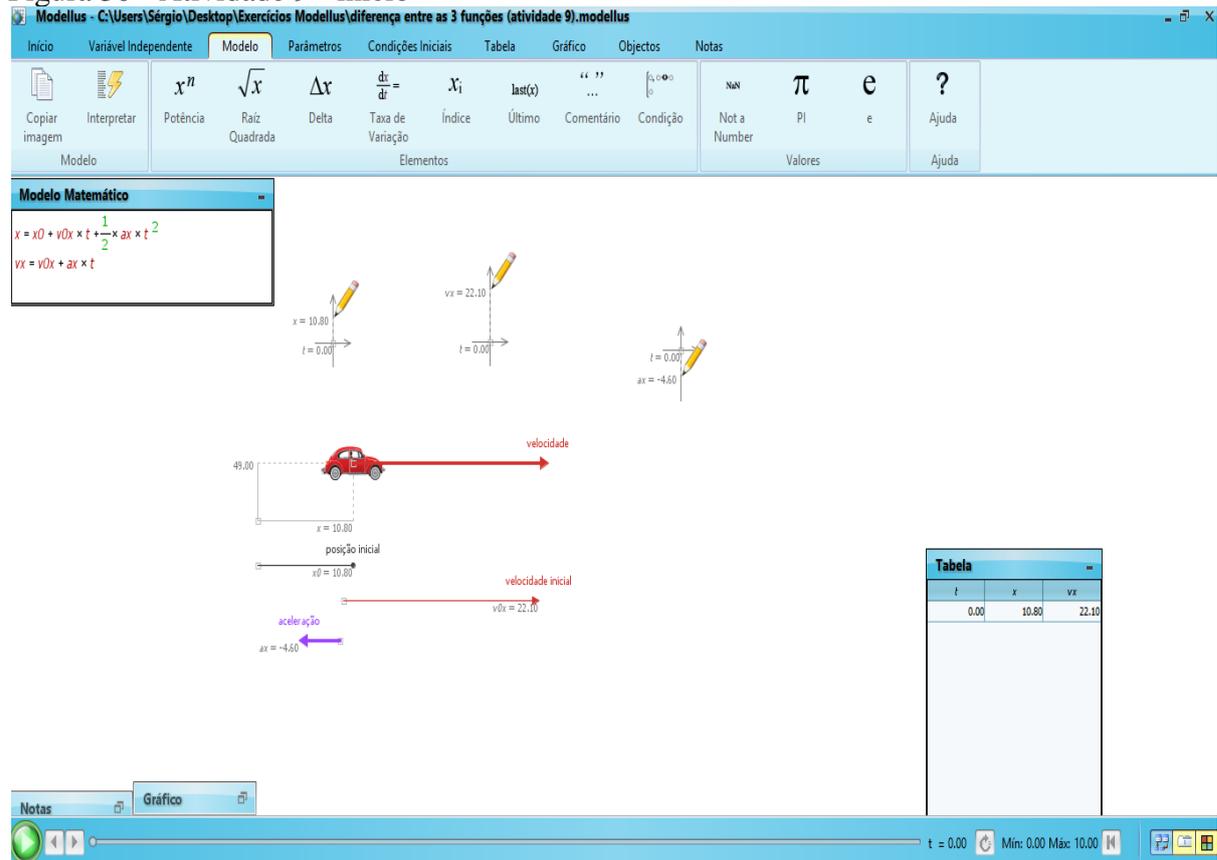
Fonte: Print do Modellus 4.01

### Atividade 09:

O objetivo desta atividade é trabalhar com a função horária do MRUV e a função da velocidade instantânea. Como modelos matemáticos foram digitadas as funções:  $x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$  e  $v = v_0 + a \cdot t$ , com variável independente  $t$  e domínio de  $[0, 10]$ . Como parâmetros (parâmetros é sinônimo de coeficientes) digitou-se:  $x_0 = 10,80$ ,  $v_0 = 22,10$  e  $a = -4,60$ . Solicitou-se ao programa que construísse três gráficos separadamente, um da função  $x$ , outro da função  $v$  e outro de  $a = -4,60$ , que caracteriza a aceleração. Posicionou-se um carrinho que obedecerá a função posição e também solicitou-se que o programa construa uma tabela para  $t$ ,  $x$  e  $v$ .

Com estes dados digitados o *Software* oferece a seguinte janela de visualização - Figura 30:

Figura 30 - Atividade 9 - início



Fonte: Print do Modellus 4.01

Com os dados acima, discutiu-se:

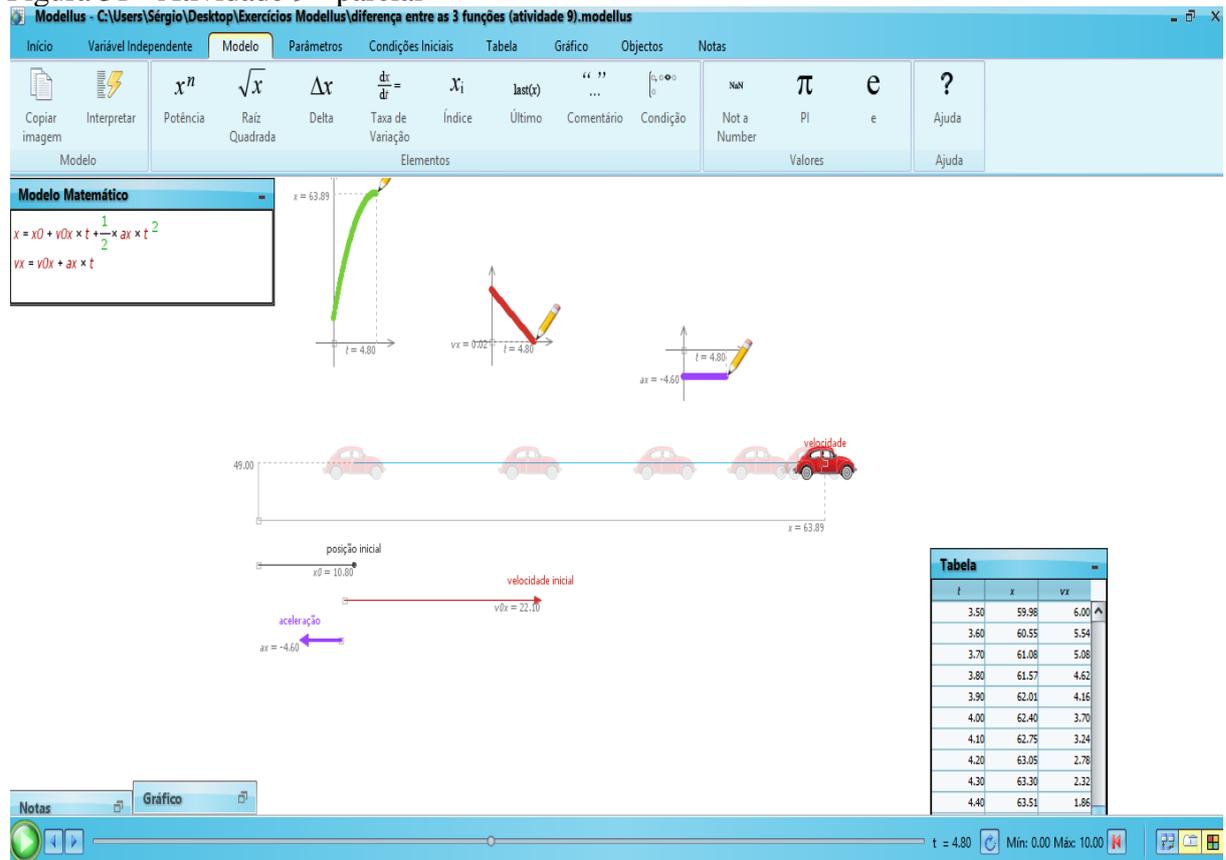
- A função  $x$  na Física representa.....
- A função  $v$  na Física representa.....
- $a = -4,60$  é uma função.....,  $v$  é uma função..... e  $x$  é uma função.....
- Por que o carro até certo instante anda para a direita e depois volta para a esquerda?

Qual a relação com o gráfico da posição?

- A partir da tabela, cite alguns pares ordenados.
- Qual o eixo de simetria de cada gráfico?
- Na função  $x$  tem-se ponto de máximo ou de mínimo? Por quê? Qual este valor?
- Qual será o movimento do fusquinha se ele corresponder a função velocidade?

Veja que até certo instante o *Software* faz com que o carrinho ande para a direita (enquanto a função é positiva), conforme a Figura 31:

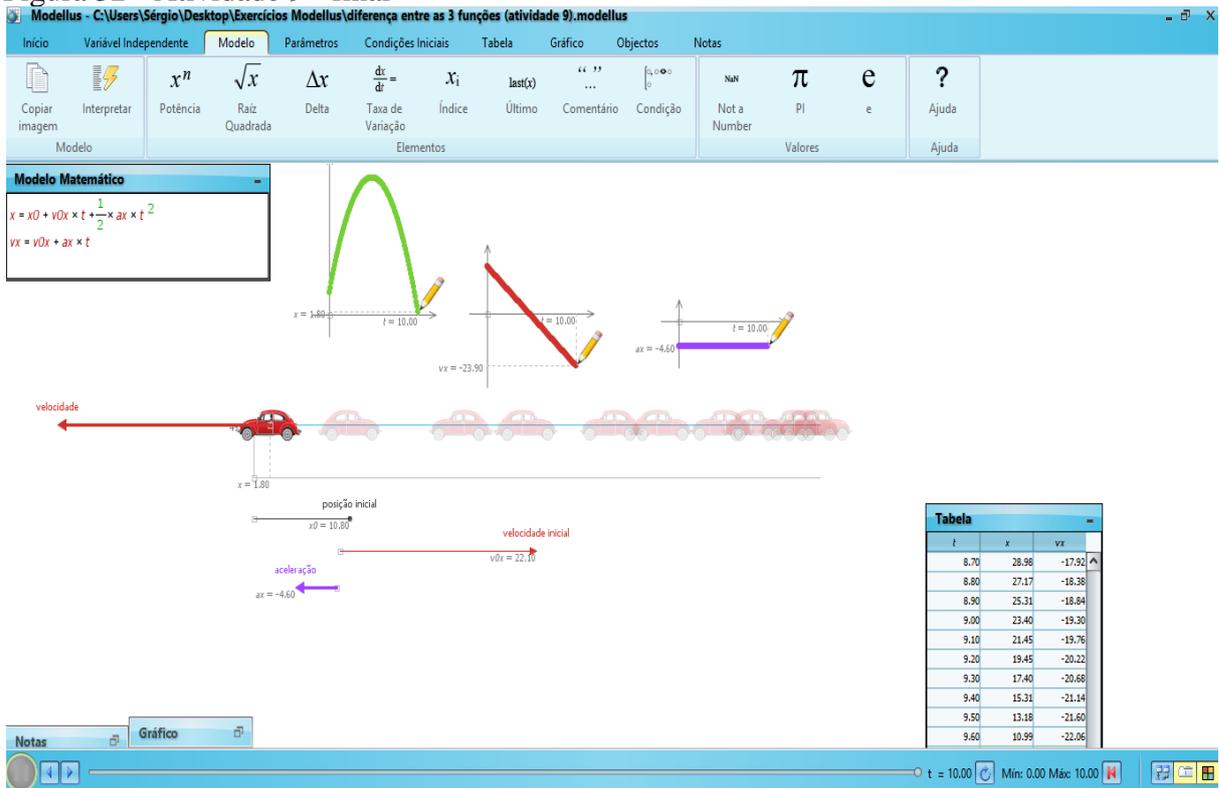
Figura 31 - Atividade 9 - parcial



Fonte: Print do Modellus 4.01

E depois de certo instante, quando a função deslocamento é decrescente), o carrinho passa a andar para a esquerda, conforme a Figura 32:

Figura 32 - Atividade 9 - final



Fonte: Print do Modellus 4.01

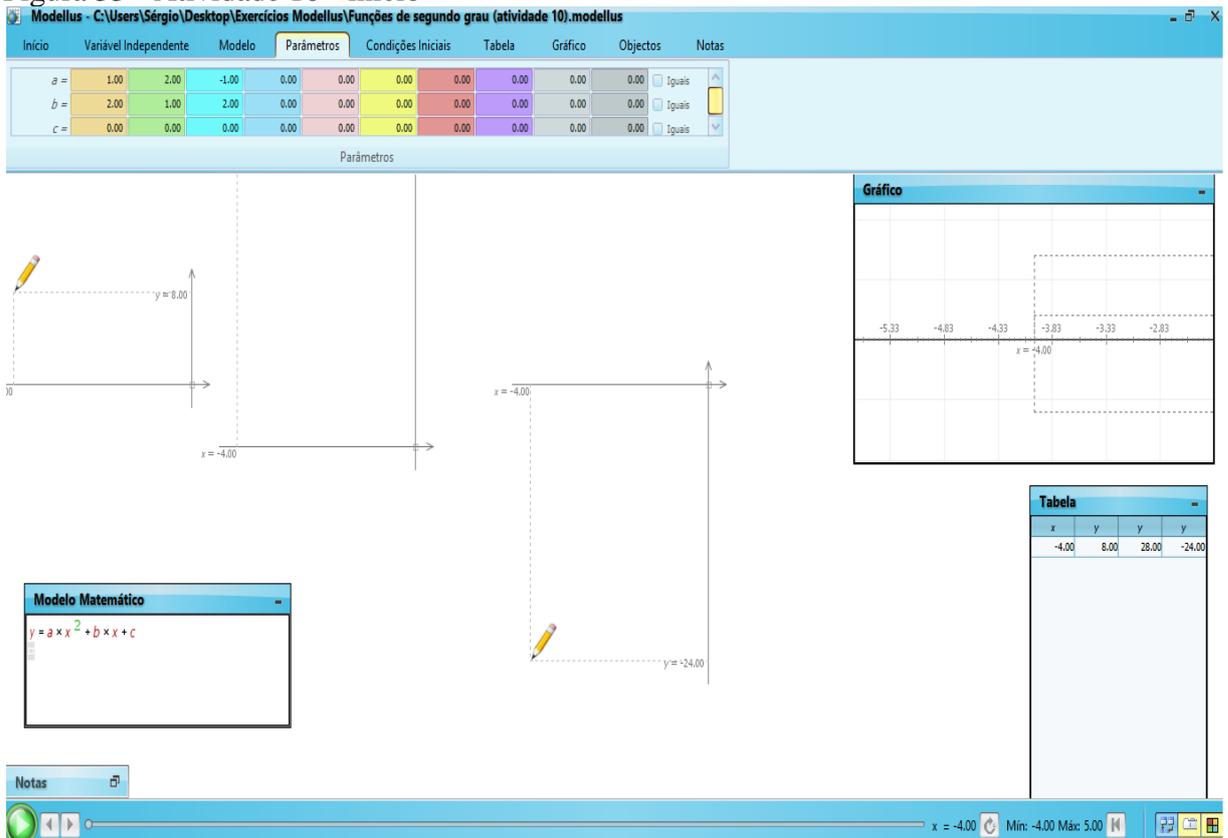
- Porque isto acontece?

#### Atividade 10:

Nesta atividade foi trabalhado com função do segundo grau. Em princípio digitou-se na janela do modelo matemático:  $y = ax^2 + bx + c$ , com variável independente  $x$  e domínio de  $[-4, 5]$ , digitou-se os parâmetros para ter as funções:  $y = x^2 + 2x$ ,  $y = 2x^2 + x$  e  $y = -x^2 + 2x$ . Solicitou-se que o *Software* realizasse os três gráficos em planos separados e também os três gráficos no mesmo plano e construiu a tabela envolvendo  $x$  e  $y$ .

Com as informações acima registradas no Modellus, tem-se a Figura 33:

Figura 33 - Atividade 10 - início



Fonte: Print do Modellus 4.01

Com essa tarefa foi trabalhado as situações:

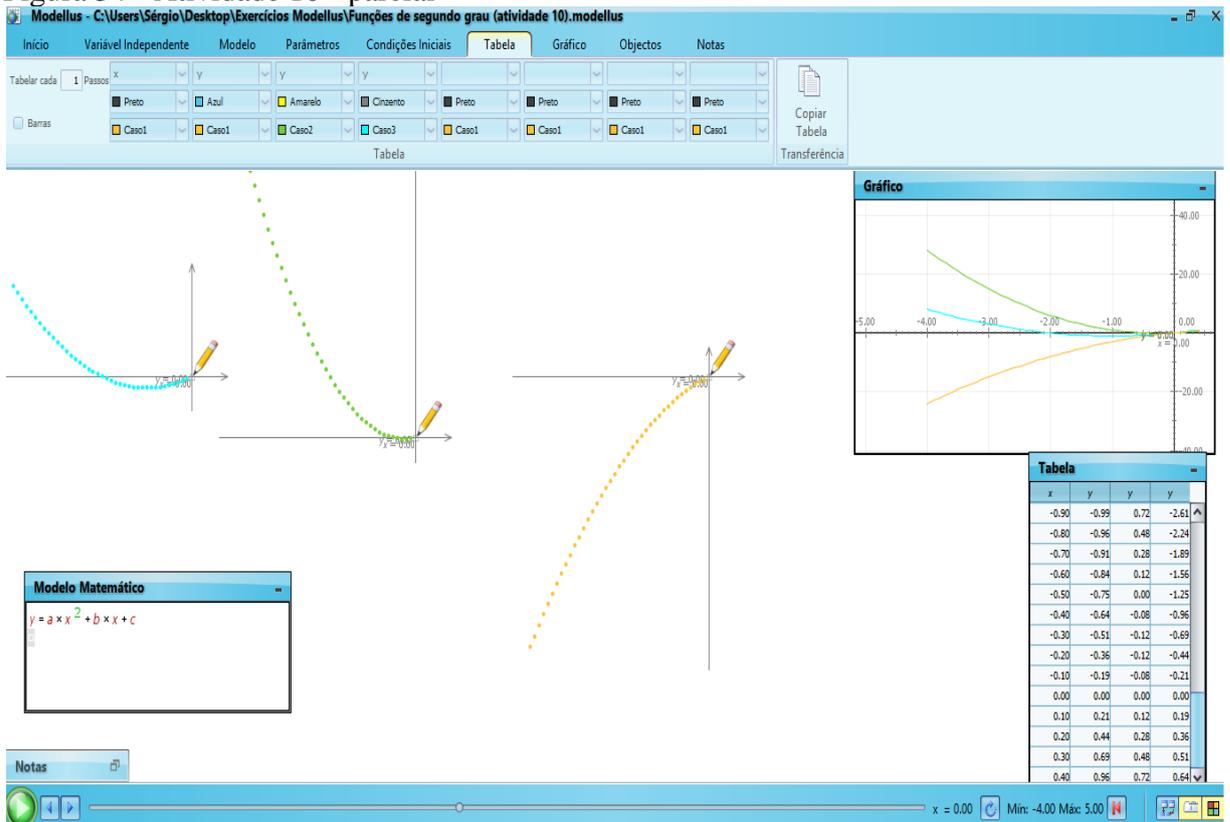
- Verificar o que acontece com os gráficos quando  $b = c = 0$ . Depois apenas com  $c = 0$ .
- Quando o valor de  $a$  é negativo, o que podemos afirmar em relação à posição do gráfico? E quando  $a$  é positivo?
- Caso  $a = 0$  e;  $b$  e  $c$  diferentes de zero, teremos que tipo de função?
- Qual o ponto de mínimo ou de máximo em cada função?
- Considerando  $y = (x + 2)^2$  e  $y = x^2 + 4$ , essas funções representam o mesmo gráfico?

Por quê?

- Se alterarmos o valor de  $a$  na função quadrática, qual alteração verificamos no gráfico? Faça diversas simulações, utilizando  $a > 1$  e também  $0 < a < 1$  e depois  $a < 0$ .

Travada a resolução desta situação pelo Modellus em  $x = 0,40$ , tem-se a Figura 34:

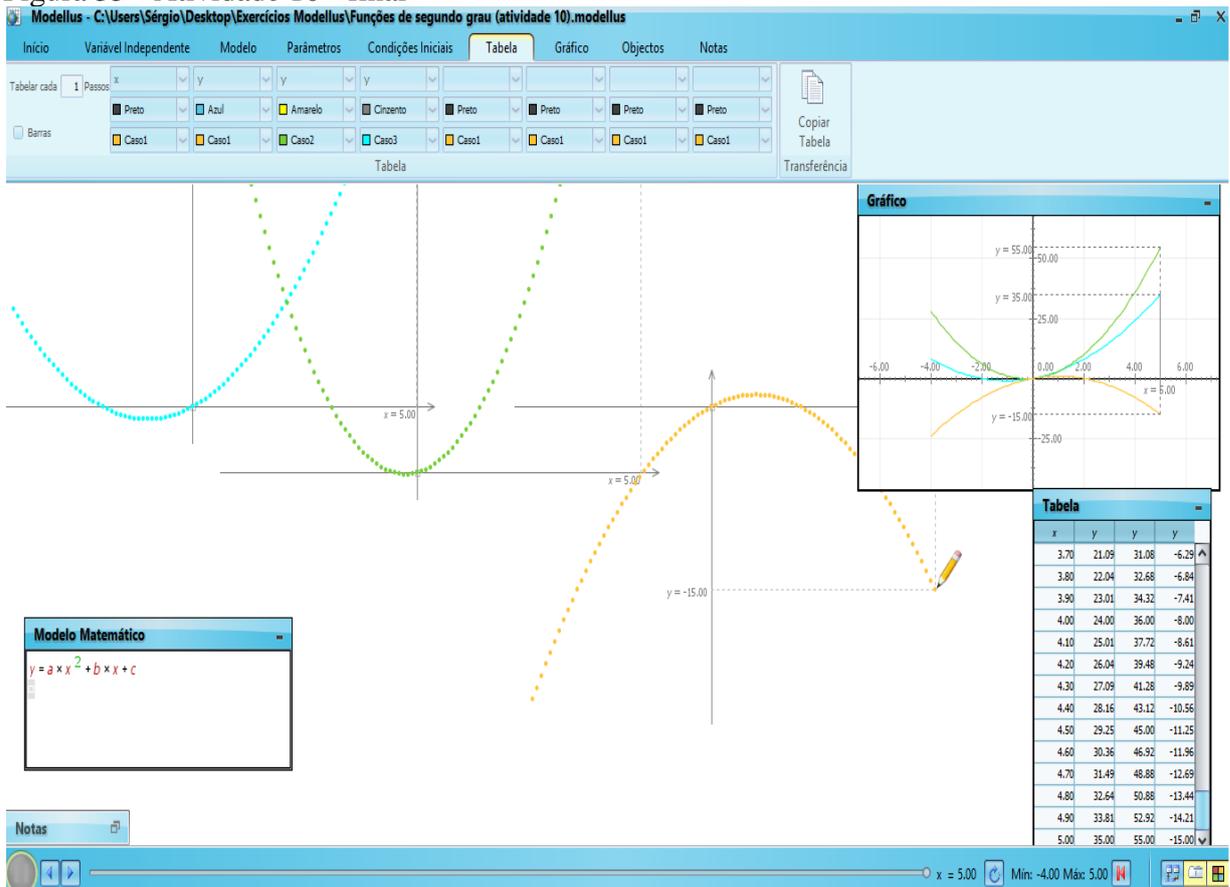
Figura 34 - Atividade 10 - parcial



Fonte: Print do Modellus 4.01

Neste momento foi questionado aos alunos o que aconteceria com o desenho dos gráficos na sequência. A resolução final pelo *Software* é a Figura 35:

Figura 35 - Atividade 10 - final



Fonte: Print do Modellus 4.01

Várias outras imagens foram geradas nesta atividade, pois vários assuntos sobre função do segundo grau foram abordados, como a questão da concavidade, crescimento e decrescimento, pontos de máximo e mínimo, vértice da parábola, deslocamentos do gráfico no eixo x e deslocamentos no eixo y, possíveis raízes da equação do segundo grau associada, etc.

### Atividade 11:

Nesta atividade o objetivo foi trabalhar com as principais fórmulas da Cinemática - as fórmulas de aceleração, velocidade e posição associando-as a gráficos de funções constantes, de primeiro e segundo graus. De início digitou-se funções por partes:

$$x = x_0, \text{ se } t \leq t_1$$

$$x = x_0 + v_0 (t - t_1) + \frac{1}{2} a (t - t_1)^2, \text{ se } t > t_1$$

e

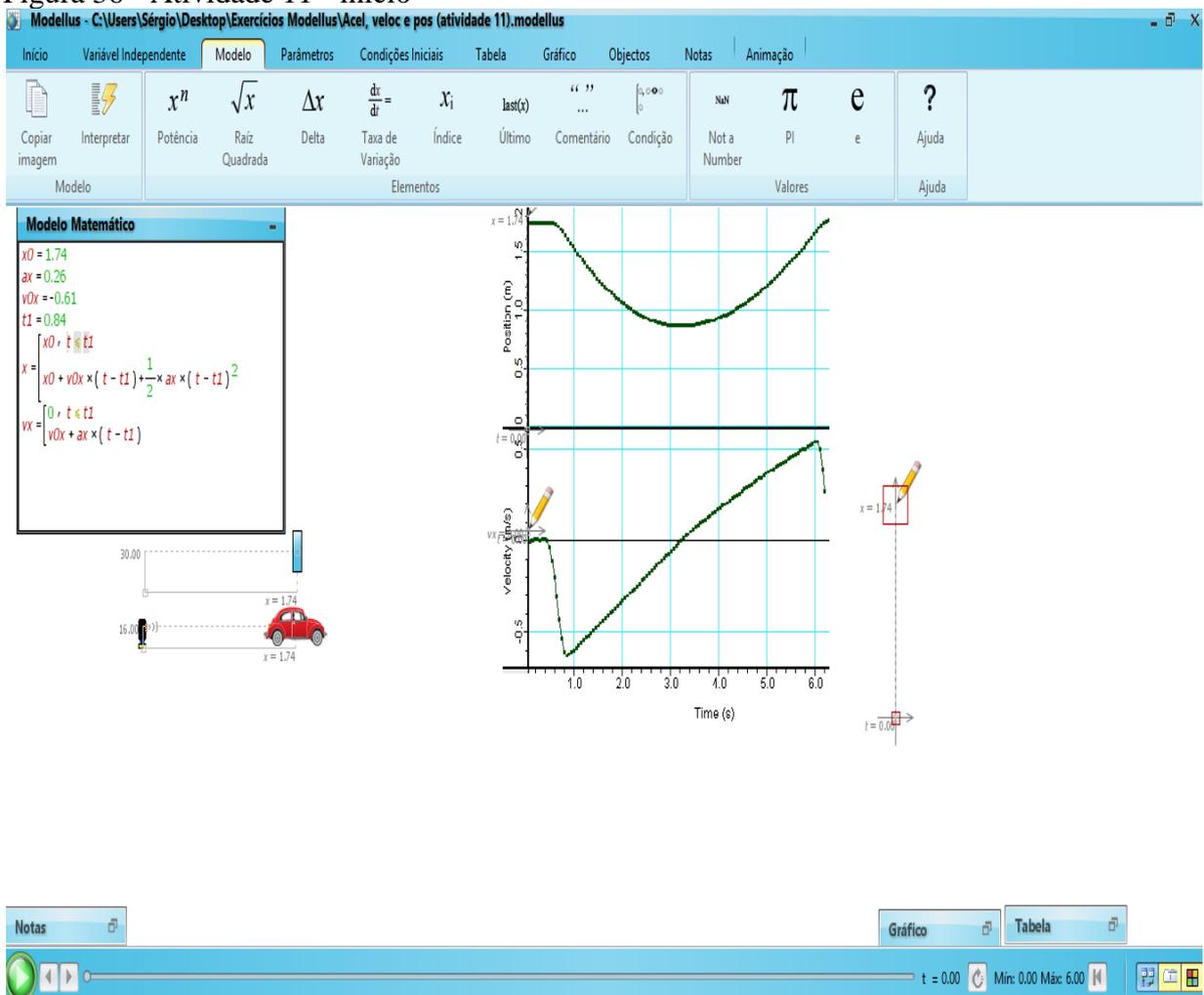
$$v = 0, \text{ se } t \leq t_1$$

$$v = v_0 + a (t - t_1), \text{ se } t > t_1$$

Com  $x_0 = 1,74$ ,  $a = 0,26$ ,  $v_0 = -0,61$  e  $t_1 = 0,84$ . Foi definido a variável independente como  $t$  num domínio de  $[0, 6]$ . Inseriu-se uma imagem retirada da internet com possível rascunho de como seriam os gráficos para poder discutir como seriam estes gráficos antes do *Software* resolver a situação. Associou-se um carrinho à função posição ( $x$ ).

Com os dados acima a tela inicial do Modellus é a Figura 36:

Figura 36 - Atividade 11 - início



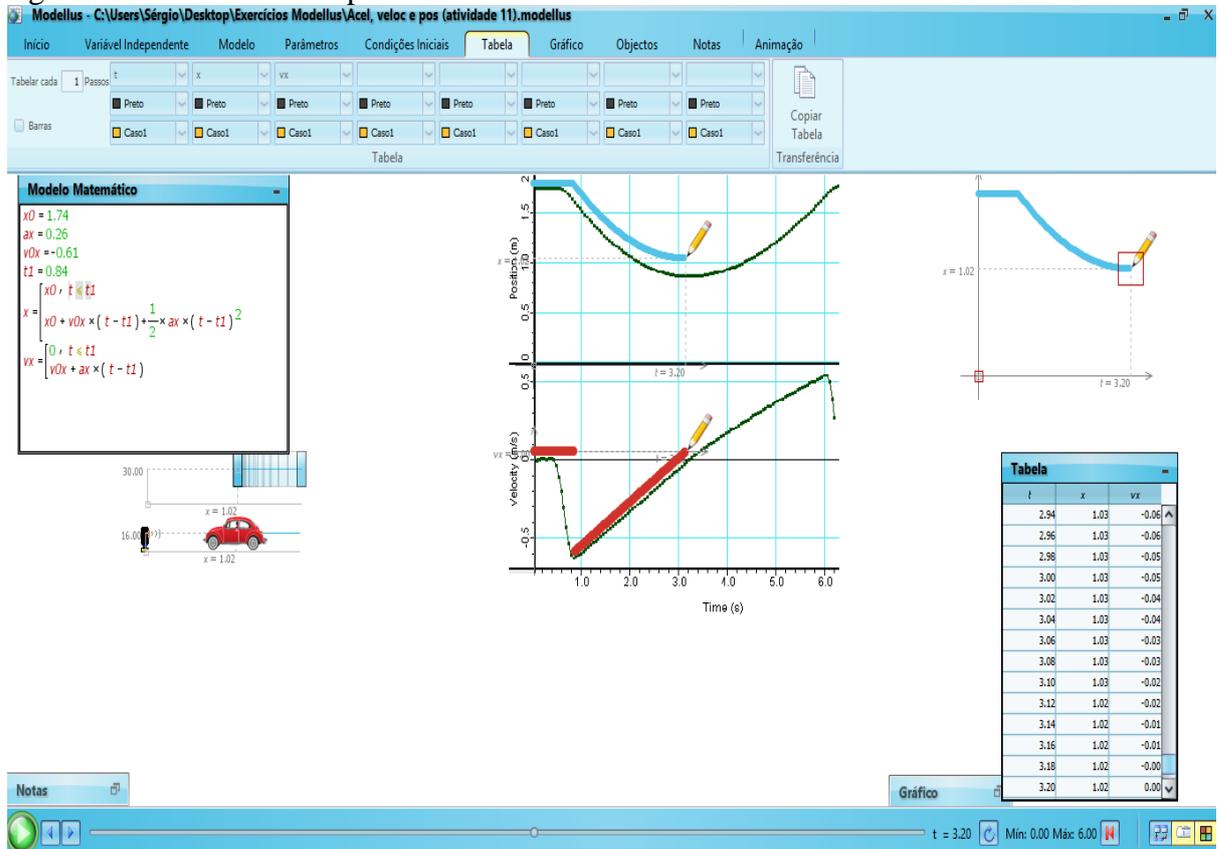
Fonte: Print do Modellus 4.01

Com essas informações foi debatido sobre:

- Diferenciar os gráficos das funções constantes, afins e quadráticas.
- Como analisar funções por partes?
- O que representa o parâmetro  $t$ ?
- Por que o veículo não se move quando  $t \leq t_1$ ?
- Por que a posição do veículo muda de sentido em certos instantes? Quais são estes instantes?

Analisando a tela do Modellus depois de dado "play" na posição  $t = 3,20$ , tem-se a Figura 37:

Figura 37 - Atividade 11 - parcial

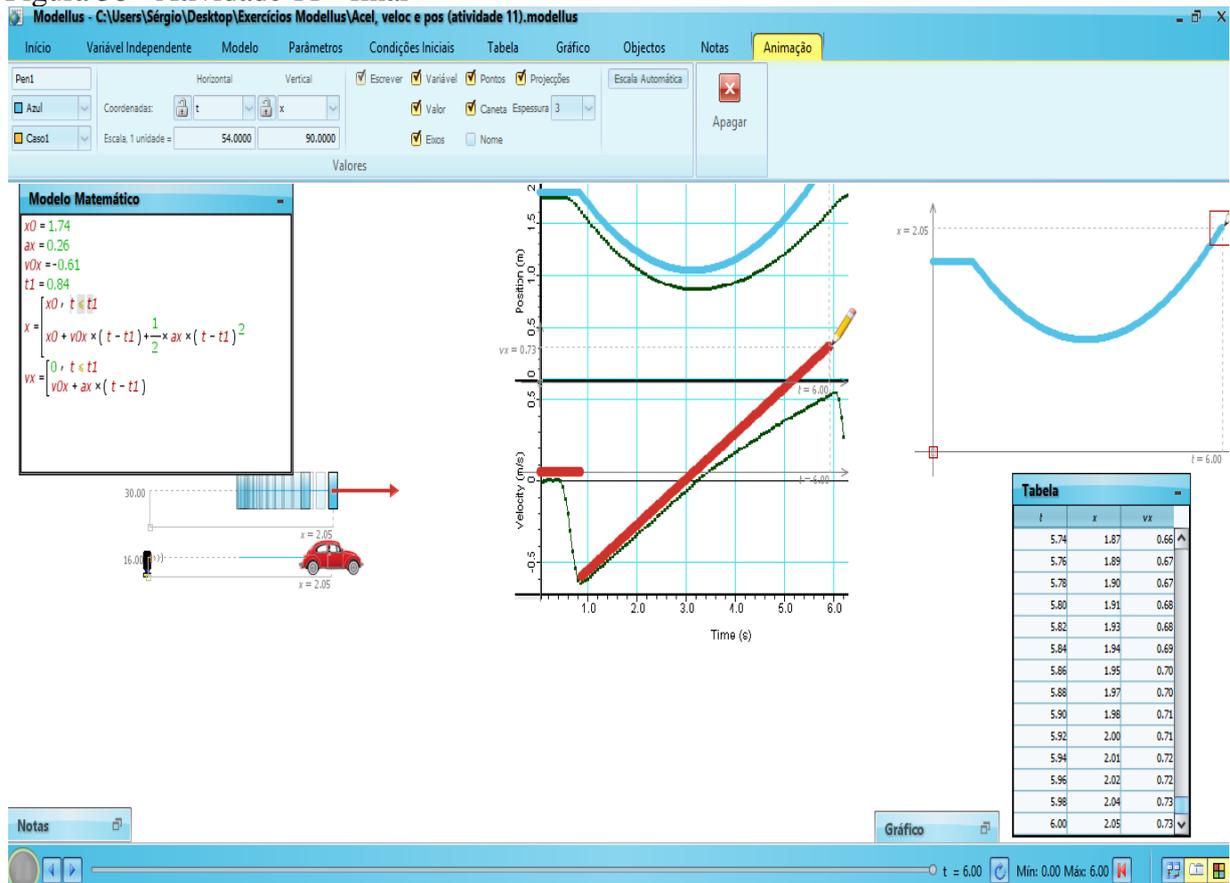


Fonte: Print do Modellus 4.01

A possibilidade de travar a construção do Modellus a qualquer instante da construção traz o benefício de poder fazer questionamentos do que aconteceria no próximo passo.

A construção final da situação acima é a Figura 38:

Figura 38 - Atividade 11 - final



Fonte: Print do Modellus 4.01

Esta foi uma das questões que mais demandou tempo para ser realizada por todos os alunos, devido a sua complexidade. Funções por sentenças não fazem parte do currículo da 9ª série, porém como foi percebido que os alunos estavam tendo um bom entendimento sobre funções, a questão foi trabalhada.

Fazendo uma análise geral do desenvolvimento das onze atividades pelos alunos, mesmo com alguns apresentando certas dificuldades na introdução do *Software*, de modo geral em todos os questionamentos matemáticos os alunos deram respostas satisfatórias, demonstraram interesse, percebia-se certa curiosidade em saber o que acontecia no passo seguinte, conforme iam desenvolvendo as atividades mais dominavam os recursos oferecidos pelo *Software Modellus*, sentiam-se confiantes e entusiasmados em modificar e trabalhar os gráficos, variáveis, intervalos e animações de acordo com as funções sugeridas, percebeu-se que os alunos questionavam mais do que nas aulas "normais" sobre o assunto matemático que estavam trabalhando. Os avanços dos alunos com estas atividades são melhor detalhados no questionário diagnóstico final e na avaliação dos resultados da prova individual.

Analisando as pastas que os alunos salvaram com as atividades desenvolvidas no computador usando o Modellus, pôde-se notar o empenho destes em realizar as tarefas de maneira condizente com a solicitada.

#### 4.3 APLICAÇÃO DA AVALIAÇÃO INDIVIDUAL

##### *Encontro 15:*

Neste encontro foi aplicado uma prova envolvendo os tópicos sobre funções de primeiro e segundo graus. As questões foram retiradas do livro didático da nona série adotado pela Secretaria de Educação de Chapecó. O objetivo de trabalhar com questões do livro didático neste momento foi verificar a transposição do conhecimento para questões específicas do livro didático.

As questões aplicadas na prova foram retiradas do livro didático da nona série - Projeto Teláris: Matemática - Dante (2012) e são apresentadas abaixo:

*1) Em cada item, determine dois pares ordenados da função, marque-os em um sistema de eixos cartesianos, trace a reta correspondente e, depois, determine os pontos nos quais a reta corta os eixos  $x$  e  $y$ . Em seguida, determine o zero da função.*

*a)  $y = -x + 3$*

*b)  $y = \frac{2x-1}{2}$*

*2) Considere a função dada por  $y = x^2 - 6x - 9$ .*

*a) Essa função é quadrática?*

*b) Determine as coeficientes  $a$ ,  $b$ , e  $c$  para essa função.*

*c) Ache o valor de  $y$  para  $x = 0$  e  $x = -0,5$*

*d) Encontre os valores correspondentes de  $x$  para  $y = 0$ , se existirem.*

*3) A distância entre duas cidades é de 280 km. O tempo gasto por um veículo para percorrer essa distância depende da velocidade média desse veículo.*

*a) Faça uma tabela com alguns valores para velocidade (km/h) e tempo (h).*

*b) Construa o gráfico correspondente aos valores utilizados no ítem a.*

4) Determine o vértice da parábola bem como o valor máximo ou mínimo de cada função dada abaixo.

a)  $y = x^2 + 4x - 2$

b)  $y = x - 6x + 9$

5) Copie as quatro funções representadas por sentenças (A, B, C e D). Depois, copie cada tabela embaixo da sentença correspondente. Complete as tabelas. Por fim, copie cada gráfico embaixo da tabela correspondente.

Gráfico 3 - Gráficos da questão 5 da prova

A  $y = x^2 - 1$

B  $y = 2x - 1$

C  $y = -2x + 1$

D  $y = -x^2 + 1$

a)

x	y
0	1
1	-1
-2	5
-1	
2	
$\frac{1}{2}$	

b)

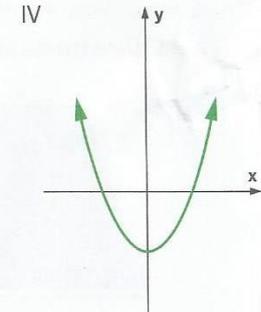
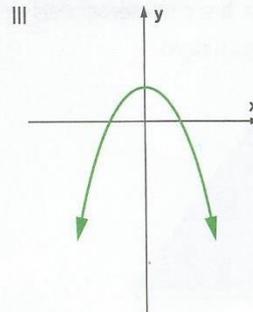
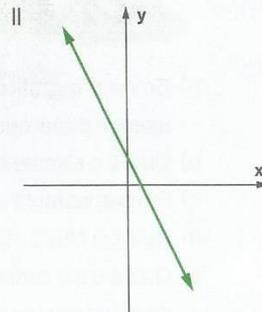
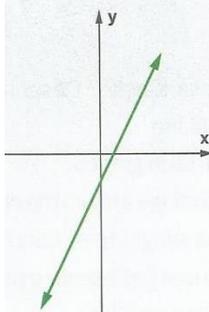
x	y
0	-1
1	0
-2	3
-1	
2	
$\frac{1}{2}$	

c)

x	y
0	1
1	0
-2	-3
-1	
2	
$\frac{1}{2}$	

d)

x	y
0	-1
1	1
-2	-5
-1	
2	
$\frac{1}{2}$	



Fonte: Livro didático - Projeto Telaris: Matemática

6) Algumas vezes, a trajetória da bola em um chute pode descrever uma parábola.

Supondo que a altura  $h$  (em metros) em que a bola se encontra  $t$  segundos após o chute, seja dada pela fórmula  $h = -t^2 + 6t$ , responda:

a) Como é o gráfico dessa função? Desenhe-o usando papel quadriculado.

b) Qual é o eixo de simetria do gráfico?

- c) Em que instante a bola atinge a altura máxima?
- d) Qual é a altura máxima atingida pela bola?
- e) Qual é o par ordenado que representa o ponto de altura máxima dessa trajetória?

7) Sem fazer o gráfico, registre no caderno se a parábola cruza o eixo  $x$  em um único ponto, em dois pontos ou se não cruza o eixo  $x$ .

a)  $y = -2x^2 + 8x - 8$

b)  $y = 2x^2 - 1$

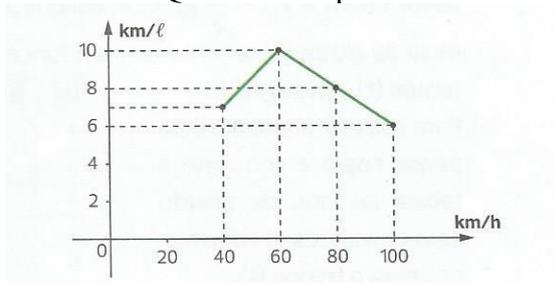
c)  $y = x^2 + 1$

d)  $y = -3x^2 + 5x$

Agora verifique para cada função se ela tem valor máximo ou valor mínimo. O que você deve analisar para fazer essa verificação, sem construir o gráfico?

8) (Unisinos-RS) O consumo de combustível de um automóvel é medido pelo número de quilômetros que percorre, gastando 1L de combustível. O consumo depende, entre outros fatores, da velocidade desenvolvida. O gráfico (da revista Quatro Rodas) abaixo indica o consumo, na dependência da velocidade, de certo automóvel.

Gráfico 4 - Questão 8 da prova



Fonte: Livro didático - Projeto Telaris: Matemática

A análise do gráfico mostra que:

- a) o maior consumo se dá aos 60 km/h.
- b) a partir de 40 km/h, quanto maior a velocidade, maior é o consumo.
- c) o consumo é diretamente proporcional à velocidade.
- d) o menor consumo se dá aos 60 km/h.

e) o consumo é inversamente proporcional à velocidade.

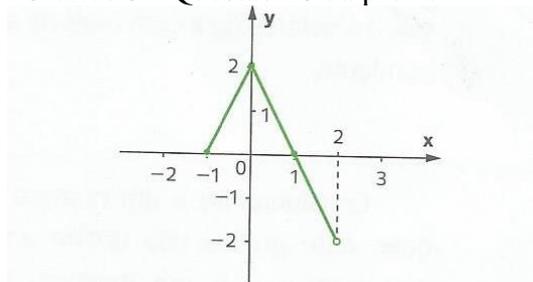
9) Escreva uma fórmula Matemática que expresse a lei de cada função. Em cada uma escreva se é ou não do tipo que define função afim e nestas identifique as que definem função linear.

a) Uma firma que conserta refrigeradores cobra uma taxa fixa de RS 50,00 de visita mais RS 20,00 por hora de mão de obra. O preço  $y$  que se deve cobrar pelo conserto é dado em função do número  $x$  de horas de trabalho (mão de obra).

b) A soma ( $S$ ) das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo é dada em função do número de lados ( $n$ ) desse polígono.

10) Observe o gráfico abaixo e responda:

Gráfico 5 - Questão 10 da prova



Fonte: Livro didático - Projeto Teláris: Matemática

- a) Considerando  $x$  um número real qualquer, esse gráfico indica uma função? Por quê?
- b) Para que valores de  $x$  este gráfico indica uma função?
- c) Qual deve ser o valor de  $x$  para que se tenha  $y = 0$ ?
- d) Qual é o valor de  $y$  quando  $x = 0$ ?

A prova foi entregue impressa e não era permitido ao aluno consultar nenhum material auxiliar. Cada questão teve peso 1.

Nas questões da prova, são solicitados conceitos sobre funções, abordados nas atividades realizadas com o *Software* Modellus.

87,5% dos alunos responderam todas as questões. Sendo que a maioria dos erros foram erros devidos à interpretação equivocada e não erros matemáticos.

A média aritmética das notas dos alunos nesta prova foi 7,8 (variando de 5,0 a 10,0) sendo que a média aritmética das notas bimestrais anteriores era de 5,9 e anteriormente era comum alunos com notas inferiores a 5,0.

#### 4.4 APLICAÇÃO DO QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO FINAL

##### *Encontro 16:*

Depois de aplicadas todas as aulas, aplicou-se o questionário diagnóstico final que é explanado e comentado a partir das respostas dos alunos. Este levantamento visa obter informações em relação à assimilação e pensamentos dos alunos referentes a aplicação desta pesquisa. Na maioria das questões é apresentada a resposta com as letras dos próprios alunos, portanto é possível que haja algum erro de Português. Nesta fase da Modelagem, segundo Burak (2004), apresenta-se a análise crítica das soluções.

1. *Sua opinião em relação aos exercícios que envolveram as atividades práticas, Modelagem Matemática e o uso do Software Modellus foi:*

- ( ) *Ótima.* 87,5% (14 alunos)
- ( ) *Boa.* 12,5% (2 alunos)
- ( ) *Regular.* 0%
- ( ) *Ruim.* 0%

As respostas obtidas com esta pergunta mostraram que a aprovação das atividades foi pela totalidade dos alunos.

2. *O uso do computador como ferramenta de aprendizagem foi:*

- ( ) *Produtivo.* 93,75%
- ( ) *Mais ou menos produtivo.* 6,25%
- ( ) *Pouco produtivo.* 0%
- ( ) *Nada produtivo.* 0%

*Explique, porquê:*

SIM, PORQUE A PARTIR DE UMA FUNÇÃO COM O COMPUTADOR  
E O SOFTWARE TIVEMOS VÁRIAS ALTERNATIVAS PARA ANALISAR.

Porque me senti motivado em aprender.

POISQUE É UMA FORMA DIFERENTE DE APRENDIZADO

Porque a gente aprende mais fácil e é uma "coisa" que devíamos usar mais em aula.

Porque o software modellyo fica mais produtivo e a gente aprende mais.

pois a aula fica mais pratica, mais facil de verificar os graficos

A maioria dos alunos considerara o computador como uma ferramenta produtiva e o único aluno que diz que foi "mais ou menos produtivo" justifica com a resposta abaixo:

Preciso aprofundar habilidades com essa tecnologia

3. Você teve dificuldades para trabalhar com o Software Modellus? Qual?

De início teve. Na sequência das explicações o entendimento melhorou.

Só de início, não tenho computador em casa. Depois com as dicas do prof ficou fácil.

SIM, DE INÍCIO, O SOFTWARE PARECIA MUITO DIFÍCIL. COM A AJUDA DO PROFE ELE FOI SE TORNANDO MAIS AMIGAVEL E NO FINAL FICOU MUITO BOM PARA REALIZAR GRAFICOS

Percebe-se uma parcela significativa da turma teve dificuldades em manipular o *Software* de início, porém mais da metade afirma não ter apresentado dificuldades no manuseio do mesmo.

4. Na sua opinião, as atividades desenvolvidas através da Modelagem Matemática conseguiram apresentar aplicações da Matemática em outras áreas, por exemplo na Física?

( ) Sim. 100%

( ) Não. 0%

( ) Talvez. 0%

100% dos estudantes pesquisados responderam sim para esta pergunta, inclusive teve aluno que complementou a resposta, conforme o escâner abaixo:

4. Na sua opinião, as atividades desenvolvidas através da Modelagem Matemática conseguiram apresentar aplicações da Matemática em outras áreas, por exemplo na Física?  
(X) Sim, com certeza.

Mostrando assim que os alunos perceberam aplicações da Matemática com outras áreas nesta atividade.

5. Como foi sua experiência com a Modelagem Matemática, atividades práticas e o uso de Tecnologias da informação?

a) Aponte pontos positivos a respeito das atividades:

Foi importante, pois partimos de um problema prático, da nossa realidade.

Em cada atividade de condições, me senti incluído em cada atividade.

O tratamento contextualizado do conhecimento é o recurso que a escola tem para retirar o aluno da condição de espectador passivo. Se bem trabalhado permite que, ao longo da transposição didática, o conteúdo do ensino provoque aprendizagens significativas que mobilizem o aluno e estabeleçam entre ele e o objeto do conhecimento uma relação de reciprocidade. (Brasil, 1999 - p. 78)

Iniciar as atividades com um problema da realidade escolar levou ao tratamento contextualizado dos assuntos curriculares trabalhados.

SÁIMOS DE UM PROBLEMA DA ESCOLA E PRATICAMENTE BRINCANDO APRENDEMOS FUNÇÕES.

"Na Modelagem Matemática, o processo é compartilhado com o grupo de alunos, pois sua motivação advém do interesse pelo assunto" (BURAK, 2004, p. 2). Percebe-se que a opção de ter iniciado a pesquisa a partir de um problema sugerido e da realidade dos alunos foi de suma importância para que houvesse interesse, dedicação, motivação e participação dos alunos na aprendizagem.

Depois de todas essas atividades passei a gostar de matemática.

Eu achei muito bom, me ajudou a gostar mais de matemática e acredito que ajudou outros colegas também.

Perceber que mais do que um aluno passou a ver a Matemática com "outros olhos" faz com que este trabalho tenha cumprido com parte de sua missão.

interdisciplinaridade entre matérias

A interdisciplinaridade também foi citada como fator positivo, sendo que a mesma é sugerida pelos PCN's para as aulas de Matemática. BASSANEZI (2009) afirma que: "A Modelagem Matemática pressupõe multidisciplinaridade. E, nesse sentido, vai ao encontro

das novas tendências que apontam para a remoção de fronteiras entre as diversas áreas [...]" (BASSANEZI, 2009, p. 16).

APRENDI MUITO SOBRE TRANSITO, LEIS, VELOCIDADE E FUNÇÕES DE PRIMEIRO E SEGUNDO GRAU. FOI INTERESSANTE INTERAGIR COM A REALIDADE DE NOS JOVENS, TRAZER UM MEIO ONDE A GENTE VIVE (COMPUTADOR).

Muito interessante esta última resposta onde percebe-se que as atividades foram além do tema funções e que a Matemática neste instante conseguiu atingir a realidade dos jovens como citou o estudante relatado acima. Com a Modelagem Matemática o professor consegue "[...] envolver os alunos em ricas discussões, inclusive não matemáticas [...]" (BURAK e KLUBER, 2008, p. 14).

b) Caso exista pontos negativos nas atividades realizadas, cite-os:

De início, o ponto negativo foi a dificuldade com o manuseio do SOFTWARE.

O Modellus é mais complexo no início, porque eu não sabia mexer muito com computador.

As opiniões acima demonstram certas dificuldades que os alunos tiveram ao iniciar as tarefas com o *Software* Modellus, temos aí algumas possíveis hipóteses para as respostas: alunos sem conhecimento de computação, falta de mais aulas introdutórias com o *Software* e uma leve complexidade do *Software* para alunos de nona série do Ensino Fundamental.

devia ter mais aulas usando o Software Modellus

A opinião anterior pode ser considerada como uma sugestão dada pelo aluno.

TER QUE DIVIDIR O COMPUTADOR COM OUTRO COLEGA.

TER QUE DIVIDIR O COMPUTADOR

Alguns alunos encontraram dificuldades em trabalhar em duplas no mesmo computador, situação esta compreensível visto que o ideal seria um equipamento por aluno - traria melhores resultados para a aprendizagem, pois enquanto um aluno manuseava o *Software* o outro ficava olhando.

6. O uso do *Software* Modellus trouxe algo novo para sua aprendizagem? Justifique sua resposta.

Modelus ajudou o prof me trazer o gosto pela Matemática.

COMECEI GOSTAR MAIS DA MATEMATICA. O FATO DE ESTAR TRABALHANDO COM ALGO DIFERENTE (MODELLUS) FEZ COM QUE EU TIVESSE MAIS VONTADE EM APRENDER.

“[...] a presença de uma determinada tecnologia pode induzir profundas mudanças [...]” (KENSKY, 2012, p. 18), até mesmo o gosto pela matemática. “A evolução tecnológica não se restringe apenas aos novos usos de determinados equipamentos e produtos. Ela altera comportamentos [...]”(KENSKY, 2012, p. 21).

Sim, o professor compartilhou com a gente o respeito e a possibilidade de nos aprendermos. Exprimamos diferentes situações de física e matemática.

Associa-se a última resposta, quando fala em responsabilidade, a fala de Burak:

Para a aprendizagem, o procedimento gerado a partir do interesse do grupo ou dos grupos, parece resultar em ganho, pois o grupo ou os grupos de alunos trabalham com aquilo que gostam, aquilo que para eles apresenta significado, por isso tornam-se co-responsáveis pela aprendizagem. (BURAK, 2004, p. 2)

As opiniões anteriores dos alunos, indicam a importância não só do *Software*, mas da mediação do professor também, responsabilizando-os pela aprendizagem e isto resultou em alunos gostando mais de Matemática, em uma aprendizagem não mecânica.

SIM. A POSSIBILIDADE DE ANALISAR NOSSOS ERROS E REFAZERMOS CERTINHO, COMO O PROF PEDIU.

A análise dos erros é uma característica importante do *Software*, permitindo assim uma aprendizagem através do erro.

Sim. Serviu para reforçar os conceitos de Funções.

Sim, Foi a primeira vez que fiz um gráfico no computador

Trouxe sim. Fiz mais pensamentos mais antes de respondermos e assim entendemos melhor o conteúdo de funções.

O software deu mais sentido pra aquilo que o prof explicava.

Analisando esta última resposta, uma situação interessante refere-se ao fato do *Software* não oferecer respostas prontas, mas fazer com que o aluno procure analisar os

resultados conforme a resposta obtida. No geral, todas as opiniões anteriores citam o conteúdo de funções, indicando que o *Software* auxiliou nesta nova aprendizagem.

7. Aponte situações que lhe chamaram a atenção enquanto trabalhava com o *Software Modellus*:

Sai da rotina. Com o software Modellus tenho que o professor explica faz sentido.

Vi as aulas com o Modellus passarem rápidas, foi uma "aprendizagem diferente".

As opiniões acima indicam que as aulas com o Modellus diferem das aulas tradicionais e reforça a questão de o conteúdo abordado fazer sentido, na concepção do aluno.

A PARTIR DE MODELOS CRIADOS POR NÓS, FIZEMOS ANIMAÇÕES COM CARRINHOS E OUTRAS FIGURAS.

O aluno acima cita que criaram modelos, para o professor pesquisador, foi mais do que isto, os alunos construíram seus conhecimentos. Conforme Valente (2012):

A mudança pedagógica que todos almejam é a passagem de uma Educação totalmente baseada na transmissão da informação, na instrução, para a criação de ambientes de aprendizagem nos quais o aluno realiza atividades e constrói o seu conhecimento. (VALENTE, 2012, p. 31).

Me chamou atenção a possibilidade de fazer animações com o partir do Júpiter.

A possibilidade de aprender brincando com os carrinhos, neste SOFTWARE.

O movimento dos carrinho obedecendo as funções e o gráfico

A possibilidade de fazer animações com o *Software* que pode ser considerada como a parte de lúdico do *Software* foi lembrada como parte positiva por vários alunos.

A CADA MOVIMENTO DOS CARRINHOS DO GRÁFICO QUE FAZÍAMOS EU PERCEBIA QUE APRENDIA MATEMÁTICA MESMO E COM APLICAÇÕES DO DIA-ADIA.

A partir desta última opinião associada a outras nesta pesquisa, percebe-se a importância da atividade ter aplicações no cotidiano do estudante.

8. Você acha que o uso do Software Modellus apresenta alguma vantagem sobre os experimentos reais? Se sim, quais as vantagens?

Sim, por estar trabalhando com um instrumento tecnológico.

Sim. Usando o SOFTWARE, dispensa o uso de objetos concretos.

O fato do Software simular diversas situações permite a exploração de muitas situações reais.

O PROFESSOR DEU VÁRIAS OPÇÕES DE APRENDERMOS, QUEM NÃO APRENDEU DE UM JEITO, APRENDEU DE OUTRO.

A partir desta última resposta, cita-se FARIA (2004) sobre a importância do papel do professor:

[...] ser insubstituível, mesmo com o uso da mais moderna tecnologia, sua função é a de organizar o ambiente de aprendizagem, escolher os recursos e softwares, realizar a intervenção pedagógica, quando necessária, reorganizar as atividades, ou seja, levar à auto-organização, interagindo, construindo, junto com os alunos, as situações e simulações. (FARIA, 2004, p. 6)

Ainda em relação ao comentário do aluno acima, foi interessante ao professor/pesquisador perceber que sua proposta pedagógica trouxe resultados positivos.

Sim aprende mais, ganha tempo e mais atrativo

Sim. A partir de uma função tivemos uma grande variedade de situações para explorar.

Sim, É MELHOR DO QUE FICAR APRENDENDO NO QUADRO. O MODELUS É MARAVILHOSO PARA ANALISAR GRÁFICOS/TABELAS E FAZER ANIMAÇÕES.

Todos os alunos concordaram com a questão, mesmo os alunos que no início demonstraram dificuldades no manuseio do Software perceberam a aprendizagem que obtiveram com o auxílio do Software.

9. Você acha que o uso do Software Modellus contribuiu para o entendimento do conceito de Função do primeiro e segundo graus? De que forma ele lhe auxiliou?

SIM. O SOFTWARE MODELUS COMPLEMENTOU AS OUTRAS ATIVIDADES QUE O PROFESSOR TRABALHOU.

A opinião acima demonstra a importância das atividades aplicadas anteriormente aliadas ao Software.

Sim. Agora sei definir funções, fazer os gráficos, encontrar domínio, imagem, e construir tabelas...

Sim. Principalmente na análise de gráficos e construção de Tabelas.

Sim, pois o prof usou o "Modellus" para apresentar regras de funções, fazer exemplos, exercícios, testar modelos e corrigir erros.

Sim, o Modellus me permitiu explorar, descobrir e aprender muita coisa sobre funções (gráficos, tabelas, modelos matemáticos).

Sim. Aprendi funções com problemas oriundos da minha realidade com atividades que eu pude participar mais e me sentia mais entusiasmada graças ao software Modellus.

SIM, POIS A PARTIR DE UM PROBLEMA SUGERIDO POR NÓS, O PROFESSOR TRABALHO UM MONTE DE MATEMÁTICA E FÍSICA: VELOCIDADE, POSIÇÃO, ACELERAÇÃO, DOMÍNIO, IMAGEM, GRÁFICOS, TABELAS... E FUI MUITO BEM NA PROVA.

A última resposta acima associa o resultado da prova com o conhecimento obtido. Todos os alunos concordaram que o *Software* Modellus contribuiu para o entendimento do tema funções, inclusive citaram os principais tópicos sobre funções e, alguns termos que os mesmos não conheciam, conforme indicava o questionário diagnóstico inicial e agora fazem parte do vocabulário dos mesmos, por exemplo, modelo matemático.

Chamou atenção positivamente neste questionário diagnóstico final, quando comparado ao primeiro questionário, onde muitas questões foram deixadas em branco por vários motivos e neste questionário todas as questões foram respondidas por todos os alunos de forma bem detalhada.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, abordou-se a aplicação do *Software* Modellus 4.01 que possui aspectos construtivistas - em que o aluno constrói seu conhecimento através da análise de seus erros, que faz simulações de fenômenos químicos, físicos e matemáticos utilizando a modelagem Matemática, onde o estudante, através da ação, pôde trocar parâmetros, modificar animações e analisar os significados de cada ação, atendendo ao objetivo da metodologia utilizada, através de problemas sugerido pelos discentes. Em relação à Modelagem Matemática, os alunos sugeriram um problema de Física e coube ao professor/pesquisador propor uma relação com assuntos matemáticos, o que demandou de certo tempo para a preparação das aulas.

A “brincadeira” com carrinhos na rampa representou a realidade (MRUV), onde foi possível analisar o aparecimento de medidas de espaço e tempo. Com este simples experimento, coleta de dados na rua e animações gráficas, os conceitos sobre Cinemática e funções puderam ser melhor entendidos de forma dinâmica, tornando-se intuitivos com atividades lúdicas e aplicação do *Software*. Destaca-se a importância do aluno se preocupar mais com a interpretação do significado dos modelos matemáticos do que com as equações Matemáticas, propriamente ditas. Portanto, a metodologia utilizada para o ensino de funções a partir de assuntos da física mostrou-se adequada.

Várias simulações foram construídas com os alunos no Modellus. O objetivo geral das atividades de simulação foi de explorar modelos matemáticos. Inicialmente estes modelos surgiram da situação problema a fim de formalizar conceitos de funções com experiências interativas de aprendizagem. Cada uma das atividades também teve questionamentos específicos ligados à funções, em que pôde-se criar a partir dos modelos obtidos nos experimentos, simular e analisar, sempre usando este aplicativo para dar um sentido novo ao conhecimento matemático. Isto aconteceu por meio da interação das atividades, com significados mais visíveis, que fizeram sentido e diferenciados, deixando o aluno mais ativo na construção de conceitos matemáticos. Por isso, a importância deste trabalho envolvendo metodologias que auxiliem/incentivem um melhor aproveitamento dos conteúdos.

A simulação computacional desenvolvida nesta pesquisa com o Modellus privilegiou a incumbência de mediação através da representação de um fenômeno físico (velocidade) sendo que o aprendiz interagiu com este fenômeno, pois além do estudante prestar atenção no que

acontecia, manipulou alguns parâmetros da simulação, encontrando as respostas através da representação gráfica, tabelas e animações; analisando todas as variáveis envolvidas, chegando a conclusões sobre os conceitos envolvidos.

O uso de ambientes informatizados no ensino de Matemática é um fato inquestionável, então a pergunta que deve ser feita, não é sobre se ambientes informatizados devem ser usados, mas sim como devem ser utilizados para que sejam úteis na aquisição e construção de conhecimentos matemáticos.

O computador com o *Software* Modellus num ambiente informatizado, pode ser uma ferramenta que permitiu ao aluno uma interação compatível com os conteúdos trabalhados. Procurou-se desenvolver com a simulação apresentada nesta pesquisa, a possibilidade aos alunos de manipular, observar, experimentar, analisar interfaces gráficas, enfim, serem em grande parte os responsáveis ativos na obtenção do conhecimento, de uma forma mais dinâmica. Considerando a turma analisada, com apenas 16 alunos, considerou-se tal *Software* adequado para utilização em turmas de 9ª série do Ensino Fundamental, pois cumpriu com sua missão. Se fosse uma turma superlotada de alunos, com um Centro de Informática também pequeno, a sugestão é de que esta seja dividida em duas, enquanto uma parte dos alunos trabalharia no Centro de Informática, a outra metade permaneceria em sala de aula com outras atividades.

Algumas possibilidades percebidas com o uso do *Software* Modellus foram: maior interatividade com o tema trabalhado; possibilidade de simular matematicamente problemas da realidade; possibilidades de construção de tabelas, gráficos, animações; opção de organizar e guardar informações, representadas nas suas múltiplas formas, fazer experimentos...

Os estudantes construíram conhecimentos relativos ao tema funções com essa ferramenta, compreendendo os modelos utilizados para construção das simulações, visualizando os gráficos, tabelas e animações; manipulando grandezas para analisar o comportamento de fenômenos através da simulação computacional.

As animações do Modellus facilitam a compreensão dos discentes, e auxiliam a responder a uma pergunta bem conhecida pelos professores das exatas: “professor onde vou usar/aplicar isso?” para alguns conteúdos da Matemática escolar, pois é possível criar e explorar representações de fenômenos variados, inclusive situações que seriam difíceis de serem realizadas com objetos concretos.

Em se tratando dos desafios trazidos pela aplicação do *Software* como ferramenta na prática pedagógica da 9ª série do Ensino Fundamental, estas ficaram mais na parte de como

"driblar" o cenário de um centro de informática praticamente sucateado e com poucas máquinas funcionando, os próprios alunos citaram que a falta de um computador para cada foi um fator negativo nas atividades. Também salienta-se que o público analisado não era grande, o que de certa forma facilitou as explicações mais particulares para aqueles alunos que apresentavam poucos conhecimentos de informática básica (turma não uniforme), alguns alunos no início acharam o *Software* um pouco complexo.

Falando de competências e/ou habilidades a serem desenvolvidas no tema funções com o uso do *Modellus*, diversas habilidades matemáticas e físicas podem ser beneficiadas ou adquiridas, sendo necessário apenas que o aluno conheça os símbolos matemáticos e tenha interesse em usá-los. A comunicação entre o estudante e o computador é feita por ícones e símbolos matemáticos e o aluno não necessita saber programação para poder utilizá-lo. Como o *Modellus* é um *Software* com características exploratórias e construtivistas, com a sua aplicação, o computador torna-se um objeto que auxilia na construção e exploração do conhecimento matemático deixando de ser apenas uma máquina a mais. Vários alunos citaram no questionário diagnóstico final que o *Software* *Modellus* contribuiu para a motivação não só no estudo de funções, mas na Matemática em geral, gerando resultados positivos na prova individual sobre o assunto funções, conforme análises feitas no capítulo anterior. Desta forma considera-se o *Software* adequado pois cumpriu com sua função, incentivou o pensamento crítico com a análise dos erros, não ofereceu respostas prontas, fazendo com que o aluno interagisse com os resultados obtidos.

Percebeu-se que ao trabalhar em conjunto a Modelagem Matemática e atividades práticas com o *Software* *Modellus*, os alunos sentiram-se mais entusiasmados em aprender o conteúdo proposto, pois trabalharam com situações cotidianas e trabalhando com o *Software* deu um "upgrade" no sentido dos conteúdos estudados. Possibilitando uma maior interação dos alunos com o tema em estudo. Com as respostas do questionário diagnóstico final, percebeu-se que os estudantes fizeram parte de seu processo de aprendizagem e 100% destes estudantes concordaram que a utilização do *Software* *Modellus* contribuiu para a interdisciplinaridade da Matemática com outras áreas - uma aprendizagem diferenciada.

Analisando as informações obtidas no segundo questionário aplicado depois de todas as atividades propostas e descritas no capítulo anterior, percebeu-se que os alunos realmente se dedicaram às atividades práticas associadas à Modelagem Matemática e aplicação do *Software* *Modellus*, mostrando que são uma combinação que pode ser incorporada na nona série do Ensino Fundamental de forma a favorecer o ensino-aprendizagem, obtendo melhoras

não só no conhecimento sobre funções, mas também conhecimentos na área da informática, cinemática, leis e trabalhos em grupo. O que demonstra que a tríade (Modelagem Matemática, atividades práticas e o *Software Modellus*) possibilitou um avanço significativo no ensino-aprendizagem não só do conteúdo funções. Na análise do questionário diagnóstico inicial os alunos não dominavam o significado de “modelo matemático”, já na análise do questionário diagnóstico final este termo já fazia parte do vocabulário dos mesmos.

A pesquisa poderia ter rendido resultados melhores caso tivesse sido aplicada no início do ano letivo, pois alguns itens (como palestras com todos os alunos da escola sobre trânsito) acabaram ficando para um momento seguinte, no próximo ano letivo. Mesmo assim esta pesquisa gerou nova postura e novas perspectivas na didática do professor/pesquisador, trazendo novos conhecimentos principalmente na área de Modelagem Matemática, a qual o pesquisador só veio a ter conhecimento com o Mestrado PROFMAT. Procurou-se criar possibilidades para que o próprio aluno produzisse seus conhecimentos.

O Modellus como ferramenta tecnológica e ambiente interativo no ensino e aprendizagem de funções aliado a outras práticas, minimizou dificuldades e auxiliou na compreensão de conceitos e na construção do saber relativo à funções, confirmando que a utilização do recurso computacional Modellus auxiliou no processo de ensino-aprendizagem do conceito de funções na turma analisada. Logo, conclui-se que o *Software Modellus* mostrou-se adequado para esta turma de 9ª série a partir dos dados analisados nesta dissertação.

## REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, F. J. **Educação e Informática: os computadores na escola**. São Paulo: Cortez, 1987.
- ANDRADE, M. E. **Uso da Ferramenta Modellus no Ensino de Física: uma abordagem a luz da Teoria dos Campos Conceituais**. Revista Informática na Educação: teoria e prática, Porto Alegre, v. 18, n. 1, p. 27-36, jan./jun. 2015.
- ARANTES, A. R.; MIRANDA, M. S.; STUDART, N. **Objetos de Aprendizagem no ensino de Física: usando simulações do PheT**. Física na Escola, v. 11, n. 1, 2010. Disponível em: <<http://www.sbfisica.org.br/fne/Vol11/Num1/a08.pdf>>. Acesso em: 7 set. 2016.
- ARAÚJO, J. L. **Cálculo, tecnologias e modelagem Matemática: as discussões dos alunos**. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.
- ARAUJO, I.S.; VEIT, E. A.; MOREIRA, M. A. **Atividades de modelagem computacional no auxílio à interpretação de gráficos de Cinemática**. Revista Brasileira de Ensino de Física, São Paulo, vol. 26, n. 2, p. 179-184, 2004.
- ARAUJO, J. L.; CAMPOS, I. S.; FREITAS, W. S. **Prática Pedagógica e Pesquisa em Modelagem na Educação Matemática**. Anais do V Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Petrópolis - RJ, 2012.
- ARAÚJO, J. L.; FREITAS, W. S.; SILVA, A. C. **Construção crítica de modelos matemáticos: uma experiência na divisão de recursos financeiros**. In: ALMEIDA, L. M. W.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. (Orgs.). Práticas de modelagem na educação Matemática: relatos de experiências e propostas pedagógicas. Londrina: EDUEL, 2011. p. 141-158.
- AUDINO, D. F.; NASCIMENTO, R. S. **Objetos de Aprendizagem – diálogos entre conceitos e uma nova proposição aplicada à educação**. Revista Contemporânea de Educação, vol. 5, n. 10, 2010.
- BARBOSA, J.C. **Modelagem na educação Matemática: contribuições para o debate teórico**. In: REUNIAO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. Anais... Caxambu: ANPED, 2001. Disponível em: <<http://uefs.br/nupemm/anped2001.pdf>>. Acesso em: mar, 2016.
- BARBOSA, E. F.; MOURA, D. G. e NAGEM, R. L. **Contribuição do método de projetos para a inclusão das tecnologias da informação na escola**. In: Tecnologia Educacional, v. 30, 2002.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. 3. ed., 1ª impressão – São Paulo: Conexo, 2009.
- BIEMBENGUT, M. S. **Mapeamento da Modelagem Matemática no Ensino Brasileiro**. Relatório de Iniciação Científica - Conselho Nacional de Desenvolvimento Tecnológico Científico – CNPq, 2007
- BIEMBENGUT, M. S. et al. **CREMM: Centro de referência em Modelagem Matemática: Precursores Brasileiros**. FURB: Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2006.

Disponível em: <<http://www.furb.br/cremm/portugues/cremm.php?secao=Precusores>>  
Acesso em: 03 out. 2016.

BISOGNIN, V.; BISOGNIN, E. **Modelagem Matemática em Cursos de Formação de Professores**: Uma Contribuição para a Construção do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo. *Educação Matemática em Revista*, v. 46, setembro, p. 35-43, 2015.

BORBA, M. C. **Tecnologias informáticas na educação Matemática e reorganização do pensamento**. In BICUDO, M. A. V. (Org.). *Pesquisa em educação Matemática: concepções & perspectivas*. São Paulo: UNESP, 1999. (Seminários & Debates).

BORBA, M. C.; SKOVSMOSE, O. **A ideologia da certeza em Educação Matemática**. In: SKOVSMOSE, O. *Educação Matemática Crítica: a questão da democracia*. 4ª ed. Campinas, SP: Papirus, 2001. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

BRASIL. **LDB** - Lei nº 9394/96, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da Educação Nacional. Brasília: MEC, 1996.

\_\_\_\_\_. **Parâmetros curriculares Nacionais (PCNs): Introdução**. Ensino Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

\_\_\_\_\_. **Parâmetros curriculares Nacionais (PCNs): Matemática: 3º e 4º Ciclos**. Ensino Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998b.

\_\_\_\_\_. **Parâmetros curriculares Nacionais Ensino Médio**. (PCNs). 1999. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf>, acesso em: 28 de Fevereiro 2017.

BURAK, D. **Modelagem Matemática e a sala de aula**. In: I Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática – I EPMEM. Anais... Londrina, PR, 2004.

\_\_\_\_\_. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. Tese de Doutorado. Unicamp, Campinas, 1992.

BURAK, D. e KLÜBER, T.E. **Concepções de modelagem Matemática**: contribuições teóricas. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 10, n. 1, pp. 17-34, 2008.

CAMPOS, I. S; ARAÚJO, J. L. **Quando pesquisa e prática pedagógica acontecem simultaneamente no ambiente de Modelagem Matemática**: problematizando a dialética pesquisador/professor. V.17, N.2, p. 324-339. Canoas: Acta Scientiae, 2015.

CAPES. **[Periódicos da Capes]**. Disponível em: <<http://www.periodicos.capes.gov.br/>> (aceso em 11/10/2016).

CARVALHO JR., J. H. T. **O Software Modellus aliado à estratégia de ensino**: Um estudo comparativo do desempenho dos alunos do ensino médio nas aulas de física - Dissertação de mestrado, Maceió, 2008.

CASTRO, C. M. **O computador na escola**. Rio de Janeiro: Campus, 1988.

CEOLIM, A.J.; CALDEIRA, A. D. **Modelagem Matemática na Educação Matemática**: obstáculos segundo professores da educação básica. *Educação Matemática em Revista*. Nº. 46, setembro, p. 25 – 34, 2004.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto.** Tradução Luciana de Oliveira da Rocha. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2007.

CRUZ, V. A. G. **Metodologia da pesquisa científica.** São Paulo: Pearson Pretence Hall, 2010.

D'AMBROSIO, B. S. **Como ensinar Matemática hoje? Temas e debates.** SBEM. Brasília. Ano II. n.2. p. 15-19. 1989.

D'AMBROSIO, U. **Transdisciplinaridade.** São Paulo: Palas Athenas, 1997.

DANTE, L. R. **Projeto Teláris: Matemática.** 1. ed. - São Paulo: Ática, 2012.

DORNELES, P. F. T. **Investigação de ganhos na aprendizagem de conceitos físicos envolvidos em circuitos elétricos por usuários da ferramenta computacional Modellus.** Dissertação (Mestrado em Ciências) - Instituto de Física, UFRGS, Porto Alegre, 2005.

EISNER, E.W. **On the differences between scientific and artistic approaches to qualitative research.** Educational Researcher, 1981.

FARIA, E. T. **O Professor e as novas tecnologias.** ENRICONE, D. (Org.). Ser Professor. 4. ed. Porto Alegre: EDIPUCRS, p. 57-72. 2004. Disponível em <[http://aprendentes.pbworks.com/f/prof\\_e\\_a\\_tecnol\\_5%5B1%5D.pdf](http://aprendentes.pbworks.com/f/prof_e_a_tecnol_5%5B1%5D.pdf)> Acesso em: 15 Jul. 2017.

FIorentini, D. **Investigação em educação Matemática: percursos teóricos e metodologia.** Campinas, SP: Autores associados, 2006.

FRANCHI, R. H. O. L. **Modelagem Matemática como estratégia de aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral nos cursos de Engenharia - (Mestrado), UNESP, Rio Claro, 1993.**

GEWANDSZNAJDER, F. **Projeto Teláris: Ciências.** 1. ed. - São Paulo: Ática, 2012.

KENSKI, V. M. **Educação e Tecnologias: o novo ritmo da informação.** 8ª ed. Campinas, SP: Papirus, 2012.

\_\_\_\_\_. **O ensino e os recursos didáticos em uma sociedade cheia de tecnologias.** In VEIGA, Ilma Passos Alencastro. Didática: o ensino e suas relações. Campinas (SP): Papirus, 1996.

KLÜBER, T. E.; BURAK, D. **Concepções de Modelagem Matemática: Contribuições teóricas.** Educ. Mat. Pesqui. (EMP), São Paulo, v.10, n. 1, p. 17-34, 2008.

KNEZEK, G. A., RACHLIN, S. L, SCANNEL, P. **A taxonomy for educational computing.** Educational Technology, March. 1988.

LÉVY, P. **As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática.** Rio de Janeiro: 34, 1993.

\_\_\_\_\_. **Cibercultura.** São Paulo: 34, 1999.

LIMA, I. B. **Uma abordagem interdisciplinar da modelagem Matemática de experimentos de física através da utilização do Software Modellus.** 2014. Dissertação do

PROFMAT (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB). Vitória da Conquista, 2014.

LORENZON, M. ; BARCELLOS, G. B. ; SILVA, J. S.; BIEMBENGUT, M.S. **Interfaces entre docência e epistemologia**: condições para pensar práticas de inovação curricular. Caderno Pedagógico (Lajeado. Online), v. 12, no. 2, p. 18-30, 2015.

MACHADO, N. J. **Informática na Escola**: Significado do Computador no Processo Educacional. 3ª ed. São Paulo, Cortez, 1999.

MEYER, J. F. C.A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. **Modelagem em Educação Matemática**. 3. ed. - Belo horizonte: Autentica Editora, 2013.

MISKULIN, R. G. S. **As possibilidades didático-pedagógicas de ambientes computacionais na formação colaborativa de professores de Matemática**. In: Formação de professores de Matemática, São Paulo: Mercado de Letras, 2003.

MOREIRA, Marco Antônio. **Metodologias de pesquisa em ensino**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.

PENTEADO, M. G. **Novos atores, novos cenários**: discutindo a inserção dos computadores na profissão docente. In BICUDO, M. A. V. (Org.). Pesquisa em educação Matemática: concepções & perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999. (Seminários & Debates).

PRADO, A.S.; OLIVEIRA, A.M.P. e BARBOSA, J.C. **Uma análise sobre a imagem da dimensão interacional da prática pedagógica representada em materiais curriculares educativos**. Educação Matemática Pesquisa (Online), v. 16, no. 2, p. 505-535, 2014.

PRETTO, N. **Educação e Inovação Tecnológica**: Um Olhar Sobre as Políticas Públicas Brasileiras. Revista Pedagógica. Chapecó, SC, Ano 5, n. 11, jul./dez. 2003.

RAMOS, I. C. P. N. **Construção de gráficos de Cinemática com o Software Modellus**: Um estudo com Alunos do 11º ano de Escolaridade. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, Lisboa, 2011. Disponível em: < <http://repositorio.ul.pt/handle/10451/5687>> Acesso em: 03 set. 2016.

SANT'ANA, F. M. et al. **Recursos de ensino**. In: Planejamento de Ensino e Avaliação. Porto Alegre: Sagra Luzzado, 1998.

SANTOS, J. R. G. **Investigação do uso de atividades de Modelagem Computacional no ensino de Física e Matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação Brasileira). Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2009.

SILVA, C. G. **Nanotecnologia: manipulando a matéria na escala atômica**. Ciência Hoje. Rio de Janeiro, v. 35, n. 206. p. 43-47, jul. 2004.

SILVA, J. S. **Compêndio de Matemática**. 2º vol. Lisboa: Ministério da Educação/OCDE, 1965.

SOCINFO, **Sociedade da Informação no Brasil**: Livro Verde. Organizado por Tadao Takahashi. Brasília: Ministério da Ciência e da Tecnologia, 2000.

TAYLOR, R. P. **The Computer in the School: Tutor, Tool, Tutee.** New York: Teachers College Press, 1980.

TAJRA, S. F. **Informática na Educação: professor na atualidade.** São Paulo: Érica, 1998.

TEIXEIRA, E. B. **A Análise de dados na pesquisa científica** - importância e desafios em estudos organizacionais. Desenvolvimento em Questão. Editora Unijuí, ano 1, n. 2, 2003.

TEODORO, V. D. **Modelação computacional em Ciências e Matemática.** Revista Brasileira de Informática na Educação. Uniandes - Lídie, Colombia. v.10 .n.2, p.171-182. 2002. Disponível em: <[http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-112586\\_archivo.pdf](http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-112586_archivo.pdf)> Acesso em: 07 set. 2016.

VALENTE, J. A. **A espiral da espiral de aprendizagem: o processo de compreensão do papel das tecnologias de informação e comunicação na educação.** 232 f. Tese (Livre Docência) –Instituto de Artes, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, São Paulo, 2005.

\_\_\_\_\_. **Computadores e conhecimento.** Campinas: Gráfica Central da Unicamp, 1993.

\_\_\_\_\_. **Diferentes usos do computador na educação.** In:\_\_\_\_\_(Org.). Computadores e Conhecimento: Repensando a Educação. São Paulo: UNICAMP, p. 1-28. 1995.

\_\_\_\_\_. **O computador na sociedade do conhecimento.** MEC, Coleção informática para a mudança na educação, 2012. Disponível em: <<http://www.faculdadesjt.com.br/tecnico/gestao/arquivosportal/file/O%20computador%20MEC.pdf>> Acesso em: 28 de Fevereiro 2017.

VASCONCELOS, F H. L. et al. **A utilização de Software educativo aplicado ao ensino de Física com o uso da modelagem.** In: SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE FÍSICA, 16., 2005, Rio de Janeiro. Anais... Rio de Janeiro: UERJ, 2005. Disponível em: <<http://www.sbf1.sbfisica.org.br/eventos/snef/xvi/cd/resumos/T0164-2.pdf>>. Acesso em: 29 de outubro de 2016.

## APÊNDICES

### APÊNDICE A - Questionário 1A

Este questionário busca informações em relação ao conhecimento Tecnológico dos discentes participantes da pesquisa intitulada “**SOFTWARE MODELLUS E MODELAGEM MATEMÁTICA: RELACIONANDO CONCEITOS MATEMÁTICOS COM FENÔMENOS DA FÍSICA**”, realizada pelo Professor-Pesquisador Sérgio Renato Barcelos<sup>15</sup> sob a orientação da Prof. Dra. Janice Teresinha Reichert.

1. Para que você usa o computador pessoal?

( ) Redes sociais

( ) Pesquisas escolares

( ) Assistir vídeos e baixar aplicativos

( ) Desenvolver trabalhos

( ) Outros. Quais? \_\_\_\_\_

( ) Não possuo computador

2. Você tem acesso à internet? Se sim, acessa do computador e/ou celular?

---

3. Fale sobre o que você acha em utilizar o computador para facilitar as aulas de Matemática?

---

4. Você já utilizou seu computador para fazer/aprender Matemática?

( ) Sim

( ) Não

5. Fale sobre o que você acha em analisar resultados matemáticos com o uso de um *Software* (aplicativo):

---

<sup>15</sup> Mestrando do Profmat pela Universidade Federal Fronteira Sul (UFFS) em Chapecó, SC.

## Questionário 1B

Este questionário visa a busca de informações sobre o conhecimento prévio de Matemática relativas a funções, trazidas pelos educandos através de uma situação problema.

1. Uma pista de ciclismo tem marcações a cada 600m. Um ciclista treina para uma prova de resistência, desenvolvendo uma velocidade constante. Enquanto isso, seu técnico anota, de minuto em minuto, a distância já percorrida pelo ciclista, conforme tabela abaixo:

x: Instante (em min)	y: Distância (em m)
0	0
1	600
2	1200
3	1800
4	2400
5	3000
...	...

a) Você concorda que a cada instante  $x$  corresponde uma única distância  $y$ ? Por que?

---

b) Explique com suas palavras o que você entende por uma função:

---



---

c) No instante  $x = 6$ , quanto vale  $y$ ? Explique o resultado encontrado:

---

c) Na situação da tabela acima, a distância é função do instante? Por que?

---

d) A fórmula ou lei Matemática que relaciona  $y$  (distância) com  $x$  (instante) é:

---

f) Quais as duas grandezas envolvidas na situação acima?

---

3. Descreva sobre qual é seu entendimento sobre o que é uma Lei Matemática:

---



---

4. O que é um Modelo Matemático no seu entendimento?

---

---

5. Fale sobre atividades da disciplina de Matemática que ajudam você entender melhor o conteúdo.

---

---

---

## APÊNDICE B - Questionário 2

Este interrogatório visa obter informações em relação à assimilação e pensamentos dos alunos referentes a aplicação da pesquisa “**SOFTWARE MODELLUS E MODELAGEM MATEMÁTICA: RELACIONANDO CONCEITOS MATEMÁTICOS COM FENÔMENOS DA FÍSICA**”, realizada pelo Professor-Pesquisador Sérgio Renato Barcelos sob a orientação da Prof. Dra. Janice Teresinha Reichert.

1. Sua opinião em relação aos exercícios que envolveram as atividades práticas, Modelagem Matemática e o uso do *Software Modellus* foi:

( ) Ótima.

( ) Boa.

( ) Regular.

( ) Ruim.

2. O uso do computador como ferramenta de aprendizagem foi:

( ) Produtivo.

( ) Mais ou menos produtivo.

( ) Pouco produtivo.

( ) Nada produtivo.

Explique porquê:

---

---

3. Você teve dificuldades para trabalhar com o *Software Modellus*? Qual?

---

---

4. Na sua opinião, as atividades desenvolvidas através da Modelagem Matemática conseguiram apresentar aplicações da Matemática em outras áreas, por exemplo na Física?

( ) Sim.

( ) Não.

( ) Talvez

5. Como foi sua experiência com a Modelagem Matemática, atividades práticas e o uso de Tecnologias da informação?

a) Aponte pontos positivos a respeito das atividades:

---

---

---

---

b) Caso exista pontos negativos nas atividades realizadas, cite-os:

---

---

---

---

6. O uso do *Software* Modellus trouxe algo novo para sua aprendizagem? Justifique sua resposta.

---

---

---

---

7. Aponte situações que lhe chamaram a atenção enquanto trabalhava com o *Software* Modellus:

---

---

---

---

8. Você acha que o uso do *Software* Modellus apresenta alguma vantagem sobre os experimentos reais? Se sim, quais as vantagens?

---

---

---

---

9. Você acha que o uso do *Software* Modellus contribui para o entendimento do conceito de Função do primeiro e segundo graus? De que forma ele lhe auxiliou?

---

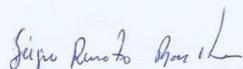
---

---

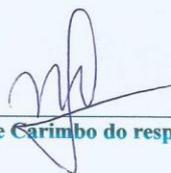
---

**ANEXO****ANEXO A – DECLARAÇÃO DE CIÊNCIA E CONCORDÂNCIA DAS INSTITUIÇÕES ENVOLVIDAS****DECLARAÇÃO DE CIÊNCIA E CONCORDÂNCIA DAS INSTITUIÇÕES ENVOLVIDAS**

Com o objetivo de atender às exigências para obtenção de parecer do Comitê de Ética em Pesquisa envolvendo Seres Humanos, **Mylei Antonini**, representante legal da instituição **EBM. André Antônio Marafon**, escola envolvida no projeto de pesquisa intitulado “**Modelagem Matemática Com o Software Modellus: Relacionando Conceitos Matemáticos com Fenômenos da Física**” declara estar ciente e de acordo com seu desenvolvimento nos termos propostos, salientando que o pesquisador deverá cumprir os termos da resolução 466/12 do Conselho Nacional de Saúde, Estatuto da Criança e do Adolescente (ECA) e as demais legislações vigentes.



Assinatura do Pesquisador Responsável



Assinatura e Carimbo do responsável da Instituição

..B.M. Andre Antonio Marafon  
Rua Israel, 1850/D-Bairro Esplanada  
Chapecó-Santa Catarina  
Portaria: 460 de 05/12/1986

Chapecó, 10 de outubro de 2016

**Mirley Martins Garcia Antonini**  
Gestora  
Código nº 21818