



UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL

CAMPUS DE CHAPECÓ

CURSO DE MATEMÁTICA

JARDEL LANSING

DIFICULDADES NA APRENDIZAGEM DE NÚMEROS RACIONAIS

CHAPECÓ, SC

2018

JARDEL LANSING

DIFICULDADES NA APRENDIZAGEM DE NÚMEROS RACIONAIS

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentado como requisito para obtenção de grau de Licenciado em Matemática da Universidade Federal da Fronteira Sul.

Orientador: Prof. Dr. Pedro Augusto Pereira Borges

CHAPECÓ, SC

2018

JARDEL LANSING

DIFICULDADES NA APRENDIZAGEM DE NÚMEROS RACIONAIS

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentado como requisito para obtenção de grau de licenciado em Matemática da Universidade Federal da Fronteira Sul.

Orientador: Prof. Dr. Pedro Augusto Pereira Borges

Este trabalho de conclusão de curso foi defendido e aprovado pela banca em:
____/____/____

BANCA EXAMINADORA

Prof^a. Dr^a. Marisol Vieira Melo - UFFS

Prof. Dr. Pedro Augusto Pereira Borges - UFFS

Prof. Dr. Tarcisio Kummer - UFFS

RESUMO

As dificuldades que os alunos apresentam na compreensão dos conceitos envolvidos no conteúdo de números racionais são reconhecidos na literatura da Educação Matemática. É comum a aversão ao uso de frações e números decimais, assim como os erros cometidos ao usá-los, tanto no ensino básico como no superior. O presente trabalho propõe uma investigação para identificar as dificuldades e os percursos de superação dessas, no processo de aprendizagem de números racionais. A Teoria das Representações Semióticas de Raymond Duval foi utilizada para orientar a interpretação dos dados relativos às questões de aprendizagem, visto que os números racionais são estruturas matemáticas, nas quais são utilizadas diferentes representações para a relação entre o inteiro e suas partes. A consideração dos erros e a utilização desses como ponto de referência para a observação dos obstáculos de aprendizagem e suas superações, foram baseadas nas concepções de Jean Pierre Astolfi. Esta pesquisa se caracteriza como descritiva (em relação às dificuldades) e explicativa (em relação à aprendizagem). Foram desenvolvidas atividades de ensino em uma turma de sétimo ano do Ensino Fundamental, de uma escola pública de Chapecó-SC, com o objetivo de observar os percursos de superação das dificuldades; como essa interação tende a transformar alunos, escola e professor pelo envolvimento e geração de aprendizagem. Entende-se que a presente investigação tem também características de pesquisa-ação. Os dados foram coletados através de observação direta e registro em diário de campo. São ações, iniciativas e procedimentos matemáticos dos alunos durante as atividades, que foram destacados, organizados e classificados de acordo com categorias, utilizando o método de Análise de Conteúdo.

Palavras-chave: Números racionais; Dificuldades de aprendizagens; Registros de Representação Semiótica.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Diferentes registros para aquisição do conhecimento matemático	10
Quadro 2: Diferentes registros de representação do número racional	11
Quadro 3: A distinção entre tratamento e conversão	14
Quadro 4: Tratamento do obstáculo de aprendizagem (ASTOLFI, 1998)	15
Quadro 5: Dificuldades e Superações - Aluno A1	20
Quadro 6: Dificuldades e Superações - Aluno A12	22
Quadro 7: Dificuldades e Superações - Aluno A13	23

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Exercício realizado pelo aluno A1	25
Figura 2: Exercício realizado pelo aluno A1	26
Figura 3: Exercício realizado pelo aluno A1	28
Figura 4: Exercício realizado pelo aluno A12	29
Figura 5: Exercício realizado pelo aluno A12	29
Figura 6: Exercício realizado pelo aluno A12	30
Figura 7: Exercício realizado pelo aluno A12	31
Figura 8: Exercício realizado pelo aluno A12	32
Figura 9: Exercício realizado pelo aluno A13	33
Figura 10: Exercício realizado pelo aluno A13	34
Figura 11: Exercício realizado pelo aluno A13	35

LISTAS DE SIGLAS E ABREVIATURAS

CEP - Comitê de Ética em Pesquisa

PCN - Parâmetros Curriculares nacionais

SC - Santa Catarina

TCC - Trabalho de Conclusão de Curso

TCLE - Termo de Consentimento Livre Esclarecido

TRRS - Teoria de Registros de Representação Semiótica

UFFS - Universidade Federal da Fronteira Sul

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	8
2	REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS E SUPERAÇÃO DE DIFICULDADES	10
3	METODOLOGIA.....	17
4	IDENTIFICAÇÃO DAS DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM	19
5	DESCRIÇÃO DAS DIFICULDADES E SUPERAÇÕES	24
	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	36
	REFERÊNCIAS	38
	APÊNDICES.....	40

1 INTRODUÇÃO

Esse estudo tem como objetivo identificar as dificuldades de aprendizagem de números racionais por alunos da escola básica, em uma turma de sétimo ano do Ensino Fundamental II e analisar o percurso de superação.

A escolha desse tema de pesquisa foi motivada pelas observações realizadas em sala de aula, no exercício da profissão docente e ainda como licenciando em trabalhos de componentes curriculares, tais como Pesquisa em Educação Matemática¹ e Laboratório de Matemática² no Curso de Licenciatura em Matemática da UFFS.

O ensino dos números racionais inicia no quarto ano do Ensino Fundamental, com a noção de frações e números decimais, segue no quinto e sexto com os algoritmos operatórios, amplia-se no sétimo ano com os racionais negativos e completa-se com a noção de subconjunto dos números reais, no nono ano.

Sobre as dificuldades de aprendizagem dos números racionais, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) orientam que:

[...] embora as representações fracionárias e decimais dos números racionais sejam conteúdos desenvolvidos nos ciclos iniciais, o que se constata é que os alunos chegam ao terceiro ciclo sem compreender os diferentes significados associados a esse tipo de número e tampouco os procedimentos de cálculo, em especial os que envolvem os racionais na forma decimal. Uma explicação para as dificuldades encontradas possivelmente deve-se ao fato de que a aprendizagem dos números racionais supõe rupturas com ideias construídas para os números naturais (BRASIL, 1998, p. 100-101).

A escolha de uma turma de sétimo ano para realização da pesquisa sobre o ensino e aprendizagem dos números racionais é devido aos altos índices de rejeição desse conteúdo por parte dos alunos, observada durante minha experiência como docente.

As dificuldades que os alunos apresentam na compreensão dos números fracionários e decimais acumulam-se ao longo dos anos escolares. (ASSUMPÇÃO,

¹ Na disciplina de Pesquisa em Educação Matemática, no primeiro semestre de 2017, elaborei o trabalho "Análise de uma abordagem didática para o ensino de números racionais".

² Na disciplina de Laboratório de Matemática, no primeiro semestre de 2016, estudei artigos e pesquisas sobre os números racionais que apontavam as grandes dificuldades que os alunos apresentam ao trabalhar os conteúdos que envolvem fração e números decimais e posteriormente, ainda nessa disciplina, foram construídos jogos, como estratégias metodológicas para melhorar o ensino desses conteúdos na educação básica.

2013) relaciona as dificuldades de compreensão dos alunos com os altos níveis de reprovação no sexto ano do Ensino Fundamental.

Minha experiência, como professor, mostra que, os alunos ao chegarem ao 6^a ano, apresentam dificuldades conceituais, em especial no que se refere a frações. Estas dificuldades podem explicar os índices de reprovação, em matemática, e acompanharão os alunos, nos anos posteriores de escolarização, quando se defrontam com as operações com números racionais. Esta observação me leva a considerar a hipótese de uma preparação matemática deficiente, dos alunos, nos anos iniciais do ensino fundamental. (ASSUMPÇÃO, 2013, p. 17)

A importância da pesquisa sobre o ensino dos números racionais vai além das consequências da reprovação e da aversão à Matemática, pois um entendimento consistente dos conceitos e propriedades desses números é um pré-requisito para outros conceitos matemáticos (tais como as expressões e equações algébricas, funções, matrizes,...), além de ser um conhecimento necessário para ações da vida do cidadão comum, ou de profissionais de formação acadêmica.

No sentido de contribuir para o aprofundamento dos estudos sobre o tema, o presente trabalho propõe o seguinte problema de pesquisa: **Quais são as dificuldades e os seus percursos de superação, no processo de aprendizagem de números racionais?**

Este estudo é uma pesquisa de TCC do Curso de Matemática – Licenciatura da UFFS/Chapecó. No capítulo 1 será apresentado a Fundamentação Teórica com base na Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) de Raymond Duval, a qual vai orientar a interpretação dos dados relativos às questões de aprendizagem e às diferentes representações dos números racionais, nas ideias de superação dos obstáculos de aprendizagem de Jean-Pierre Astolfi e, em alguns elementos, da obra de Helena Noronha Cury sobre a identificação e superação de erros. O capítulo 2 será destinado a apresentação da metodologia da pesquisa. No capítulo 3 serão apresentados os dados relativos às dificuldades de aprendizagem e superações. O capítulo 4 será destinado a análise dos dados, e no capítulo 5 será apresentada a conclusão desse estudo.

2 REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS E SUPERAÇÃO DE DIFICULDADES

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) é utilizada para explicar os aspectos da estrutura do funcionamento cognitivo do ser humano, relacionado à aprendizagem matemática, enfatizando, como ocorre a aquisição dos conceitos matemáticos. Para que ocorra de fato aprendizagem, o indivíduo deve ser capaz de relacionar diferentes representações sem confundir o objeto com sua representação. Segundo (DUVAL, 2009, p.14), é possível organizar os diferentes registros de representação semiótica de quatro formas distintas, conforme Quadro 1.

Quadro 1: Diferentes registros para aquisição do conhecimento matemático

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO-DISCURSIVA
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: Os tratamentos não são algoritmizáveis.	Língua natural. Associações verbais (conceituais). Forma de raciocinar: *argumentação a partir de observações, de crenças...; * dedução válida a partir de definição ou de teoremas;	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3). * apreensão operatória e não somente perceptiva; * construção com instrumentos.
REGISTROS MONOFUNCIONAIS: Os tratamentos são principalmente algoritmos.	Sistemas de escritas: * numéricas (binária, decimal, fracionária...); *algébricas; *simbólicas (línguas formais). Cálculo	Gráficos cartesianos. * mudanças de sistema de coordenadas; * interpolação, extrapolação.

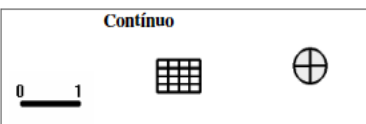

Fonte: Duval (2003, p.14)

O Quadro 1, apresenta a diferença entre os registros multifuncionais e monofuncionais e, segundo o autor, “a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de, ao menos, dois registros de representação ao mesmo tempo ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação” (Duval 2003, p.14). Dessa forma, Duval associa a realização da atividade matemática pelo aluno, o que pressupõe a consciência e compreensão dos conceitos envolvidos e então a efetivação da aprendizagem com a associação de diferentes registros de representação semiótica ao mesmo conceito.

Essa pesquisa pretende identificar as dificuldades de aprendizagem dos números racionais com base na teoria das representações semióticas. No Quadro 2,

é possível observar as diferentes formas de representação dos números racionais e cada tipo de registro associado a ele, compreendendo assim a relação entre os registros multifuncionais e monofuncionais.

Quadro 2: Diferentes registros de representação do número racional

Registros de Representação Semiótica e o Número Racional													
	Representação Discursiva	Representação Não-Discursiva											
Registros Multifuncionais O tratamento não é algoritmizável, usados para a comunicação e tratamento dos objetos.	Registro na Língua Natural Um número racional na forma $\frac{a}{b}$ com $a \in \mathbb{Z}$ e $b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$ está representado por uma fração. Um número racional pode ser escrito seguindo as regras e convenções do Sistema Decimal de Numeração	Registro Figural Contínuo 											
			Discreto 										
Registros Monofuncionais Os tratamentos são principalmente algoritmos, desenvolvidos para um tipo de tratamento, a fim de conseguir desempenhos mais econômicos e poderosos.	Registro Simbólico <table border="1" style="width: 100%;"> <thead> <tr> <th>Numérico</th> <th>Algébrico</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Fracionário: $\frac{1}{3}$</td> <td>$\frac{a}{b}, b \neq 0, a, b \in \mathbb{Z}$</td> </tr> <tr> <td>Decimal exato: 0,5</td> <td rowspan="2">$a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_nx^0$</td> </tr> <tr> <td>Decimal não exato: 0,333...</td> </tr> <tr> <td>Potência de 10 ou Notação Científica</td> <td>$a \cdot 10^n$ ou $a \cdot 10^{-n}$</td> </tr> <tr> <td>Percentual: 20%</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Numérico	Algébrico	Fracionário: $\frac{1}{3}$	$\frac{a}{b}, b \neq 0, a, b \in \mathbb{Z}$	Decimal exato: 0,5	$a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_nx^0$	Decimal não exato: 0,333...	Potência de 10 ou Notação Científica	$a \cdot 10^n$ ou $a \cdot 10^{-n}$	Percentual: 20%		Registro Gráfico
	Numérico	Algébrico											
Fracionário: $\frac{1}{3}$	$\frac{a}{b}, b \neq 0, a, b \in \mathbb{Z}$												
Decimal exato: 0,5	$a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_nx^0$												
Decimal não exato: 0,333...													
Potência de 10 ou Notação Científica	$a \cdot 10^n$ ou $a \cdot 10^{-n}$												
Percentual: 20%													

Fonte: Soares (2007, p.31)

O Quadro 2 apresenta as diferentes formas de representação dos números racionais, seus diferentes registros de representação: decimal, fracionário e geométrico. Essas diferentes representações endossam a importância da utilização da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, pois, o contato com esses diferentes registros, permitem que os alunos realmente aprendam o conceito de número racional.

Para se ter compreensão do objeto, Duval (2009) explica ser necessário a ocorrência de dois procedimentos essenciais chamados de: *noésis* e *semiósisis*.

Para o autor, não ocorre *noésis* sem *semiósisis*, em que “chamamos de *semiósisis* a apreensão ou a produção de uma representação semiótica, e *noésis* os atos cognitivos com a apreensão conceitual de um objeto [...] (DUVAL, 2009, p.15).

A compreensão conceitual (*noésis*) do objeto matemático, só será possível quando ocorrer a associação por diversos registros de representação (*semiósis*) de um mesmo objeto.

Para entender a importância das *semiósis* para o funcionamento cognitivo do sujeito e como se desenvolve o conhecimento matemático (DUVAL, 2009, p. 35) preserva que “não é o emprego deste ou daquele tipo de signos³, mas a variedade dos tipos de signos que podem ser utilizados. A *semiósis* é inseparável de uma diversidade inicial de tipos de signos disponíveis”.

Assim, admite-se que essa teoria possa contribuir para identificar também as dificuldades de aprendizagem, visto que, muitas dessas, estejam relacionadas às representações semióticas, pois, para Duval as representações semióticas “são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação, os quais têm suas dificuldades próprias de significado e funcionamento” (DUVAL, 2012, p. 269).

Diante disso, pode-se afirmar que a Matemática é praticamente toda construída através de representações. Por exemplo, representar o número racional um quarto através da notação simbólica na forma fracionária $\frac{1}{4}$, na forma decimal 0,25 ou ainda na forma percentual 25% além de outros tipos de registros possíveis como a língua natural (um quarto) e o registro figural. Portanto, tem-se um número racional representado de formas diferentes: fracionário, decimal e em língua natural, em que a única diferença entre os três registros, está na forma de representação e não, na do objeto representado.

O trabalho de um objeto matemático em um único registro de representação “conduz a um fechamento de registros de representação para os alunos dificultando o reconhecimento dos mesmos objetos através das representações que lhes são dadas por sistemas semióticos diferentes” (DUVAL, 1993, p.52). Por exemplo, $\frac{1}{4}$ seria considerado um número racional e não a representação de um objeto matemático, podendo ocorrer de um aluno não reconhecer que $\frac{1}{4} = 0,25$.

Em sua teoria, Duval aponta que dadas as diferentes possibilidades de representação semiótica de um mesmo objeto matemático, é necessário considerar

³ Signos são representações de outros objetos, que podem ser reais ou ideais.

as transformações dessas representações como o centro da análise das atividades matemáticas.

A característica fundamental dos encaminhamentos matemáticos consiste em transformações de representações em transformações de representações semióticas, dadas ou obtidas no contexto de um problema proposto, em outras representações semióticas. É nisso que elas se distinguem radicalmente dos outros encaminhamentos científicos em física, em astronomia, em biologia ou geologia etc. Trabalhamos apenas com as representações semióticas para transformá-las em outras... Isso provoca evidentemente uma reversão completa do ponto de vista cognitivo comum sobre as representações e particularmente sobre as representações semióticas. (DUVAL, 2011, p. 52).

Segundo Duval (1999), a análise do desenvolvimento cognitivo e as dificuldades encontradas na aprendizagem confronta-se com três fenômenos interligados, sendo esses responsáveis pela aprendizagem de número racional.

1. A existência de diversos registros de representação semiótica. O número racional quando introduzido no Ensino Fundamental, aparece representado pelos três tipos de representação apontados por Duval: no registro simbólico – numérico (fracionário e decimal) ou algébrico, no registro figural (representação de partes de grandezas discretas e contínuas) e no registro da língua natural.
2. Diferenciação entre o objeto representado e seus registros de representação semiótica.
3. Coordenação entre diferentes registros de representação semiótica.

Dentre as possíveis transformações de representações semióticas, Duval (2003), cita os tratamentos e as conversões. Em sua teoria, ressalta que ambos devem ser analisados separadamente, pois possuem características específicas. Duval destaca que grande parte das pesquisas em Educação Matemática analisa as transformações sem fazer distinção entre o que ele denomina de tratamentos e conversões, não possibilitando a compreensão real das dificuldades apresentadas pelos estudantes nas atividades matemáticas.

Sobre o tratamento e conversão, de acordo com Duval (2009, p.53) essas funções “são diretamente ligadas à propriedade fundamental de representações semióticas: sua transformabilidade em outras representações que conservam seja todo conteúdo da representação inicial seja uma parte somente desse conteúdo”. É a partir das associações entre esses dois tipos distintos de transformações de

representações semióticas que ocorre a aquisição de um conceito matemático, conforme o Quadro 3:

Quadro 3: A distinção entre tratamento e conversão

Transformação de uma representação semiótica em uma outra representação semiótica	
Permanecendo no mesmo sistema: TRATAMENTO	Mudando de sistema, mas conservando a referência aos mesmos objetos: CONVERSÃO
<p>Quase sempre, é somente este tipo de transformação que chama a atenção porque ele corresponde a procedimentos de justificação.</p> <p>De um ponto de vista “pedagógico”, tenta-se algumas vezes procurar o melhor registro de representação a ser utilizado para que os alunos possam compreender.</p>	<p>Este tipo de transformação enfrenta os fenômenos de não-congruência. Isso se traduz pelo fato de os alunos não reconhecerem o mesmo objeto através de duas representações diferentes.</p> <p>A capacidade de converter implica a coordenação de registros mobilizados. Os fatores de não congruência mudam conforme os tipos de registros entre os quais a conversão é, ou deve ser efetuada.</p>

Fonte: Duval (2003, p.15)

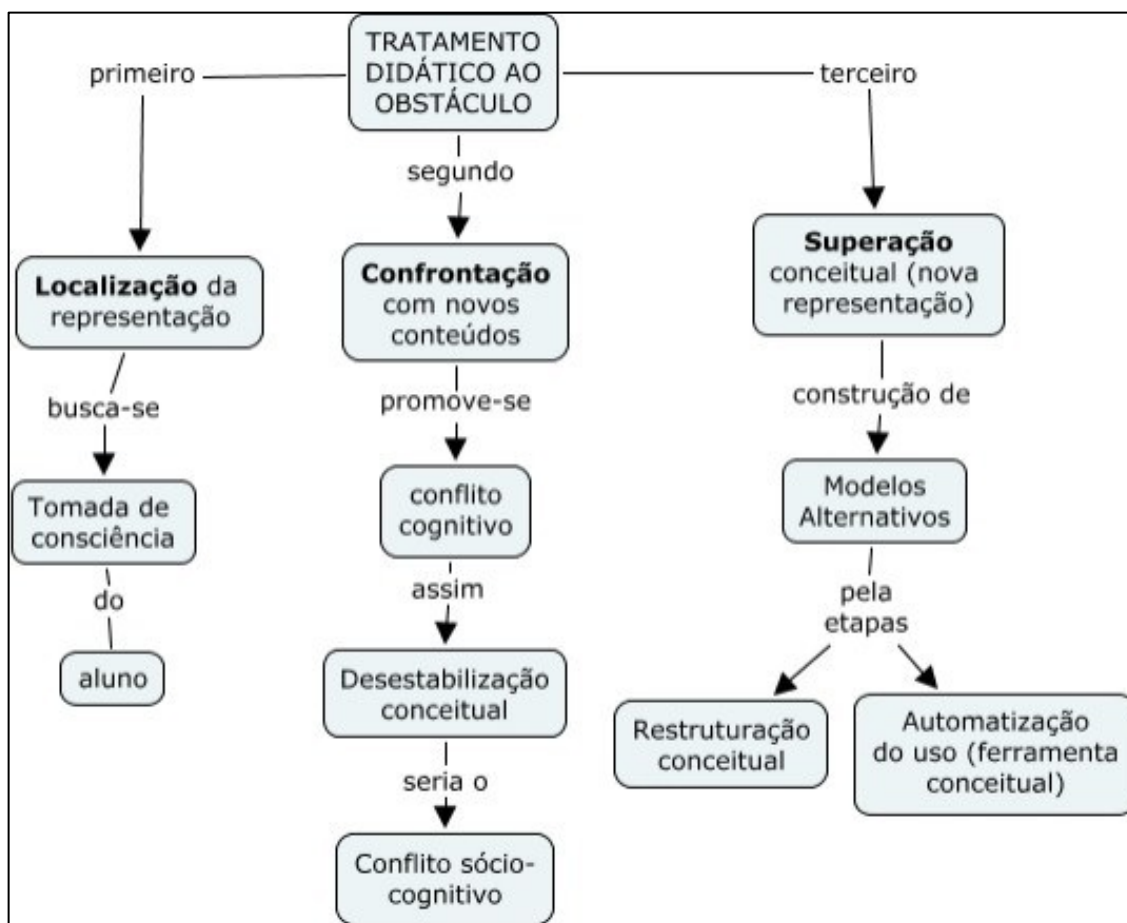
Os tratamentos são transformações de representação dentro de um mesmo registro, por exemplo, resolver equações sem sair do registro algébrico. As conversões são transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados, por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação à sua representação gráfica (SOARES, 2007, p.34).

Neste sentido, é preciso ir além da identificação das dificuldades de aprendizagem, e analisar os seus obstáculos manifestados pelos alunos durante o processo de formação do conhecimento científico. Após identificar as dificuldades de aprendizagem manifestada pelos alunos, sujeitos da pesquisa, o presente trabalho propõe analisar o processo de superação dos obstáculos de aprendizagem. O

conceito de obstáculos de aprendizagem foi introduzido pelo francês Jean-Pierre Astolfi e tem relação com as concepções alternativas que os estudantes possuem do conhecimento. Um obstáculo, segundo Astolfi (1993; 1994), não é adaptado facilmente, ele está ligado a resistências muito fortes e a regressões intelectuais que estão dentro de todo um sistema de pensamento, de uma construção estreitamente coerente e explicativa. A ideia de obstáculo tem conexão com as relações prévias dos alunos, ainda assim, não se trata apenas de que os alunos pensem de maneira diferente, mas sim, que existe a necessidade de manter intactos os seus sistemas de pensamento.

O Quadro 4 apresenta o mapa conceitual dos Obstáculos de Aprendizagem.

Quadro 4: Tratamento do obstáculo de aprendizagem (ASTOLFI, 1998)



Fonte: Seiffert-Santos (2014)

Neste percurso, Astolfi (1993), propõe identificar o obstáculo, fissurá-lo e trabalhar para a sua superação. A identificação do obstáculo corresponde à tomada

de consciência da sua existência pelo aluno, ou seja: frente as suas concepções alternativas e ao seu próprio funcionamento intelectual é preciso saber qual obstáculo se impõe ao avanço do conhecimento. A fissuração é produzida quando se manifesta uma desestabilização conceitual no estudante, a qual pode ocorrer com a oposição entre pontos de vista e a apresentação de diferentes situações que estimulem o desenvolvimento intelectual. Nessa etapa ocorre o conflito sócio-cognitivo. Por fim, a superação do obstáculo acontece na medida em que o estudante consegue elaborar um modelo explicativo alternativo, que explique as incertezas geradas na etapa de fissuração criando, assim, condições para sua automatização em novas e diferentes situações.

3 METODOLOGIA

Essa pesquisa é uma investigação da aprendizagem em sala de aula, formatada como um Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) do Curso de Matemática – Licenciatura da UFFS, *campus* Chapecó. Entende-se por pesquisadores: o aluno-pesquisador e o orientador; como sujeitos da pesquisa: os alunos do 7º ano, e, como objeto da pesquisa: as dificuldades e obstáculos de aprendizagem manifestada pelos sujeitos.

Este trabalho é uma pesquisa de natureza descritiva (em relação às dificuldades) e explicativa (em relação à aprendizagem). Através desse estudo, procura-se identificar quais são as principais dificuldades de aprendizagem manifestada pelos alunos em relação aos números racionais e quais são os percursos para a superação desses obstáculos.

O Comitê de Ética em Pesquisa – CEP/UFFS aprovou a execução do projeto CAAE 84655818.5.0000.5564 através do parecer 2.585.272 em 06 de abril de 2018. A partir dessa data foram iniciadas as ações de aplicação de testes e coleta de dados, em comum acordo entre a Direção da escola, Gerência de Educação de Chapecó e pesquisadores responsáveis. Os alunos do 7º ano foram convidados a participar da pesquisa e orientados sobre as etapas, os objetivos, a opção de não participação, a desistência, a garantia de anonimato e a exigência da assinatura do TCLE. Aqueles que não aceitaram participar desenvolveram as atividades como os demais (já que a pesquisa foi realizada com base nas aulas normais), porém, não foram incluídos na análise.

A coleta de dados foi realizada em uma escola de Educação Básica da rede estadual, localizada no Bairro Seminário, município de Chapecó-SC, no período compreendido entre abril e maio de 2018 em uma turma de sétimo ano do Ensino Fundamental II, com um grupo de aproximadamente 15 alunos, na faixa etária entre 12 e 15 anos de idade. Desses, apenas um optou por não participar da pesquisa, sendo a amostra inicial composta por 14 alunos.

Para garantir o anonimato dos participantes, os sujeitos, foram identificados por letras do alfabeto seguidas de número, por exemplo: **A1** indica o aluno 1, **A2** indica o aluno 2, **A3** indica o aluno 3 e assim sucessivamente. Entre a amostra de alunos pesquisados, observou-se uma significativa repetição de dados. Para evitar

tais repetições e otimizar o tempo de trabalho, foram selecionados três alunos dessa amostra original (14 alunos), os quais apresentaram características distintas entre si, e ao mesmo tempo descrevem de forma geral as dificuldades apresentadas pela grande amostra. Dos 14 alunos, os selecionados para análise foram: aluno A1, aluno A12 e o aluno A13.

A coleta de dados ocorreu em três interações com os sujeitos, nomeadas como eventos: Atividades de exercícios realizadas em sala de aula, Testes e Falas com os alunos.

- I. **Evento 1:** Atividades sobre números fracionários e decimais realizadas em sala de aula.
- II. **Evento 2:** Testes aplicados em duas etapas, com questões de matemática.
 - a) Na primeira etapa, em 16/04/2018, as questões abordaram assuntos como a diferença entre número natural e número racional, conversão entre a representação fracionária e decimal e localização de número racional na reta numerada, conforme Apêndice I.
 - b) Na segunda etapa, em 04/05/2018, foram abordados assuntos sobre representação fracionária através de figuras geométricas, comparação entre fração e número decimal, conversão de fração decimal para número decimal e operação de soma e subtração envolvendo números decimais e frações, conforme Apêndice II.

Os Testes foram realizados em datas distintas, 16 de abril e 04 de maio de 2018 com duração de 45 minutos cada um. Além dos registros escritos, foram anotadas informações pelo pesquisador em diário de campo, sobre manifestações orais dos alunos, conversas informais entre aluno-aluno e aluno-professor, em outros momentos de interação entre os sujeitos e o pesquisador, tais como a realização de atividades de ensino. A composição entre os dados obtidos por registro em papel e por observação direta pode significar a possibilidade de triangulação, ou seja, a complementação da informação pela dupla, ou tripla ocorrência.
- III. **Evento 3:** Falas entre sujeito e pesquisador.

4 IDENTIFICAÇÃO DAS DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM

Os itens descritos nos Quadro 5, Quadro 6, Quadro 7 foram identificados a partir de uma análise das respostas dos Testes, observações anotadas no diário de campo do pesquisador e falas entre os sujeitos e pesquisador.

Os objetivos referentes a cada questão dos testes do Evento 2 são as seguintes:

TESTE 1:

Questão 1: Identificar os tipos de números, se inteiro ou racional, usados para representar quantidades em situações de contextualização.

Questão 2: Converter fração em número decimal.

Questão 3: Identificar a localização de números racionais na forma decimal, na reta numérica.

TESTE 2:

Questão 1: Reconhecer fração por meio da representação geométrica.

Questão 2: Compreender o significado de fração, classificando-as como maior ou menor.

Questão 3: Desenvolver a habilidade para encontrar uma fração equivalente e irredutível.

Questão 4: Reconhecer a igualdade entre as representações de: fração decimal e número decimal.

Questão 5: Proporcionar aos alunos a oportunidade para desenvolver habilidades e competências construindo novos significados para os números e as operações, a partir da soma e subtração de números decimais.

Questão 6: Efetuar a soma e subtração de fração, fazendo com que o aluno desenvolva a ideia de fração como um todo.

Questões 7 e 8: Justificar os processos utilizados na resolução da questão 6.

Quadro 5: Dificuldades e Superações - Aluno A1

TESTE 1	Conteúdos	EVENTO 1 (Exercícios realizados em sala)		EVENTO 2 (Testes)		EVENTO 3 (Falas com aluno)	
		DIFICULDADES	SUPERAÇÃO	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO
Questão 1 (Q1)	Diferenciar números inteiros de números racionais	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO
		- Não entendeu o significado da representação fracionária e decimal.	- Percebeu que existem representações para partes e quantidades fracionárias; - Demonstrou entendimento quando contextualizado os números racionais com situações do cotidiano (Produtos de mercado, preço da passagem do transporte urbano, tabela de informação nutricional, etc.);	- Deixou a questão em branco.	- Percebeu que existem representações para partes e quantidades fracionárias; - Demonstrou entendimento quando contextualizado os números racionais com situações do cotidiano.	- Dependência ao professor para realização das atividades;	- Percebeu com a intervenção do professor que existem representações na forma fracionária e decimal.
Q2	Conversão do número da forma fracionária para decimal	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO
		- Não reconhece o significado da divisão na representação da fração na forma $\frac{a}{b}$; - Não conhece o significado do numerador e denominador da fração; - Não soube executar o algoritmo da divisão.	- Demonstrou entendimento da fração na forma $\frac{a}{b}$, após a intervenção do professor; - Reconheceu a divisão mediante a intervenção do professor.	- Dificuldade na execução do algoritmo da divisão.	- Execução correta do algoritmo da divisão após intervenção do professor; - Reconhece a igualdade entre fração e número decimal.	- Dependência do professor;	- Realizou as atividades propostas sempre após a intervenção do professor;
Q3	Localização dos números racionais na reta numérica	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO
		- Não representa número racional na reta; - Não reconhece a igualdade entre fração e número decimal.	- Reconhece número racional na reta após intervenção do professor.	- Não resolveu o exercício.	- Localiza os números racionais (decimal) na reta, após intervenção do professor.	- Dependência ao professor.	- Não houve superação;
TESTE 2		DIFICULDADES	SUPERAÇÃO	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO
Q1	Frações e figuras geométricas	- Não entende o significado de frações e sua relação da parte com o todo	- Identifica fração por meio de figuras geométricas	- Não apresentou dificuldades	- Não apresentou superação	- Não apresentou dificuldade	- Não apresentou superação
Q3	Simplificação de frações	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO		
		- Dificuldade na identificação do numerador e denominador da fração;	- Identificou o numerador e denominador da fração, após	- Não resolveu a atividade	- Reconhece a fração e realiza o processo de simplificação	- Dependência do professor	- Não houve superação;

		-Dificuldade no reconhecimento dos múltiplos e divisores de um número	intervenção do professor		após intervenção do professor		
Q5	Soma e subtração de números decimais	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO
		-Não entendeu o sistema posicional dos números decimais; -Não realiza a leitura correta dos números decimais.	-Compreendeu o sistema posicional dos números decimais (décimo centésimo e milésimo)	- Dificuldade com o sistema posicional dos números decimais	-Demonstrou compreender o algoritmo da soma e subtração, após intervenção do professor	-Dependência do professor	-Não apresentou superação
Q6	Soma e subtração de frações	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO
		-Dificuldades para somar e subtrair frações com denominadores iguais e diferentes; -Dificuldade na realização do MMC entre dois ou mais números.	-Realiza soma de frações com denominadores iguais.	- Dificuldades para somar e subtrair frações com denominadores diferentes; -Não entende o processo de realização do MMC entre dois ou mais números.	-Realiza soma de frações com denominadores iguais e diferentes.	-Em conversa com a aluna, ela relatou que não consegue realizar o MMC entre dois números, pois, não identifica quais são os seus divisores dos números.	-Não houve superação;

Quadro 6: Dificuldades e Superações - Aluno A12

TESTE 1	Conteúdos	EVENTO 1 (Exercícios realizados em sala)		EVENTO 2 (Questionário/Prova)		EVENTO 3 (Falas com aluno)	
		DIFICULDADES	SUPERAÇÃO	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO
Q1	Diferenciar números inteiros de números racionais	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO
		-Não houve dificuldade.	Não houve superação.	-Não houve dificuldade.	-Não houve superação.	-Não houve dificuldade.	-Não houve superação.
Q2	Conversão do número da forma fracionária para a decimal	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO
		-Dificuldade em reconhecer a igualdade entre fração e número decimal; -Execução do algoritmo da divisão.	- Após intervenção do professor, fez execução correta do algoritmo da divisão; -Reconheceu a igualdade entre fração e número decimal.	-Execução do algoritmo da divisão.	-Demonstrou superação do algoritmo da divisão, após intervenção do professor.	-Não houve dificuldade.	- Não houve superação.
Q3	Localização dos números racionais na reta numérica	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO
		-Dificuldade em reconhecer a igualdade entre fração e número decimal; -Compreensão da reta e seus submúltiplos.	-Reconhece a igualdade entre fração e número decimal; -Reconhece número racional na reta com a intervenção do professor.	-Dificuldade em localizar números decimais na reta numérica.	-Não houve superação.	-Dificuldade em localizar números decimais na reta numérica.	-Não houve superação.
TESTE 2		DIFICULDADES	SUPERAÇÃO	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO
Q1	Frações e figuras geométricas	-Apresentou algumas dificuldades na soma e subtração com números decimais.	-Não houve superação.	- Apresentou algumas dificuldades na soma e subtração com números decimais.	-Não houve superação.	-Não apresentou dificuldade.	-Não houve superação.
Q3	Simplificação de frações	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO
		-Dificuldade na identificação do numerador e denominador da fração; -Identificação dos múltiplos e divisores de um número.	-Reconhece o numerador e denominador da fração; -Realiza a simplificação com a intervenção do professor.	- Reconhecimento dos múltiplos e divisores de um número; -Não entendeu a regra de simplificação de fração.	-Realiza a simplificação com a intervenção do professor; -Reconhece (alguns) múltiplos e divisores.	-Dependência ao professor para realização da atividade.	-Não houve superação.
Q5	Soma e subtração de números decimais	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO
		-Não houve dificuldade.	-Não houve superação	-Não houve dificuldade.	-Não houve superação.	-Não houve dificuldade.	-Não houve superação.
Q6	Soma e subtração de frações	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO
		-Dificuldade para realizar a soma de frações com denominadores iguais e diferentes; -Dificuldade na realização do MMC entre dois ou mais números.	-Realiza a soma de frações com denominadores iguais; -Realiza a soma de frações com denominadores diferentes apenas com intervenção do professor.	-Não respondeu o exercício proposto.	-Realiza os exercícios de soma e subtração de frações somente após intervenção do professor.	-Dependência ao professor para realizar as atividades, principalmente quando os denominadores da fração são diferentes.	-Não houve superação.

Quadro 7: Dificuldades e Superações - Aluno A13

TESTE 1	Conteúdos	EVENTO 1 (Exercícios realizados em sala)		EVENTO 2 (Questionário/Prova)		EVENTO 3 (Falas com aluno)	
		DIFICULDADES	SUPERAÇÃO	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO
Q1	<i>Diferenciar números inteiros de números racionais</i>	-Não houve dificuldade	Não houve superação	-Não houve dificuldade	-Não houve superação	-Não houve dificuldade	Não houve superação
Q2	<i>Conversão do número da forma fracionária para a decimal</i>	DIFICULDADES - Execução do algoritmo da divisão -Reconhecer a igualdade entre fração e número decimal	SUPERAÇÃO -Executa a divisão mediante a intervenção do professor; -Reconhece a igualdade entre fração e número decimal	DIFICULDADES -Execução do algoritmo da divisão	SUPERAÇÃO -Executa o algoritmo da divisão	DIFICULDADES Não houve dificuldade	SUPERAÇÃO -Não houve superação
Q3	<i>Localização dos números racionais na reta numérica</i>	DIFICULDADES -Reconhecer a igualdade entre fração e número decimal	SUPERAÇÃO -Reconheceu a igualdade entre fração e número decimal	DIFICULDADES -Não houve dificuldade	SUPERAÇÃO -Não houve superação	DIFICULDADES -Não houve dificuldade	SUPERAÇÃO -Não houve superação
TESTE 2	<i>Frações e figuras geométricas</i>	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO
Q1		-Não houve dificuldade	-Não houve superação	-Não houve dificuldade	-Não houve superação	-Não apresentou dificuldade	-Não houve superação
Q3	<i>Simplificação de frações</i>	DIFICULDADES -Dificuldade em identificar o numerador e denominador da fração -Dificuldade no reconhecimento dos múltiplos e divisores de um número	SUPERAÇÃO -Realiza a simplificação com intervenção do professor -Reconhece (alguns) múltiplos e divisores	DIFICULDADES - Não resolveu o exercício	SUPERAÇÃO -Realiza a atividade mediante a intervenção do professor	DIFICULDADES -Dificuldade na simplificação de frações por não saber a tabuada.	SUPERAÇÃO -Não houve superação
Q5	<i>Soma e subtração de números decimais</i>	DIFICULDADES -Dificuldade com a ordem do sistema posicional dos números decimais.	SUPERAÇÃO - Compreendeu a ordem de classe (décimo centésimo e milésimo), com a intervenção do professor.	DIFICULDADES -Dificuldade na realização de cálculos de soma e subtração com números decimais.	SUPERAÇÃO - Compreendeu a ordem de classe (décimo centésimo e milésimo), resolveu o exercício proposto sem intervenção do professor.	DIFICULDADES -Não houve dificuldade	SUPERAÇÃO -Não houve superação
Q6	<i>Soma e subtração de frações</i>	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO	DIFICULDADES	SUPERAÇÃO

5 DESCRIÇÃO DAS DIFICULDADES E SUPERAÇÕES

Neste capítulo foi realizada uma descrição detalhada das dificuldades de aprendizagem e superações manifestadas pelos alunos, apontadas no Quadro 5, Quadro 6 e Quadro 7.

ALUNO A1

Teste 1

(Q1) Diferenciar números inteiros de números racionais

No evento 1 o aluno apresentou dificuldade na diferenciação dos números, sendo que por vezes confundiu inteiros e racionais. Demonstrou ter superado essa dificuldade após a intervenção do professor em sala, com exemplos do cotidiano, do tipo: tabela de informação nutricional, preço da passagem do transporte urbano e itens de supermercado, etc.

No evento 2 o aluno não resolveu a questão

No evento 3 o aluno demonstrou dependência do professor para diferenciar número inteiro do racional

Após observação dos três eventos, percebeu-se que o aluno apresentou dificuldades em todas as etapas observadas. Analisando sob a perspectiva de Astolfi, o obstáculo de aprendizagem não foi superado, pois, as etapas de identificação, fissuração e superação não ocorreram.

(Q2) Conversão do número da forma fracionária para a decimal

No evento 1 o aluno apresentou dificuldade no reconhecimento da fração quando representada na forma $\frac{a}{b}$ e na execução do algoritmo da divisão. A superação dessas dificuldades ocorreu com o reconhecimento do aluno da representação da fração na forma $\frac{a}{b}$ e execução correta do algoritmo da divisão, avanços manifestados após a intervenção do professor.

No evento 2 o aluno apresentou dificuldade na execução do algoritmo da divisão.

No evento 3 algumas das dificuldades citadas nos eventos 1 e 2 persistiram, principalmente a dependência do aluno, para realização das questões.

Após observação dos três eventos percebeu-se que o aluno não reconheceu o número racional na forma $\frac{a}{b}$ e não reconhece a igualdade entre a fração e o número decimal. Sob a perspectiva de Astolfi, o obstáculo de aprendizagem não foi superado, pois, as etapas de identificação, fissuração e superação não ocorreram.

(Q3) *Localização dos números racionais na reta numérica*

No evento 1 o aluno apresentou dificuldade para localizar o número racional na forma decimal na reta numerada.

No evento 2 o aluno não resolveu a questão proposta.

No evento 3 após as falas entre o pesquisador e o sujeito, a dependência do aluno para resolver as questões ficou evidente.

A observação desses três eventos evidenciou que as dificuldades apresentadas pelo aluno não foram superadas. Sob a perspectiva de Astolfi, o obstáculo de aprendizagem não foi superado, pois, as etapas de identificação, fissuração e superação não ocorreram.

Teste 2

(Q1) *Reconhecimento da fração por meio de figuras geométricas*

Com relação a esse conteúdo, o aluno não apresentou dificuldade. Na **Figura 1: Exercício realizado pelo aluno A1** é possível observar a resolução apresentada pelo aluno, no evento 2.

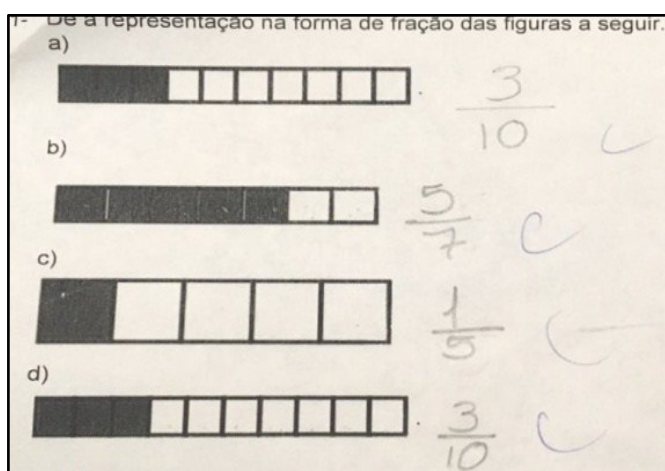


Figura 1: Exercício realizado pelo aluno A1

(Q3) *Simplificação de frações*

No evento 1 o aluno apresentou dificuldade para identificar o numerador e denominador da fração $\frac{a}{b}$ e no reconhecimento dos múltiplos e divisores dos números a e b que compõe a fração $\frac{a}{b}$.

No evento 2 o aluno não resolveu a questão proposta.

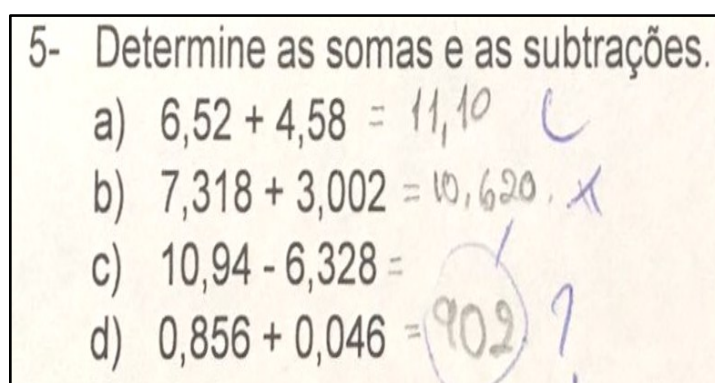
No evento 3 o aluno demonstrou dependência do professor para realizar as questões.

Após observação desses três eventos ficou evidente que o aluno continuou apresentando dificuldade para reconhecer os elementos (numerador e denominador) e não identifica os múltiplos e divisores dos números a e b da fração $\frac{a}{b}$, persistindo ainda a dependência do aluno pelo professor, para realização das questões. Sob a perspectiva de Astolfi, o obstáculo de aprendizagem não foi superado, pois, as etapas de identificação, fissuração e superação não ocorreram.

(Q5) Soma e subtração de números decimais

No evento 1 o aluno apresentou dificuldade em relação ao sistema posicional dos números decimais (décimo, centésimo e milésimo), e na realização da leitura desses números.

No evento 2 o aluno continuou apresentando dificuldade com relação ao sistema posicional dos números decimais. Na Figura 2 essas dificuldades podem ser observadas.



5- Determine as somas e as subtrações.

a) $6,52 + 4,58 = 11,10$ ✓

b) $7,318 + 3,002 = 10,620$ ✗

c) $10,94 - 6,328 =$

d) $0,856 + 0,046 = 902$?

Figura 2: Exercício realizado pelo aluno A1

No evento 3 persistiu a dependência do aluno sobre o professor para realizar as questões propostas.

O aluno apresentou dificuldades nos três eventos observados. Sob a perspectiva de Astolfi, esse obstáculo de aprendizagem não foi superado, pois, as etapas de identificação, fissuração e superação não ocorreram.

(Q6) Soma e subtração de frações

No evento 1 o aluno apresentou dificuldades para somar e subtrair frações com denominadores iguais e diferentes, e não realizou o Mínimo Múltiplo Comum (MMC), entre dois ou mais números.

No evento 2 o aluno demonstrou avanço com relação as dificuldades apresentadas no evento 1. Na Figura 3 é possível observar tais superações, se comparadas com a descrição do evento 1.

a) $\frac{5}{7} + \frac{2}{7} = \frac{7}{7}$ ✓
 b) $\frac{1}{4} + \frac{6}{4} = \frac{7}{4}$ ✓
 c) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$ $\begin{array}{r} 23 \\ 13 \\ 11 \end{array} \left| \begin{array}{l} 2 \\ 3 \end{array} \right.$
 d) $\frac{3}{4} + \frac{2}{3}$

Figura 3: Exercício realizado pelo aluno A1

No evento 3 o aluno relatou “é difícil somar frações, é muita coisa na mesma conta”.

O aluno demonstrou uma evolução significativa entres os eventos observados. Sob a perspectiva de Astolfi, o obstáculo de aprendizagem não foi superado, pois, as etapas de identificação, fissuração e superação ocorreram.

ALUNO A12

Teste 1

(Q1) Diferenciar números inteiros de números racionais

O aluno não apresentou dificuldade com relação a esse conteúdo. Na Figura 4 é possível observar a resposta apresentada pelo aluno.

De acordo com as informações nutricionais do rótulo de uma bebida láctea, apresentadas abaixo:

Tabela 1
Informação nutricional
Porção 180 g (1 unidade)

Quantidade por porção		% VD (*)
Valor energético	157 Kcal	8%
Carboidratos	29 g	10%
Proteínas	4,6 g	6%
Gorduras totais	2,6 g	5%
Gorduras saturadas	1,3 g	6%
Gorduras trans	1 g	4%
Fibra alimentar	0,8 g	3%
Cálcio	175 mg	18%
Sódio	92 mg	4%

Natural / Decimal
 26,1/75 | 4,6/26
 92 | 1,3/99

Figura 4: Exercício realizado pelo aluno A12

(Q2) Conversão dos números da forma fracionária para a decimal

No evento 1 o aluno apresentou dificuldade no reconhecimento da fração quando representada na forma $\frac{a}{b}$ e na execução do algoritmo da divisão. A superação dessas dificuldades ocorreu com o reconhecimento do aluno sobre a representação da fração na forma $\frac{a}{b}$ e execução correta do algoritmo da divisão.

No evento 2 o aluno continuou apresentado dificuldade na execução do algoritmo da divisão. Na Figura 5 é possível observar algumas dessas dificuldades mencionadas.

Handwritten student work showing several division problems:

- $\frac{10}{2} = 5$
- $\frac{40}{5} = 8$
- $\frac{30}{8} = 3.75$
- $\frac{5}{3} = 1.666...$
- $\frac{10}{4} = 2.5$
- $\frac{10}{3} = 3.33...$
- $\frac{7}{4} = 1.75$
- $\frac{7}{6} = 1.166...$

Figura 5: Exercício realizado pelo aluno A12

No evento 3 o aluno demonstrou dependência do professor para realizar as questões.

Após observação dos três eventos percebeu-se que o aluno continuou apresentando dificuldade na execução do algoritmo da divisão e dependência do professor para realizar as questões. Sob a perspectiva de Astolfi, o obstáculo de aprendizagem não foi superado, pois, as etapas de identificação, fissuração e superação não ocorreram.

(Q3) *Localização dos números racionais na reta numerada*

No evento 1 o aluno apresentou dificuldade no reconhecimento da igualdade entre a fração e o número decimal e na localização desses números na reta numerada.

No evento 2 o aluno continuou apresentando dificuldade para reconhecer a igualdade entre a fração e o número decimal e na localização desses números na reta numerada. A Figura 6 apresenta algumas das dificuldades manifestadas pelo aluno.

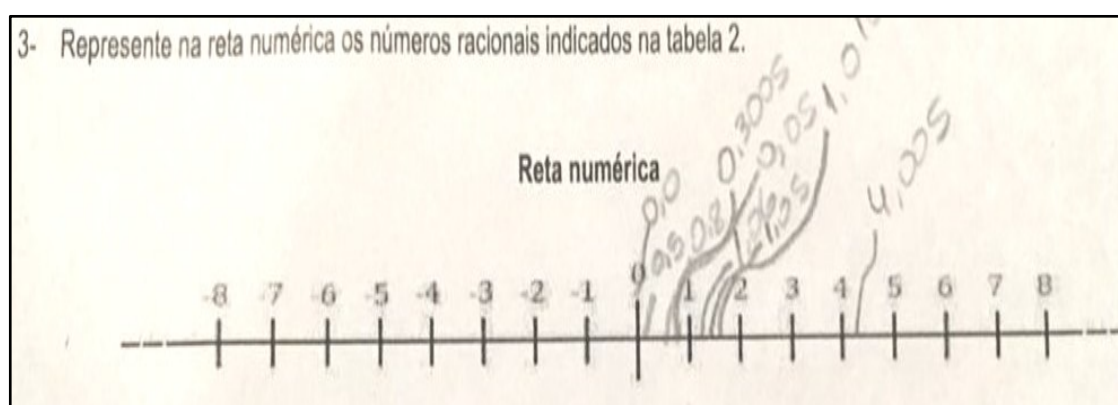


Figura 6: Exercício realizado pelo aluno A12

No evento 3 o aluno não apresentou dificuldade.

Após observação dos três eventos percebeu-se que o aluno continuou apresentando dificuldade para identificar o número racional na forma decimal na reta numerada. Sob a perspectiva de Astolfi, o obstáculo de aprendizagem não foi superado, pois, as etapas de identificação, fissuração e superação não ocorreram.

Teste 2

(Q1) *Reconhecimento da fração por meio de figuras geométricas*

O aluno não apresentou dificuldade com relação a esse conteúdo. Na Figura 7 é possível observar a resolução apresentada pelo aluno.

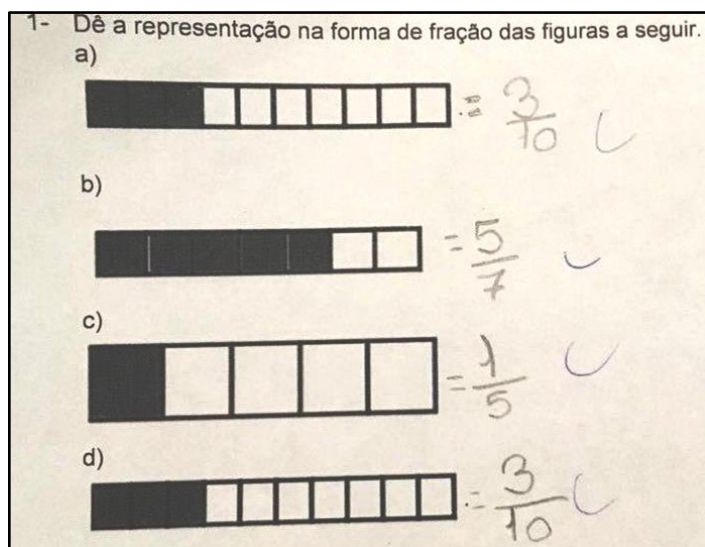


Figura 7: Exercício realizado pelo aluno A12

(Q3) Simplificação de frações

No evento 1 o aluno apresentou dificuldade para identificar o numerador e denominador da fração $\frac{a}{b}$ e no reconhecimento dos múltiplos e divisores dos números a e b que compõe a fração $\frac{a}{b}$.

No evento 2 o aluno não resolveu a questão proposta.

No evento 3 o aluno demonstrou dependência do professor para realizar as questões.

Após observação dos três eventos ficou evidente que o aluno continuou apresentando dificuldade em reconhecer as partes de uma fração (numerador e denominador) e não identificou os múltiplos e divisores dos números a e b da fração $\frac{a}{b}$, persistindo ainda a dependência do professor para a realização das questões. Sob a perspectiva de Astolfi, o obstáculo de aprendizagem não foi superado, pois, as etapas de identificação, fissuração e superação não ocorreram.

(Q5) Soma e subtração de números decimais

O aluno apresentou algumas dificuldade com relação a esse conteúdo. Na Figura 8 é possível observar a resolução apresentada pelo aluno.

5- Determine as somas e as subtrações.

a) $6,52 + 4,58 = 11,10$ ✓

b) $7,318 + 3,002 = 10,320$ ✓

c) $10,94 - 6,328 = 4,612$ ✓

d) $0,856 + 0,046 = 0,902$ ✓

Figura 8: Exercício realizado pelo aluno A12

(Q6) Soma e subtração de frações

No evento 1 o aluno apresentou dificuldades para somar e subtrair frações com denominadores iguais e diferentes, e não realizou o Mínimo Múltiplo Comum (MMC), entre dois ou mais números.

No evento 2 o aluno não respondeu a questão.

No evento 3 o aluno demonstrou dependência do professor para realizar as questões.

O aluno não apresentou uma evolução significativa entre os eventos observados. Sob a perspectiva de Astolfi, os obstáculos de aprendizagem não foram superados, pois, as etapas de identificação, fissuração e superação não ocorreram.

ALUNO A13

Teste 1

(Q1) Diferenciar números inteiros de números racionais

O aluno não apresentou dificuldade com relação a esse conteúdo. A Figura 9 apresenta a resolução do aluno.

De acordo com as informações nutricionais do rótulo de uma bebida láctea, apresentadas abaixo:

Tabela 1
Informação nutricional
Porção 180 g (1 unidade)

Quantidade por porção		% VD (*)
Valor energético	157 Kcal	8%
Carboidratos	29 g	10%
Proteínas	4,6 g	6%
Gorduras totais	2,6 g	5%
Gorduras saturadas	1,3 g	6%
Gorduras trans	1 g	4%
Fibra alimentar	0,8 g	3%
Cálcio	175 mg	18%
Sódio	92 mg	4%

Fonte: Livro didático

-Indique um valor que está representado por um número natural e outro por um número decimal.
2- Complete a tabela indicando os seguintes números racionais na sua forma decimal.

TABELA 2

Handwritten notes:
de acordo com 8, 1, 3, 2, 6, 4, 18
Natural 175, 92
Racional

Figura 9: Exercício realizado pelo aluno A13

(Q2) Conversão do número da forma fracionária para a decimal

No evento 1 o aluno apresentou dificuldade na execução do algoritmo da divisão e no reconhecimento da igualdade entre a fração e o número decimal.

No evento 2 as dificuldades apontadas no evento 1 persistiram.

No evento 3 o aluno não apresentou dificuldade.

Após observação dos três eventos, percebeu-se que o aluno não reconheceu a igualdade entre a fração e o número decimal e não executou o algoritmo da divisão. Sob a perspectiva de Astolfi, os obstáculos de aprendizagem manifestados pelo aluno não foram superados, pois, as etapas de identificação, fissuração e superação não ocorreram.

(Q3) Localização de números racionais na reta

No evento 1 o aluno apresentou dificuldade para localizar o número racional na forma decimal na reta numerada.

No evento 2 e no evento 3 o aluno não apresentou dificuldade.

Entre os eventos observados, percebeu-se que o aluno apresentou um avanço significativo, as dificuldades apresentadas no evento 1 foram superadas nos eventos 2 e 3. Sob a perspectiva de Astolfi, os obstáculos de aprendizagem foram superados, pois, as etapas de identificação, fissuração e superação ocorreram.

Teste 2

(Q1) Reconhecimento de frações por meio de figuras geométricas

O aluno apresentou algumas dificuldades com relação a esse conteúdo. A Figura 10 apresenta a resolução do aluno.

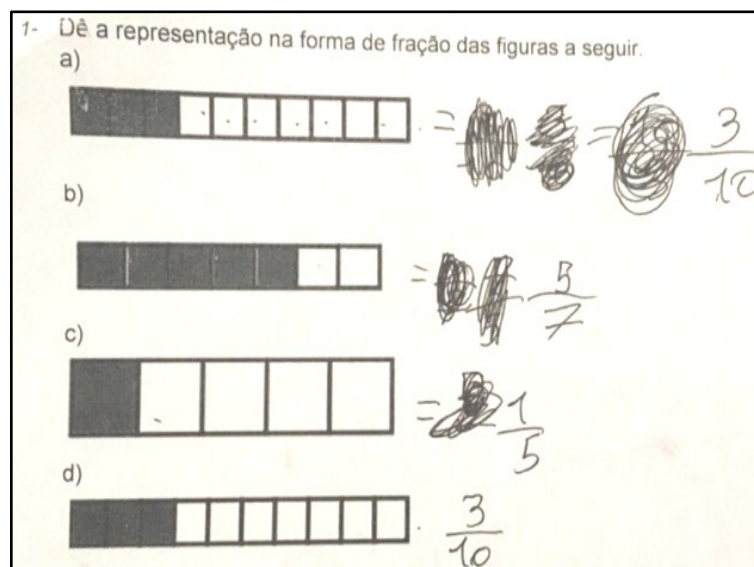


Figura 10: Exercício realizado pelo aluno A13

No evento 3 por meio de falas entre o sujeito e pesquisador, o aluno relatou que não teve dificuldade para resolver essa questão pois, já tinha realizado exercícios semelhantes no 6º ano (no ano de 2017).

Após observação dos três eventos percebeu-se que o aluno adquiriu um conhecimento consistente, pois acertou o teste que foi proposto e ainda relacionou com um conteúdo visto no ano anterior.

(Q3) Simplificação de frações

No evento 1 o aluno apresentou dificuldade para identificar o numerador e denominador da fração $\frac{a}{b}$, também apresentou dificuldade no reconhecimento dos múltiplos e divisores dos números a e b da fração $\frac{a}{b}$.

No evento 2 o aluno não realizou o teste.

No evento 3 o aluno relatou, “não é difícil simplificar fração pois, basta dividir o numerador e denominador pelo mesmo número, mas eu não sei a tabuada”.

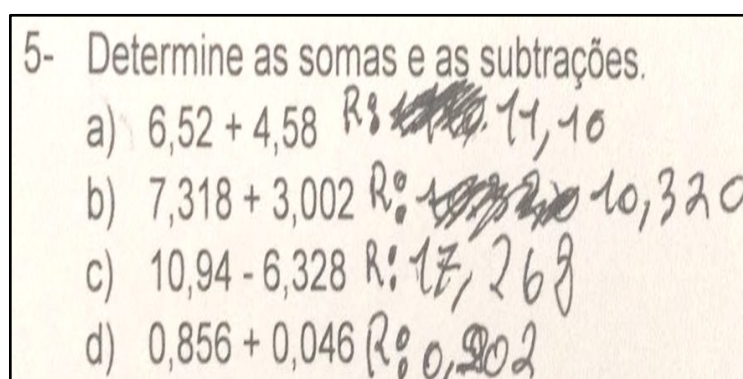
Após observação, percebeu-se que as dificuldades para realizar os testes persistiram entre os três eventos observados. Sob a perspectiva de Astolfi, os

obstáculos de aprendizagem manifestados pelo aluno não foram superados, pois, as etapas de identificação, fissuração e superação não ocorreram.

(Q5) Soma e subtração de números decimais

No evento 1 o aluno apresentou dificuldade com relação à ordem posicional do sistema de numeração decimal.

No evento 2 e no evento 3 o aluno apresentou algumas dificuldades. A Figura 11 apresenta a resolução do aluno.



5- Determine as somas e as subtrações.

a) $6,52 + 4,58$ R: ~~11,10~~ 11,10

b) $7,318 + 3,002$ R: ~~10,320~~ 10,320

c) $10,94 - 6,328$ R: 17,268

d) $0,856 + 0,046$ R: 0,902

Figura 11: Exercício realizado pelo aluno A13

Entre os três eventos observados, percebeu-se uma evolução do evento 1 para os eventos 2 e 3. Sob a perspectiva de Astolfi, os obstáculos de aprendizagem manifestados pelo aluno foram superados, pois, as etapas de identificação, fissuração e superação ocorreram.

(Q6) Soma e subtração de frações

No evento 1 o aluno apresentou dificuldade para realizar a soma de fração com denominadores diferentes.

No evento 2 o aluno não respondeu a questão.

No evento 3 o aluno relatou, “é difícil somar frações, é muita coisa na mesma conta”.

Após observação dos três eventos, percebeu-se que as dificuldades persistiram entre os eventos observados. Sob a perspectiva de Astolfi, os obstáculos de aprendizagem manifestados pelo aluno não foram superados, pois, as etapas de identificação, fissuração e superação não ocorreram.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Alicerçado na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval e nas ideias de superações dos obstáculos de aprendizagem de Astolfi, esse estudo procurou identificar as dificuldades de aprendizagem de alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental e analisar o percurso para superação desses obstáculos. Cada um desses conteúdos foi analisado a partir de três eventos distintos, observando-se questões referentes ao ensino e aprendizagem dos números racionais, reconhecendo as etapas de identificação, fissuração e superação dos obstáculos de aprendizagem.

Todos os testes (atividades de ensino) apresentados neste estudo permitiram identificar e transpor algumas dificuldades de aprendizagem referente ao ensino dos números racionais, o que permitiu uma análise individual de cada um dos sujeitos partícipes dessa pesquisa, obtendo resultados reconhecíveis no campo da Educação Matemática.

Essa análise permitiu identificar as principais dificuldades de aprendizagem desse grupo de alunos, são elas: Dificuldade para diferenciar número natural do racional; Dificuldade para reconhecer a fração na forma $\frac{a}{b}$; Dificuldade para reconhecer a igualdade entre a fração e o número decimal. Nesse processo os alunos deveriam fazer a conversão entre o registro monofuncional (fração para decimal), conforme a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval. Os testes demonstraram que os três sujeitos, não fez corretamente a relação entre essas formas de representar o mesmo objeto matemático (número racional). Conforme Duval (2003, p.22), “a compreensão matemática está intimamente ligada ao fato de dispor de ao menos dois registros de representação diferentes. Essa é a única possibilidade de que se dispõe para não confundir o conteúdo de uma representação com o objeto representado”. Foram identificadas ainda dificuldades no processo de simplificação de fração; Além da dependência dos alunos ao professor, para realização das atividades propostas, característica essa manifestada por todos os sujeitos participantes da pesquisa. A superação das dificuldades de aprendizagem não ocorreu, pois, de acordo com as categorias defendidas por Astolfi a superação do obstáculo acontece na medida em que o estudante consegue elaborar um modelo explicativo que permita esclarecer as incertezas geradas na etapa de fissuração. Nesse estudo o que ocorreu, foi que os alunos apresentaram

uma provável superação somente após a intervenção do professor em sala com dicas e sugestões para resolução das questões.

O estudo apresentado permite refletir sobre as práticas em sala de aula, especificamente sobre o ensino e aprendizagem dos números racionais, admitindo aos professores agir sobre essas dificuldades manifestadas pelos alunos, possibilitando assim, intervir sobre as dificuldades de aprendizagem, de forma a contribuir para o sucesso escolar.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, Keyla Ribeiro de. **Representações semióticas de números racionais sob o olhar de um grupo de professores de matemática dos anos finais do ensino fundamental**. 2016. 188f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, UFMS, Campo Grande (MS), 2016. Disponível em: <<https://posgraduacao.ufms.br/portal/trabalho-arquivos/download/3293>>. Acesso em: 10 set. 2018.

ASSUMPÇÃO, Sergio Dias. **Uso de elementos da cultura infanto-juvenil na introdução do conceito de fração**. 2013. 137f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul UFRGS, Porto Alegre (RS), 2013. Disponível em: <<https://lume.ufrgs.br/handle/10183/96905>>. Acesso em: 27 ago. 2018.

BORDIN, L; LYRA, L. R; MENONCINI, L. A presença das etapas de identificação, fissuração e superação de obstáculos de aprendizagem no ensino de frações no livro didático. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, ENEM, 12., 2016, São Paulo. **Anais...** São Paulo: Unicsul, 2016.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília, DF, 1998.

CURY, H. N. **Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

CURY, H. N.; VIANA, C.R. **Formação do professor de Matemática: reflexões propostas**. Santa Cruz do Sul: Editora IPR, 2012.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais**. (Fascículo I). Trad. Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física, 2009, p.15 -18; 29-1

MERLINI, Vera Lucia. **O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental**. 2005.

238 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Católica de São Paulo, PUC-SP, São Paulo (SP), 2005. Disponível em: <<https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11111>>. Acesso em: 28 ago. 2018.

MORETTI, M.T. A regra dos sinais para a multiplicação: ponto de encontro com a noção de congruência semântica e o princípio de extensão em matemática. **Bolema**, Rio Claro (SP), v.26, n.42B, p.691-714, abr. 2012.

MORETTI, Mércles Thadeu. Semiótica e aprendizagem matemática: alguns termos fundamentais da teoria de Duval. In: Encontro Catarinense de Educação Matemática, ECEM, 7., 2011, Blumenau, SC. **Anais...** Blumenau: FURB, 2011. v.1. p.18 – 26.

SOARES, Maria Arlita da Silveira. **Os números racionais e os registros de representação semiótica: análise de planejamentos das séries finais do ensino fundamental**. 2007. 131f. Dissertação (Mestrado em Educação nas Ciências) – Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, UNIJUÍ, Ijuí, (RS), 2007. Disponível em: <<http://bibliodigital.unijui.edu.br:8080/xmlui/handle/123456789/370?show=full>>. Acesso em: 30 jul. 2018.

APÊNDICES

APÊNDICE I

1^a Sondagem

Nome

Data

1. De acordo com as informações nutricionais do rótulo de uma bebida láctea, apresentadas abaixo:

Tabela 1 Informação nutricional Porção 180 g (1 unidade)

Valor energético	157 Kcal	8%
Carboidratos	29 g	10%
Proteínas	4,6 g	6%
Gorduras totais	2,6 g	5%
Gorduras saturadas	1,3 g	6%
Gorduras trans	1 g	4%
Fibra alimentar	0,8 g	3%
Cálcio	175 mg	18%
Sódio	92 mg	4%

Fonte: Livro didático vontade de saber (2015)

Indique um valor que está representado por um número natural e outro por um número decimal.

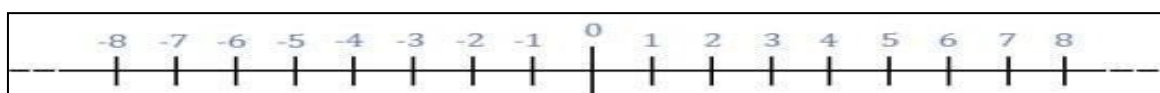
2. Complete a tabela indicando os seguintes números racionais na sua forma decimal.

TABELA 2

FORMA FRACIONÁRIA	FORMA DECIMAL
$\frac{1}{2}$	
$\frac{4}{5}$	
$\frac{3}{8}$	
$\frac{1}{4}$	
$\frac{2}{3}$	
$\frac{7}{4}$	
$\frac{7}{6}$	

3. Represente na reta numérica os números racionais indicados na tabela 2.

Reta
numérica



APÊNDICE II
2ª sondagem

Nome:

Data:

1- Dê a representação na forma de fração das figuras a seguir.

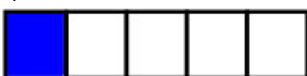
a)



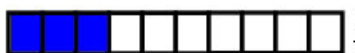
b)



c)



d)



2- Compare as frações:

>maior

<menor

$$a) \frac{5}{9} \text{ ---- } \frac{3}{9} \quad b) \frac{1}{2} \text{ ---- } \frac{2}{3} \quad c) \frac{2}{7} \text{ ---- } \frac{5}{7}$$

3- Simplifique as frações:

$$a) \frac{10}{18} \quad b) \frac{6}{14} \quad c) \frac{36}{72}$$

4- Converta cada fração decimal em número decimal.

$$a) \frac{3}{100}$$

$$b) \frac{5}{100}$$

$$c) \frac{7}{100}$$

$$d) \frac{56}{10}$$

5- Determine as somas e as subtrações.

$$a) 6,52 + 4,58$$

$$b) 7,318 + 3,002$$

$$c) 10,94 - 6,328$$

$$d) 0,856 + 0,046$$

6- Determine as somas e as subtrações.

$$a) \frac{5}{7} + \frac{2}{7}$$

$$b) \frac{1}{4} + \frac{6}{4}$$

$$c) \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$

$$d) \frac{3}{4} + \frac{2}{3}$$

7- Explique a técnica utilizada para resolver os itens a e b do exercício 6.

8- Explique a técnica utilizada para resolver os itens *c* e *d* do exercício 6.