



**UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS LARANJEIRAS DO SUL
CURSO DE ENGENHARIA DE ALIMENTOS**

CÁSSIO DE OLIVEIRA CASSIM

**MODELAGEM MATEMÁTICA
DAS CURVAS DE CONGELAMENTO
DO FISHBURGUER DE TILÁPIA**

LARANJEIRAS DO SUL

2017

CÁSSIO DE OLIVEIRA CASSIM

**MODELAGEM MATEMÁTICA
DAS CURVAS DE CONGELAMENTO
DO FISHBURGUER DE TILÁPIA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Engenharia de Alimentos da Universidade Federal da Fronteira Sul, como requisito para obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Alimentos.

Orientador: Prof. Dr. Gustavo Henrique Fidelis dos Santos

LARANJEIRAS DO SUL

2017

PROGRAD/DBIB - Divisão de Bibliotecas

Cassim, Cássio de Oliveira

Modelagem Matemática das Curvas de Congelamento do
Fishburguer de Tilápia/ Cássio de Oliveira Cassim. --
2017.

24 f.

Orientador: Gustavo Henrique Fidelis Dos Santos.
Trabalho de conclusão de curso (graduação) -
Universidade Federal da Fronteira Sul, Curso de
Engenharia de Alimentos , Laranjeiras do Sul, PR, 2017.

1. Modelagem Matemática. 2. Simulação numérica. 3.
Congelamento. I. Santos, Gustavo Henrique Fidelis Dos,
orient. II. Universidade Federal da Fronteira Sul. III.
Título.

Elaborada pelo sistema de Geração Automática de Ficha de Identificação da Obra pela UFFS
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

CASSIO DE OLIVEIRA CASSIM

**MODELAGEM MATEMÁTICA DAS CURVAS DE CONGELAMENTO DO
FISHBURGUER DE TILÁPIA**

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentado como requisito para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia de Alimentos na Universidade Federal da Fronteira Sul – Campus Laranjeiras do Sul-PR.

Orientador: Professor Dr. Gustavo Henrique Fidelis dos Santos

Este trabalho de conclusão de curso foi defendido e aprovado pela banca em: 11 / 12 / 2017

BANCA EXAMINADORA

Gustavo dos Santos

Prof. Dr. Gustavo Henrique Fidelis dos Santos

Eduarda Molardi Bainy

Prof^a. Dr^a. Eduarda Molardi Bainy

Marcos Alceu Felicitti

Prof. Dr. Marcos Alceu Felicitti

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, por sempre guiar meu caminho.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Gustavo Henrique Fidelis dos Santos, que sempre contribuiu dando sugestões e orientando durante todo o trabalho. Por todo conhecimento transmitido, paciência e compreensão.

À Prof. Dr.^a Larissa Canhadas Bertan pelos ensinamentos e conselhos.

À Prof. Dr.^a Vânia Zanella Pinto e à Prof. Dr.^a Leda Battestin Quast pelas contribuições na pré-banca.

À banca examinadora, Prof. Dr.^a Eduarda Molardi Bainy e Prof. Dr. Marcos Felicetti por aceitar o convite e por contribuir com esse trabalho.

À todos os professores do curso de Engenharia de Alimentos, por todo conhecimento transmitido e pelas contribuições ao longo da graduação.

À minha família e em especial aos meus pais, Luiz e Luiza, que sempre acreditaram em mim e me apoiaram frente a todas as dificuldades.

À minha namorada Deise Biassi que sempre esteve ao meu lado, me incentivando e aconselhando.

À minha amiga Ana Paula Lunkes, pela ajuda e companheirismo no momento em que mais precisei.

Aos amigos que ganhei durante a graduação, Claudinei, Mateus e Patrick, que de moedores da engenharia passaram a ser os sossegados da engenharia.

Por fim, agradeço à Universidade Federal da Fronteira Sul, pela oportunidade de estudo. Muito Obrigado!

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	8
2	MODELAGEM MATEMÁTICA	9
3	MATERIAIS E MÉTODOS.....	10
3.1	Materiais	10
3.2	Metodologia.....	10
3.2.1	 Análise e simulação do Modelo 1	10
3.2.2	 Análise e simulação do Modelo 2	11
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	12
4.1	Simulação do Modelo 1	12
4.2	Simulação do Modelo 2.....	15
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	17
6	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	17
7	REFERÊNCIAS	18
	ANEXO I.....	20

MODELAGEM MATEMÁTICA DAS CURVAS DE CONGELAMENTO DO FISHBURGUER DE TILÁPIA

Cássio O. Cassim^a e Gustavo H. F. Santos^b

^aEng. de alimentos, graduando, Universidade Federal da Fronteira Sul, Laranjeiras do Sul-PR, Brasil, cassiocassim@hotmail.com.

^bDr., Prof. Adjunto, Universidade Federal da Fronteira Sul, Laranjeiras do Sul-PR, Brasil, gustavo.santos@uffs.edu.br

Palavras Chave: Conservação de alimentos, Perfil de congelamento, Condução de calor, Método numérico.

Resumo. O objetivo deste trabalho foi avaliar modelos matemáticos fenomenológicos que simulassem o processo experimental de congelamento do fishburger de tilápia em um freezer convencional com função de congelamento rápido a partir de um código computacional, em diferenças finitas explícito desenvolvido e implementado em linguagem Maple®13 para resolver a equação da condução de calor em regime transiente. Inicialmente foi avaliado um modelo matemático de parâmetros concentrados (modelo 1) considerando o fishburger como o sistema físico que troca calor apenas por convecção com as vizinhanças (frio em movimento no freezer) e que o resfriamento é uniforme. O método numérico selecionado para a resolução da equação diferencial do modelo 1 foi o método explícito das diferenças finitas avançadas. Em seguida, foi avaliado um modelo matemático de parâmetros distribuídos (modelo 2) em que foi incrementada a condução de calor além da convecção natural. O método numérico selecionado para a resolução da equação diferencial do modelo 2 foi o método das linhas. O modelo 1 apresentou um coeficiente de correlação de 0,78 e não representou a curva de congelamento de forma satisfatória. A simulação do modelo 2 apresentou a curva de congelamento experimental com um coeficiente de 0,96. Desta forma, o modelo 2 representou melhor o perfil de congelamento do fishburger, devido o acréscimo da condução de calor no modelo matemático.

Este trabalho foi estruturado como trabalho de conclusão de curso no formato de artigo seguindo as normas da revista Associação Argentina de Mecânica Computacional, Santa Fé, Argentina. As instruções e recomendações utilizadas encontram-se no Anexo 1.

1 INTRODUÇÃO

O fishburguer é uma denominação referente ao hambúrguer de peixe devido à similaridade de processamento realizados na obtenção do hambúrguer bovino. Este produto possui como base para seu preparo a carne de peixe, sendo o filé ou a carne mecanicamente separada (CMS) (Muzzolon et., al 2017, Messias et., al 2016).

O congelamento é um dos métodos mais utilizados na conservação de produtos à base de pescado. Apesar disso, poucos estudos são encontrados na literatura sobre o processo de congelamento destes produtos (Bainy et al., 2015).

De acordo com Fellows (2006), o congelamento é uma operação unitária, em que a temperatura do alimento é reduzida abaixo de seu ponto de congelamento, isto é, uma parte de sua água sofrerá mudança de estado e formará cristais de gelo, ocorrendo a imobilização da água, concentração de solutos e redução da atividade de água.

De acordo com Roça (2006), o congelamento por convecção de ar é o mais utilizado em frigoríficos, em que os túneis de congelamento ou salas prontamente equipadas aceleram o processo de congelamento atingindo baixas temperaturas em pouco tempo.

No processo de congelamento, dados importantes como temperatura inicial, velocidade e tempo de congelamento podem ser obtidos por meio das curvas de congelamento experimentais (Chen; Pan, 1995; Rahman et. al, 2002; Bainy et al., 2015).

A utilização desses dados experimentais servem para aplicação e verificação de modelos matemáticos que podem contribuir na otimização do processo. Sendo necessário um planejamento prévio do experimento com o propósito de simular precisamente as condições do processo em que pretende-se analisar (Singh e Heldman, 2001).

Com isso, o objetivo deste trabalho foi avaliar modelos matemáticos fenomenológicos que simulassem o processo experimental de congelamento do fishburguer de tilápia em um freezer convencional com função de congelamento rápido a partir de um código computacional, em diferenças finitas explícito desenvolvido em linguagem Maple®13 para resolver a equação da condução de calor obtida pelo balanço de massa e energia em regime transiente.

2 MODELAGEM MATEMÁTICA

A modelagem matemática e simulação de processos é utilizada como ferramenta de análise e pode ser aplicada em qualquer etapa de um processo produtivo, simulando processos ou fenômenos físicos, por meio de modelos matemáticos que descrevem comportamentos analisados em sistemas reais, proporcionando identificar formas de otimização nas etapas do processo (Paiva, 2005).

Segundo Maliska (1995), a simulação numérica aplicada para transferência de calor vem sendo utilizada cada vez mais nos últimos anos, sendo uma ferramenta importante para na área de engenharia envolvendo otimização de processos e redução de custos. A aplicação de métodos numéricos junto a computação foram os principais impulsionadores pelo avanço nessa área.

Visando melhorias no processamento, minimização de perdas e melhoria na qualidade do produto final, o uso de modelos matemáticos se tornou uma ferramenta importante principalmente por considerar as particularidades do sistema de transferência de calor e de massa em alimentos (Eduardo et al., 1999).

De acordo com Fernandes et al. (2010), através do modelo do sistema, com a utilização de um programa computacional adequado para simulação, os dados experimentais obtidos através de testes podem ser utilizados para possível validação do modelo. Após validação do modelo será possível obter dados do processo em outras condições desejáveis a serem testadas, proporcionando a otimização do processo, sendo desnecessário a realização de novos experimentos em tais condições e conseqüentemente economizando tempo, recursos e mão de obra.

Os modelos matemáticos se dividem em dois grupos principais: fenomenológicos e empíricos. Os modelos fenomenológicos tem por característica apresentar significado físico, considerando as etapas elementares dos processos de transferência e os seus parâmetros. Os modelos empíricos comumente são obtidos a partir de simples correlações matemáticas de dados experimentais com parâmetros ausente de significado físico (Singh e Kulshrestha, 1987; Coutinho et, al. 2005).

Segundo os princípios básicos de conservação de massa e energia, é necessário seguir algumas etapas importantes para o desenvolvimento do modelo matemático. Essas etapas se dividem em escolher o sistema a ser modelado, definição das variáveis dependentes que descrevem o sistema como temperatura, velocidade e concentração (Resende et al. 2010).

Segundo, a representação de um fenômeno pode ser feita através de uma equação diferencial ordinária ou diferencial parcial podendo ou não obter solução analítica. Caso não tenha solução analítica, será necessário encontrar uma solução utilizando métodos numéricos como: método das diferenças finitas, método das linhas, elementos finitos e volumes finitos (Mellado, 2007).

Neckel e Mariani (2010) modelaram o congelamento da beterraba utilizando o Método de Diferenças Finitas Explícito. Os resultados mostraram que ao incluir propriedades termofísicas e a equação entálpica de transferência de calor em regime transiente predisseram a evolução da temperatura no interior do alimento no processo de congelamento.

Mariani e Silva (2006) desenvolveram um modelo para o congelamento de morangos utilizando o Método das Diferenças Finitas Explícito. De acordo com os resultados foi possível prever a temperatura no interior do alimento conforme a variação do tempo, além de observar que ao alterar o coeficiente convectivo, a superfície do morango é substancialmente afetada no processo de congelamento.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

3.1 Materiais

Neste trabalho foram utilizados dados experimentais de perfil de congelamento obtidos por Muzzolon et al., (2017) no qual foi aplicado congelamento do fishburguer em um freezer com convecção natural, em que as amostras foram testadas individualmente com dois termopares, um inserido no centro geométrico do fishburguer e outro a 5 cm da amostra para medir a temperatura do ar do compartimento do freezer. Os dados experimentais extraídos foram: velocidade de congelamento, temperatura inicial no centro do fishburguer, temperatura do ar de congelamento no interior do freezer e os dados da temperatura no centro do fishburguer durante o congelamento.

Para o procedimento experimental utilizou-se os equipamentos descritos na Tabela 1.

Equipamentos	Quantidade
Computador com <i>software</i> de linguagem Maple®13	1
Freezer horizontal (H500, Electrolux, Curitiba - PR), (fast freeze)	1
Termopares tipo T (Novus, Porto Alegre-RS)	2

Tabela 1: Equipamentos utilizados no processo de congelamento.

3.2 Metodologia

3.2.1 Análise e simulação do Modelo 1

Inicialmente foi avaliado um modelo matemático de parâmetros concentrados, em que as variáveis espaciais são ignoradas, as propriedades e variáveis de estado foram consideradas homogêneas através de todo o sistema. Neste modelo matemático, admitiu-se que a distribuição de temperatura dentro do fishburguer de tilápia em qualquer instante foi suficientemente uniforme, de tal modo que a sua temperatura possa ser considerada função exclusiva do tempo (Incropera; Dewitt, 2003).

Para o desenvolvimento deste modelo foram consideradas as seguintes hipóteses simplificadoras:

- 1) A transferência de calor ocorre apenas por convecção natural em que o fishburguer encontra-se sob um isolante térmico dentro do freezer;
- 2) As propriedades físicas do fishburguer como densidade, condutividade térmica e calor específico foram estimadas a partir de modelos de Choi e Okos (1986) apud Heldman (2009) considerando a composição do produto;
- 3) Não há alterações (aumento) nas dimensões do fishburguer durante o congelamento;
- 4) Regime transiente.

O balanço de energia e a condição inicial são representados pela Equação 1 e 2 respectivamente:

$$\rho V C_p \frac{dT(t)}{dt} = -h A [T(t) - T_\infty] \quad (1)$$

$$T(t = 0) = T_0 \quad (2)$$

Em que:

ρ - Densidade do fishburger (kg m^{-3});

V - Volume do fishburger (m^3);

C_p - Calor específico do fishburger (kJ kg^{-1});

$T(t)$ - Temperatura do fishburger em função do tempo ($^{\circ}\text{C}$);

h - Coeficiente de transferência de calor por convecção natural ($\text{W m}^{-2} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$);

A - Área do fishburger (m^2);

T_{∞} - Temperatura ambiente no interior do freezer ($^{\circ}\text{C}$);

T_0 - Temperatura inicial.

O método numérico selecionado para a solução deste modelo representado pela Equações 1 e 2 foi o método explícito das diferenças finitas avançadas, que consiste na discretização do domínio temporal e na substituição das derivadas presentes na equação diferencial por aproximações utilizando apenas os valores numéricos da função.

3.2.2 Análise e simulação do Modelo 2

O modelo 2 foi avaliado considerando que a transferência de calor que ocorre de forma unidimensional em z , devido a sua pequena espessura. Desta forma foi inserido a condução de calor por meio da equação que representa a difusão do calor em coordenadas cilíndricas.

Para resolução deste modelo foram consideradas as seguintes hipóteses simplificadoras:

- 1) Fluxo unidimensional ao longo do eixo z ;
- 2) As propriedades termofísicas são as mesmas utilizadas no modelo 1;
- 3) Transferência de calor por condução e convecção natural.

O balanço de energia é representado pela Equação 3, enquanto que a condição inicial e as condições de contorno estão representadas pelas Equações (4-6) respectivamente.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(z, t)}{\partial t} \quad (3)$$

$$T(z, 0) = T_0 \quad (4)$$

$$-K \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0} (z, t) = 0 \quad (5)$$

$$-K \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=L} (z, t) = h [T(z, t) - T_{\infty}] \quad (6)$$

Em que:

K - Condutividade térmica ($\text{W m}^{-1} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$);

$T(z, t)$ - Temperatura do fishburger em função do tempo ($^{\circ}\text{C}$);

h - Coeficiente de transferência de calor por convecção natural ($\text{W m}^{-2} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$);
 T_∞ - Temperatura ambiente no interior do freezer ($^\circ\text{C}$);
 T_0 - Temperatura inicial ($^\circ\text{C}$).
 α - Difusividade térmica = $K \rho^{-1} C_p^{-1}$ ($\text{m}^2 \text{ s}^{-1}$).

O método numérico selecionado para solução deste modelo matemático (Equações 3 – 6) foi o método das linhas. Esse método é conhecido como um método de semi-discretização, em que substitui-se as derivadas espaciais da equação diferencial parcial (EDP) com aproximações algébricas.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1. Simulação do Modelo 1

Na solução do modelo 1, foi utilizado o método explícito das diferenças finitas avançadas discretizando os termos temporais das Equações 1 e 2, conforme apresentado pelas Equações 7 e 8 a seguir:

$$\frac{dT(t)}{dt} = \frac{T_{i+1} - T_i}{\Delta t} \quad (7)$$

$$T(t) = T_i \quad (8)$$

Substituindo as Equações 7 e 8 na Equação 1 obtém-se a Equação 9 que representa o modelo 1 discretizado.

$$\frac{T_{i+1} - T_i}{\Delta t} = \frac{-h A}{\rho V C_p} [T_i - T_\infty] \quad (9)$$

Após discretização do modelo e isolar o termo T_{i+1} da Equação 9 foi possível aproximar a derivada de primeira ordem por meio das diferenças finitas, transformando a equação diferencial em equação linear conforme a Equação 10.

$$T_{i+1} = \frac{-h \Delta t A}{\rho V C_p} [T_i - T_\infty] + T_i \quad (10)$$

Os cálculos do calor específico (C_p), densidade (ρ) e condutividade térmica (K) do fishburger de tilápia foram determinados na temperatura de congelamento pelas Equações (11-13) apresentadas a seguir:

$$C_p = \sum_{i=1}^n C_{pi} X_i \quad (11)$$

$$\rho = \sum_{i=1}^n \rho_i X_i \quad (12)$$

$$K = \sum_{i=1}^n K_i X_i \quad (13)$$

Em que:

C_{pi} : o calor específico do componente i -ésimo;

ρ_i : densidade do componente i-ésimo;
 K_i : condutividade térmica do componente i-ésimo;
 X_i : fração do componente i-ésimo;
 n : o número de componentes.

Para os cálculos do C_p , ρ , e K utilizou-se as Tabelas (2-4) (Sing e Heldman, 2009). As frações dos componentes do produto, foram baseadas na composição centesimal fishburguer de Tilápia realizada por Muzzolon et., al (2017).

Componente	Fração do componente (X_i)	Equação de C_{pi}	C_{pi} kJ $kg^{-1}^{\circ}C^{-1}$	C_p kJ $kg^{-1}^{\circ}C^{-1}$
Proteína	0,1371	$2,0082 + 1,2089 \cdot 10^{-3} T - 1,3129 \cdot 10^{-6} T^2$	1,986	0,2723
Lipídeo	0,0671	$1,9842 + 1,4733 \cdot 10^{-3} T - 4,8008 \cdot 10^{-6} T^2$	1,956	0,1312
Carboidrato	0,0434	$1,5488 + 1,9625 \cdot 10^{-3} T - 5,9399 \cdot 10^{-6} T^2$	1,515	0,0657
Cinza	0,0192	$1,0926 + 1,8896 \cdot 10^{-3} T - 3,6817 \cdot 10^{-6} T^2$	1,059	0,0203
Água	0,7332	$4,0817 - 5,3062 \cdot 10^{-3} T + 9,9516 \cdot 10^{-4} T^2$	4,500	3,2994
Total				3,7889

Tabela 2. Calor específico dos componentes do fishburguer.

Componente	Fração do componente (X_i)	Equação de ρ_i	ρ_i $kg\ m^{-3}$	P $kg\ m^{-3}$
Proteína	0,1371	$1,3299 \cdot 10^3 - 5,1840 \cdot 10^{-1} T$	1339,2312	183,6085
Lipídeo	0,0671	$9,2559 \cdot 10^2 - 4,1757 \cdot 10^{-1} T$	933,1062	62,6114
Carboidrato	0,0434	$1,5991 \cdot 10^3 - 3,1046 \cdot 10^{-1} T$	1604,6882	69,6434
Cinza	0,0192	$2,4238 \cdot 10^3 - 2,8063 \cdot 10^{-1} T$	2428,8513	46,6339
Água	0,7332	$9,1689 \cdot 10^2 - 1,3071 \cdot 10^{-1} T$	919,2427	673,9888
Total				1036,4860

Tabela 3. Densidade dos componentes do fishburguer.

Componente	Fração do componente (X_i)	Equação de K_i	K_i $W\ m^{-1}$ $^{\circ}C^{-1}$	K $W\ m^{-1}$ $^{\circ}C^{-1}$
Proteína	0,1371	$1,7881 \cdot 10^{-1} + 1,1958 \cdot 10^{-3} T - 2,7178 \cdot 10^{-6} T^2$	0,1564	0,0214
Lipídeo	0,0671	$1,8071 \cdot 10^{-1} - 2,7604 \cdot 10^{-3} T - 1,7749 \cdot 10^{-7} T^2$	0,2303	0,0154
Carboidrato	0,0434	$2,0141 \cdot 10^{-1} + 1,3874 \cdot 10^{-3} T - 4,3312 \cdot 10^{-6} T^2$	0,1750	0,0075
Cinza	0,0192	$3,2962 \cdot 10^{-1} + 1,4011 \cdot 10^{-3} T - 2,9069 \cdot 10^{-6} T^2$	0,3034	0,0058
Água	0,7332	$5,7109 \cdot 10^{-1} + 1,7625 \cdot 10^{-3} T - 6,7036 \cdot 10^{-6} T^2$	0,5393	0,3954
Total				0,4455

Tabela 4. Condutividade térmica dos componentes do fishburguer.

A área e o volume do fishburguer foram calculados com valores de $8 \cdot 10^{-3}$ m de espessura e $1 \cdot 10^{-1}$ de diâmetro (Muzzolon et., al 2017) obtendo valores de $7,8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$ e $6,28 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$ respectivamente.

De acordo com Bird et. al (2004), os valores do coeficiente de convecção natural do ar podem variar de 5 a $25 \text{ W m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. Para essa faixa, os valores da velocidade do ar de resfriamento geralmente são inferiores a 1 m s^{-1} . No experimento realizado por Muzzolon et., al (2017), a velocidade do ar de congelamento foi de $8,33 \cdot 10^{-7} \text{ m s}^{-1}$. Com isso, o valor do coeficiente convectivo utilizado no modelo foi estimado inicialmente com $5 \text{ W m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

Ao estipular o valor do coeficiente convectivo, calcular a condutividade térmica do fishburguer e obter o valor da espessura do fishburguer, foi possível calcular o número de Biot (Bi) representado pela Equação 14.

$$\text{Bi} = \frac{h L_z}{K} \quad (14)$$

Em que:

L_z - comprimento característico; (m)

K- Condutividade térmica ($\text{W m}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$);

h - Coeficiente de transferência de calor por convecção natural ($\text{W m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$)

O valor de Bi obtido foi de 0,089 e com isso a hipótese de temperatura uniforme no interior do sólido mantém-se válida, pois o valor obtido foi menor que 0,1.

Com exceção do coeficiente convectivo que foi estimado, os outros dados aplicados no modelo resumem-se a dados calculados e dados experimentais apresentados na Tabela 5:

Dados experimentais	Dados calculados
$T_0 = 11, 28 \text{ }^\circ\text{C}$	$\rho = 1036,4860 \text{ kg m}^{-3}$
Espessura do fishburguer = $8 \cdot 10^{-3} \text{ m}$	$V = 6,30 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$
Diâmetro do fishburguer = 0,1 m	$C_p = 3,7889 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$
$T_\infty = -30 \text{ }^\circ\text{C}$	$A = 7,8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$
	$K = 0,4454 \text{ W m}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$

Tabela 5. Dados calculados e experimentais.

A partir dos dados apresentados na Tabela 5 e de resolver o modelo 1 pelo método das diferenças finitas avançado, desenvolvendo um código computacional em linguagem Maple®13, foi possível simular o comportamento da temperatura em função do tempo de congelamento do fishburguer representado na Figura 1.

O modelo 1 apresentou um coeficiente de correlação (R^2) de 0,78 e não representou a curva de congelamento de forma satisfatória não apresentando semelhança no comportamento das curvas.

A partir deste resultado, visando uma melhor correlação entre as curvas, foram estimados outros valores para o coeficiente convectivo, superiores a $5 \text{ W m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, no entanto, isso implicou em valores de Bi maior que 0,1 o que indicou gradiente de temperatura acentuado no fishburguer. Com isso passou a considerar a condução e a convecção para os próximos modelos.

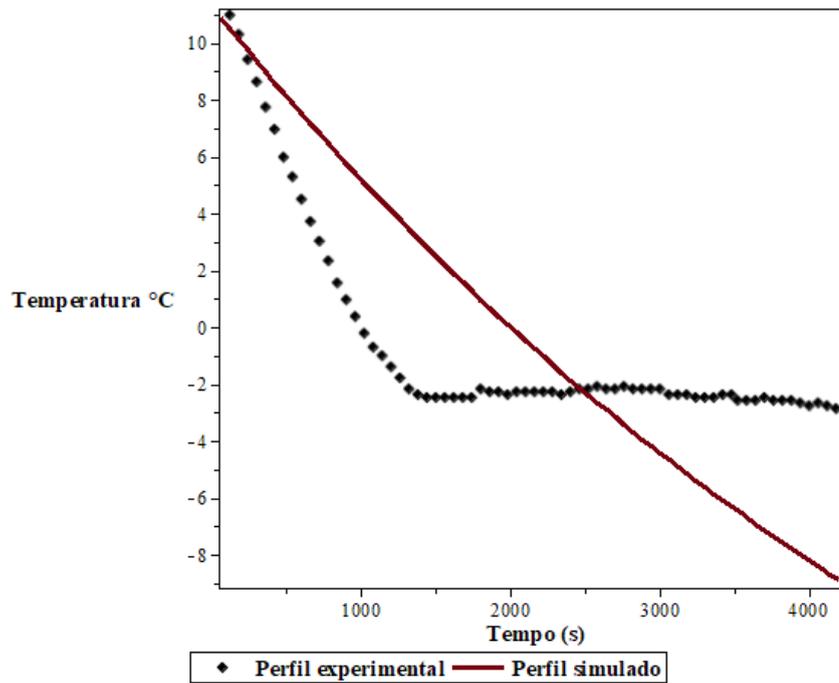


Figura 1. Perfil de congelamento experimental e simulado pelo modelo 1.

Medeiros, Borges e Silva (2013) observaram em seus experimentos que o resfriamento do peixe armazenado em um freezer com convecção natural ocorreu de baixo para cima, evidenciando que a troca de calor por condução na superfície horizontal do freezer foi predominante em relação à troca de calor por convecção natural do ar resfriado com a superfície superior do peixe. Desta forma a resistência térmica à condução no interior do peixe foi maior que a resistência térmica à convecção na superfície resultando em um número de Bi elevado.

4.2 Simulação do Modelo 2

Na solução do modelo 2, foi utilizado o método das linhas, em que a variável espacial das equações que representam o modelo (Equações 3-6) foram discretizadas, conforme descrito abaixo:

$$\frac{d^2T}{dz^2} = \frac{T_{i+1}(t) - 2T_i(t) + T_{i-1}(t)}{\Delta z^2} \quad (15)$$

$$\frac{dT}{dz} = \frac{T_{i+1}(t) - T_{i-1}(t)}{\Delta z} \quad (16)$$

$$T(z, t) = T_i(t) \quad (17)$$

Substituindo as Equações (15-17) nas Equações (3-6) obtém-se a equação do modelo, a condição inicial e as condições de contorno discretizadas conforme as Equações (18-21).

$$\frac{T_{i+1}(t) - 2T_i(t) + T_{i-1}(t)}{\Delta z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(z, t)}{\partial t} \quad (18)$$

$$T_i(0) = T_0 \quad (19)$$

$$\left. \frac{T_{i+1}(t) - T_{i-1}(t)}{\Delta z} \right|_{z=0} = 0 \quad (20)$$

$$-K \left. \frac{T_{i+1}(t) - T_{i-1}(t)}{\Delta z} \right|_{(i=z)} = h [T_i(t) - T_\infty] \quad (21)$$

Por meio do algoritmo desenvolvido no Maple®13, obteve-se um conjunto de equações diferenciais ordinárias (EDOs) representando a (EDP) original com apenas a variável temporal. Por meio desse conjunto de equações foi obtido a variação de temperatura em pequenos intervalos de tempo.

Os valores para ρ , C_p , e K , foram os mesmos utilizados no modelo 1. Binotti (2009) e Fikiin (1999) realizaram estudos sobre o resfriamento de alimentos e encontraram valores para o coeficiente convectivo inferiores a $20 \text{ W m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, para valores da velocidade do ar de resfriamento inferiores a 1 m s^{-1} .

Em estudos realizados por Strapasson, Amarante e Mariani (2006), o valor do coeficiente convectivo utilizado para o congelamento do morango foi de $17,44 \text{ W m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ quando a velocidade de congelamento do ar estava próxima de zero. A partir dos resultados encontrados na literatura e considerando que a velocidade do ar no interior do freezer utilizado por Muzzolon et., al (2017) foi de $8,33 \cdot 10^{-7} \text{ m s}^{-1}$, o valor inicial estipulado para o coeficiente convectivo do modelo foi de $17,5 \text{ W m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

A partir dos dados apresentados na Tabela 5 e de resolver o modelo 2 pelo método das linhas, desenvolvendo um código computacional em linguagem Maple®13, foi possível simular o comportamento da temperatura em função do tempo de congelamento do fishburguer durante 66 min representado na Figura 2.

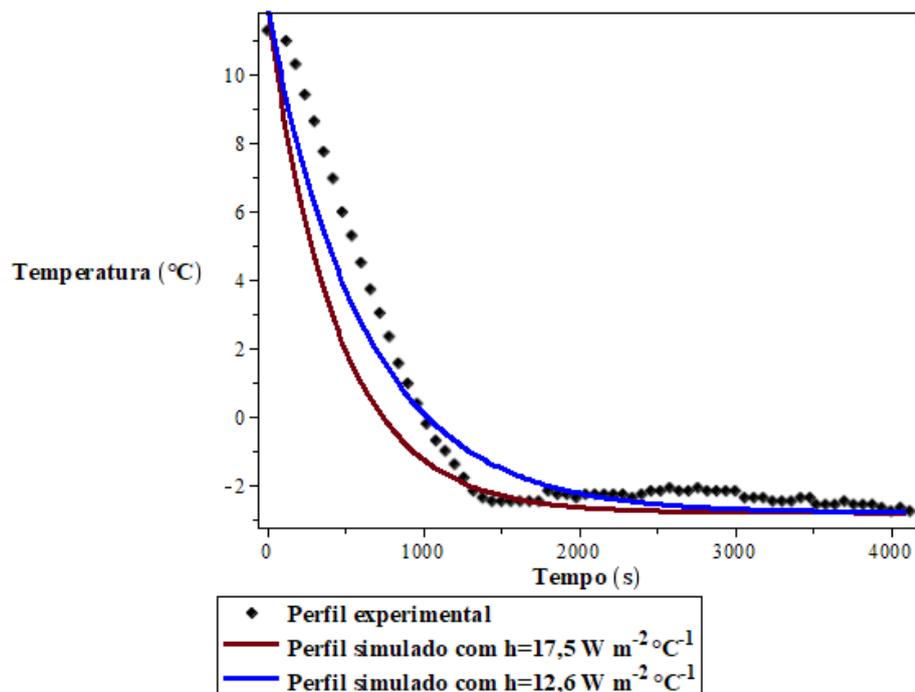


Figura 2. Perfil de congelamento experimental, simulado pelo modelo 2 com $h=17,5 \text{ W m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ e simulado pelo modelo 2 com $h=12,6 \text{ W m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

Para este modelo, foi considerado a distribuição de temperatura no interior do fishburguer em função do tempo e posição (unidimensional em z). O coeficiente de correlação obtido entre as curvas experimental e simulada foi de 0,96 representando a curva de congelamento até a fase de formação dos cristais de gelo.

O valor de R^2 obtido na simulação foi satisfatório, comparado com o obtido por Mariani e Silva (2006) no congelamento do morango com o valor do R^2 de 0,85 para um coeficiente convectivo de $16,5 \text{ W m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

A partir deste resultado, visando obter um melhor ajuste entre as curvas, as simulações numéricas foram realizadas com valores diferentes valores do coeficiente convectivo na faixa de 15 a $25 \text{ W m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ até que obtivesse o melhor R^2 entre a curva simulada e a experimental.

A curva do modelo 2 que apresentou maior R^2 (0,98) foi obtida utilizando o coeficiente convectivo com valor de $12,6 \text{ W m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ (Figura 2). No resfriamento rápido do morango estudado por Pirozzi e Amendola (2005), também foi realizado o ajuste do coeficiente convectivo após uma estimativa inicial de $10 \text{ W m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ para $16 \text{ W m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ obtendo o menor valor de resíduos possível entre as curvas numéricas e experimentais.

Desta forma, o acréscimo da condução de calor no interior do fishburguer, acarretou em maior esforço computacional para resolução do modelo matemático, pois o algoritmo é mais complexo, mas resultou em melhores curvas de simulação do perfil de congelamento do fishburguer, comparando-se com os resultados obtidos pelo modelo 1.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A modelagem matemática do perfil de congelamento do fishburguer de tilápia utilizando dados termofísicos baseados na composição do alimento se mostrou bastante satisfatória. Por meio da simulação do modelo 1, foi observado que considerando apenas transferência de calor por convecção a correlação obtida entre as curvas experimental e numérica não foi satisfatória apresentando um valor baixo de R^2 equivalente a 0,78 para um coeficiente convectivo igual a $5 \text{ W m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

Ao inserir a condução de calor no modelo 2 e considerando o efeito convectivo na superfície do fishburguer de tilápia, por meio da simulação numérica foi obtido um melhor valor de R^2 igual à 0,96 entre as curvas experimental e numérica, com o valor do coeficiente convectivo igual à $17,5 \text{ W m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

Com o ajuste do coeficiente convectivo para $12,6 \text{ W m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, foi obtido um melhor R^2 de 0,98 entre as curvas experimental e simulada, contudo, o emprego do código computacional numérico utilizado para resolver a equação da condução de calor em regime transiente com mudança de fase mostrou-se complexo em prever com precisão o comportamento da temperatura do fishburguer de tilápia sendo submetido ao processo de congelamento.

6 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Para os próximos modelos matemáticos, o uso da entalpia e função de Kirchhoff na modelagem numérica poderá contribuir na representação da mudança de fase do alimento.

Acredita-se também que o uso de outros métodos numéricos para o desenvolvimento da modelagem matemática, permitirá comparar a eficácia de métodos distintos e a sua influência na obtenção dos resultados.

7 REFERÊNCIAS

- BAINY, E. M.; CORAZZA, M. L. ; LENZI, M. K. . Measurement of freezing point of tilapia fish burger using differential scanning calorimetry (DSC) and cooling curve method. *Journal of Food Engineering*, v. 161, p. 82-86, 2015.
- BINOTTI, C.S. Avaliação quantitativa do método de resfriamento rápido com ar forçado para morango. 2000. 83 f. *Dissertação (Mestrado em Tecnologia Pós-Colheita) - Faculdade de Engenharia Agrícola, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.*
- BIRD, R. B.; STEWART, W. E.; LIGHTFOOT, E. N. *Fenômenos de transporte*. Rio de Janeiro: Editora LTC, 2004.
- CHEN, Y-L.; PAN, B.S. Freezing tilapia by airblast and liquid nitrogen – freezing point and freezing rate. *International Journal of Food Science & Technology*, 30:167–173, 1995.
- CHOI Y., OKOS M.R., Effects of temperature and composition on the thermal properties of foods. In: LeMaguer M., Jelen P. (Eds.). *Food Engineering and Process Applications*. Elsevier Applied Science Publishers: London, 1:93-101, 1986.
- COUTINHO, M.R.; OMOTO, E. S.; ANDRADE, C. M. G.; JORGE, L. M. M.. Modelagem e Validação da Hidratação de Grãos se Soja. *Ciência e Tecnologia de Alimentos*, Campinas, 25(3): 603-610, jul.-set. 2005.
- EDUARDO, M. et al. Computer Program for Grain Drying Simulation Abstract. *Revista Brasileira de Produtos Agroindustriais*, v. 13, n. 882, p. 33–50, 1999.
- FELLOWS, P. J. *Tecnologia do Processamento de Alimentos: Princípios e Prática*. 2ª ed. Porto Alegre : Artmed, 2006. 602 p.
- FERNANDES, F. A. N; RODRIGUES, S; LAW, C. L; MUJUMDAR, A. S.. Drying of Exotic Tropical Fruits: A Comprehensive Review, *Food Bioprocess Technology*, 2010.
- FIKIIN, A.G.; FIKIIN, K.A.;TRIPHONOV, S.D. Equivalent thermophysical properties and surface heat transfer coefficient of fruits layers in trays during cooling.*Journal of Food Engineering*, London, v.40, n.1-2, p.9-13, 1999.
- MESSIAS, C. R. ; KONOPKA, D. N. ; BIASSI, D. C. ; BATISTA, R. V. ; QUAST, E. ; BAINY, E. M. ; POLISELI-SCOPEL, F. H. . Treinamento e caracterização sensorial de formulações de fishburger elaboradas à base de subprodutos da filetagem de tilápia. *Revista Brasileira de Pesquisa em Alimentos - REBRAPA*, v. 7, p. 125-142, 2016.
- INCROPERA, F.P.; DEWITT, D.P. *Fundamentos de Transferência de Calor e Massa*. 5ª Ed. LTC Editora: Rio de Janeiro, 2003.
- MALISKA, C. R.. *Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional*. São Paulo: Editora LTC, 1995, 424p.
- MARIANI, V. C. ; SILVA, A. . CIT06-0283: Análise do coeficiente de transferência de calor no resfriamento/congelamento do morango. In: *11th Brazilian Congress of Thermal Engineering and Sciences*, 2006, Curitiba. 11th ENCIT, 2006. p. 1-11.
- MEDEIROS J. M. ; BORGES, S. N. ; SILVA, M. G. . *Análise da Transferência de Calor no Congelamento do Pescado num Freezer horizontal Convencional*. Principia (João Pessoa) , v. 22, p. 11-22, 2013.
- MELLADO, E.C.E.R.. Modelo de transferência de calor e massa na secagem de madeira serrada de *Pinus*. 2007. 155f. *Tese (Doutorado em Ciências Florestais) Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2007.*
- MUZZOLON, E. ; BIASSI, D. C. ; KONOPKA, D. ; OLIVEIRA, J. de ; POLISELI-SCOPEL, F. H. ; BAINY, E. M. . Processamento de fishburger utilizando subprodutos da filetagem de tilápia: Caracterização físico-química, análise do congelamento e avaliação da vida de prateleira. *Revista Brasileira de Pesquisa em Alimentos - REBRAPA*, 2017 (No prelo).

- NECKEL, V. J.; MARIANI, V. C.. Modelagem do Congelamento da Beterraba. *Mecánica Computacional*, v. XXIX, p. 5729-5740, Buenos Aires, Argentina, 15-18, Noviembre, 2010.
- PAIVA, A. F. O. Geração Automática de Modelos de Simulação de uma Linha de Produção na Indústria Têxtil. *Dissertação de mestrado. Engenharia industrial, Universidade do Minho*. Guimarães. 2005. 239p.
- PIROZZI, D. C. Z. ; AMENDOLA, M. . Modelagem matemática e simulação numérica do resfriamento rápido de morango com ar forçado. *Engenharia Agrícola* , v. 25, p. 222-230, 2005.
- RAHMAN, M.S.; GUIZANI, N.; AL-KHASEIBI, M.; AL-HINAI, S.A.; AL-MASKRI, S.S.; AL-HAMHAMI, K. Analysis of cooling curve to determine the end point of freezing. *Food Hydrocolloids*, v.16, p. 653-659, 2002.
- RESENDE, O; FERREIRA, L. U; ALMEIDA, D. P.. Modelagem Matemática para Descrição da Cinética de Secagem do Feijão Adzuki. *Revista Brasileira de Produtos Agroindustriais*, Campina Grande, v.12, n.2, p.171-178, 2010.
- ROÇA, R. O. *Congelação*. Laboratório de Tecnologia dos Produtos de Origem Animal. Botucatu: UNESP – Campus de Botucatu, 2006, 202 p.
- SINGH, B. P. N.; KULSHRESTHA, S. P.. Kinetics of water sorption by soybean and pigeonpea grains. *Journal of Food Science*, v. 52, n. 6, p. 1538-1544, 1987.
- SINGH, R.P.; HELDMAN, D.R. Food Freezing. In: *Introduction to Food Engineering*, 3^a ed. New York: Academic Press, p. 341-371, 2001.
- SINGH, R. P.; HELDMAN, D. R. *Introducción a la ingeniería de los alimentos*. ed. 2. Zaragoza (España): Acribia, S. A., 2009.
- STRAPASSON, F. ; AMARANTE, A. C. C. ; MARIANI, V. C. . CIT06-0285: Modelagem das propriedades termofísicas e estudo do processo de congelamento por convecção de um alimento. In: *11th Brazilian Congress of Thermal Engineering and Sciences*, 2006, Curitiba. 11th ENCIT, 2006. p. 1-9.

ANEXO I**INSTRUCTIONS TO PREPARE AN ARTICLE ACCORDING TO THE
AMCA-STYLE****First A. Author^{a,b}, Second B. Author^b, Third C. Author^b and Fourth D. Author^a**

^a*Grupo de Mecánica Computacional, Universidad Nacional de Villa Carolina, Los Alerces
3492, 4200 Villa Carolina, Argentina, gmc@uncarolina.edu.ar,
<http://www.uncarolina.edu.ar/gmc>*

^b*Grupo de Ingeniería Aplicada, Universidad Nacional de La Meseta, Los Cipreses 3493,
4201 La Meseta, Argentina, gia@unmeseta.edu.ar, <http://www.unmeseta.edu.ar/gia>*

Keywords: Instructions, AMCA style, Computational Mechanics, article.

Abstract. This document provides information and instructions for preparing an article following the AMCA style. The first page is reserved for the title of the article, the authors, affiliation, keywords and the abstract. The abstract must be fully contained in the first page. The Introduction must begin at the top of the second page. The first page of the article will be printed in the book of abstracts. All the instructions as well as the example files for L^AT_EX and MS-Word can be found in the web page of AMCA <http://www.amcaonline.org.ar>.

1 INTRODUCTION

This document provides information and instructions for preparing an article according to the AMCA style. Only articles formatted according to the present guidelines will be accepted for AMCA publications.

2 GENERAL SPECIFICATIONS

The article may be written in English, Spanish or Portuguese within a printing box of 16cm x 24cm, centered in the page. The paper including figures, tables and references must have a minimum length of 4 pages and must not exceed 25 pages. The size of the PDF file of the paper must not exceed 2 MBytes.

2.1 Use of acronyms

If acronyms are used, then define them before their first occurrence.

3 TITLE, AUTHORS, AFFILIATION, KEYWORDS

The first page must contain the Title, Author(s), Affiliation(s), Keywords and the Abstract. The second page must begin with the Introduction. The first line of the title is located 3cm from the top of the printing box.

3.1 Title

The title should be written centered, in 14pt, boldface Times Roman, all capital letters. It should be single spaced if the title is more than one line long. Inclusion of formulas or special characters in the title is **highly** discouraged. Acronyms may be used if defined *in-line*, for instance “Large Eddy Simulation (LES) of flow around a cylinder”.

3.2 Author

The author’s name should include first name, middle initial and last name. It should be written centered, in 12pt boldface Times Roman, 12pt below the title. Put all the authors together, split in several lines if necessary. Affiliations must be arranged in centered blocks, after the authors. Identify each author with its corresponding affiliation using a letter superscript, as in the example. If all the authors belong to the same affiliation do not use superscript.

3.3 Affiliation

Author’s affiliation should be written centered, in 11pt Italic Times Roman, 12pt below the list of authors. A 12pt space should separate two different affiliations. It is recommended that authors include an e-mail address and a web page per affiliation site, if possible.

3.4 Keywords

Please, write no more than six keywords. They should be written left aligned, in 12pt Times Roman, and the line must begin with the words **Keywords** boldfaced (use **Palabras Clave** in Spanish and **Palavras Chave** in Portuguese). A 12pt space should separate the keywords from the affiliations.

3.5 Abstract

Use 11pt Times Roman for the abstract. The word **Abstract** must be set in boldface, not italicized, at the beginning of the first line (use **Resumen** for Spanish and **Resumo** for Portuguese). The abstract text should be justified and separated 12pt from the keywords, as

shown in the first page of these instructions. The abstract should be self-contained, so do not include figures, tables or equations in the abstract. Neither include any reference to such material. It is discouraged to include references to other work in the abstract. In case of including any references, then they should be included *in-line* but abbreviated, as in this example (C. Jhonson et al., *Int J Num Meth Eng*, 34(3):543-568 (1992); D. Mitchell and J. Brady, *J Sound Vib*, 21(2):221–230 (2006)). Multiple citations should be separated by semi-colons. **It is strongly discouraged to include more than 2 references in the abstract.** Inclusion of formulas is **highly** discouraged. Avoid special characters. If acronyms are used, then define them before their first occurrence.

4 HEADINGS

4.1 Main headings

The main headings should be written left aligned, in 12pt, boldface and all capital Times Roman letters. There should be a 12pt space before, and 6pt after the main headings.

4.2 Secondary headings

The secondary headings should be written left aligned, in 12pt, boldface Times Roman, with an initial capital for first word only. There should be a 12pt space before, and 6pt after the secondary headings.

5 TEXT

The normal text should be written single-spaced, justified, using 12pt Times Roman in one column. The first line of each paragraph must be indented 0.5cm. There is not inter-paragraph spacing.

6 PAGE NUMBERS

The authors **must not number** the pages of the article. Numbers will be added by the editor/publisher.

7 FIGURES

All figures should be numbered consecutively and captioned. The caption should be written centered, in 10pt Times Roman, upper and lower case letters.

A 6pt space should separate the figure from the caption, and a 12pt space should separate the upper part of the figure and the bottom of the caption from the surrounding text (see Figure 1). Figures should be referenced in the text. Color figures are welcomed.

8 EQUATIONS

A displayed equation is numbered, using Arabic numbers in parentheses. It should be centered, leaving a 6pt space above and below to separate it from the surrounding text.

The following example is a simple single line equation

$$Ax = b. \tag{1}$$

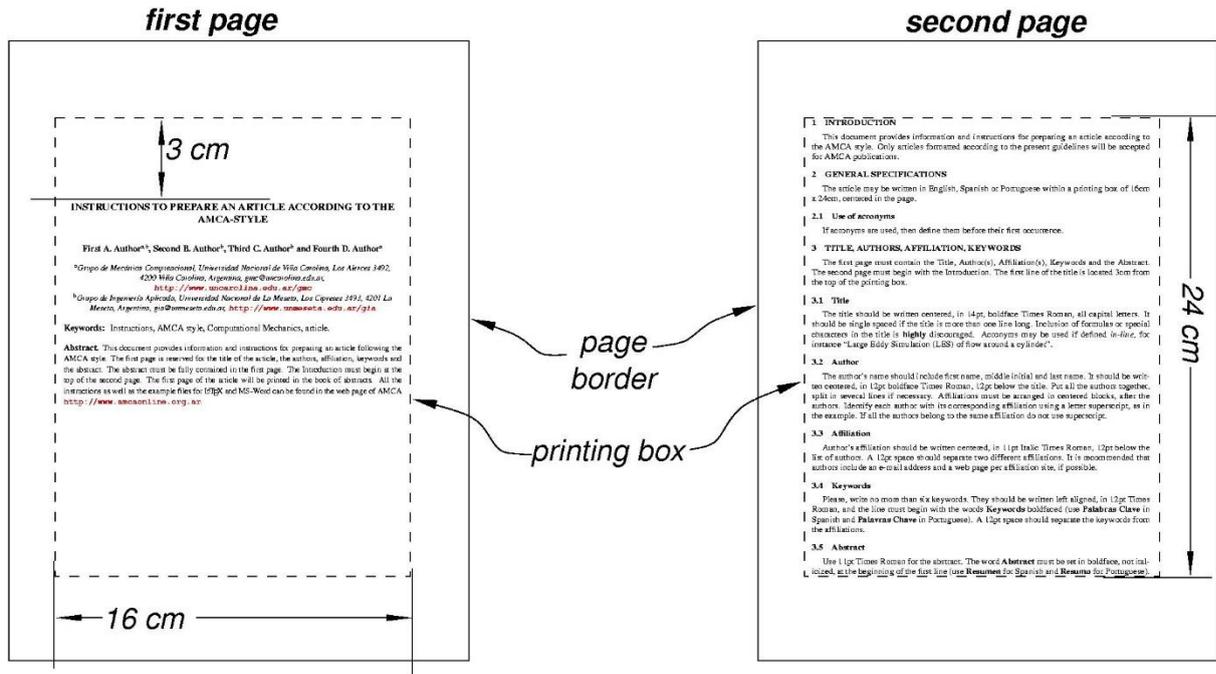


Figure 1: Page Layout

The next example is a multi-line equation

$$\begin{aligned} Ax &= b, \\ Ay &= c. \end{aligned} \quad (2)$$

If possible, internal PDF links must be generated for references to equations. The recommended color for links to references in the text is blue (e.g., see Eq. (2)).

9 TABLES

All tables should be numbered consecutively and captioned; the caption should be 10pt Times Roman, upper and lower case letters.

A space of 6pt separates the table from the caption, and 12pt space separates the table from the surrounding text. For an example, see Table 1. Tables should be referenced in the text.

	20x20 mesh	50x50 mesh	100x100 mesh
0	41.00	1.00	4.92
1	40.86	1.02	4.88
10	23.81	3.44	2.92
50	5.62	64.20	1.08

Table 1: Condition number for the Stekhlov operator.

10 FORMAT OF REFERENCES

References should be quoted in the text using the *author-style* (a.k.a. *Harvard style*). References can be cited in *parenthetical* form (Zienkiewicz and Taylor, 1991; Idelsohn and Oñate, 1994; Meyer et al. 1995b, a), or in *textual* form, e.g. see Zienkiewicz and Taylor (1991); Idelsohn and Oñate (1994); Meyer et al. (1995b, a). References are grouped together and sorted alphabetically at the end of the article as shown in these instructions. Do not include references that are not cited in the article body.

If possible, internal PDF links must be generated for citations. The recommended color for links to references in the text is blue. The preferred color for links to external references, as web pages, is red (e.g. <http://www.amcaonline.org.ar>).

11 CONCLUSIONS

Template files in TeX, L^AT_EX and MS-Word may be found at the AMCA web site: <http://www.amcaonline.org.ar>. Remember: **Do not number the pages.**

REFERENCES

- Idelsohn, S., and Oñate, E., Finite element and finite volumes. Two good friends. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 37:3323–3341, 1994.
- Meyer, E.S., Morrison, A.J., and Plummer, C.S., The finite element method: A good friend. *Journal of Numerical Methods*, 32:2223–2241, 1995a.
- Meyer, E.S., Morrison, A.J., and Plummer C.S., Finite differences and finite volumes. Two old friends. *Journal of Numerical Methods*, 32:1223–1241, 1995b.
- Zienkiewicz, O.C., and Taylor, R.L., *The finite element method*, volume II. McGraw Hill, 1991.