




# Pesquisas Brasileiras sobre o Tema Frações no Período de 2013-2018

## Brazilian Research Concerning Fractions from 2013-2018

Nilce Fátima Scheffer\*

 0000-0001-9199-9750

Arthur Belford Powell\*\*

 0000-0002-6086-3698

### Resumo

Este estudo analisa pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem de números racionais-frações na Educação Básica brasileira no período de 2013 a 2018. Considerando que o conhecimento de frações é construído a partir da compreensão do número racional, esta investigação visa contribuir para a reflexão sobre o tema que fornece a base sobre a qual são construídas as operações elementares, a noção de inverso multiplicativo, a percentagem e outros conhecimentos matemáticos. A questão de investigação que serve de eixo norteador é: Que conhecimentos sobre o ensino e a aprendizagem de frações, as pesquisas, representadas pelas dissertações e teses e também artigos brasileiros, têm oferecido nos últimos cinco anos? O estudo se insere na perspectiva qualitativa, com coleta de dados, baseada na análise documental de pesquisas brasileiras, e a organização e a análise têm como respaldo as categorias de conteúdo. Os resultados apontam que as pesquisas analisadas apresentam diferentes reflexões teórico-práticas sobre processos cognitivos, bem como novas possibilidades para ensino e aprendizagem de frações em sala de aula.

**Palavras-chave:** Pesquisa brasileira em Educação Matemática. Números racionais-frações. Ensino e aprendizagem de frações.

### Abstract

This study analyses research on the teaching and learning of rational numbers-fractions in the Brazilian Elementary School from 2013 to 2018. This investigation contributes to the reflection on the mathematical knowledge, considering that such development is built from the understanding of the rational number, providing the basis on which elementary algebraic operations, the concept of multiplicative inverse, the percentage and other mathematical concepts will be built. The research question that serves as a guiding axis is: What knowledge about the teaching and learning of fractions has the research inserted in dissertations and theses and also in Brazilian articles offered in the last five years? This study has a qualitative perspective, having its data collection based on the documental analysis of Brazilian research, analysis are supported by content categories. The results showed that research analyzed show different practical-theoretical reflections about cognitive processes, as well as new possibilities in the teaching and learning of rational numbers -fractions in class.

**Keywords:** Brazilian research in Mathematics Education. Rational numbers-fractions. Teaching and learning of fractions.

---

\* Doutora em Educação Matemática pela UNESP - Rio Claro, SP. Professora de Matemática da Universidade Federal da Fronteira Sul - UFFS, Chapecó SC, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Fernando Machado, 685 D, Ap. 505, Centro, Chapecó, SC, Brasil, CEP: 89802-111. E-mail: [nilce.scheffer@uffs.edu.br](mailto:nilce.scheffer@uffs.edu.br).

\*\* Doutor em Educação Matemática pela Rutgers University-New Brunswick. Professor titular de Educação Matemática da Rutgers University-Newark, Bradley Hall. Endereço para correspondência: 110 Warren Street, Newark, New Jersey, 07102, EUA. E-mail: [powellab@newark.rutgers.edu](mailto:powellab@newark.rutgers.edu).

## 1 Introdução

O ensino de números racionais-frações na Educação Básica brasileira assume sua importância na área da Matemática. A justificativa para tal importância se dá pelas pesquisas desenvolvidas por Campos e Rodrigues (2007); Justulin e Pirola (2008); Magina, Bezerra e Spinillo (2009) e Ponte (2014), ao destacarem que, do ponto de vista matemático, a compreensão do número racional fornece a base sobre a qual são construídas, posteriormente, as operações algébricas elementares, a noção de inverso multiplicativo, a porcentagem, as operações na forma decimal e fracionária e a noção de infinito. Esta última não relacionada diretamente à Educação Básica, mas a níveis posteriores do ensino, haja vista que, mais tarde, muitos desses conteúdos passam por simbolização e representação, pilares fundamentais do conhecimento matemático, discutidos com professores em formação inicial e continuada.

De acordo com Powell e Ali (2018), o princípio norteador subjacente à noção de senso fracionário é que o conhecimento e as ações que um indivíduo incorpora são fundamentados na criação de sentido, e não na aplicação de um algoritmo aceito ou de um fato memorizado. Esse aspecto influencia a ação pedagógica em escolas brasileiras, o que leva os estudantes à não construção de sentidos, mas simplesmente à memorização, tendo em vista o momento da prova.

Em decorrência disso, o desempenho dos alunos em exames de larga escala, a exemplo do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) - Programme for International Student Assessment, da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), também sofre influência. De acordo com dados do Portal do Ministério da Educação (MEC), o desempenho médio dos jovens estudantes brasileiros na avaliação de Matemática, em destaque no Quadro 1, tem ficado muito aquém do desempenho de outros países membros da OCDE.

A obtenção de uma média relativamente baixa em comparação aos demais países corresponde a resultados que contemplam, da mesma forma, os conhecimentos a respeito de números racionais-frações, subjacentes e tão necessários a outros conceitos construídos pelos estudantes ao longo do período escolar, o que lhes dá preparo também para seguir uma carreira científica em um futuro profissional. Esse aspecto é apontado por D'Ambrósio (1996) e pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1997) como um dos objetivos do ensino de Matemática na escola, o que justifica este estudo sobre os números racionais-frações presentes em pesquisas realizadas com estudantes e professores de escolas brasileiras.

	PISA 2000	PISA 2003	PISA 2006	PISA 2009	PISA 2012	PISA 2015
Estudantes participantes	4.893	4.452	9.295	20.127	18.589	13.000
Matemática	334	356	370	386	391	377

**Quadro 1** - Média brasileira em todas as edições do PISA até 2015

Fonte: <http://portal.inep.gov.br/internacional-novo-pisa-resultados> (INEP)

É importante entendermos, inicialmente, como os pesquisadores brasileiros têm abordado e discutido a cognição e os processos de ensino e aprendizagem relativos ao tema, a partir das pesquisas realizadas ou publicadas no país nos últimos cinco anos (2013-2018), haja vista que é o estado do conhecimento de teses, dissertações e publicações que move o presente estudo, cujas questões de pesquisa concentram-se em: a) Que conhecimentos sobre o ensino e aprendizagem de frações, as pesquisas, representadas por teses, dissertações e artigos brasileiros, têm oferecido nos últimos cinco anos? b) Nessas pesquisas, quais são os papéis das representações figurais, os materiais manipulativos e a utilização de Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC)?

Em busca de respostas, apresentamos, neste artigo, uma discussão a respeito da metodologia das pesquisas, ou seja, sobre o aspecto mais fortemente presente e fundante dos objetos de estudo: teses, dissertações e publicações, considerando a organização e o modo de situar processos de coleta, organização e análise das pesquisas relativas ao período analisado. Além disso, explicitamos definições de números racionais, mais especificamente quanto à noção de fração presente nas diferentes interpretações investigadas nos trabalhos que consideram a interpretação parte-todo para frações até a interpretação de mensuração, passando pela razão, quociente e operadores nas investigações realizadas em pesquisas de Pós-Graduação *stricto sensu* e publicações de Educação Matemática de acordo com abordagens epistemológicas.

Outra reflexão contemplada nas pesquisas e à qual fizemos menção diz respeito à utilização de materiais manipulativos e TIC para o ensino de frações e, por fim, a discussão dos dados a partir da categorização na busca de aproximações e das tendências predominantes nas pesquisas que se voltam ao estudo de frações no Brasil nos últimos cinco anos, período determinante e decisivo à discussão e construção da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), política educacional que passou a balizar ações escolares a partir de 2018. Nas considerações finais, destacamos o alcance do estudo em um diálogo com dados, resultados e referencial teórico, tendo em vista as contribuições das pesquisas e publicações para o estudo

do tema na escola.

## **1 Caminhos metodológicos da pesquisa qualitativa: algumas percepções em destaque**

O presente estudo aborda uma discussão a respeito de metodologia da pesquisa, com o propósito de refletirmos a partir da descrição de características e processos qualitativos subjacentes às pesquisas investigadas. Dentre os trabalhos de dissertação analisados, predominam estudos realizados em Programas de Mestrado Profissional como PROFMAT, de Ensino e de Educação. Propostas práticas, sequências didáticas e sugestões de atividades estão disponibilizadas nessas pesquisas, constituindo-se no produto, isto é, proposta complementar ao trabalho final de pesquisa, exigida por Programas de Pós-Graduação Profissional.

Neste artigo, a metodologia de pesquisa envolve uma abordagem qualitativa descritiva de análise documental que, de acordo com Gil (1999), tem o objetivo principal de descrever características de determinada população ou fenômeno, bem como estabelecer relações entre variáveis. Nesse sentido, além de possibilitar a descrição, a respectiva pesquisa viabiliza a identificação, o relato e a comparação na utilização de técnicas padronizadas em coleta de dados. Sob essa perspectiva, este estudo contempla dados de teses, dissertações e artigos brasileiros dos últimos cinco anos, todos referentes ao ensino e à aprendizagem de números racionais-fractionários, conforme Quadro 1A, em anexo.

A pesquisa originária deste artigo partiu do princípio de que a investigação pode coletar e confrontar elementos documentais, a fim de identificarmos como os conhecimentos em torno do ensino e da aprendizagem de frações, refletidos nas pesquisas, aqui, representadas, têm sido trabalhados e discutidos por pesquisadores e professores de Matemática nos últimos cinco anos no Brasil. A organização, análise e apresentação dos resultados seguem a forma de descrição comentada sob categorias de conteúdo. De acordo com Bardin (2011), o critério de categorização pode ser semântico, com categorias temáticas, ou sintático, considerando verbos, adjetivos ou palavras que se repetem nas pesquisas.

A partir desses fundamentos, o presente estudo tem como foco central o conceito matemático de números racionais-frações, contemplando, no processo de coleta de dados, trabalhos selecionados no Portal CAPES, no período entre 2013 a 2018: teses, dissertações de Programas de Mestrado Acadêmico e/ou Profissional e artigos de periódicos brasileiros da área de Educação e Educação Matemática, conforme mapeamento exposto no Quadro 2.

	T/D	Art.	Resultados
Pesquisas em Educação Matemática e estudo de números racionais-frações	26	11	O total de pesquisas envolvidas no estudo é de 37.
Materiais manipulativos de frações	18		Os materiais manipulativos contemplam jogos, kits de equivalência, cartões fracionários, dobraduras, quadros de equivalência e outros materiais.
TIC e frações	13		As TIC envolvidas foram desde software educacional, jogos digitais, baralhos digitais até materiais de Robótica Educacional.
Estudo comparativo entre grupos de estudantes		1	O estudo comparativo teve como resultado que o desempenho dos estudantes portugueses é significativamente melhor do que o dos estudantes brasileiros. Tal discrepância pode ser justificada pelas diferenças nos Programas Curriculares de Matemática no quarto ano nesses países.
Ensino de frações	19		As pesquisas se voltam a questões do ensino de frações no Ensino Fundamental.
Aprendizagem de frações	17		As pesquisas discutem propostas práticas, tendo em vista a aprendizagem de frações no Ensino Fundamental.
Formação de professores e o estudo de frações		5	Foram identificadas, fragilidades no conhecimento matemático dos professores em formação inicial, sobretudo, no que se refere à definição do conceito de razão e às suas representações. Professoras dos anos iniciais evidenciaram aprendizagens profissionais e destacaram o trabalho colaborativo.
Relações entre números racionais-frações e álgebra		1	A pesquisa problematiza o espaço dado aos números racionais e à estrutura algébrica corpo em currículos de cursos de Licenciatura em Matemática.
Proporcionalidade e Percentagem, relações entre números racionais-frações		2	Estudos sobre contribuições de proporcionalidade e percentagem, para o numeral decimal e, posteriormente, fração trazem a compreensão da natureza relacional dos números racionais.
Relações entre números racionais-frações e razão		1	A ideia de razão como comparação/relação entre grandezas; o conceito de razão usado em contextos diversificados.
Experiência didática e sequência didática	3	1	Os estudos propõem atividades que contemplam experiências didáticas para a ação pedagógica.
Diferentes representações, geométrica, simbólica...	2	2	Diferentes representações em abordagem exploratória conduzem à comparação e à ordenação de números racionais, além de utilizarem diferentes representações e representações semióticas na organização e análise de dados das pesquisas.
Robótica Educacional	1		O estudo que desenvolve o trabalho voltado para Robótica Educacional apresenta a elaboração e montagem de robôs, que serviram de suporte para a resolução de situações-problema.
Estudo de frações e resolução de problemas	1	1	Compreensão do conceito de frações pela resolução de problemas.
Operações polinomiais		1	Os autores apresentam a modelização do sistema de numeração decimal na forma polinomial de potência de base dez.
Operações com frações	5		A utilização do estojo das frações (conjunto de peças retangulares manipuláveis) e do modelo de barras facilitou a compreensão do significado parte-todo e das operações, envolvendo frações.
Ensino Fundamental	10		O efeito do material manipulativo e de TIC no processo de ensino e de aprendizagem de frações para o Ensino Fundamental foi aspecto predominante nos trabalhos de pesquisa.
Ensino de Jovens e Adultos	1		As sequências didáticas elaboradas para os alunos da EJA se tornaram importantes instrumentos para diagnosticar obstáculos à aprendizagem.

**Quadro 2:** Mapeamento das pesquisas

Fonte: Os autores

Dos estudos selecionados, predominam aqueles que tratam da utilização de materiais manipulativos e de TIC no ensino e aprendizagem de frações. Por outro lado, os estudos contemplados nos artigos se voltam à discussão de pesquisas relacionadas ao estudo de frações com estudantes, bem como em cursos de formação de professores, em estudos comparativos e discussão teórica do tema, além da aplicação prática com uso de diferentes alternativas.

Do total de 26 trabalhos, entre teses e dissertações analisadas, correspondentes ao período, 76% foram realizados em Programas de Mestrado Profissional, 20% em Programas de Mestrado Acadêmico e 4% em Programas de Doutorado. Nesse conjunto, estão representados 11 estados brasileiros: Pará (1), Rondônia (1), Alagoas (1), Rio Grande do Norte (2), Bahia (1), Espírito Santo (1), Minas Gerais (2), Rio de Janeiro (3), Paraná (1), São Paulo (9) e Rio Grande do Sul (4).

Os referidos estudos concentram-se em três frentes de exploração prática: materiais manipulativos, TIC e sequência didática. Alguns, com apenas uma dessas abordagens, enquanto outros, com duas no mínimo, o que justifica os números expostos no Quadro 2. Ou seja, há uma frequência de 18 trabalhos para os materiais manipulativos; 13 para TIC, 10 trabalhos que contemplam o Ensino Fundamental, além de 5 trabalhos que se voltam às operações com frações e 4 pela sequência didática e estudo de frações por resolução de problemas. Outro aspecto observado se refere às questões e aos objetivos das pesquisas, apresentados no Quadro 1A, em anexo, uma vez que a maioria dos estudos diz respeito à ação escolar, principalmente, no que tange aos processos de ensino e aprendizagem do conceito de fração, suas operações, obstáculos e níveis de compreensão. Por serem desenvolvidos, em sua maioria, em Programas de Mestrado Profissional ou de Ensino, os trabalhos apresentam um foco prático, considerando, de modo especial, a construção e a aplicação de propostas de atividades que auxiliam na discussão dos conceitos de frações.

As palavras-chave predominantemente presentes nos estudos, de acordo com a incidência em mais de um trabalho, foram: frações, ensino-aprendizagem, números racionais, TIC, Educação Matemática, software, ensino e aprendizagem de frações, sequência didática, sequência didática eletrônica, material manipulativo, frações e relações de equivalência e ensino de Matemática.

A partir das questões norteadoras e dos objetivos estabelecidos a este estudo, identificamos no Quadro 2 estudos de intervenção, com contribuição de jogos e materiais manipuláveis para o ensino de frações, tendo em vista a discussão de erros e o levantamento de obstáculos à aprendizagem, atendendo à interpretação parte-todo e aos operadores do

ensino de frações. Ademais, destacam-se atividades práticas à criação de ambiente lúdico, com possibilidade de interação, discussão, testagem de hipóteses, manipulação e diferentes formas de visualização das frações.

O aporte teórico das pesquisas fundamenta-se em autores que se referem à construção do conceito e da noção de fração, principalmente os que estabelecem relação com a interpretação parte-todo, utilização de TIC no ensino de frações, história da Matemática relacionada à origem do sistema racional e à noção de fração. Ademais, autores que tratam da sequência didática como alternativa de ensino para o campo de estudo das frações e dos materiais manipulativos, sem deixar de considerar os PCN, os saberes docentes e a análise de soluções e de erros tanto na representação quanto na solução de operações com frações.

As pesquisas, na maioria, de abordagem qualitativa, apresentam processos de coleta de dados, desde diário de bordo, observações, questionários, análise de registros escritos até gravações de áudio e vídeo e entrevistas, o que suscita diferentes possibilidades de análise de dados, contemplando a categorização, a triangulação e outras formas de análise quali-quantitativa. Já aquelas obtidas a partir das publicações sobre o tema, contemplam 11 artigos pertencentes a 3 periódicos nacionais da área de Educação e de Educação Matemática, conforme Quadro 3.

Periódico	Local	2014	2015	2016	2017	2018
BOLEMA	UNESP/Rio Claro, SP	3	2	1		
Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos	Brasília, DF				1	
Educação Matemática em Pesquisa	PUC/São Paulo, SP				2	2

**Quadro 3** - Panorama das pesquisas publicadas em periódicos

Fonte: Os autores

As pesquisas qualitativas que colocamos em evidência ao focarmos os dados por T, acompanhado pelo respectivo número de classificação do trabalho no Quadro 1A, em anexo, desenvolvidas na Educação Matemática, apresentam questões que contemplam: representações e processos de raciocínio, formação de professores, compreensão de relações de ensino e de aprendizagem de frações, resolução de problemas, operações, sistema de numeração posicional decimal, do conceito de proporcionalidade e de números racionais, bem como estrutura algébrica e percentagem. Questões estas aprofundadas e refletidas nas respectivas pesquisas que promovem diferentes discussões teóricas subjacentes à prática pedagógica, como podemos observar no referido Quadro 1A a respeito de concepções de frações, obstáculos epistemológicos, teoria das situações didáticas, concepções da teoria



sócio-histórica de Vigotsky, contribuições da aprendizagem significativa, resolução de problemas, TIC e teoria dos campos conceituais.

Os trabalhos T23, T32 e T36 do respectivo quadro apresentam estudos que têm por base uma unidade exploratória de ensino, abordando representações e compreensão dos números racionais, em diferentes significados e tipos de grandeza, a partir de interpretações de parte-todo, de medida, quociente, razão, operador multiplicativo, probabilidade, um número na reta numérica, percentagem e desafios conceituais enfrentados pelos estudantes da Educação Básica. Por outro lado, as pesquisas descritas em T11, T14 e T22 discutem as quatro interpretações, significado, usos e representação simbólica do conceito de razão. O ensino de operações polinomiais, intermediado pelas operações aritméticas em conexão com o sistema de numeração decimal e potências de base dez, é abordado com estudantes da Educação Básica, acadêmicos, professores e educadores.

A formação de professores e o desenvolvimento profissional, tendo em vista a compreensão do ensino de frações, a resolução de problemas, a prática pedagógica, a estrutura algébrica, a compreensão da natureza relacional dos números racionais e o conceito de proporcionalidade são aspectos discutidos nos estudos T5, T10, T24, T25 e T31 do Quadro 1A. Tais estudos descrevem investigações a respeito da compreensão dos números racionais, de experiências de ensino na sala de aula, além de apresentarem possibilidades de exploração, representação e discussão do tema em cursos de formação inicial e continuada de professores, com acadêmicos e com pesquisadores.

A base teórica relativa ao tema frações é vasta nos trabalhos e, de modo semelhante, todos fundamentam a construção de conceitos com respaldo, especialmente em práticas com materiais manipulativos e TIC. Autores como Kieren (1992); Behr et al. (1983); Behr et al. (1997); Nunes e Bryant (1977) Campos e Magina (2010); Caraça (1951), Campos e Rodrigues (2007), Justulin e Pirola (2008), Magina, Bezerra e Spinillo (2009), entre outros, são referência para os referidos estudos. Na sequência deste estudo, apresentamos uma discussão a respeito dos materiais manipulativos e o ensino de frações, no intuito de garantir respaldo teórico às pesquisas que têm como proposta ações práticas em se tratando do tema frações na prática pedagógica.

## **2 Os materiais manipulativos e o ensino de frações**

Tratar de materiais manipulativos e da sua utilização criteriosa na ação pedagógica pode contribuir para a reflexão no que tange às representações matemáticas de frações. Ou



seja, dependendo do desempenho e dos conhecimentos prévios, os jogos e kits de materiais utilizados para comparação, construção de noções e relações fracionárias incentivam a experimentação e a manipulação, motivo pelo qual os trazemos à discussão.

Oliveira, Menezes e Canavarro (2012) atribuem o sucesso da aprendizagem dos estudantes, quando trabalham individualmente ou em grupos, para resolver problemas ou lidar com ideias e relações matemáticas, à concretização de uma estratégia de ensino que pressupõe diversos momentos de tarefas matemáticas apoiadas em recursos didáticos e em materiais manipuláveis. Os materiais específicos, estruturados ou não, ou os objetos do dia a dia podem se constituir em recursos à ação didática, tendo em vista a criação de representações de objetos ou relações matemáticas, considerando, principalmente, o registro e a reflexão sobre o que se faz. Distintamente, Pais (2008) propõe a sequência didática composta pelas múltiplas relações pedagógicas estabelecidas entre professor, estudantes e o saber, cuja finalidade é a de desenvolver atividades dirigidas ao ensino e à aprendizagem.

No caso específico do tema frações, os aspectos positivos apontados na organização de sequências didáticas com o uso de materiais manipulativos podem ser: o número de peças de um kit do *Jogo das Partes* para os estudantes manipularem e realizarem experiências pessoais; o tipo de jogo, quadros ou discos de equivalência se mostram atraentes pelo colorido das peças e possibilidades de serem comparadas para detectar frações equivalentes; a representação geométrica de frações suscita uma sequência de atividades, envolvendo diferentes representações e outras sequências. Em relação a esses aspectos, Oliveira, Menezes e Canavarro (2012), Campos e Silva (2009) e Powell (2018) enfatizam que, quando pensamos em Matemática e em sua representação, materiais específicos ou objetos do dia a dia constituem recursos para o professor e lhes servem como forma de criar representações e objetos matemáticos que envolvem diferentes medidas, que podem ser de massa em uma balança em equilíbrio, como a representação de medidas lineares de perímetro da base e as relações matemáticas. Para os autores, esses materiais desempenham importante papel no registro das representações escritas, na sistematização das aprendizagens e na formalização de relações matemáticas. Além disso, estabelecem objetivos para os materiais, tais como: fornecer informações teórico-práticas para o professor e valorizar as representações proporcionadas por materiais manipuláveis e também por tecnologias digitais.

Para Kelly (2006), todo professor deve ter um conjunto de materiais manipulativos como alternativa para traduzir ideias abstratas, uma vez que a representação interna das ideias matemáticas parte sempre do aluno, isto é, fornece-lhe ajuda durante a aprendizagem. Outro aspecto destacado pela autora é que, além do professor esclarecer aos alunos o propósito da

utilização dos materiais, esta utilização deve ser devidamente planejada pelo mesmo.

Nos estudos investigados e analisados neste artigo, a integração dos recursos, em sala de aula, assume um caráter motivacional de apoio ao raciocínio, à representação e à comunicação matemática, contribuindo para a construção das ideias de frações a partir de comparações e conexões estabelecidas. Nesse sentido, a revisão teórico-prática desses estudos tem interferências na aprendizagem, a saber: desenvolvimento de sequências didáticas, eletrônicas e lúdicas, utilização de materiais manipulativos, questões didáticas, dificuldades relativas ao processo de ensino e aprendizagem do conceito de frações no Ensino Fundamental e as TIC como propostas voltadas para o uso de software educacional. Além disso, os jogos como Memória, Tangram, Dominó de Frações, Jogos de Baralho, entre outros, criados para revisão e superação de dificuldades diagnosticadas com o tema frações, também fazem parte da prática realizada nos estudos, tendo em vista a necessidade de compreendermos como o sujeito aprende frações em qualquer nível e articularmos questões didáticas e metodológicas, dispondo de estratégias e recursos ao alcance dos estudantes.

A aproximação entre a teoria e a perspectiva prática, associada ao planejamento e aos recursos utilizados pelo professor, em suas aulas, assumem papel fundamental à aprendizagem, como também passam a ser valorizados no contexto social atual, abrindo caminho à introdução de recursos como as TIC, com ou sem acesso à internet, com suas infinitas possibilidades, complementares aos materiais manipulativos na exploração e compreensão do conceito de fração.

Um aspecto relevante nas pesquisas analisadas, relacionado às TIC, é a presença de propostas práticas de ensino que visam à discussão de conceitos e de operações com frações que, intituladas de sequências didáticas e objetos educacionais virtuais, mediadas por software e/ou aplicativo online, passam a ser alternativas à compreensão de frações.

Ao final desta reflexão, vale reforçarmos a ideia de que todos os recursos possíveis podem ser utilizados em consonância com os currículos em prol da efetivação da aprendizagem. Já os recursos tecnológicos disponíveis podem ampliar o leque de alternativas para vincular os conceitos escolares à vida, atribuindo significados às informações, de modo que a teoria e a prática possam convergir na construção de conhecimentos escolares ou não.

### **3 Discussão e análise de dados**

Diante dos dados obtidos a partir da análise documental, apresentados no Quadro 1A, em anexo, e nos Quadros 2 e 3, assumimos uma análise de dados por categorias temáticas,

segundo o modo de análise semântico de Bardin (2011). Sendo assim, estabelecemos a análise a partir de três categorias: a) o ensino e a aprendizagem de frações nas pesquisas; b) experiências de sala de aula e produtos educacionais; c) recomendações das pesquisas para a ação pedagógica.

### **3.1 O ensino e a aprendizagem de frações nas pesquisas**

As concepções de frações mais presentes nas pesquisas investigadas contam com autores como Campos e Rodrigues (2007), Justulin e Pirola (2008), Magina, Bezerra e Spinillo (2009), apresentando os cinco significados para os números racionais: a) O significado de número apresenta a representação da fração na forma decimal ou ordinária, uma fração  $a/b$ , com ‘b’ diferente de zero, pode ser um número posicionado em uma reta. b) O significado de parte-todo e a representação da parte de um todo dividido em n partes iguais, em que o numerador é dado pela quantidade de partes consideradas na fração, e o denominador a quantidade de vezes que a fração é dividida. c) O significado de medida associado à ideia de comparação entre duas grandezas pode se referir a quantidades discretas ou contínuas e está associado aos conceitos de percentual e probabilidade. d) O significado de quociente que é empregado quando a divisão é a melhor maneira de resolver o problema, ou seja, quando a situação, com ‘b’ diferente de ‘0’, é utilizada para escrever  $a/b$ . e) O significado de operador multiplicativo que atua como fator transformador de um número ao ser multiplicado por ‘a’ e, logo em seguida, dividido por ‘b’, fator que pode ser visto como valor escalar aplicado a uma quantidade indicada ou contínua.

Esses significados para os números fracionários são os mais presentes no ambiente escolar e nas pesquisas analisadas neste estudo. Autores citados repetidamente nos estudos como Nunes e Bryant (1997) referem-se à aprendizagem, afirmando que as crianças podem usar a linguagem das frações sem compreender completamente a sua natureza. Em virtude disso, advertem para os perigos que existem “por trás da complexidade e da diversidade dos conceitos envolvidos em frações e números racionais” (p. 193).

Outros autores como Campos, Magina e Nunes (2006) também fazem parte do referencial presente nas pesquisas, principalmente no que diz respeito à noção de fração como uma medida ou algumas medidas. Referem-se, portanto, a quantidades intensivas nas quais a quantidade é medida pela relação entre duas variáveis como a probabilidade de um evento, podendo ocorrer também a partir da medida obtida pelo quociente entre os casos favoráveis e possíveis.

A noção de mensuração nas frações é tomada igualmente por alguns trabalhos analisados: T3, T19, T33 e T37, além das interpretações para o estudo de frações. De acordo com Moss e Case (1999), esta noção é vista como um tipo de compreensão generalizada e de flexibilidade no trabalho com os números racionais. Do mesmo modo, os autores consideram o estudo longitudinal centrado no significado e nos esforços espontâneos das crianças, para construí-lo na integração com materiais manipulativos e TIC, tendo em vista a noção de medida na reta numérica. Nesse sentido, os processos de ensino e de aprendizagem de frações são tratados nas pesquisas sob a consideração de que a prática com materiais manipulativos e TIC contribuem no estabelecimento de relações, comparações e construção das noções.

### **3.2 Experiências de sala de aula e produtos educacionais**

A metodologia empregada na sala de aula para a aprendizagem de números racionais na forma fracionária, presente nas pesquisas consideradas, refere-se a atividades e a sequências didáticas, com exercícios práticos e lúdicos, envolvendo os estudantes.

Os materiais manipulativos sugeridos nos produtos educacionais das pesquisas desempenham papel importante no estabelecimento de relações, no registro de representações escritas e de ideias, na sistematização das aprendizagens e na formalização de relações. Sob essa premissa, Oliveira, Menezes e Canavarro (2012) destacam que, quando pensamos em Matemática e representação, os materiais específicos ou os objetos do dia a dia são recursos para o professor, pois servem como uma forma para criar representações de objetos matemáticos. Essa forma de pensar e expressar os números racionais, presente na maioria dos trabalhos mais práticos, produzidos nos Programas Profissionais de Pós-Graduação e de Ensino do país, ao conter um produto, corresponde a uma possibilidade prática de ensino a qual conduz à discussão do tema, ao estabelecimento de relações e à construção de noções.

Geralmente, os produtos educacionais contemplam atividades e sequências didáticas com materiais como, por exemplo, as barras de Cuisenaire, que tornam possível a comparação de diferentes unidades com o inteiro; kits de equivalência como quadro de tiras e discos, que proporcionam a experiência da comparação de frações; materiais de representações figurais e geométricas, obtidos nos livros didáticos e na tela do computador; softwares voltados para o estudo de frações. Tais produtos são evidenciados nos trabalhos T3, T4, T6, T7, T8, T9, T15, T26, T30 e T37 do Quadro 1A, em anexo.

Importante destacarmos que as experiências de sala de aula constituem objeto de estudo em situações de intervenção, de aplicação de testes, de coleta de dados, de construção

de conceitos e de realização de atividades para superar erros e obstáculos relacionados à compreensão do tema.

### 3.3 Recomendações das pesquisas para a ação pedagógica

Os estudos analisados contemplam pesquisas desenvolvidas com estudantes da Educação Básica, em cursos de formação inicial e continuada de professores e em estudos comparativos entre sujeitos de dois países diferentes a respeito da compreensão do tema frações, sua conceituação e aplicações na escola.

O conceito de número racional, de acordo com o trabalho T23, envolve, pelo menos, quatro interpretações: parte-todo, quociente, medida e operador. Essa variedade de significados e interpretações, associada ao carácter relacional dos números racionais e à diversidade de representações de um mesmo número racional, faz com que a aprendizagem e o ensino se tornem um dos mais sérios problemas da Matemática escolar. Isso porque as dificuldades dos estudantes na aprendizagem dos números racionais-frações começam nos aspectos mais básicos. Em conformidade com o referido estudo, a equalização das representações decimal e fracionária, com o devido valor às representações pictórica e verbal, no uso de representações em percentagem e na reta numérica, são aspectos apropriados à aprendizagem da comparação e à ordenação de números racionais.

Para o T31, os objetos de estudo com apenas dois dos significados e/ou interpretações são parte-todo e quociente. A seleção desses dois significados está associada às fases iniciais da construção do conceito de número racional e, por consequência, mais apropriados à identificação de pontos críticos relacionados tanto ao ensino quanto à aprendizagem. Os depoimentos em entrevistas de professores, sujeitos da pesquisa, indicam que a reflexão durante a intervenção favorece mudanças importantes na prática pedagógica, em especial, as relacionadas aos recursos metodológicos. Por outro lado, no trabalho T32, os autores analisam a presença dos números racionais nas provas do ENEM e identificam os significados de quociente e número na reta numérica.

Ao dirigir um olhar para o âmbito acadêmico, de formação inicial e continuada, os autores de T11 destacam que são predominantes situações relacionadas à Matemática. Já no âmbito das profissões, existe praticamente um equilíbrio entre as áreas de Ciências e de Matemática. Desse modo, a discrepância entre os contextos de uso do conceito pode significar que os estudantes têm muito presente o estudo da Matemática em seus cursos, todavia, com a perspectiva de menos oportunidades de uso da mesma na vida futura. O respectivo estudo

revela que há um conhecimento matemático do conceito de razão por parte dos estudantes, com algumas fragilidades, sobretudo, no que diz respeito à definição do conceito e de suas representações.

Quanto à ideia de fração como quociente e magnitude, o trabalho T36 deixa claro que o entendimento de frações se baseia em relações lógicas, associadas por três razões: a) a aprendizagem de frações constitui-se em um desafio à criança no momento da passagem para a simbolização, por relacionar a representação simbólica que envolve dois números inteiros, 'a' e 'b', sendo 'b' diferente de zero, e isso ocorre porque as crianças podem considerar apenas um desses dois números, não estabelecendo a compreensão da relação inversa entre numerador e denominador; b) relaciona-se ao fato das relações de equivalência e ordenação, que funcionam de modo diferente nos dois campos numéricos; c) a significância que o numerador e o denominador tem em relação a várias situações nas quais as frações são usadas.

A análise dos trabalhos nos permitiu perceber que as recomendações das pesquisas se voltam à discussão do tema com diferentes materiais, à ampliação da interpretação parte-todo para, pelo menos, mais três interpretações, o que pode promover maior segurança aos estudantes em situações futuras, como também à valorização da visualização de diferentes representações para a compreensão das frações.

#### **4 Considerações Finais**

À guisa de uma conclusão a partir das observações e análises, podemos dizer que os aspectos discutidos nas pesquisas acerca do tema frações se voltam para estudos que apontam um referencial comum em alguns aspectos, o que equivale ao objeto deste estudo. Dentre esses aspectos, destacamos Kieren (1976), ao afirmar que a aprendizagem da álgebra é inerente a conceitos de números racionais. Para o autor, é necessária uma variedade de experiências com diversas interpretações de números racionais, principalmente, quando o objetivo é compreender como crianças e adolescentes pensam sobre os números racionais ou compreender os movimentos instrucionais necessários para ensinar números racionais, que é o valor da condução de uma análise lógica das interpretações matemáticas da ideia de número racional, tais como: operações com números racionais, comparação com frações decimais e equivalência de frações. Números racionais são, portanto, números de proporção, operadores multiplicativos, elementos de quociente ordenado infinito, enfim, medidas ou pontos em uma linha numérica.

Ao considerarmos a questão de investigação deste estudo de identificar como as pesquisas brasileiras têm discutido e desenvolvido o tema frações nos últimos cinco anos, procuramos apontar interpretações, modos de trabalho, aspectos teórico-práticos e abordagens com diferentes materiais concretos e digitais à exploração do tema em processos de ensino e de aprendizagem dos números racionais-frações. Podemos ressaltar que 18 dos trabalhos contemplam atividades práticas com materiais manipulativos, cujas propostas dão ênfase à interpretação de parte-todo, magnitude de um caminho exploratório até chegar à noção de medida em frações.

A discussão levantada nas pesquisas em estudo, de modo geral, considera os números racionais na forma fracionária como atividades que devem superar dificuldades nos processos de ensino e de aprendizagem. Das pesquisas que se voltam aos números racionais na forma fracionária, algumas tratam da alternativa escolar de realizar atividades que podem ou não superar dificuldades de aprendizagem, considerando possíveis representações que uma fração pode assumir, desde a figural até a simbólica matemática.

Quanto à segunda pergunta que norteou nossa pesquisa, ao tratar da abordagem que predomina nos estudos sobre o tema frações, depreendemos que o predomínio é de propostas práticas com materiais manipulativos, exploração da representação figural e utilização de TIC. De modo complementar, ao olhar e analisarmos a metodologia qualitativa empregada na discussão a respeito de números racionais na forma fracionária, nos estudos T2, T7, T13, T17, T26, T30 e T35 observamos que há um direcionamento para relações comparativas e multiplicativas entre quantidades definidas em termos de unidades concretas ou relacionadas à noção de área geométrica, representada de forma figural, tendo em vista o exercício prático e lúdico em turmas do Ensino Fundamental, assim como a manipulação de materiais.

A partir da aplicação de atividades com origami, o trabalho T29 destaca que os estudantes mostram-se motivados e participativos no entendimento dos conceitos estudados. Por outro lado, 7 trabalhos dos estudos analisados se detêm em atividades voltadas para TIC, isto é, T8, T16, T18, T20, T21, T27, T33. Especificamente, T16 a aplicações de software educacional como o FRACTRON; T8 ao Geogebra; T18 ao Portal interativo PhET; T20 aos jogos de baralhos eletrônicos e à sequência didática eletrônica. Todos com o intento de resgatar os conhecimentos prévios dos alunos. Os resultados apresentados pelos respectivos estudos correspondem à melhora em relação à leitura e à interpretação dos enunciados, redução de tempo na resolução de tarefas e na escrita utilizada na construção das regras das operações com frações que possibilitam a aprendizagem.

Um estudo específico, o T27, contempla a elaboração e montagem de robôs que



servem de suporte à resolução de situações-problema, além de diversão, incentivando a curiosidade e o espírito de equipe na discussão e aprendizagem do conceito de frações. Três dos trabalhos analisados, T28, T33 e T37, discutem erros comuns dos estudantes os quais ocorrem na resolução de atividades com frações, considerando, de modo especial, os significados de numerador e denominador, além de operações e resolução de problemas com frações.

Autores como Behr et al. (1983) são citados e considerados nos estudos, especialmente quando se referem aos números racionais e à interpretação da reta numérica, inclusive, quando as frações são interpretadas como pontos sobre uma reta, conduzindo, assim, a relação entre medida, reta numérica e fração. Sob essa ótica, Escolano e Gairin (2005) também fazem parte dos referenciais dos estudos, por evidenciarem que a superfície a ser medida não contém um número inteiro de vezes uma unidade de medida ‘u’, sendo necessário decidir sobre o tamanho de uma nova unidade de medida. Desse modo, não há outra opção senão construir uma subunidade e verificar se nela está contida um número inteiro de vezes na superfície a ser medida. Diante disso, para os autores, o significado de medida é muito diferente da interpretação de parte-todo, tanto pelas exigências cognitivas que a tarefa exige quanto pelas ideias matemáticas.

Inúmeras das pesquisas analisadas envolvem intervenção em sala de aula, o que confirma as evidências apontadas por Powell e Ali (2018), ao afirmarem que o produto teórico em uma pesquisa toma a forma de uma estrutura subjacente ao trabalho de intervenção, enquanto que o produto prático toma a forma de intervenção. Conseqüentemente, a análise dos estudos que ocorrem por meio da revisão de literatura é conduzida com a finalidade de contribuições teóricas, o que pode delinear a compreensão do problema a ser investigado e entender o contexto da investigação.

As pesquisas T5, T10, T14 e T27 colocam em destaque aspectos como a integração dos conhecimentos numéricos prévios intuitivos dos alunos na compreensão dos números racionais e a reorganização dos papéis dos números racionais e da estrutura algébrica na formação inicial de professores. Já conceitos como porcentagem, proporcionalidade e relação inversa entre quantidades na situação quociente são tratados pelos estudos T14, T5 e T36, uma vez que estes se voltam à compreensão dos números racionais em cenários de razão, igualdade e comparação, numa perspectiva de desenvolvimento do sentido de número.

Complementarmente, os estudos relacionados à formação de professores, isto é, T24, T25 e T31, investigam questões didáticas sobre a fração, aprendizagens profissionais, valorizando, em especial, as discussões coletivas em sala de aula, destacando o trabalho

colaborativo e o estudo qualitativo, de modo a favorecer a compreensão do ensino de frações via resolução de problemas para futuros professores.

Outras questões presentes nas pesquisas T10, T11, T23 e T32, sob abordagens exploratória e qualitativa, voltam-se ao estudo de diferentes representações que, nos primeiros anos de escolaridade, permitem aos estudantes aprender a comparar e ordenar números racionais, combinando processos de raciocínio formais e informais, além da reorganização dos papéis dos números racionais e do registro semiótico, mobilizado de modo numérico e fracionário. Já os estudos T10 e T22 sugerem, a partir de sequência de tarefas, a reorganização dos papéis dos números racionais e sua importância à estrutura algébrica do sistema de numeração decimal na forma polinomial de potência de base dez. Nessa mesma linha, apenas duas pesquisas, T32 e T36, desenvolvem estudo comparativo a partir de duas amostras relativas a países diferentes e provas do ENEM, suas resoluções, registros semióticos e registro numérico fracionário.

Ao finalizarmos este estudo, podemos dizer que o tema números racionais-frações, considerando, fundamentalmente, a passagem para a simbolização e por relacionar a representação simbólica que envolve dois números inteiros, revela que a introdução de jogos na exploração do conceito frações constitui-se como contribuição positiva à aprendizagem, auxiliando no desenvolvimento da atenção dos estudantes e na dinamicidade das aulas, o que proporciona a estes reflexão sobre a área de figuras, como também comparações, equivalências e operações. Sob tal pressuposto, as pesquisas, em sua totalidade, com abordagem qualitativa, intensificam a importância de um estudo mais prático em função da maioria fazer parte de Programas de Pós-Graduação Profissionais ou de Ensino, que consideram a prática na sala de aula fundamental à compreensão dos processos de aprendizagem da Matemática. Igualmente, enfatizam que a compreensão dos números se torna mais complexa quando envolve a definição de frações e de número inteiro, bem como as competências que fornecem um fundamento crítico à aprendizagem algébrica (BAILEY et al., 2012).

## Referências

BAILEY, Drew; HOARD, Mary K.; NUGENT, Lara; GEARY, David C. Competence with fractions predicts gains in mathematics achievement. **Journal of Experimental Child Psychology**, v. 113, p. 447-455, 2012.

BARDIN, Laurence. **Análise de Conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2011.



BEHR, Merlyn; KHOURY, Helen; HAREL, Guershon; Conceptual Units Analysis of Preservice Elementary School Teachers' Strategies on a Rational-Number-as-Operator Task. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 28, n. 1, p. 48-69, 1997.

BEHR, Merlyn; LESH, Richard; POST, Thomas; SILVER, Edward. Rational Number Concepts. In: R. Lesh & M. Landau (Eds.). **Acquisition of Mathematics Concepts and Processes**, p. 91-125. New York: Academic Press. 1983.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática/ Secretaria de Educação Fundamental**. Brasília, DF: MEC/SEF, 1997. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>>. Acesso em: 6 ago. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Curricular Comum – BNCC** (Ensino Fundamental). Brasília, DF, 2018.

CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; MAGINA, Sandra; NUNES Terezinha. O professor polivalente e a fração: conceitos e estratégias de ensino. **Educ. Mat. Pesq.** São Paulo, v. 8, n. 1, p. 125-136, 2006.

CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; MAGINA, Sandra. **A fração na perspectiva do professor e do aluno das séries iniciais da escolarização brasileira**. Curitiba, PR, 2010. Disponível em: <[http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos\\_teses/MATEMATICA/artigo\\_magina\\_e\\_campos\\_fracao.pdf](http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/artigo_magina_e_campos_fracao.pdf)>. Acesso em: 15 mar. 2019.

CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; RODRIGUES, Wilsom. A idéia de unidade na construção do conceito do número racional. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**. v. 2, n. 4, p. 68-93, 2007.

CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; SILVA, Angélica da Fontoura Garcia. Conhecimento profissional docente de professoras das séries iniciais da educação básica acerca da equivalência de números racionais na representação fracionária em um processo de formação continuada. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**. v. 4, n. 1, p.114-127, 2009.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos Fundamentais de Matemática**. Lisboa: Portugal, 1951.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas, SP: Papirus, 1996.

ESCOLANO Rafael; GAIRIN Joaquim. Modelos de medida para la enseñanza del número racional en Educación Primaria. **Revista Iberoamericana de Educação Matemática**, n.1, p.17-35, 2005.

GIL, Antônio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 1999.

JUSTULIN, Andresa Maria; PIROLA, Nelson Antônio. **Um estudo sobre as relações entre as atitudes em relação à Matemática e a resolução de problemas envolvendo frações**. Rio Claro, SP, 2008. Disponível em: <[http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebapem2008/upload/304-1-Agt3\\_Justulin\\_ta.pdf](http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebapem2008/upload/304-1-Agt3_Justulin_ta.pdf)>. Acesso em: 15 mar. 2019.

KELLY, Catherine. Using manipulatives in mathematical problem solving: a performance - based analysis. **TME**. v. 3, n. 2, p. 184-193, 2006.

KIEREN, Thomas. On the mathematical, cognitive and instructional foundations of rational number. In: LESH, Richard (Org.). **Number and measurement: Papers from a reserarch woerkshop**. Columbus, Ohio: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education, 1976. p. 101-144.

KIEREN, Thomas. Rational and Fractional Numbers as Mathematical and Personal knowledge

Implications for Curriculum and Instruction. In: LEINHARDT, G.; PUTNAM, R.; HATTRUP, R. A. (Ed.). **Analysis of Arithmetic for Mathematics Teaching**. Hillsdale, NJ: Erlbaum, p. 323-366, 1992.

MAGINA, Sandra; BEZERRA, Francisco Brabo; SPINILLO, Alina. Como desenvolver a compreensão da criança sobre fração? Uma experiência de ensino. **RBEP**, Brasília, v. 90, n. 225, p. 411-432, maio/ago. 2009.

MOSS, Joan; CASE, Robbie. Developing Children's Understanding of the Rational Numbers: A New Model and an Experimental Curriculum. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 30, n. 2, 122-147, 1999.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

OLIVEIRA, Hélia; MENEZES, Luiz; CANAVARRO, Ana Paula. Recursos didáticos numa aula de ensino exploratório: da prática à representação de uma prática. **Práticas de Ensino da Matemática**. 2012. p. 557-570.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

PONTE, João Pedro da. Tarefas no ensino e na aprendizagem matemática. In: PONTE, J. P. (Org.). **Práticas Profissionais dos Professores de Matemática**. Lisboa: Universidade de Lisboa, 2014, p. 13-30.

POWELL, Arthur Belford. Recuando para avançar: rumo a uma abordagem do século XXI para conhecimento de fração com o Modelo-4A de Instrução. **Perspectiva**, Florianópolis, v. 36, n. 2, p. 399-420, abr./jun. 2018.

POWELL Arthur Belford; ALI, Kendell. **Design Research in Mathematics Education: investigating a measuring approach to fraction sense**. Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica (PPGECT): contribuições para a pesquisa e ensino. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2018, p. 221-242.



## Anexo

T	Indicação bibliográfica dos trabalhos
1	<p>AQUINO, João Paulo Gondim de. <b>Frações</b>: uma abordagem pedagógica. 2013. 57 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal Rural do Semi-Árido-UFERSA, Mossoró, RN, 2013.</p> <p>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Identificar o nível de aprendizagem do conteúdo frações numa escola estadual, pelo fato de se apresentar difícil a apreensão cognitiva por parte dos alunos (atividades com o software Enigma de frações).</p>
2	<p>AVEIRO, José Carlos. <b>Formalização do conjunto dos números racionais e alguns jogos com frações</b>. 2015. 54 f. Dissertação (Mestrado Profissional PROFMAT) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho UNESP. São José do Rio Preto, SP, 2015.</p> <p>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Buscar o uso de jogos como estratégia auxiliar para abordar determinados conceitos sobre frações.</p>
3	<p>AZEVEDO, Abraão Eduardo Brito Rocha de. <b>Uma abordagem no ensino de frações baseada em atividades para o 6º ano do Ensino Fundamental</b>. 2013. 76 f. Dissertação (Mestrado Profissional PROFMAT) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, RN, 2013.</p> <p>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Criar uma proposta de atividades na disciplina de Matemática para o 6º ano do Ensino Fundamental que estimule os estudantes a desenvolver a aprendizagem do conteúdo de frações, a partir da conscientização da insuficiência dos números naturais para resolver problemas.</p>
4	<p>BOLOGNANI, Ana Carla de Almeida. <b>Ensino e aprendizagem de frações mediados pela tecnologia</b>: uma análise à luz da teoria dos campos conceituais de Vergnaud. 2015. 108 f. (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências) – Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, MG, 2015.</p> <p>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Construir a proposta de uma sequência didática para o ensino de frações equivalentes e investigar o papel exercido pela variedade de situações propostas quando baseadas na utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação.</p>
5	<p>BORTOLOTI, Roberta D'Angela Menduni; BARBOSA Jonei Cerqueira. Matemática para o ensino do conceito de proporcionalidade a partir de um estudo do conceito. <b>Educ. Matem. Pesq.</b> São Paulo, v. 20, n.1, p. 269-293, 2018.</p> <p>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Apresentar a construção de um modelo da Matemática para o ensino do conceito de proporcionalidade com professores da Educação Básica.</p>
6	<p>BUENO, Luciano Teles. <b>Um experimento com frações no Ensino Fundamental no município de Xinguara, estado do Pará</b>. 2015. 212 f. Dissertação (Mestrado em Ensino) - Universidade Luterana do Brasil, Canoas, RS, 2015.</p> <p>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Quais as dificuldades que os estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental no município de Xinguara, Pará, apresentam na aplicação de uma sequência didática eletrônica com frações no processo de ensino e aprendizagem de frações, e quais as potencialidades do uso de TIC com uma sequência didática eletrônica na recuperação paralela e individualizada de alunos com dificuldades de aprendizagens?</p>
7	<p>CHEQUETTO, Jonas José. <b>Uma experiência didática para a aprendizagem de frações</b>: Matemática para residentes de uma Casa de Passagem. 2016. 155 f. Dissertação (Mestrado em Ensino) - Universidade Federal do Espírito Santo, Espírito Santo, ES, 2016.</p> <p>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Quais aspectos podem emergir da realização de uma experiência didática na aprendizagem de frações com alunos da Educação Básica residentes da Casa de Passagem?</p>
8	<p>CORREIA, Paola. Frações: uma proposta de ensino para o 9º ano utilizando o software Geogebra e dobraduras. 2015. 44 f. Dissertação (Mestrado Profissional PROFMAT) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, MG, 2015.</p> <p>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Apresentar uma proposta pedagógica, envolvendo aplicativos matemáticos e dobraduras, para o resgate dos conceitos e operações com frações.</p>
9	<p>CUNHA, Edson Carlos. <b>Reforço escolar</b>: o uso de jogos e materiais manipuláveis no ensino de frações. 2016. 122 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação) - Fundação Universidade Federal de Rondônia - UNIR, Porto Velho, RO, 2016.</p> <p>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Verificar em que medida o uso de jogos e materiais manipuláveis no ensino das frações, no reforço escolar, contribui para melhorar o processo de ensino e aprendizagem.</p>

T	Indicação bibliográfica dos trabalhos
10	<p>ELIAS, Henrique Rizek; SAVIOLI, Angela Marta Pereira das Dores; RIBEIRO Alessandro Jacques. Números racionais e estrutura algébrica corpo: problematizando o currículo da formação inicial de professores de Matemática. <b>Educ. Matem. Pesq.</b> São Paulo, v. 19, n. 3, p. 182-208, 2017.</p> <p>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Problematizar o espaço dado aos números racionais e à estrutura algébrica, corpo em currículos de cursos de Licenciatura em Matemática, e propor uma alternativa para repensar o lugar dessa estrutura algébrica na formação inicial de professores.</p>
11	<p>FERNANDES, José Antônio; LEITE, Laurinda. Compreensão do conceito de razão por futuros educadores e professores dos primeiros anos de escolaridade. <b>BOLEMA</b>, Rio Claro, SP, v. 29, n. 51, p. 241-262, abr. 2015.</p> <p>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Refletir a compreensão do conceito de razão por professores e futuros professores de anos iniciais.</p>
12	<p>FERREIRA, Edinalva Rodrigues. <b>Ensino de frações na Educação de Jovens e Adultos: obstáculos didáticos e epistemológicos.</b> 2014. 184 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, SP, 2014.</p> <p>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Em que medida uma sequência didática, cuja elaboração leva em consideração as especificidades de alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA), contribui para o diagnóstico de obstáculos à aprendizagem das concepções de parte-todo e operadores, referentes a frações?</p>
13	<p>GOIS, Renata Cláudia. <b>O efeito do material concreto e do modelo de barras no processo de aprendizagem significativa do conteúdo curricular de frações pelos alunos de 7º ano do Ensino Fundamental.</b> 2014. 98 f. Dissertação (Mestrado em Ensino) - Universidade Federal de São Carlos UFSCar, São Carlos, SP, 2014.</p> <p>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Ajudar a visualizar concretamente os conceitos relacionados ao tema de frações e assim atribuir significados aos mesmos, utilizando em algumas atividades um material concreto.</p>
14	<p>GUERREIRO, Helena Gil; SERRAZINA, Lurdes; PONTE, João Pedro da. Uma trajetória na aprendizagem dos números racionais através da percentagem. <b>Educ. Matem. Pesq.</b> São Paulo, v. 20, n.1, p. 359-384, 2018.</p> <p>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Apresentar uma discussão sobre a aprendizagem dos números racionais através da percentagem.</p>
15	<p>LIMA, Fernanda Soto. <b>Números racionais na forma fracionária: atividades para superar dificuldades de aprendizagem.</b> 2013. 43 f. Dissertação (Mestrado Profissional PROFMAT) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP, 2013.</p> <p>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: A utilização de materiais manipuláveis melhora a compreensão dos conceitos relacionados aos números racionais na forma fracionária no Ensino Fundamental II?</p>
16	<p>LIMA, Rafael Pontes. <b>O ensino e a aprendizagem significativa das operações com frações: sequência didática e o uso de tecnologias digitais para alunos do Ensino Fundamental II.</b> 2014. 232 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Pará, Belém, PA, 2014.</p> <p>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Quais as contribuições de uma sequência didática composta por atividades que propõe a resolução de problemas mediados pelo professor com o uso de um software educacional para o ensino de frações?</p>
17	<p>LOSCHA FILHO, Roberto. <b>Fração: história, teoria e aplicações.</b> 2017. 103 f. Dissertação (Mestrado Profissional PROFMAT) - Universidade Estadual de Santa Cruz. Ilhéus, BA, 2017.</p> <p>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Ressignificar o estudo das frações e reforçar sua assimilação, buscando consolidar uma etapa fundamental da estrutura algébrica dos números.</p>
18	<p>MAKUCH, Franciele do Belém. <b>O uso de simulações interativas PHET no ensino de frações.</b> 2016. 44 f. Dissertação (Mestrado em Ensino) - Universidade Estadual do Centro-Oeste, Unicentro, Guarapuava, PR, 2016.</p> <p>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Que contribuições a utilização de simulações interativas, PHET, pode trazer ao ensino de frações?</p>
19	<p>MIRANDOLA, Luciana Cristina Negri. <b>O uso de jogos no ensino de frações.</b> Dissertação. 2015. 120 f. (Mestrado Profissional PROFMAT) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas - São José do Rio Preto, SP, 2015.</p> <p>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Buscar meios que possibilitem promover aos alunos apropriação do conceito e das operações matemáticas básicas referentes às frações. (Para tanto, os jogos e a tecnologia foram escolhidos como meios a serem explorados para se tentar alcançar tais objetivos).</p>



T	Indicação bibliográfica dos trabalhos
20	<p>MONTEIRO, Alexandre Branco. <b>Estudos de recuperação do conteúdo de frações com o uso de Tecnologias da Informação e Comunicação</b>. 2013. 218 f. Dissertação (Mestrado em Ensino) - Universidade Luterana do Brasil, Canoas, RS, 2013.</p> <p>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Quais são as dificuldades que os alunos apresentam com o conteúdo de frações e de que forma uma sequência didática, com a utilização das TIC pode auxiliar na recuperação de situações desfavoráveis de aprendizagem, com alunos dos anos finais do E. Fundamental?</p>
21	<p>PAIVA, Marcos Henrique Pereira. <b>Aprendizagem de frações com softwares e aplicativos matemáticos online</b>. 2016. 111 f. Dissertação (Mestrado em Ensino) - Centro Universitário UNIVATES. Lajeado, RS, 2016.</p> <p>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Em que aspectos o uso de recursos tecnológicos pode influenciar o processo de aprendizagem dos números racionais de um grupo de alunos do 7º ano?</p>
22	<p>PEREIRA, José Carlos de Souza; NUNES, José Messildo Viana. Ensino de operações polinomiais intermediado pela aritmética no sistema de numeração posicional decimal. <b>Educ. Matem. Pesq.</b> São Paulo, v. 19, n. 1, p. 251-271, 2017.</p> <p>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Refletir sobre o ensino de operações polinomiais intermediado pela aritmética no sistema de numeração posicional decimal.</p>
23	<p>PONTE, João Pedro; QUARESMA Marisa. Representações e processos de raciocínio na comparação e ordenação de números racionais numa abordagem exploratória. <b>BOLEMA</b>, Rio Claro, SP, v. 28, n. 50, p. 1464-1484, dez. 2014.</p> <p>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Apresentar uma reflexão sobre representações e processos de raciocínio, comparação e ordenação.</p>
24	<p>PONTE, João Pedro da; QUARESMA Marisa; PEREIRA, Joana Mata; BAPTISTA, Mônica. O estudo de aula como processo de desenvolvimento profissional de professores de Matemática. <b>BOLEMA</b>, Rio Claro, SP, v. 30, n. 56, p. 868 - 891, dez. 2016.</p> <p>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Compreender as potencialidades do estudo de aula como processo de desenvolvimento profissional e os desafios que se colocam à sua realização.</p>
25	<p>PROENÇA, Marcelo Carlos de. O ensino de frações via resolução de problemas na formação de futuras professoras de Pedagogia. <b>BOLEMA</b>, Rio Claro, SP, v. 29, n. 52, p. 729-755, ago. 2015.</p> <p>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Apresentar modos de favorecer a compreensão do ensino de frações pela resolução de problemas para futuras professoras no curso de Pedagogia.</p>
26	<p>RIBEIRO, Adevanilde Batagim Martins. <b>As frações que o ladrilhamento revela</b>. 2013. 132 f. Dissertação (Mestrado Profissional PROFMAT) - Universidade Federal de São Carlos UFSCar, São Carlos, SP, 2013.</p> <p>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Que frações o ladrilhamento revela?</p>
27	<p>RODRIGUES, Willian dos Santos. <b>Atividades com robótica educacional para as aulas de Matemática do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental</b>: utilização da metodologia LEGO® Zoom Education. 2015, 106 f. Dissertação (Mestrado Profissional PROFMAT) - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" UNESP. São José do Rio Preto SP, 2015.</p> <p>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Propor a utilização de atividades com Robótica Educacional como a calculadora de frações com o intuito de aprofundar e fixar o conhecimento prévio dos alunos sobre adição de frações de tal forma a amenizar a dificuldade de assimilação de novos conhecimentos relacionados aos números fracionários.</p>
28	<p>SEGETI, Liliane Giglio Canelhas de Abreu. <b>O ensino de frações por uma abordagem inspirada nos pressupostos educacionais da Teoria das Inteligências Múltiplas</b>. 2015. 162 f. Dissertação (Mestrado em Ensino) Universidade Federal do ABC, Santo André, SP, 2015.</p> <p>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Quais contribuições um projeto elaborado para o ensino de frações, a partir dos pressupostos educacionais da Teoria das Inteligências Múltiplas, de Howard Gardner, são verificáveis para a compreensão deste tema quando desenvolvido em uma turma do quinto ano?</p>
29	<p>SILVA, Mick Wradley Xavier. <b>Ensino básico de frações utilizando Origami</b>. 2014. 54 f. Dissertação (Mestrado Profissional PROFMAT) - Universidade Federal Fluminense, Rio de Janeiro, RJ, 2014.</p> <p>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Criar um material para ser utilizado por professores e alunos como ferramenta no processo de ensino-aprendizagem de um conteúdo tão importante: as frações.</p>
30	<p>SILVA, Uiltamar Miranda da. <b>As frações e os jogos matemáticos</b>: uma relação de interação em turmas do 6º ano do Ensino Fundamental. 2015. 132 f. Dissertação (Mestrado em Ensino) - Universidade Federal de Alagoas, Maceió, AL, 2015.</p>



	<p>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Identificar de que formas os jogos matemáticos podem contribuir como recurso didático no processo de facilitação do processo de ensino e aprendizagem das frações em turmas do 6º ano do Ensino Fundamental, de forma construtiva, relacionando os jogos com o conteúdo frações nas aulas de Matemática.</p>
	(conclusão)
<b>T</b>	<b>Indicação bibliográfica dos trabalhos</b>
31	<p>SILVA, Angélica da Fontoura Garcia; SERRAZINA, Maria de Lurdes; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça. Formação continuada de professores que lecionam Matemática: desenvolvendo a prática reflexiva docente. <b>BOLEMA</b>, Rio Claro, SP, v. 28, n. 50, p. 1505-1524, dez. 2014.</p> <p>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Desenvolver o pensar sobre o ensino dos números racionais por meio de atividades de pesquisa e investigação.</p>
32	<p>SILVA, Fernanda Andréa; SANTIAGO, Mônica Maria Lins; SANTOS, Marcelo Câmara. Significados e representações dos números racionais abordados no Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM. <b>BOLEMA</b>, Rio Claro, SP, v. 28, n. 50, p. 1485-1504, dez. 2014.</p> <p>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Refletir sobre a formação de professores, compreensão numérica de relações de aprendizagem de frações, números racionais e Exame Nacional do Ensino Médio - ENEM.</p>
33	<p>SIMONI, Tatiéle Carla Costella. <b>Contribuições do uso das TIC'S e de materiais manipulativos na superação do erro no estudo de frações</b>. 2018. 220 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação) - Universidade Federal da Fronteira Sul, Erechim, RS, 2018.</p> <p>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: O que os erros dos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental podem revelar quanto ao estudo de frações e as contribuições das Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) e dos materiais manipulativos para superação desses erros?</p>
34	<p>SOARES, Teresinha Valente. <b>O que revelam as respostas dos estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental sobre o conceito de fração quando apresentado através de um modelo que prioriza o subconstruto parte-todo</b>. 2013. 93 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, 2013.</p> <p>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: O modelo utilizado para a apresentação do conceito de fração, através do subconstruto parte-todo, possibilita aos alunos o desprendimento do formato das partes em relação a uma mesma unidade?</p>
35	<p>VALIO, Denise Teresa de Camargo. <b>Frações: estratégias lúdicas no ensino da Matemática</b>. 2014. 103 f. Dissertação (Mestrado Profissional PROFMAT) - Universidade Federal de São Carlos: UFSCar, São Paulo, SP, 2014.</p> <p>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Oferecer alguns caminhos para o ensino da Matemática, voltado para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental da Educação Básica de uma escola da rede pública estadual.</p>
36	<p>VASCONCELOS, Isabel Cristina Peregrina; MAMEDE, Ema Paula Botelho da Costa; DORNELES, Beatriz Vargas. A compreensão das relações numéricas na aprendizagem das frações: um estudo comparativo com crianças brasileiras e portuguesas. <b>Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos</b>. Brasília, DF, v. 98, n. 249, p. 251-269, maio/ago. 2017. Disponível em: &lt;<a href="http://dx.doi.org/10.24109/2176-6681.rbep.98i249.3043.(2)">http://dx.doi.org/10.24109/2176-6681.rbep.98i249.3043.(2)</a>&gt;. Acesso em: 8 set. 2018.</p> <p>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: Estabelecer a relação inversa entre o numerador e o denominador, habilidade fundamental à construção do conceito de frações em situações de quociente e parte-todo e fazer um estudo comparativo.</p>
37	<p>VAZ, Rafael Filipe Novoa. <b>Metodologia didática de análise de soluções aplicada no ensino de frações</b>. 2013. 80 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, RJ, 2013.</p> <p>Questão de Pesquisa/Objetivo Geral: De que forma uma metodologia de ensino baseada na análise de soluções pode contribuir para o ensino de frações? e Qual é a evolução observável nos resultados de um teste aplicado antes e após uma sequência didática para revisão de frações baseada na análise de soluções?</p>

**Quadro 1 A** - Detalhamento das pesquisas utilizadas no estudo a partir banco de dados da CAPES  
Fonte: Portal da CAPES