UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL

CAMPUS DE ERECHIM

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO - PPGPE

TATIÉLE CARLA COSTELLA SIMONI

CONTRIBUIÇÕES DO USO DAS TIC'S E DE MATERIAIS MANIPULATIVOS NA SUPERAÇÃO DO ERRO NO ESTUDO DE FRAÇÕES

ERECHIM

2018

TATIÉLE CARLA COSTELLA SIMONI

CONTRIBUIÇÕES DO USO DAS TIC’S E DE MATERIAIS MANIPULATIVOS NA SUPERAÇÃO DO ERRO NO ESTUDO DE FRAÇÕES

Dissertação de mestrado, apresentada ao Programa de Pós-Graduação Profissional em Educação da Universidade Federal da Fronteira Sul, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação.

Linha de Pesquisa: Processos Pedagógicos, Políticas e Gestão Educacional.

Orientadora: Profa. Dra. Nilce Fátima Scheffer

ERECHIM

2018

CIP – Catalogação na Publicação

Simoni, Tatiéle Carla Costella
Contribuições do uso das TICs e de materiais manipulativos na superação do erro no estudo de frações / Tatiéle Carla Costella Simoni. – 2018.
220 f.

Orientador: Profa. Dra Nilce Fátima Scheffer.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal da Fronteira Sul, Programa de Pós-Graduação Profissional em Educação - PPGPE, Erechim, RS, 2018.

1. Erros na Matemática. 2. Estudo de Frações. 3. Tecnologias da Informação e Comunicação. 4. Materiais Manipulativos. 5. Fenomenologia. I. Scheffer, Nilce Fátima, orient. II. Universidade Federal da Fronteira Sul. III. Título.

Identificação da obra elaborada pela UFFS com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

TATIÉLE CARLA COSTELLA SIMONI

CONTRIBUIÇÕES DO USO DAS TIC'S E DE MATERIAIS MANIPULATIVOS NA SUPERAÇÃO DO ERRO NO ESTUDO DE FRAÇÕES

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação Profissional em Educação da Universidade Federal da Fronteira Sul – UFFS. Para obtenção do título de Mestre em Educação, defendido em banca examinadora em 30/07/2018.

Orientadora: Profa. Dra. Nilce Fátima Scheffer

Aprovado em: 30/07/2018

BANCA EXAMINADORA

____
Profa. Dra. Nilce Fátima Scheffer – UFFS – Orientadora

____
Profa. Dra. Adriana Salete Loss – UFFS

____
Prof. Dr. Luiz Henrique Ferraz Pereira – UPF

____
Prof. Dr. Thiago Ingrassia Pereira – UFFS – Suplente

Erechim/RS, julho de 2018

AGRADECIMENTOS

Inicio agradecendo a Deus pela vida, pela dádiva de acordar a cada manhã, por cuidar do meu coração angustiado em meio às dificuldades da vida e enchê-lo de esperança.

Aos meus amados pais, meus exemplos de generosidade, bondade, humildade e tantas outras qualidades, por me ensinarem os valores da vida.

Ao meu esposo Emerson, por me incentivar em todos os momentos, por compreender a importância das horas de estudo, pelas palavras de apoio nos dias tristes, por me aguardar todos os dias com um sorriso que dispensa palavras.

À minha orientadora, Profa. Nilce, atenciosa, cuidadosa, humana, que me recebeu em sua casa, nos finais de semana, inúmeras vezes, para me orientar, apontar caminhos, escutar-me e aconselhar nos dias de orientação.

À Profa. Dra. Adriana Salete Loss e ao Prof. Dr. Luiz Henrique Ferraz Pereira, membros da banca, pelas valiosas contribuições no decorrer desta caminhada.

Aos amigos, pelo companheirismo, apoio, incentivo e troca de experiências.

À Escola Municipal de Ensino Fundamental (EMEF) Luiz Badalotti e à Secretaria Municipal de Educação (SMED), por permitirem a realização desta pesquisa.

Aos queridos estudantes, por participarem da pesquisa e fazerem sentir a grandiosidade da minha profissão.

Agradeço a todos que, de uma ou outra maneira, fizeram parte dessa trajetória e contribuíram para que este trabalho fosse realizado.

Educar é acreditar no educando,
em suas possibilidades,
na superação de seus limites.
(COÊLHO, 1999, p. 97)

RESUMO

Este trabalho apresenta um estudo realizado no curso de Mestrado Profissional em Educação pela Universidade Federal da Fronteira Sul – Campus de Erechim, considerando a temática “Erros no estudo de frações: contribuições do uso das TICs e de materiais manipulativos”. A investigação foi realizada em uma escola pública municipal, localizada no município de Erechim-RS, e dedica-se a analisar o que os erros dos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental podem revelar quanto ao estudo de frações, quais as contribuições das TICs e materiais manipulativos na superação desses erros. O aporte teórico que fundamenta o estudo permite uma reflexão acerca do fenômeno a ser investigado: o estudo de frações com materiais manipulativos e TICs na superação de erros, provenientes de quatro frentes: os erros presentes na Matemática; o ensino de frações; as Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação Matemática e os materiais manipulativos. A pesquisa é desenvolvida em duas etapas. A primeira etapa consiste na aplicação de atividades diagnósticas aos estudantes, envolvendo o conteúdo frações e, posterior a essas atividades, é realizada uma entrevista com cada estudante, tendo em vista as questões erradas, para que cada um comente o processo de resolução utilizado, permitindo, assim, a identificação dos erros cometidos pelos estudantes. A segunda etapa contempla atividades com TICs e materiais manipulativos, elaboradas a partir dos erros identificados nas atividades diagnósticas, as quais são organizadas em cinco oficinas, com o objetivo de fornecer dados quanto às possíveis contribuições das TICs e dos materiais manipulativos na superação de erros em frações. Nessa etapa, os dados são coletados por meio de entrevistas realizadas com os estudantes após a participação dos mesmos em cada oficina, da resolução de uma questão matemática, envolvendo o conteúdo explorado no decorrer de cada encontro e da filmagem das oficinas. A partir das características deste estudo, a investigação tem como perspectiva metodológica a pesquisa qualitativa, numa abordagem fenomenológica. Este estudo mostra que o ensino de frações, quando explorado a partir dos erros cometidos pelos estudantes e com a utilização dos materiais manipulativos e tecnologias informáticas, contribui para superação de erros em frações através de aspectos positivos como o pensar, a aprendizagem na prática, a aprendizagem com softwares e a compreensão das relações matemáticas estudadas. Além disso, pela existência de elementos favoráveis à aprendizagem, tais como: participação, manipulação, descoberta, possibilidades diferentes de estudar, visualização e trabalho em grupo. A partir das contribuições evidenciadas pelos estudantes, espera-se que atividades com materiais manipulativos e TICs possam ser planejadas pelos professores e exploradas pelos estudantes no intuito de favorecer a aprendizagem do conceito matemático frações em sua integralidade.

Palavras-chave: Erros na Matemática. Estudo de frações. Tecnologias da Informação e Comunicação. Materiais manipulativos. Fenomenologia.

ABSTRACT

This work presents a study realized in the Professional Master's Degree in Education by the Universidade Federal da Fronteira Sul – Erechim Campus, considering the thematic "Errors in the study of fractions: contributions of the usage of ICTs and manipulative materials". The investigation was realized in a municipal public school, located in the municipality of Erechim-RS, and dedicates to analyze what could the 6^{th} year of Elementary School student's errors reveal about the study of fractions, which are the contributions of the ICTs and manipulative materials in overcoming this mistakes. The theoretical contribution that underlies the study allows a reflection about the phenomenon to be investigated: the study of fractions with manipulative materials and ICTs in the overcoming of mistakes, coming from four fronts: the mistakes present on Mathematics, the teaching of fractions, the Information and Communication Technologies in Mathematics Education and the manipulative materials. The research is developed in two stages. The first stage consists in the application of diagnostic activities to the students, involving fractions and, subsequent to these activities, an interview is held with each student, taking into account the wrong questions, so that each one comments on the resolution process used, allowing the identification of the mistakes made by the students. The second stage contemplates activities with ICTs and manipulative materials, elaborated from the errors identified on the diagnostic activities, which are organized in five workshops, with the objective of providing data on the possible contributions of ICTs and manipulative materials in overcoming errors in fractions. At this stage, the data is collected by interviews realized with the students after their participation in each workshop, of the resolution of a mathematical question, involving the content explored in the course of each meeting and the filming of the workshops. As of the characteristics of this study, the investigation has as methodological perspective the qualitative research, in a phenomenological approach. This study shows that the teaching of fractions, when explored from the mistakes made by the students and with the usage of manipulative materials and computer technologies, contributes to the overcome of errors in fractions through positive aspects such as thinking, practical learning, the learning with softwares and the comprehension of the studied mathematical relations. Beyond that, by the existence of elements favorable to learning, such as: participation, manipulation, discover, different possibilities of studying, visualization and group work. From the contributions evidenced by the students, it is expected that the activities with manipulative materials and ICTs could be planned by the teachers and explored by students in order to favor the learning of the mathematical concept fractions in its integrality

Keywords: Mathematical Errors. Fraction Study. Information Technologies and Communication. Manipulative Materials. Phenomenology.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE FOTOGRAFIAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE SIGLAS

CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
EDUCOM	COMputadores na EDUcação
EMEF	Escola Municipal de Ensino Fundamental
FNDE	Fundo Nacional do Desenvolvimento da Educação
MEC	Ministério da Educação
m.m.c	mínimo múltiplo comum
PROINFO	Programa Nacional de Informática na Educação
PROINFO Integrado	Programa Nacional de Formação Continuada em Tecnologia Educacional
PRONINFE	Programa Nacional de Informática na Educação
PROUCA	Programa um Computador por Aluno
SMED	Secretaria Municipal de Educação
TICs	Tecnologias de Informação e Comunicação

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O trabalho desenvolvido nas aulas de Matemática deve proporcionar aos estudantes momentos de pesquisa, de investigação e de exploração dos conceitos matemáticos, a fim de que, gradativamente, possam estabelecer diferentes relações entre o conhecimento que possuem e o que está sendo construído. No entanto, durante o processo de construção do conhecimento, algumas dificuldades de aprendizagem podem desmotivar os estudantes, comprometendo a compreensão dos conceitos estudados.

Durante minha[1] trajetória profissional como professora do Ensino Fundamental I e Fundamental II, por várias vezes, deparei-me com falas de estudantes que afirmavam não ter potencial para aprender Matemática. Os pré-conceitos com relação à disciplina, já de antemão, sinalizavam uma postura de inferioridade e desmotivação deles frente à Matemática. Essas problemáticas passaram a fazer parte, inclusive, das rodas de conversas entre os colegas de trabalho, tornando-as minhas próprias inquietações.

No desempenho das atividades docentes, passei a observar que os erros cometidos pelos estudantes, durante a realização de atividades, normalmente os desmotivavam, constituindo-se em limitadores à compreensão de conceitos matemáticos.

A dificuldade na compreensão de um conceito matemático, em especial, chamou minha atenção: o estudo das frações. Em conversa com os demais colegas de trabalho da área da Matemática, os quais trabalham com estudantes do 5º ao 9º ano do Ensino Fundamental, pude constatar que essa dificuldade na compreensão de frações perpassa os diferentes anos, constituindo-se em um obstáculo à aprendizagem matemática.

Como professora do Ensino Fundamental II, tive experiências, até o momento, com turmas de 7º e 9º anos. Nas minhas próprias aulas, quando precisávamos recorrer a cálculos com uso de frações para resolvermos problemas matemáticos, o descontentamento de grande parte dos estudantes era visível. Sempre era necessário retomar as quatro operações básicas: adição, subtração, multiplicação e divisão de frações. Os estudantes cometiam muitos erros na

---

[1] O emprego da primeira pessoa do singular “eu” caracteriza as marcas de subjetividade, presentes neste estudo.

resolução dessas operações envolvendo frações, representando que não possuíam o entendimento da noção de número fracionário, pois, ao finalizarem a resolução dos problemas, tinham dificuldades de analisar se aquela resposta era adequada ou não para determinado problema.

Dessa forma, os erros no estudo de frações motivaram este estudo, pois, a partir do acompanhamento das produções escritas dos estudantes e de suas manifestações durante as aulas, pude perceber que os erros cometidos e sua interferência negativa no processo de ensino e de aprendizagem constituíam-se um dos fatores que contribuíam para a Matemática ser vista como uma disciplina difícil.

Tendo em vista essas questões, propomo-nos a investigar os erros cometidos no estudo de frações por estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental que frequentavam o reforço escolar no turno inverso ao ensino regular de uma escola pública municipal e, posteriormente, foram desenvolvidas atividades, envolvendo este conteúdo matemático, organizadas em forma de oficinas, realizadas no Laboratório de Informática para analisar as contribuições das tecnologias informáticas e dos materiais manipulativos na superação desses erros.

Com isso, acreditamos que a discussão da temática desta pesquisa “Erros no estudo de frações: contribuições do uso das TICs e dos materiais manipulativos” contribui à área da Educação Matemática, visto que proporciona reflexões acerca dos erros cometidos no estudo das frações e do uso das tecnologias informáticas, bem como dos materiais manipulativos, tendo em vista a superação das dificuldades de aprendizagem desse conceito matemático.

1.1 JUSTIFICATIVA

Os erros, de modo especial, os referentes aos conceitos de frações, há tempo, têm nos instigado a ter um olhar mais atento ao processo de resolução das atividades matemáticas desenvolvidas pelos estudantes, visto sua recorrência nos diferentes anos do Ensino Fundamental.

Dessa forma, este estudo nasceu de minhas inquietações durante o desempenho das atividades docentes em sala de aula e reiteradas pelo diálogo com colegas de trabalho da área da Matemática. Diante do exposto, concordamos com Minayo (1994), ao destacar que as questões de investigação partem de situações reais, da vida prática, as quais delimitam os propósitos de um estudo.

> Entendemos por pesquisa a atividade básica da Ciência na sua indagação e construção da realidade. É a pesquisa que alimenta a atividade de ensino e a atualiza frente a realidade do mundo. Portanto, embora seja uma prática teórica, a pesquisa vincula pensamento e ação. Ou seja, nada pode ser intelectualmente um problema, se não tiver sido, em primeiro lugar, um problema da vida prática. As questões da investigação estão, portanto, relacionadas a interesses e circunstâncias socialmente condicionadas. São frutos de determinada inserção no real, nele encontrando suas razões e seus objetivos. (MINAYO, 1994, p. 17).

Desse modo, as situações experienciadas no cotidiano de minha prática pedagógica motivaram esta investigação que vai ao encontro de um ensino, no qual os erros cometidos no estudo de frações possam ser analisados na sua origem e considerados como uma estrátegia de ensino. Estratégia esta aliada a diferentes recursos como, por exemplo, a tecnologia informática e os materiais manipulativos, os quais podem contribuir para superação de dificuldades na aprendizagem matemática.

Acreditamos que esta pesquisa sobre erros no estudo das frações aliada às contribuições da tecnologia informática e de materiais manipulativos no processo de construção de conhecimento matemático é relevante, tanto para professores quanto para estudantes.

Quanto aos professores, ao proporem estratégias diferenciadas de ensino têm subsídios para melhor planejarem suas aulas de forma a contemplar as necessidades dos estudantes.

Quanto aos estudantes, podem se sentir motivados a buscar, por meio do erro e de diferentes recursos, a compreensão daquilo que anteriormente constituía-se uma dificuldade.

Sob tais perspectivas, justificamos o desenvolvimento deste estudo, pois percebemos a importância da reflexão acerca dos erros cometidos pelos estudantes no estudo das frações e as possíveis contribuições da tecnologia informática e dos materiais manipulativos nesse contexto como forma de favorecer o processo tanto de ensino quanto de aprendizagem.

1.2 PROBLEMA DA PESQUISA

Para realizar o estudo sobre os erros em aplicações com frações, optamos por convidar estudantes matriculados no 6º ano do Ensino Fundamental II que frequentam o reforço escolar, ofertado pela escola, no turno inverso ao ensino regular. A opção se justifica pelo fato dos estudantes já terem tido contato com as noções de frações nos anos anteriores, bem como com as operações de adição e subtração com denominadores iguais e diferentes e ainda apresentarem dificuldades na compreensão deste conteúdo.

Dessa forma, impregnada pelas experiências vivenciadas na realidade em que atuo e na tentativa de contribuir com o processo de ensino e de aprendizagem deste conceito matemático, a questão central que orienta esta pesquisa é: O que os erros dos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental podem revelar quanto ao estudo de frações e as contribuições das Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) e dos materiais manipulativos para superação desses erros?

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo geral

Analisar o que os erros dos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental podem revelar quanto ao estudo de frações e as contribuições das TICs e dos materiais manipulativos na superação desses erros.

1.3.2 Objetivos específicos

- Conhecer, por meio de pesquisa no banco de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), outros estudos que contemplem as temáticas que circundam esta investigação.
- Identificar os erros cometidos por estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental no estudo de frações por meio de atividades diagnósticas.
- Elaborar, a partir dos erros identificados nas atividades diagnósticas, atividades com tecnologias informáticas e materiais manipulativos, as quais constituem o produto desta pesquisa.
- Verificar se os estudantes superam os erros cometidos no estudo de frações ao trabalhar esses conceitos com tecnologias informáticas e materiais manipulativos.

- Analisar representações escritas e orais dos estudantes para obter as contribuições das tecnologias informáticas e materiais manipulativos na superação de erros cometidos no estudo de frações.

Na sequência, apresentamos um diagnóstico de pesquisas a respeito do tema “Erros no estudo de frações: contribuições do uso das TICs e de materiais manipulativos”, realizado com base no banco de dados da CAPES, no período dos últimos cinco anos e, posteriormente, os demais aportes teóricos que fundamentam este estudo: Os erros presentes na matemática; O ensino de frações; As Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação Matemática e Os materiais manipulativos. Em seguida, apresentamos o percurso metodológico que contextualiza com se deu a coleta, a organização e a análise dos dados.

2 UM DIAGNÓSTICO DE PESQUISAS A RESPEITO DO TEMA

Com o intuito de conhecermos pesquisas recentes que se aproximam da temática deste estudo “Erros no estudo de frações: contribuições do uso das TICs e de materiais manipulativos”, realizamos uma busca de dissertações e teses no banco de dados da CAPES, defendidas no período de 2013 a 2017.

Considerando que esta investigação tem como ponto central o conteúdo matemático frações, este foi o termo inserido no campo de busca do site da CAPES. Feito isso e selecionado o período de tempo já citado anteriormente, o site disponibilizou 3408 pesquisas envolvendo esse termo.

A fim de buscarmos pesquisas que fossem ao encontro da temática proposta por esta investigação, elencamos como grandes áreas do conhecimento: Ciências Exatas e da Terra, Ciências Humanas e Multidisciplinar. Como área do conhecimento foram selecionadas: Educação, Ensino, Ensino de Ciências e Matemática, Matemática, Materiais. Ao aplicarmos esse filtro, encontramos 183 pesquisas entre dissertações e teses.

A partir de um levantamento inicial, constatamos que, dessas 183 pesquisas, apenas 43 aparentavam se aproximar da temática de investigação. As demais tratavam de definições e propriedades matemáticas, álgebra, dificuldades dos professores no ensino de frações, formação de professores, análise e ensino deste conteúdo a partir de livros didáticos e da história da matemática, utilização das frações em demais conteúdos matemáticos.

Tendo em vista que a palavra-chave digitada no campo de busca foi frações, a partir desse momento, a leitura de cada um dos 43 trabalhos passou a identificar estudos que abordassem, de maneira interligada, o termo frações com erros, materiais manipulativos e TICs.

Por meio da leitura desses trabalhos, encontramos apenas um estudo realizado no ano de 2015, o qual explorou, em conjunto, os conceitos frações, materiais manipulativos, TICs e erros, sendo este último termo, em nossa opinião, explorado de forma indireta. No entanto, além desse trabalho, foi possível selecionarmos outros 23 estudos que abordavam frações com um ou mais conceitos discutidos nesta pesquisa. Para melhor exemplificar, organizamos um quadro informativo, destacando os conceitos abordados nesses 24 estudos.

Quadro 1 – Identificação de pesquisas que contemplaram os tópicos: frações, erro, material manipulativo e TICs

	Autor/ Título do estudo	**D/T**	**Ano**	**Erro**	**Material manipulativo**	**TICs**
1	AZEVEDO, Abraão Eduardo Brito Rocha de Uma abordagem no ensino de frações baseada em atividades para o 6º ano do Ensino Fundamental	D	2013		X	
2	AQUINO, João Paulo Gondim de Frações: uma abordagem pedagógica	D	2013			X
3	LIMA, Fernanda Soto Números racionais na forma fracionária: atividades para superar dificuldades de aprendizagem	D	2013		X	
4	SOARES, Teresinha Valente O que revelam as respostas dos estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental sobre o conceito de fração quando apresentado através de um modelo que prioriza o subconstruto parte-todo	D	2013		X	
5	VAZ, Rafael Filipe Novoa Metodologia didática de análise de soluções aplicada no ensino de frações	D	2013	X		
6	MONTEIRO, Alexandre Branco Estudos de recuperação do conteúdo de frações com o uso de tecnologias da informação e comunicação	D	2013			X
7	SILVA, Mick Wradley Xavier Ensino básico de frações utilizando origami	D	2014		X	
8	VALIO, Denise Teresa de Camargo Frações: estratégias lúdicas no ensino da matemática	D	2014		X	
9	FERREIRA, Edinalva Rodrigues Ensino de frações na Educação de Jovens e Adultos: obstáculos didáticos e epistemológicos	D	2014	X	X	
10	LIMA, Rafael Pontes O ensino e a aprendizagem significativa das operações com frações: Sequência didática e o uso de tecnologias digitais	T	2014		X	X

	para alunos do Ensino Fundamental II					
11	GOIS, Renata Claudia O efeito do material concreto e do modelo de barras no processo de aprendizagem significativa do conteúdo curricular de frações pelos alunos de 7º ano do Ensino Fundamental	D	2014		X	
12	RODRIGUES, Willian dos Santos Atividades com robótica educacional para as aulas de matemática do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental: utilização da metodologia LEGO® Zoom Education	D	2015			X
13	MIRANDOLA, Luciana Cristina Negri O uso de jogos no ensino de frações	D	2015	X	X	X
14	SILVA, Uiltamar Miranda da Silva As frações e os jogos matemáticos: uma relação de interação em turmas do 6º ano do Ensino Fundamental	D	2015		X	
15	SEGETI, Liliane Giglio Canelhas de Abreu O ensino de frações por uma abordagem inspirada nos pressupostos educacionais da Teoria das Inteligências Múltiplas	D	2015	X	X	
16	CORREIA, Paola Luciana Frações: uma proposta de ensino para o 9º ano utilizando o software Geogebra e dobraduras	D	2015		X	X
17	BOLOGNANI, Ana Carla de Almeida Ensino e Aprendizagem de frações mediados pela tecnologia: uma análise à luz da teoria dos campos conceituais de Vergnaud	D	2015			X
18	AVEIRO, José Carlos Formalização do conjunto dos números racionais e alguns jogos com frações	D	2015		X	
19	MAKUCH, Franciele do Belem O uso de simulações interativas PhET no ensino de frações	D	2016	X		X

20	CUNHA, Edson Carlos da Reforço escolar: O uso de jogos e materiais manipuláveis no ensino de frações	D	2016		X	X
21	PAIVA, Marcos Henrique Pereira Aprendizagem de frações com softwares e aplicativos matemáticos online	D	2016			X
22	BUENO, Luciano Teles Um experimento com frações no ensino fundamental no município de Xinguara estado do Pará	D	2016			X
23	CHEQUETTO, Jonas José Uma experiência didática para a aprendizagem de frações: matemática para residentes de uma casa de passagem	D	2016		X	
24	FILHO, Roberto Loscha Fração: História, teoria e aplicações	D	2017		X	

Fonte: Elaborado pela autora, 2017.

A partir desse quadro, podemos observar que os estudos analisados, nesse período, concentram-se em pesquisas que abordam o ensino de frações voltadas à utilização de materiais manipulativos (16) e TICs (11); em menor número, aparecem estudos que analisam o erro neste conteúdo (5).

Um aspecto interessante a destacarmos é que, embora algumas dissertações tenham utilizado sondagens para identificar o nível de compreensão dos estudantes no conteúdo frações, a temática erro não foi explorada no estudo. Outro aspecto importante é que algumas dissertações utilizaram dobraduras e jogos, porém não foram abordados, teoricamente, como materiais manipulativos. No entanto, vale destacarmos que, mesmo os estudos que não trataram diretamente dos conceitos: erros, materiais manipulativos e TICs, os mesmos foram considerados na revisão bibliográfica e contabilizados no quadro 1.

Dessa forma, para melhor compreensão do que foi abordado pelos 24 estudos selecionados, elaboramos um quadro resumo, contendo as proposições e conclusões obtidas pelas respectivas pesquisas.

Quadro 2 – Detalhamento das dissertações e teses pesquisadas no banco de dados da CAPES

	Dados de identificação Dissertações e Teses	**Título**	**Proposição do estudo**	**Conclusões sobre o estudo**
1	AZEVEDO, Abraão Eduardo Brito Rocha de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2013	Uma abordagem no ensino de frações baseada em atividades para o 6º ano do Ensino Fundamental	Criação de uma proposta de atividades, na disciplina de matemática, que auxilie os estudantes na aprendizagem do conteúdo frações a partir da experimentação prática de diferentes materiais.	Segundo o autor esta proposta é mais uma possibilidade de ensino do conteúdo frações que permite que o estudante alcance a compreensão deste conteúdo por vias diferentes das convencionais.
2	AQUINO, João Paulo Gondim de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Mossoró/RN, 2013	Frações: uma abordagem pedagógica	Identificação do nível de aprendizagem do conteúdo frações e posteriormente desenvolvimento de um trabalho com o software Enigma das frações visando melhorar a compreensão deste conteúdo.	Alguns aspectos importantes foram revelados por esse estudo, como a precariedade da sala de Informática e o desinteresse de alguns estudantes. No entanto, mesmo com estes fatores evidentes, após a comparação da sondagem realizada com os estudantes antes e depois da exploração do software, houve avanços na aprendizagem, principalmente no que diz respeito às operações com frações.
3	LIMA, Fernanda Soto Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Universidade Federal de São Carlos, 2013	Números racionais na forma fracionária: atividades para superar dificuldades de aprendizagem	Exploração do conteúdo frações com materiais manipuláveis: cartão fractal fracionário, utilização de papel quadriculado, e como produto final, a construção de uma cortina fracionária colorida.	O desenvolvimento das atividades com a utilização de materiais manipuláveis contribuiu para a motivação e entusiasmo dos estudantes, melhorando a compreensão dos números racionais na forma de frações.
4	SOARES, Teresinha Valente Mestrado em Educação Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2013	O que revelam as respostas dos estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental sobre o conceito de fração quando apresentado através de um modelo que prioriza o	A investigação teve como ponto de partida a exploração de diferentes figuras geométricas que podem compor um hexágono. O objetivo desse estudo foi investigar, se mesmo com o conceito de fração ter sido introduzido por um material manipulativo que	Após o desenvolvimento das atividades com material manipulativo, o estudo revelou que a condução das atividades pelos professores influenciaram nos resultados, pois em uma turma a professora ampliou o tempo de duração das atividades favorecendo assim aos estudantes mais tempo para explorar, manusear e ter mais oportunidades para experienciar e socializar suas construções. Além disso, os resultados mostram que com o uso dos materiais

		subconstruto parte-todo	levava em conta sempre a mesma figura geométrica (hexágono), os estudantes conseguiam estabelecer outras relações com o conjunto de peças que formava o inteiro.	manipulativos os estudantes conseguiram refletir sobre a área das figuras e assim realizar comparações entre elas. Ao final, aproximadamente 73% das respostas evidenciam que os estudantes conseguiram estabelecer equivalências entre as áreas.
5	VAZ, Rafael Filipe Novoa Mestrado em Ensino de Matemática Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2013	Metodologia didática de análise de soluções aplicada no ensino de frações	Investigação do desempenho de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental em aulas de revisão de frações, a partir da análise de soluções (erros).	A análise das soluções dos estudantes permitiu identificar dificuldades, que segundo o autor, provavelmente não seriam observadas com outro método. A comparação dos resultados realizados antes e após a análise das soluções apontam para uma evolução no percentual de acertos, evidenciando maior entendimento dos conceitos estudados.
6	MONTEIRO, Alexandre Branco Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2013	Estudos de recuperação do conteúdo de frações com o uso de tecnologias da informação e comunicação	Desenvolvimento de uma sequência didática eletrônica a partir da investigação de questões didáticas e dificuldades referentes ao processo de ensino e aprendizagem do conteúdo frações com estudantes do Ensino Fundamental, utilizando as TICs como recurso didático.	Após a análise do desempenho dos alunos, de forma geral e individual durante o experimento, foi possível conhecer as dificuldades dos estudantes e o seu desempemho em cada conceito explorado. Dessa forma, foi possível perceber que a sequência didática eletrônica auxiliou os estudantes no entendimento dos conteúdos abordados, no entanto, foi notado que em algumas situações a sequência didática pode ser aprimorada através do maior aprofundamento de alguns conceitos, e também da readequação e inserção de mais questões para os testes adaptativos.
7	SILVA, Mick Wradley Xavier Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Universidade Federal Fluminense, 2014	Ensino básico de frações utilizando origami	Aplicação de cinco atividades com dobraduras onde foi explorado o conteúdo frações.	De acordo com o estudo, com a aplicação das atividades com origami, os estudantes mostraram-se motivados e participativos demonstrando avanços no entendimento do conteúdo estudado.
8	VALIO, Denise Teresa de Camargo Mestrado Profissional em Matemática em	Frações: estratégias lúdicas no ensino da matemática	Proposição de uma sequência de atividades lúdicas que envolviam a exploração de materiais manipulativos, como	A partir das atividades desenvolvidas pode-se constatar que os alunos mostraram-se mais motivados, sendo que os mesmos sugeriram que atividades desse tipo poderiam ser desenvolvidas mais vezes. As sessões lúdicas desenvolvidas com

	Rede Nacional Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2014		a utilização de papel quadriculado, confecção de uma cortina fracionária colorida, representação de frações por barras, utilização de garrafas pet graduadas, funis e água.	materiais manipuláveis mostraram-se eficientes para a discussão da noção de frações.
9	FERREIRA, Edinalva Rodrigues Mestrado Profissional em Educação Matemática Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2014	Ensino de frações na Educação de Jovens e Adultos: obstáculos didáticos e epistemológicos	Levantamento de obstáculos à aprendizagem das concepções parte-todo e operadores, refente ao conteúdo frações, a partir da elaboração de uma sequência didática baseada nas especificidades dos estudantes da Educação de Jovens e adultos.	O dados levantados mostraram que os estudantes reconhecem uma fração, mas não compreendem o conceito, a representação e seus significados. Além disso, os estudantes mostraram grande dependência do professor para realizar as atividades. Um aspecto interessante a destacar é que quando em alguns momentos os estudantes fizeram uso de materiais manipuláveis, estes possibilitaram avanços no desenvolvimento das tarefas. Portanto, pode-se constatar que as sequências didáticas elaboradas considerando as especificidades dos alunos da Educação de Jovens e Adultos - EJA são importantes instrumentos para diagnosticar obstáculos à aprendizagem.
10	LIMA, Rafael Pontes Doutorado em Educação em Ciências e Matemática da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC) Universidade Federal de Mato Grosso, Universidade Federal do Pará, Universidade Estadual do Amazonas, 2014	O ensino e a aprendizagem significativa das operações com frações: Sequência didática e o uso de tecnologias digitais para alunos do Ensino Fundamental II	Inicialmente foi analisado as atividades didáticas realizadas pelos professores de Matemática por meio de um questionário e também foi feita análise de livros didáticos utilizados para o ensino de frações. Além disso, foi investigado a perspectiva de alunos e professores sobre o processo de ensino e aprendizagem de frações. Por meio dessas informações foram elaboradas atividades mediadas por professores com o auxílio do software educacional FRACTRON. Também foram	Os resultados obtidos com esta pesquisa revelam que tanto o software educacional FRACTRON como os jogos de baralhos possibilitaram uma aprendizagem significativa, resgatando os conhecimentos que os alunos já possuíam. Houve melhora em relação a leitura e interpretação dos enunciados das atividades propostas, redução de tempo na resolução das tarefas, bem como na escrita a qual foi utilizada na construção das regras das operações com frações. Os dados evidenciaram que, em média, houve um aproveitando, por parte dos estudantes, superior a 70%. Além disso, a sequência das atividades estimulou a colaboração entre os estudantes e a mediação do professor.

			propostas atividades com baralho com cartas de papel e outro com cartas digitais.	
11	GOIS, Renata Claudia Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas Universidade Federal de São Carlos,São Carlos, 2014	O efeito do material concreto e do modelo de barras no processo de aprendizagem significativa do conteúdo curricular de frações pelos alunos de 7º ano do Ensino Fundamental	Elaboração de uma proposta de ensino do conteúdo frações (significado parte-todo e operações) baseada na utilização de um material concreto, chamado de “Estojo das frações” e do Modelo de Barras da Matemática de Singapura.	De acordo com a pesquisa a utilização do estojo das frações (conjunto de peças retangulares manipuláveis e um conjunto de transparências) e do modelo de barras facilitou a compreensão do significado parte-todo e das operações envolvendo frações. Gradativamente os estudantes foram deixando de lado os materiais manipuláveis e realizando as atividades sem esses recursos.
12	RODRIGUES, Willian dos Santos Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Ilha Solteira, 2015	Atividades com robótica educacional para as aulas de matemática do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental: utilização da metodologia LEGO® Zoom Education	Elaboração, implementação e análise de uma sequência didática envolvendo robótica educacional, com base na metodologia LEGO® Zoom Education, com enfoque nos números racionais.	A montagem dos robôs, os quais serviram de suporte para a resolução das situações-problema, mostrou que, além da diversão proporcionada, instigou a curiosidade dos estudantes, fomentou o espírito de equipe e aprendizagem do conteúdo matemático explorado.
13	MIRANDOLA, Luciana Cristina Negri Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Presidente Prudente, 2015	O uso de jogos no ensino de frações	Utilização de jogos, concretos e/ou computacionais no ensino de frações com o intuito de tornar as aulas mais dinâmicas, de forma a possibilitar a compreensão deste conteúdo matemático de forma prazerosa e significativa.	Após a utilização dos jogos, concretos e/ou computacionais, os estudantes mostraram-se interessados e demonstraram maior envolvimento com o conteúdo estudado, visto que as diferentes situações experienciadas proporcionavam oportunidades aos estudantes para detectar seus erros, e a partir deles, construir e reconstruir conceitos e/ou processos de resolução para alcançar sucesso no jogo, e por consequência superar suas dificuldades.
14	SILVA, Uiltamar Miranda da Silva Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2015	As frações e os jogos matemáticos: uma relação de interação em turmas do 6º ano do Ensino Fundamental	Verificação dos conhecimentos prévios dos estudantes quanto ao conteúdo frações e posterior elaboração e aplicação de oficinas com jogos matemáticos (Jogo da memória, Tangram, Dominó	Os resultados obtidos nesta investigação revelam que a introdução de jogos na exploração do conteúdo frações contribuem positivamente na aprendizagem, auxiliando na atenção dos estudantes durante as atividades, tornando as aulas mais dinâmicas.

			das frações e Jogo papa todas) com o intuito de verificar se estes interferem positivamente no aprendizado dos estudantes.	
15	SEGETI, Liliane Giglio Canelhas de Abreu Mestrado em Ensino, História e Filosofia das Ciências e Matemática Universidade Federal do ABC, Santo André, 2015	O ensino de frações por uma abordagem inspirada nos pressupostos educacionais da Teoria das Inteligências Múltiplas	Elaboração de um projeto voltado ao ensino de frações, a partir dos pressupostos educacionais da Teoria das Inteligências Múltiplas de Howard Gardner para verificar quais contribuições podem ser percebidas quanto a compreensão do tema frações.	O estudo evidencia que foi possível verificar contribuições ao ensino de frações, aplicando os pressupostos da Teoria das Inteligências Múltiplas, visto que cada pessoa tem habilidades individuais e pode, por diferentes caminhos, chegar à mesma compreensão. Algumas das atividades envolviam materiais manipulativos que se mostraram importantes no processo de compreensão do conteúdo. A autora faz explanação de erros comuns dos estudantes na resolução de atividades com frações: consideração de terça parte como três ou terceira, contagem das partes de inteiro sem considerar que o mesmo deve estar dividido em partes iguais, adicionar ou subtrair os denominadores quando estes eram iguais, entre outros.
16	CORREIA, Paola Luciana Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Universidade Federal de Juiz de Fora, 2015	Frações: uma proposta de ensino para o 9º ano utilizando o software GeoGebra e dobraduras	Elaboração de uma proposta com o intuito de resgatar conceitos e operações com frações por meio da utilização de dobraduras e de aplicativos encontrados no site do software GeoGebra.	Segundo a autora a utilização dos materiais manipulativos motivou os estudantes, e a utilização dos aplicativos disponibilizados no site GeoGebra além de facilitarem a visualização das operações com frações, também favoreceram na otimização do tempo gasto para a realização das atividades. Tais atividades contribuíram para que os estudantes pudessem perceber o significado das operações realizadas.
17	BOLOGNANI, Ana Carla de Almeida Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2015	Ensino e Aprendizagem de frações mediados pela tecnologia: uma análise à luz da teoria dos campos conceituais de Vergnaud	Desenvolvimento de uma sequência didática com Objetos Educacionais Virtuais para o ensino de frações equivalentes e posterior investigação das contribuições da variedade de situações propostas.	A análise dos dados revelou que a utilização das TICs aliado a variedade de situações propostas aos estudantes impactou positivamente no aprendizado dos estudantes. Além disso, os estudantes mostraram-se mais motivados, e a cada nova proposta apresentada por meio dos Objetos Educacionais Virtuais manisfestavam mais familiaridade com os conceitos estudados.
18	AVEIRO, José Carlos Mestrado	Formalização do conjunto dos números racionais e	Elaboração e aplicação de uma proposta de ensino referente ao	Os resultados apontaram que a utilização de jogos, se bem planejada, pode facilitar o processo de aprendizagem dos estudantes,

	Profissional em Matemática em Rede Nacional. Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, São José do Rio Preto, 2015	alguns jogos com frações	conteúdo frações com a utilização de jogos.	visto que possibilita a interação, cooperação, discussão de hipóteses e socialização entre os estudantes.
19	MAKUCH, Franciele do Belem Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Naturais e Matemática Universidade Estadual do Centro – Oeste, Guarapuava, 2016	O uso de simulações interativas PhET no ensino de frações *PhET: Portal Interactive Simulations	Utilização de simulações interativas, PhET, no ensino frações aliado a resolução de problemas e análise de erros.	Ao final desta investigação foi possível constatar uma evolução na aprendizagem dos estudantes em relação ao conteúdo frações. A metodologia de ensino de frações através das simulações interativas do PhET e da resolução de problemas motivaram os estudantes, proporcionaram momentos de interação com os colegas e socialização de seus conhecimentos.
20	CUNHA, Edson Carlos da Mestrado Profissional em Educação Escolar Universidade Federal de Rondônia, Porto Velho, 2016	Reforço escolar: O uso de jogos e materiais manipuláveis no ensino de frações	Realização de uma intervenção para analisar as contribuições da aplicação de jogos e materiais manipuláveis no ensino de frações em aulas de reforço escolar.	De acordo com a pesquisa, a realização de atividades com materiais manipuláveis, bem como o uso das TICs (jogo enigma das frações e vídeo) diversificaram as aulas de reforço escolar, facilitando o aprendizado dos alunos de forma significativa.
21	PAIVA, Marcos Henrique Pereira Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas Centro Universitário UNIVATES, Lajeado, 2016	Aprendizagem de frações com softwares e aplicativos matemáticos online	Realização de nove atividades, sempre mediadas por algum tipo de software e/ou aplicativo online na exploração de frações.	Os resultados da pesquisa apontaram que houve uma influência positiva na aprendizagem quando da utilização de tecnologias informáticas, visto que favoreceram a visualização e experimentação. Além disso, os recursos dos softwares possibilitaram aos estudantes simular e testar suas próprias conjecturas sobre o conteúdo estudado contribuindo, assim, para avanços na aprendizagem.
22	BUENO, Luciano Teles Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2016	Um experimento com frações no ensino fundamental no município de Xinguara estado do Pará	Este estudo baseia-se na reaplicação de atividades com TICs desenvolvida por Monteiro (2013) para verificar se esta sequência didática eletrônica se mostra eficiente na recuperação paralela do conteúdo	Esse estudo apontou que houve melhora no entendimento do conteúdo frações visto que os estudantes obtiveram melhores notas nas avaliações, demonstrando assim, que esse experimento pode ser utilizado para estudos de recuperação. No entanto, foi possível identificar que, nos conteúdos de comparação de frações, adição e subtração de frações e conceito de frações, os

			frações a estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental.	estudantes tiveram mais dificuldades. Além disso, o estudo revelou outras dificuldades, como a falta de boa conexão com a internet, a dificuldade em manusear os computadores por parte dos alunos e também verificou-se que os professores têm pouco domínio com a tecnologia.
23	CHEQUETTO, Jonas José Mestrado em Ensino na Educação Básica Universidade Federal do Espírito Santo, São Mateus, 2016	Uma experiência didática para a aprendizagem de frações: matemática para residentes de uma casa de passagem	Investigação de quais aspectos podem surgir a partir de uma experiência didática que leva em conta o uso de jogos e materiais manipulativos para na aprendizagem de frações com estudantes da Educação Básica que residem em uma Casa de Passagem de São Mateus – ES.	Os resultados da pesquisa destacam as implicações negativas da desestruturação familiar no aprendizado desses residentes. Traz evidências de que o aprendizado está pautado em modelos tradicionais de ensino na Matemática. No entanto, com a utilização de jogos e de materiais manipuláveis os estudantes mostraram maior interesse e envolvimento na realização das atividades, o que contribuiu positivamente para a aprendizagem.
24	FILHO, Roberto Loscha Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2017	Fração: História, teoria e aplicações	Elaboração de oficinas tendo por base a resolução de problemas e a utilização de materiais manipuláveis.	A realização das oficinas tendo por base a resolução de problemas e a utilização de materiais manipuláveis contribuiu positivamente na ressignificação dos conceitos matemáticos de frações, possibilitando avanços na aprendizagem e despertando nos estudantes maior envolvimento na realização das atividades.

Fonte: Elaborado pela autora, 2017.

A partir desse panorama, podemos dizer que a discussão dos erros e a utilização de materiais manipulativos e das TICs, no estudo de frações, contribuem positivamente na aprendizagem dos estudantes. Dentre as contribuições, destacamos o ambiente lúdico e prazeroso, no qual os estudantes têm condições de interagir, discutir e testar suas hipóteses, manipular objetos e visualizar os conceitos estudados, tornando-se sujeitos ativos no processo de construção do conhecimento.

Ainda que alguns estudos apontem a necessidade de realizar adaptações a algumas sequências didáticas, todos os estudos focam a revelância de que os erros, os materiais manipulativos e as TICs possuem no ensino de frações. No entanto, observamos que apenas um estudo, realizado no ano de 2015, contemplou concomitantemente as temáticas erros, frações, TIC’s e materiais manipulativos. Tal constatação, nos faz pensar sobre a importância deste trabalho de dissertação, já que explora as quatro temáticas citadas.

Dessa forma, esta investigação pretende, à luz das experiências vividas pelos estudantes, destacar as contribuições ou limitações encontradas em se tratando da utilização dos erros, dos materiais manipulativos e das TICs na exploração do conteúdo frações, a fim de contribuir para discussões que se voltam às dificuldades de aprendizagem matemática.

3 OS ERROS PRESENTES NA MATEMÁTICA

A disciplina de Matemática ainda intimida estudantes, gerando algumas pré-concepções com relação à mesma. Na posição de professoras, notamos que esse rótulo negativo atribuído à Matemática está diretamente relacionado a estudantes que possuem mais dificuldades de aprendizagem nessa área.

Há a necessidade, portanto, de desmistificar essa imagem negativa que cerca os estudantes sobre a Matemática, encorajando-os a enfrentar suas dificuldades e a não desanimarem frente aos erros cometidos. Diante dessas considerações, acreditamos que a maneira como olhamos para o erro passa a ter importância na superação das dificuldades e de alguns pré-conceitos que circundam essa disciplina. Dessa forma, propomos que o erro não seja observado de maneira superficial, sentenciadora ou punitiva, mas seja tratado, como afirma Luckesi (2011), fonte significativa de crescimento.

3.1 O ERRO SOB A PERSPECTIVA CONSTRUTIVA[2]

Na perspectiva construtiva, o erro assume um novo espaço no processo de ensino e aprendizagem.

> Encarados com naturalidade e racionalmente tratados, os erros passam a ter importância pedagógica, assumindo um papel profundamente construtivo, e servindo não para produzir no aluno um sentimento de fracasso, mas para possibilitar-lhe um instrumento de compreensão de si próprio, uma motivação para superar suas dificuldades e uma atitude positiva para seu futuro pessoal. (PAVANELLO; NOGUEIRA, 2006, p. 37).

Sob essa ótica, consideramos o erro como elemento natural do processo de aprendizagem, capaz de produzir efeitos positivos. Além disso, concordamos com Rosso e Berti (2010, p. 1031), ao afirmarem que “Os erros cometidos por uma criança são reveladores do conhecimento construído e das operações executadas pelos sujeitos; o erro não é a negação do conhecer, mas a expressão da sua dinâmica própria.” Em outras palavras, errar faz parte do movimento que nos leva ao conhecimento.

---

2 Neste estudo, a perspectiva construtiva do erro está pautada no entendimento dos autores Pavanello e Nogueira (2006); Santos, Buriasco e Ciani (2008); Pinto (2000); Torre (2007); Abrahão (2000).

No entanto, nem sempre os erros são vistos sob essa ótica. Exemplo disso, é um estudo realizado por Pinto (2000) sobre o erro do aluno no processo de aprendizagem matemática. A autora afirma que a forma com que o erro era trabalhado em sala de aula evidenciava um papel sentenciador de fracasso escolar. Além disso, a valorização das produções dos estudantes concentravam-se sobre os acertos, os quais eram utilizados como parâmetro para o sucesso escolar. Contudo, sua proposta de pesquisa visava analisar a função do erro, focando o papel construtivo que o mesmo poderia ter no ambiente escolar:

> Na utopia de tentar “humanizar” o ensino de matemática, destituindo-o de alguns invólucros ideológicos, eu conjeturava uma possível “pedagogia do problema” em que o erro pudesse ser considerado como uma condição natural do processo de construção do conhecimento – isento, portanto, da função de indicar o sucesso ou o fracasso da criança, mas tendo a função de ser um referencial para a investigação do processo utilizado pelo aluno, colocando novas questões, necessárias para o alcance da solução. Nessa sonhada pedagogia, o erro apresentava-se como um conhecimento provisório para a construção de um conceito matemático. (PINTO, 2000, p. 8-9, grifo do autor).

Nessa direção, podemos dizer que se faz necessária uma mudança de perspectiva em relação à forma de olhar os erros, passando de corretiva para construtiva. Sendo o erro uma parte do processo de aprendizagem e não uma incapacidade do estudante, esse é um elemento importante para o professor diagnosticar as dificuldades de aprendizagem dos estudantes, segundo o que apontam Santos, Buriasco e Ciani (2008, p. 40):

> Há tempos tem-se chamado a atenção para o papel constitutivo que os erros desempenham no processo de aprendizagem, para a ajuda que podem dar aos professores na compreensão da atividade matemática dos alunos. Acreditamos que isso seja possível ao tomá-los como produto de experiências prévias, como poderosa ferramenta para diagnosticar dificuldades de aprendizagem.

Desmistificar, portanto, o papel cerceador dos erros não é tarefa simples nem de mudanças imediatas, visto que tanto professores como estudantes necessitam avistar o erro como possibilidade de aprendizado. Pinto (2000), ao propor um diálogo com professores de uma escola pública do estado de São Paulo, constatou que ainda há uma grande parcela de professores que concebem o erro como um problema no aprendizado dos estudantes, como ela mesma explica:

> O que ficava mais evidente era uma concepção de erro como falta ou "déficit": o erro como sinônimo de fracasso, um produto que precisa ser "apagado" da vida escolar; portanto, um elemento indesejável. Em menor escala, o erro aparecia no discurso docente como elemento integrante do processo de conhecimento, algo construtivo que merecia maior atenção por parte do professor, suscitando uma atitude de maior respeito ao aluno. (PINTO, 2000, p. 84, grifo do autor).

A concepção de erro como um elemento indesejável na aprendizagem traz à tona uma perspectiva de ensino que valoriza apenas o acerto, e o erro, neste caso, é concebido como algo ruim; logo precisa ser evitado, conforme declaram Santos, Buriasco e Ciani (2008, p. 40): "[...] na escola o erro, ainda hoje, é visto como algo que deve ser escondido ou rapidamente apagado, pois na maioria das vezes, remete o seu produtor a um fracasso".

Torre (2007), ao pesquisar o papel do erro a partir de trabalho realizado com professores e estudantes, aponta a necessidade de avançarmos da "pedagogia do êxito" a qual tem por característica evitar o erro, para uma "pedagogia do erro", em que este é visto de forma construtiva, já que os erros fazem parte do processo natural da aprendizagem.

Ao invés de evitá-los, devemos avaliar o que o estudante já sabe e analisar, por meio do próprio erro, o que é necessário para superar aquilo que ainda não foi totalmente compreendido. Isso configura estratégia que permite ao professor o contato direto com a dificuldade do estudante, favorecendo explicações e exemplificações por parte daquele e o aprendizado do conteúdo estudado por parte deste.

Dessa forma, os erros são aceitos, analisados e se tornam indicadores de como o estudante concebe determinado conceito num determinado momento. Sob esse aspecto, Ramos e Curi (2014, p. 90) apontam que "[...] o erro é uma forma de se obter informações sobre as dificuldades apresentadas pelo aluno". Portanto, os erros se constituem em elementos importantes para o professor conhecer as dificuldades do aluno.

Outro aspecto importante com relação à perspectiva construtiva do erro é destacado por Abrahão (2000, p. 47):

> […] o papel do professor na perspectiva *do erro construtivo e da intervenção construtiva* é fundamental no sentido de respeitar e valorizar os conhecimentos que o aluno traz para, partindo destes, desencadear reflexões para que a criança possa evoluir e constituir novas hipóteses para a solução de um problema. Além disso, valorizando o conhecimento do aluno e partindo das hipóteses e das dificuldades encontradas por ele, o professor poderá planejar a ação pedagógica no sentido de intervir neste processo como mediador do conhecimento atual e do novo conhecimento que o aluno poderá construir. (grifo do autor).

A valorização dos conhecimentos prévios dos estudantes e o respeito às suas dificuldades são subsídios importantes para o professor planejar suas aulas, de forma a propor momentos em que o estudante, a partir desses elementos iniciais, possa aprofundar e avançar no seu próprio processo de construção de conhecimentos. Esse olhar construtivo do professor frente àquilo que o estudante já sabe ou àquilo que possui dificuldades possibilita novas formas de abordagem e de exploração do conteúdo.

No entanto, o erro, além de ser analisado numa perspectiva construtiva pelos professores, necessita "ser visto" pelo próprio estudante que errou. Pinto (2000, p. 145) chama a atenção, afirmando que "[...] o caráter construtivo do conhecimento só é concretizado quando há ação do sujeito, quando ele participa dessa construção de forma ativa", isto é, quando o estudante passa a observar seus erros. Mas nem sempre o estudante, ao corrigir, consegue perceber o porquê do erro e realiza a correção apenas de forma mecânica como uma rotina já internalizada por ele, sem a devida reflexão do que está sendo corrigido.

Nesse sentido, Buriasco (2000, p. 172) afirma que é "[...] tarefa do professor fazer com que o erro, aos poucos se torne observável pelo aluno para que este tome consciência daquele." Cabe ao professor, então, enquanto mediador do processo de ensino e de aprendizagem, tomar o erro como um elemento significativo na condução do processo para que o estudante não se sinta desestimulado frente às dificuldades, e assim, possa observar e analisar o erro cometido.

Na tentativa de compreender a relação do estudante com o erro, Pinto (2000, p. 145 -146) recorre à teoria psicogenética como uma possibilidade de compreensão dessa relação e aponta três níveis: "O aluno é indiferente ao erro", "O erro é percebido como algo que precisa ser retificado" e "O erro é observável".

No primeiro nível, como o estudante ainda não reconhece o erro, é necessário o apoio do professor para auxiliá-lo, pois assim como há estudantes que se dão conta do erro, há aqueles para quem as tarefas são repetitivas e não contribuem para seu aprendizado.

No segundo nível, o estudante percebe o erro, procura refazer a tarefa, mas tem dificuldade de superá-lo sem o auxílio do professor ou colega.

Já no terceiro nível, o estudante, por conta própria, identifica e reconhece o porquê do erro e não necessariamente precisa de auxílio para superá-lo. Consegue, assim, construir conhecimento, ultrapassando o próprio erro cometido.

Dessa forma, podemos dizer que fazer uso do tempo em sala de aula para corrigir apenas por corrigir, dificilmente contribuirá para que os estudantes que se encontram no primeiro e segundo níveis possam, de fato, aprender com seus erros. Com isso, entendemos que para o estudante construir conhecimento matemático a partir de seus erros, o professor precisa, em seu planejamento pedagógico e em sua prática em sala de aula, explorar os erros das mais variadas formas, podendo utilizar as diferentes maneiras de raciocíonio dos próprios estudantes para abordar aquilo que ainda não é de conhecimento de todos; não buscando evitar os erros, mas sim, se ocorrerem, explorá-los.

3.2 A ANÁLISE DAS PRODUÇÕES ESCRITAS: O OLHAR VOLTADO AO PROCESSO E NÃO AO PRODUTO FINAL

O reconhecimento do caráter construtivo dos erros passa pelo modo como olhamos o processo de resolução utilizado pelo estudante, ou seja, se dá a partir da análise qualitativa de suas produções. Cury (2015), a partir da visão do psicólogo russo Vadim Andreevich Krutetskii, trata da importância de analisarmos qualitativamente a produção dos estudantes como forma de auxiliá-los na (re) construção do conhecimento.

> Krutetskii […] enfatiza a importância de se analisar o *processo* e não apenas o produto, como, por exemplo, a resposta final de um exercício ou a alternativa assinalada em um teste de múltipla escolha. Dessa forma, a análise qualitativa das respostas dos alunos, com uma discussão aprofundada sobre as dificuldades por eles apresentadas, apoiada em investigações já realizadas é, talvez, a melhor maneira de aproveitar os erros para questionar os estudantes e auxiliá-los a (re)construir seu conhecimento. (CURY, 2015, p. 29, grifo do autor).

Se professor e estudante realizam as atividades, concebendo apenas duas saídas: certo ou errado, o que prevalece é o resultado final do exercício, sem levar em consideração todo o processo de construção do conhecimento matemático que o estudante utiliza para chegar ao desfecho da tarefa.

Em nenhum momento, afirmamos que os dados quantitativos de acertos e erros de provas ou atividades não sejam importantes; pelo contrário, são importantes desde que analisados de forma qualitativa, de modo a fazer com que o professor analise quais os erros cometidos pelos estudantes e por que razão estariam sendo cometidos, permitindo que estes possam prestar atenção na forma com que desenvolvem o raciocínio e, consequentemente, na forma de aprender.

Cury (2015) enfatiza que toda a produção dos estudantes sinaliza elementos importantes para o entendimento de como pensam, isto é,

> […] quem garante que os acertos mostram o que o aluno sabe? E quem diz que os erros evidenciam somente o que ele não sabe? Qualquer produção, seja aquela que apenas repete uma resolução-modelo, seja a que indica a criatividade do estudante, tem características que permitem detectar as maneiras como o aluno pensa e, mesmo, que influências ele traz de sua aprendizagem anterior, formal ou informal. Assim, analisar as produções é uma atividade que traz, para o professor e para os alunos, a possiblidade de entender, mais de perto, como se dá a apropriação do saber pelos estudantes. (CURY, 2015, p. 15).

Dessa maneira, os erros cometidos pelos estudantes não retratam, por si só, o que não sabem, mas evidenciam seu modo de pensar. Além disso, para Cury (2015, p. 15), “A análise das produções dos estudantes não é um fato isolado na prática do professor; ela é – ou deveria ser – um dos componentes dos planos pedagógicos das instituições e dos planos de aula dos docentes”.

No entanto, a partir da nossa experiência docente, observamos que o olhar do professor se concentra, na maioria das situações, na resposta final e não na análise das produções dos estudantes como um todo. Acreditamos que, ao ocorrer isso, deixamos escapar oportunidades de entender o raciocínio do estudante.

Pinto (2004), ao tratar da avaliação formativa, sugere a análise de erros como um instrumento que permite ao professor evidenciar as estratégias e os procedimentos empregados pelos estudantes nas aulas de Matemática. Além disso, a mesma autora (2004, p. 130) salienta que a análise de erros na Matemática “[...] possibilita que os erros sejam explorados e compreendidos a partir de suas origens, fornecendo subsídios para o professor planejar a partir de uma pedagogia diferenciada ações pertinentes à evolução do processo”. Compartilham da mesma ideia, Ramos e Curi (2014, p. 88), ao afirmarem que:

> A partir da análise da produção escrita dos alunos é possível criar estratégias didáticas para se trabalhar com os erros. Ao analisar o erro cometido e utilizando de recursos didáticos, o professor pode fazer intervenções junto ao aluno, para que identifique e seja capaz de corrigir o próprio erro.

Por meio da análise das produções dos estudantes, o professor tem condições de diagnosticar e entender a origem do erro. Consequentemente, planejar e realizar ações específicas para dificuldades previamente diagnosticadas, possibilitando aos estudantes o trabalho com diferentes estratégias, as quais favorecem ao próprio estudante a identificação e correção do erro.

Gitirana (2010, p. 64) aponta que “Entender a origem do erro é, portanto, de suma importância para avaliar e replanejar”. Dessa forma, o professor, ao conhecer a origem do erro, pode reavaliar seu planejamento de ensino de forma a acrescentar elementos, estratégias e recursos que favoreçam o entendimento do que ainda não foi totalmente apreendido.

Para Buriasco (2000, p. 169), “Grande parte dos educadores matemáticos enfatiza que em lugar de ser protegido do erro, o aluno deveria ser exposto ao erro muitas vezes, ser encorajado a detectar e a demonstrar o que está errado e por quê”. Nesse sentido, o estudante precisa ser desafiado pelo erro a revisitar seu raciocínio para buscar novas estratégias, a fim de lograr êxito em todas as partes do processo.

O olhar atento às produções dos estudantes permite que o professor identifique a parte do processo de resolução que eles têm dificuldades, bem como auxiliá-los a revisitar a forma como resolveram determinada situação-problema, conferindo o erro, o porquê resolveram daquela maneira e não de outra e qual a dificuldade que os impede a avançar no conhecimento de determinado conceito.

Outro aspecto importante a ser observado no momento da análise dos erros dos estudantes é considerar o que responderam, se está ou não associado a um conhecimento prévio e se ainda não foi possível ultrapassá-lo. Assim, convém destacarmos as palavras de Brousseau (1983, p. 171 apud CURY, 2015, p. 35) ao se referir a erro e a obstáculo:

> O erro não é somente o efeito da ignorância, da incerteza, do acaso, como se acredita nas teorias empiristas ou behavioristas da aprendizagem, mas o efeito de um conhecimento anterior, que tinha seu interesse, seu sucesso, mas que agora se revela falso, ou simplesmente inadaptado. Os erros desse tipo não são instáveis e imprevisíveis, eles são constituídos em obstáculos.

A partir dessa perspectiva, podemos entender que o erro também pode ser um conhecimento que o estudante possui e que, anteriormente, poderia ser utilizado de forma exitosa mas que, a partir de um dado momento, é necessário avançar essa ideia. Caso o estudante não consiga fazer, esse conhecimento (erro) torna-se um obstáculo na aprendizagem.

Abrahão (2000), ao relatar uma experiência em uma turma de segunda série, em que a professora solicita aos estudantes que resolvam um problema matemático, esclarece que, por vezes, os estudantes não têm a mesma compreensão do professor sobre determinada palavra e por isso não chegam à resposta correta. No problema proposto, os estudantes tinham que calcular quantos gatos ao todo teriam na sala de aula se fossem colocados dois gatos em cada canto. No entanto, o entendimento de canto que os estudantes possuíam, ao representarem graficamente, era do espaço que os pais os colocavam na sua casa, não correspondendo à noção que a professora esperava que tivessem.

Situações desse tipo necessitam de uma intervenção direta por parte do professor para que os estudantes possam avançar na resolução do problema. Com base na situação relatada, Abrahão (2000, p. 38) destaca que “[...] todos os erros, de alguma forma, trazem uma suposição, hipótese do aluno sobre determinado tema. Assim, podemos afirmar que todos os erros podem ser considerados ‘construtivos’ desde que a intervenção docente também o seja”. Nessa direção, Pinto (2000, p. 148) corrobora:

> […] se o erro também não for conhecido pelo professor, em sua qualidade, não haverá questionamentos em relação à natureza do erro. Em decorrência, a possibilidades de mudança serão míninas em relação à efetivação da aprendizagem do aluno.

Se o professor não conhecer as razões que levam o estudante a errar, também não terá condições de incentivá-lo a refletir sobre seu erro, e tampouco realizar intervenções direcionadas à superação de dificuldades em seu fazer pedagógico, comprometendo assim, o processo de aprendizagem.

Os erros são elementos importantes a serem considerados e analisados durante as aulas. Além disso, o ambiente escolar funciona como um laboratório, no qual podem ser percebidas as relações que existem por trás dos erros e a maneira como o professor conduz a aula frente a situações em que erros são cometidos pelos estudantes, podendo fazer a diferença tanto no processo de ensinar como no processo de aprender.

Para Torre (2007, p. 215), “Os erros proporcionam aos professores e aos alunos indicadores úteis do processo de ensinar e aprender”. No entanto, a identificação de um erro, por si só, sem a análise de seus precedentes não contribui à reflexão do professor, tampouco aos estudantes. Primeiramente, o professor precisa olhar para o erro na sua totalidade e não apenas na sua superficialidade, para poder desvendar os motivos pelos quais o estudante errou, já que o erro pode ocorrer pelas mais variadas formas e motivos.

3.3 O ERRO COMO UMA OPORTUNIDADE DE APRENDIZADO

Estudantes e professores podem explorar os erros de forma a torná-los uma ferramenta para impulsionar a aprendizagem. Entretanto, para que isso ocorra é necessário uma mudança de postura, inicialmente, pelo próprio professor e, posteriormente, pelo estudante, para que ambos concebam o erro como parte do processo de construção de conhecimento matemático.

Nesse sentido, vale destacar Cury (2015, p. 38) que, ao parafrasear Borasi (1996), sugere a proposição de “[...] ambientes de aprendizagem nos quais o potencial dos erros possa ser aproveitado.” Ou seja, ao errar, o estudante não deve se preocupar em eliminar o erro, mas sim, a partir dele, investigar o que o levou a resolver daquela determinada maneira e se o caminho foi o mais adequado.

Podemos apreender que, a partir do momento que os erros passam a ser “observáveis”, tanto por estudantes quanto por seus professores, há a possibilidade, como afirma Cury (2015, p. 38), “[...] de que os erros cometidos venham a ser discutidos e possam ser fonte de novas aprendizagens”. Em outras palavras, a concepção de erro como elemento inerente ao processo de aprender e seu adequado aproveitamento pode proporcionar momentos de reflexão, o que promove novas aprendizagens.

Não obstante, observamos, a partir das sistematizações realizadas por Cury ao coletar materiais de autores estrangeiros e brasileiros que se dedicaram, em suas pesquisas, a analisar as respostas de estudantes em questões de Matemática, mesmo àqueles que não tratam diretamente da análise de erros, em torno de 20 anos de trabalho, que o estudo sobre os erros pode ser considerado recente. Ressaltamos que, antes da década de 1980, não foram encontrados materiais de autores brasileiros no que tange ao tema erros. Tal constatação reafirma a importância de discutirmos sobre essa temática e propormos situações que promovam a aprendizagem a partir dos erros.

Nesta investigação, o erro é analisado sob uma perspectiva construtiva e tratado como um elemento de importância pedagógica (PAVANELLO; NOGUEIRA, 2006), pois o mesmo faz parte da dinâmica do processo de construção do conhecimento (ROSSO; BERTI, 2010), (PINTO, 2004).

Por meio da análise qualitativa das produções escritas dos estudantes, as quais revelam elementos importantes de como o estudante pensa, os erros são elementos importantes nesta investigação, pois são explorados e entendidos a partir de suas origens, possibilitando, assim, condições para que possamos planejar e elaborar uma proposta de ensino, a qual contemple diferentes recursos pedagógicos, como as tecnologias informáticas e os materiais manipulativos, com vista à superação de erros. Desse modo, os erros cometidos pelos estudantes são aproveitados, constituindo-se em “fonte de novas aprendizagens” (CURY, 2015, p. 38) .

Acreditamos que é possível desmistificar a imagem negativa atribuída ao erro ao longo da história por meio de práticas pedagógicas que, ao invés de tomá-lo como elemento sentenciador de fracasso escolar, o concebam como elemento natural do processo de aprendizagem. Nessa perspectiva, as produções dos estudantes são analisadas de forma construtiva, valorizando todo o processo de resolução e não apenas o resultado final, dando subsídios ao professor para reavaliar e planejar ações de forma a estimular o estudante a identificar, corrigir e avançar no processo de construção do conhecimento.

4 O ENSINO DE FRAÇÕES

Nossa experiência docente revela que o ensino de frações é motivo de preocupação aos professores, haja vista a quantidade de erros que os estudantes cometem neste conteúdo ao longo dos anos escolares. Além disso, relatos de estudantes trazem evidências que o estudo de frações é considerado difícil de ser entendido.

Tais constatações trazem à tona a importância de discutirmos o ensino de frações para que os estudantes possam superar as dificuldades de entendimento deste conteúdo matemático, compreendendo que as mesmas estão presentes nas mais variadas situações do cotidiano, visto que nem sempre é possível mensurar quantidades e medidas apenas por números inteiros.

Na sequência, propomos uma discussão quanto à importância e à necessidade dos números fracionários, evidenciada pela própria história, ao longo dos anos, na resolução de problemas práticos. Abordamos, para tanto, alguns conceitos matemáticos sobre grandezas e medidas, importantes para o entendimento das diferentes aplicações das frações e, por fim, fizemos a explanação de tópicos que tratam das diferentes noções de frações e a ênfase dada às relações parte-todo e às definições e regras.

4.1 UMA APLICAÇÃO DE FRAÇÃO A PARTIR DO CONCEITO DE ÁREA

A própria história dá conta de explicar a necessidade do uso dos números fracionários, quando os números inteiros já não mais conseguiam corresponder, com a exatidão exigida, à resolução de determinadas situações-problema do dia a dia.

Lima (1991) explicita que, na antiguidade, o Estado arrendava suas terras para serem exploradas pelas pessoas que lá viviam. As dimensões da terra que cada família recebia para trabalhar dependiam da quantidade de membros que cada uma possuía, o que gerava medições de terra diferentes entre os grupos familiares.

Sobre cada área que o Estado[3] cedia para exploração, fazia a respectiva cobrança dos impostos. Logo, a arrecadação dos impostos cobrados pelo Estado dependia da área das terras. Foram, então, criados padrões ou unidades de

3 Neste texto, a palavra Estado refere-se ao Egito Antigo, conforme registros de Caraça (1951, p. 32).

medidas. Sem demora, os medidores da época perceberam que dificilmente à unidade de medida estabelecida caberia a quantidade de vezes de forma exata em todas as áreas arrendadas. Na grande maioria dos casos, sempre sobrava uma fração da unidade ou do padrão utilizado nas medições.

> Os medidores de então reconheceram que o instrumento numérico conhecido – números inteiros – era insuficiente para exprimir bem as medidas, isto é, o mais aproximado do real. Para obter uma maior aproximação da medida real da grandeza (comprimento, área, etc.) foi forçoso subdividir a unidade num certo número de partes iguais. Têm-se aí, frações da unidade. Era preciso criar um novo instrumento numérico que pudesse exprimir sempre a medida da grandeza por um número. Para superar a impossibilidade dos números inteiros ante a medida, cria-se um novo instrumento numérico: os números fracionários. (LIMA, 1991, p. 82).

Podemos afirmar, portanto, que os números fracionários estudados, hoje, nas escolas, surgiram da necessidade das antigas civilizações criarem um sistema de medidas que pudesse contemplar qualquer medição de áreas. Por meio da história, é que os números fracionários estão ligados ao conceito matemático de área. No entanto, essa é uma das aplicações das frações, pois, na Matemática, existem diferentes tipos de grandezas.

4.2 COMPREENSÃO DE GRANDEZAS CONTÍNUAS E DESCONTÍNUAS E QUANTIDADES EXTENSIVAS E INTENSIVAS

Antes de dialogarmos sobre o ensino de frações propriamente dito, é fundamental que tenhamos clareza sobre os tipos de grandezas existentes, bem como se as medidas estudadas se referem a quantidades extensivas ou intensivas[4], pois dependendo de cada situação, o raciocínio matemático pode ter características diferentes.

Na Matemática, uma grandeza (ou o todo) pode ser considerada tanto uma grandeza contínua (comprimento, área, volume etc) como uma grandeza descontínua ou discreta (um conjunto de bolinhas, um conjunto de doces, um conjunto de pessoas, etc). No caso da história relatada anteriormente, os números fracionários estavam relacionados a uma grandeza contínua, isto é, à área.

---

4 “Quantidades extensivas representam a medida de uma quantidade baseada na comparação de duas quantidades de mesma natureza e na relação parte-todo”. [...] “Quantidades intensivas representam medidas baseadas na relação entre duas quantidades diferentes”. (NUNES et al., 2009, p.122)

Outrossim, Nunes et al. (2009, p. 120) destacam que os estudantes possuem mais dificuldades em medir grandezas contínuas do que descontínuas, visto que, nas grandezas contínuas, as crianças precisam ter a noção de que o todo pode ser contado a partir do seu desmembramento em várias partes iguais. Os autores evidenciam essa dificuldade, utilizando como exemplo a grandeza comprimento: “A criança precisa imaginar que um comprimento pode ser analisado em partes para que as partes sejam contadas. Além disso, a criança precisa compreender que as partes devem ser iguais”.

A dificuldade de entendimento das grandezas contínuas pode estar relacionada às condições cognitivas de cada estudante. De acordo com Lima (1991, p. 94), nem sempre as crianças possuem condições cognitivas para se apropriarem de certas noções matemáticas, como, por exemplo, a noção de conservação da área. Nesse caso, o autor sugere que o professor aguarde até que a criança consiga compreender essa noção para, assim, introduzir o estudo de frações ou iniciar o estudo desse conceito, levando em conta a conservação de quantidade discreta[5] (grandeza descontínua), já que esta última noção é mais simples às crianças devido à familiaridade que possuem com os números inteiros.

A introdução do conceito de fração, se realizada através da noção de conservação de quantidade discreta, pode ser feita por meio da exploração de diferentes conjuntos de objetos ou peças, como lápis, tampas de garrafas descartáveis, selos de uma coleção, entre outros, para que a criança, com orientação do professor, divida os elementos do conjunto em partes iguais de forma que não sobre nenhum elemento, e assim, inicie o estudo de frações.

Para melhor exemplificar, podemos propor aos estudantes que formem um conjunto de 20 lápis e, em seguida, dividam esse conjunto em duas partes iguais sem sobrar nenhum lápis. Na sequência, podemos solicitar que dividam esse mesmo conjunto em 4 partes iguais. Ao alternarem a quantidade de divisões, bem como de elementos do conjunto, já estão obtendo noção do conceito de fração, posteriormente, podendo ocorrer a representação de número fracionário. Após essa exploração com grandezas descontínuas, o estudo de frações pode se dar a partir de grandezas contínuas, como por exemplo, a área.

---

5 De acordo com Lima (1991, p. 90), “Uma quantidade é dita como discreta quando possui uma identidade definida (individualizada), constituindo uma entidade separada, isto é, consta de unidades separadas uma das outras, como as árvores de um parque, as pessoas de uma festa”.

Para Lima (1991), a exploração da área de figuras geométricas simples também é importante no estudo de frações para que as crianças consigam perceber o todo e a divisão deste todo em partes iguais, manuseando as diferentes partes num processo de reconhecimento de junção e divisão do todo. Desse modo, as crianças se apropriam da noção de conservação de área, percebendo que não há alteração da área da figura geométrica quando a mesma é dividida. Concordamos com Lima (1991, p. 85) ao afirmar que, no momento em que a criança consegue ter essa noção de conservação da área (do todo), quando consegue fazer a divisão deste em partes iguais, isso garante a compreensão da noção de fração: "Esta conservação de quantidade é um elemento básico para a compreensão do conceito de fração".

Com relação a esses dois tipos de grandezas, Nunes et al. (2009, p. 121) afirmam que: "Apesar das diferenças entre quantidades contínuas e descontínuas, elas estão baseadas na mesma estrutura lógica, que é a relação parte-todo: a soma das unidades é igual ao valor do todo". Ou seja, as medidas de ambas as grandezas, contínua e descontínua, levam em consideração a comparação de duas quantidades de mesma natureza, sob a lógica da noção parte-todo.

Esses autores afirmam que quando "[...] a medida de uma quantidade baseia-se na comparação de duas quantidades da mesma natureza e na lógica parte-todo, dizemos que a medida se refere a uma quantidade extensiva". (ibid., p.122). Assim, os exemplos citados até o momento se referem a quantidades extensivas, visto que as partes (independentemente se são grandezas contínuas ou descontínuas) são comparadas por meio de quantidades da mesma natureza. Logo, estão baseadas na relação parte-todo.

Por outro lado, quando uma quantidade é medida por meio da comparação de duas quantidades diferentes, a medida se refere a quantidades intensivas, as quais não seguem a mesma estrutura lógica das quantidades extensivas (relação parte-todo), mas sim, à relação entre essas duas quantidades diferentes (NUNES et al., 2009).

Diante dessas considerações, para melhor entendimento de uma situação em que a medida se refere a uma quantidade intensiva, utilizamos um exemplo similar ao apresentado pelos autores. Podemos pensar que, se em um copo, temos 30% de suco concentrado de uma certa fruta, e em outro copo, 70% de suco concentrado dessa mesma fruta, não podemos dizer que a concentração é igual a 100, pois cada copo possui concentrações diferentes e essas estão atreladas a uma determinada quantidade de água. No copo que possui 30% de suco concentrado, significa dizer que temos uma relação de 30 partes de suco concentrado para 70 partes de água, ou seja, há a comparação de quantidades diferentes.

Nunes et al, (2009, p. 123) apontam para a diferença existente nas relações entre uma quantidade extensiva e uma quantidade intensiva e, consequentemente, no raciocínio matemático envolvido e destacam a lógica que dintingue uma da outra: “A lógica das quantidades extensivas baseia-se [...] na relação parte-todo: portanto, no raciocínio aditivo. A lógica das quantidades intensivas baseia-se numa relação entre duas quantidades: portanto, no raciocício multiplicativo”.

Consequentemente, ao trabalharmos com medidas que se referem a quantidades extensivas, a lógica envolvida é a de que a junção de cada parte (de cada unidade) constitui o todo, diferentemente quando as medidas se referem a quantidades intensivas em que o raciocínio é feito levando em consideração a relação entre duas quantidades diferentes.

4.3 A ÊNFASE NA NOÇÃO PARTE-TODO EM DETRIMENTO DAS DEMAIS IDEIAS DE FRAÇÃO

Como vimos, o ensino de frações envolve diferentes tipos de grandezas e quantidades. No entanto, ocorre que, às vezes, as explicações deste conceito matemático é direcionado apenas para algumas noções, o que pode levar a limitações de compreensão por parte dos estudantes.

Magina e Campos (2008, p. 25-26) afirmam que pesquisas têm mostrado que o ensino de frações está mais direcionado à exploração do conceito de frações por meio do significado parte-todo. No entanto, os referidos autores chamam a atenção para a importância da exploração do conceito de frações ser realizada a partir de situações que envolvam as diferentes perspectivas que os números fracionários podem assumir a depender do contexto, as quais favorecem a compreensão desse conceito.

> O uso de outras situações pode ser mais proveitoso para a apropriação da lógica como alicerce para as idéias de fração. Por exemplo, problemas com o significado quociente podem ser usados para as crianças se apropriarem do invariante de ordenação das frações por meio do raciocínio lógico: quanto mais crianças para dividirem o bolo, menor o pedaço de bolo que cada uma receberá. Esta relação inversa entre o divisor e o quociente poderia ajudar as crianças a entenderem que, quanto maior o denominador, menor será a parte. Nessas situações com significado quociente, o professor poderia também usar a razão para ajudar as crianças a entenderem o invariante de equivalência de frações: dada uma mesma razão entre crianças e bolos, a fração correspondente será equivalente, mesmo que o número de bolos e crianças possam diferirem nos exemplos. (MAGINA; CAMPOS, 2008, p. 28).

Uma abordagem do conceito de fração que leva em consideração a ideia de fração como quociente possibilita, por exemplo, que o estudante reflita sobre as relações envolvidas nesse processo e compreenda que quanto maior o número de divisões do todo (divisor), menor o tamanho de cada parte (quociente).

Todavia, a experiência de sala de aula e os relatos dos colegas professores evidenciam que os estudantes, ao resolverem situações-problema, nas quais precisam identificar a fração maior (por exemplo, $\frac{1}{5}$ ou $\frac{1}{6}$), normalmente, afirmam que a fração maior é $\frac{1}{6}$. Nunes e Bryant (1997) apontam que, em situações desse tipo, a compreensão dos estudantes fica limitada à noção parte-todo, não fazendo relação com a divisão.

Outra ideia de número fracionário também pode ser explorada por meio da noção da fração como operador multiplicativo, por exemplo, ao relacionarmos que 10 brinquedos correspondem a $\frac{2}{3}$ de um conjunto de 15 brinquedos. Nessa situação, o número 10 é o produto da multiplicação do número fracionário $\frac{2}{3}$ pelo total de brinquedos (15).

Desse modo, acreditamos que o ensino de frações deva ser explorado por meio das diferentes significações que os números fracionários podem assumir, ampliando assim, a compreensão deste conceito matemático. No entanto, isso só é possível se os professores desenvolverem um trabalho, contemplando essas diferentes significações desde os primeiros anos escolares.

Ao apontarmos a relevância do trabalho com frações a partir de suas diferentes significações, não estamos diminuindo a importância que a relação parte-todo possui. Apenas é preciso que o professor, ao trabalhar, tenha cuidado para que, ao dividir figuras em partes iguais, que os estudantes possam entender o que cada parte representa (quanto maior o número de divisões do todo, menor o tamanho de cada parte), e não apenas fazer a pintura ou o recorte das figuras, sem a compreensão daquilo que está sendo realizado.

Nunes e Bryant (1997), por meio de uma investigação realizada que levou em conta a resolução de exercícios que envolviam a pintura de partes do todo, afirmam que quando se fala em frações, às vezes, há uma falsa ideia de que os estudantes compreendem perfeitamente os números fracionários.

Os autores exemplificam a situação através de pesquisas, as quais evidenciam que quando os estudantes analisaram as partes pintadas de uma figura, previamente toda dividida, acertaram a tarefa. Todavia, quando foram submetidos a analisar regiões pintadas, nas quais as linhas de divisão da figura não estavam visíveis, a maioria dos estudantes não conseguiu estabelecer corretamente as relações parte-todo. Essas experiências comprovam a "falsa ideia de compreensão", pois evidenciam que o acerto obtido na primeira tarefa se deve a um processo mecânico que os estudantes se habituam a fazer por meio da visualização da figura previamente dividida, na qual a parte pintada é o numerador e a quantidade total de partes da figura é o denominador.

A ênfase dada pelos professores nas relações parte-todo também pode ser conferida por meio de uma investigação realizada por Magina e Campos (2008), os quais investigaram o ensino e a aprendizagem do conceito de frações com estudantes de 3ª e 4ª séries do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública de São Paulo. Nessa investigação, os pesquisadores propuseram aos professores que analisassem as respostas erradas dos estudantes ao resolverem situações-problema, envolvendo o conteúdo fração e, a partir dessa análise, elencassem estratégias de ensino para ajudá-los a superar os erros cometidos nos problemas. Além disso, os professores receberam alguns problemas matemáticos não resolvidos pelos estudantes, envolvendo o conceito fração e realizaram uma previsão de acertos.

Os problemas envolvendo frações, utilizados nesse estudo, contemplavam os diferentes significados atribuídos às frações (parte-todo, quociente, medida, número, operador multiplicativo). Por meio desse estudo, Magina e Campos (2008, p. 38) constataram que, embora os professores tenham conseguido identificar os erros dos estudantes, as estratégias de ensino elencadas por eles concentraram-se apenas na utilização de desenhos e materiais concretos com o intuito de "[...] facilitar comparações perceptivas em detrimento do ensino de ordem e equivalência, invariantes operatórios necessários para a compreensão do conceito em referência".

Notamos que os professores, ao elencarem como estratégias de ensino apenas aspectos voltados à percepção e ao significado parte-todo, deixam de contemplar os diferentes significados que a fração pode assumir, restringindo a aprendizagem desse conteúdo. Tal fato deixa à mostra que os próprios professores não têm clareza dos diferentes significados das frações.

Já com relação ao prognóstico realizado pelos professores, o estudo apontou que houve disparidades entre o desempenho esperado e o desempenho real dos estudantes, visto que, na maioria dos problemas, os estudantes obtiveram desempenho inferior ao esperado pelos professores.

Outro aspecto importante revelado pelos autores nessa investigação é o fato dos professores não levarem em consideração os graus de dificuldades na resolução dos problemas propostos e também de superestimarem a capacidade de resolução dos estudantes da 4ª série em relação aos da 3ª série. No entanto, na realidade, foi possível perceber que os estudantes da 4ª série demonstraram poucos avanços com relação aos da 3ª série. Magina e Campos (2008) concluem que a falta de clareza dos próprios professores com relação aos diferentes significados de fração e seus invariantes (ordem e equivalência) e, por consequência, a utilização de estratégias limitadas apenas ao campo da percepção e ao significado parte-todo fazem com que poucos avanços ocorram de uma série para outra.

Em contrapartida, Nunes e Bryant (1997) apresentam algumas pesquisas realizadas com estudantes, envolvendo quantidades extensivas e intensivas, nas quais os estudantes pesquisados, cada qual a depender de sua idade, demonstraram compreender a noção de fração e conseguiram estabelecer relações entre diferentes partes do todo de forma a assimilar as noções de equivalência de frações. Os autores (1997, p. 211) contrastam esses resultados positivos com outros que demonstram a falsa ideia de compreensão de frações e acreditam que "[...] estas contradições envolvam a desconexão entre a compreensão das crianças e sua aprendizagem na escola".

Dessa forma, acreditamos que o professor deva introduzir as diferentes noções de frações, levando em consideração os conhecimentos prévios de cada estudante para que este possa estabelecer relações com o conteúdo estudado e com aquilo que já conhece, facilitando assim, sua compreensão. De acordo com os referidos autores,

> Quando os alunos são levados a resolver problemas usando seu conhecimento cotidiano e representações simbólicas, eles podem fazer as conexões adequadas espontaneamente ao longo de um período de tempo de instrução relativamente breve, e podem usar seu conhecimento cotidiano para resolver problemas mais complexos. As abordagens atuais quanto ao estabelecimento de uma conexão entre conhecimento cotidiano e o conhecimento escolar da exploração de frações indicam um ponto de partida diferente para a instrução: em vez de aprender linguagem fracional em conexão com representações estáticas parte-todo, os alunos deveriam ser engajados na resolução de problemas de divisão com quantidades contínuas, nas quais ambas as variáveis são explicitamente representadas, a quantidade a ser distribuída e o número de receptores. Se a representação fracional é introduzida desta forma, espera-se que as crianças venham a perceber a conexão entre seu conhecimento de fora da escola e os símbolos que elas aprendem na escola. (NUNES; BRYANT, 1997, p. 216-217).

Desenvolver um trabalho, por meio do qual os estudantes possam relacionar o conteúdo estudado com as situações vivenciadas contribui para que os mesmos consigam atribuir significado ao que estão estudando, o que favorece a compreensão dos problemas.

4.4 A ÊNFASE NAS DEFINIÇÕES E NAS REGRAS

Outro aspecto importante ao nos referirmos ao estudo de frações vai ao encontro do que Lopes (2008, p. 4) propõe, ao afirmar que perdemos muito tempo nas aulas, dando ênfase a nomenclaturas e a conceitos como, por exemplo, frações aparentes, frações impróprias, antes mesmo dos estudantes realmente compreenderem o que são frações próprias: “Não faz sentido gastar tempo produtivo das aulas de matemática com definições desse tipo. Falar de frações aparentes e até mesmo de frações impróprias, tão logo se está introduzindo as idéias sobre frações é um atentado à intuição dos alunos”.

Em outras palavras, é importante que o estudante possa explorar situações que o coloquem em contato com as frações de modo que ele próprio possa concluir as características dos números fracionários, sem recebê-las prontas. Outra problemática levantada por esse autor é a “prescrição de regras e macetes” no momento da resolução de atividades que envolvam as operações com frações. Verificamos, desse modo, que a ênfase em regras e macetes restringe o processo de aprendizagem, pois leva o estudante a resolver mecanicamente as tarefas sem a devida reflexão do porquê deve se fazer de uma ou de outra maneira.

Situações desse tipo contribuem para que os estudantes cometam erros, pois não favorecem a compreensão do processo de resolução na sua integralidade, apenas permitem que os mesmos decorem uma sequência de cálculos, a qual pode facilmente ser esquecida ou mesmo confundida, visto que não é devidamente apreendida. De acordo com Lopes (2008, p. 20-21),

> O ensino de frações tem sido praticado como se nossos alunos vivessem no final do século XIX, um ensino marcado pelo mecanicismo, pelo exagero na prescrição de regras e macetes, aplicações inúteis, conceitos obsoletos, “carroções”, cálculo pelo cálculo. Esta fixação pelo adestramento empobrece as aulas de matemática, toma o lugar de atividades instigantes e com potencial para introduzir e aprofundar idéias fortes da matemática. (grifo do autor).

A partir dessas considerações, inferimos que as investigações voltadas aos erros cometidos pelos estudantes no conteúdo frações podem se constituir em “fontes de novas aprendizagens” (CURY, 2015), fazendo com que o ensino de frações, nas suas diferentes significações, possa ser repensado e explorado por meio dos erros.

Neste estudo, elaboramos uma proposta para o ensino de frações que leva em consideração os erros cometidos pelos estudantes, servindo de base para elaboração de oficinas com a utilização de recursos informáticos e de materiais manipulativos.

5 AS TECNOLOGIAS DE INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

5.1 A EVOLUÇÃO DAS TICs

A palavra tecnologia, de imediato, faz lembrarmos dos avanços tecnológicos relacionados apenas à informática como, por exemplo, robótica, computadores, celulares, cada vez mais modernos, expansão da internet, aplicativos, entre outros exemplos. No entanto, a tecnologia acompanha o homem desde a sua existência.

> As tecnologias são tão antigas quanto a espécie humana. Na verdade, foi a engenhosidade humana em todos os tempos, que deu origem às mais diferenciadas tecnologias. O uso do raciocício tem garantido ao homem um processo crescente de inovações. Os conhecimentos daí derivados, quando colocados em prática, dão origem a diferentes equipamentos, instrumentos, recursos, produtos, processos, ferramentas, enfim, a tecnologias. (KENSKI, 2012, p. 15).

As tecnologias estão atreladas à evolução da humanidade e abarcam uma significação muito mais ampla do que a relacionada apenas à informática, como afirma Kenski (2012, p. 23): “O conceito de tecnologias engloba a totalidade de coisas que a engenhosidade do cérebro humano conseguiu criar em todas as épocas, suas formas de uso, suas aplicações”.

Pelas considerações da autora, podemos dizer que a definição de tecnologias está relacionada às diferentes invenções do homem ao longo dos tempos, bem como à exploração que fazemos delas.

Outro aspecto importante com relação às tecnologias é apresentado por Lévy (1993), ao expor a importância de três técnicas utilizadas ao longo da história das civilizações para promoção do conhecimento: a oralidade, a escrita e a informática, consideradas como tecnologias intelectuais.

> […] a sucessão da oralidade, da escrita e da informática como modos fundamentais de gestão social do conhecimento não se dá por simples substituição, mas antes por complexificação e deslocamento de centros de gravidade. O saber oral e os gêneros de conhecimento fundados sobre a escrita ainda existem, é claro, e sem dúvida irão continuar existindo sempre. Não se trata aqui, portanto, de profetizar uma catástrofe cultural causada pela informatização, mas sim de utilizar os trabalhos recentes da psicologia cognitiva e da história dos processos de inscrição para analisar precisamente a articulação entre gêneros de conhecimento e tecnologias intelectuais. Isto não nos conduzirá a qualquer versão do *determinismo* tecnológico, mas sim à idéia de que certas técnicas de armazenamento e de processamento das representações tornam possíveis ou condicionam certas evoluções culturais, ao mesmo tempo em que deixam uma grande margem de iniciativa e interpretação para os protagonistas da história. (LÉVY, 1993, p. 10, grifo do autor).

Sob tal perspectiva, verificamos que a informática não substitui, nem tem papel de destaque frente à oralidade e à escrita, uma vez que as três se articulam, cada uma com sua respectiva importância. No entanto, o autor nos leva a refletir que cada uma dessas técnicas permite diferentes formas de comunicação e de armazenamento de informações. Por meio disso, a evolução dessas técnicas condicionam a evolução da humanidade, visto que a maneira do homem se relacionar e aprender foram se transformando à medida que os avanços tecnológicos foram surgindo.

Kenski (2012), ao contextualizar a evolução das TICs, também aborda a importância, ao longo da história, das linguagens oral, escrita e digital na promoção do conhecimento, no que diz respeito às formas de comunicação e de troca de informações.

Segundo a autora, a comunicação pela oralidade primária, a utilizada nas sociedades orais, tinha por característica a proximidade física das pessoas, sendo que o armazenamento das informações se limitava apenas à memorização.

Com o surgimento da escrita, houve avanços significativos nas formas de comunicação e de armazenamento de informações, pois a linguagem falada do comunicador pôde ser substituída pela linguagem escrita. Desse modo, as informações não mais necessitavam ser unicamente memorizadas.

Novos avanços foram sendo alcançados com relação às tecnologias de comunicação e informação quando do surgimento da linguagem digital, pois novas formas de comunicar, informar e aprender foram estabelecidas.

> A linguagem *digital* é simples, baseada em códigos binários, por meio dos quais é possível informar, comunicar, interagir e aprender. É uma linguagem de síntese, que engloba aspectos da oralidade e da escrita em novos contextos. A tecnologia digital rompe com as formas narrativas circulares e repetidas da oralidade e com o encaminhamento contínuo e sequencial da escrita e se apresenta como um fenômeno descontínuo, fragmentado e, ao mesmo tempo, dinâmico, aberto e veloz. Deixa de lado a estrutura serial e hierárquica na articulação dos conhecimentos e se abre para o estabelecimento de novas relações entre conteúdos, espaços, tempos e pessoas diferentes. (KENSKI, 2012, p. 31-32, grifo do autor).

Os avanços proporcionados pela linguagem digital ampliaram as formas de informar e comunicar, fazendo com que novas formas de interação fossem possíveis. Assim sendo, os avanços tecnológicos advindos da linguagem digital provocam uma reestruturação nas formas de comunicação, nas relações entre as pessoas, bem como ao conhecimento. Em se tratando das transformações provocadas pela linguagem digital, destacamos os dois importantes conceitos de Lévy: “ciberespaço” e “cibercultura” (2010, p. 17).

> O ciberespaço (que também chamarei de rede) é o novo meio de comunicação que surge da interconexão mundial dos computadores. O termo especifica não apenas a infraestrutura material da comunicação digital, mas também o universo oceânico de informações que ela abriga, assim como os seres humanos que navegam e alimentam esse processo. Quanto ao neologismo cibercultura, especifica aqui o conjunto de técnicas (materiais e intelectuais), de práticas, de atitudes, de modos de pensamento e de valores que se desenvolvem juntamente com o crescimento do ciberespaço.

Os respectivos conceitos tentam definir uma era marcada pelas constantes evoluções tecnológicas, em que os computadores, o acesso às informações por meio deles e as pessoas estabelecem novas formas de se comunicar, interagir e pensar. Quanto maior a ampliação do ciberespaço, mais envoltos na cibercultura nos encontramos.

Segundo Lévy (1996), uma característica marcante do ciberespaço é o caráter virtual da informação, diferentemente do significado de senso comum atribuído à designação virtual:

> A palavra virtual vem do latim medieval *virtualis*, derivado por sua vez de *virtus*, força, potência. Na filosofia escolástica, é virtual o que existe em potência e não em ato. O virtual tende a atualizar-se, sem ter passado no entanto à concretização efetiva ou formal. A árvore está virtualmente presente na semente. Em termos rigorosamente filosóficos, o virtual não se opõe ao real mas ao atual: virtualidade e atualidade são apenas duas maneiras de ser diferentes. (LÉVY, 1996, p. 15, grifo do autor).

Nesse sentido, podemos compreender que o virtual existe potencialmente e, embora não exista fisicamente, é real. Fazendo analogia ao exemplo da semente citado por Lévy, o computador se equivale à semente, enquanto a árvore se equivale às informações, as quais estão sempre envoltas em um processo de atualização.

Dessa forma, podemos dizer que as tecnologias informáticas, aliadas àquelas que tradicionalmente já existiam como, por exemplo, a oralidade e a escrita, impactam nos processos cognitivos. Lévy (1993, p. 162) destaca que as tecnologias intelectuais “[...] desempenham um papel fundamental nos processos cognitivos […] Estas tecnologias estruturam profundamente nosso uso das faculdades de percepção, de manipulação e de imaginação”. Ou seja, a nossa cognição vai se (re) estruturando à medida que entramos em contato com essas tecnologias.

Não obstante, percebemos que a oralidade e a escrita são técnicas presentes há mais tempo e já se encontram naturalizadas. Já o acesso às tecnologias informáticas, há poucas décadas, restringia-se apenas a uma pequena parcela da sociedade. Todavia, com o passar dos anos, o acesso a essas tecnologias se tornou financeiramente mais acessível, o que possibilitou que mais pessoas pudessem manusear esses equipamentos e também obter e explorar uma gama de informações que, no passado, basicamente eram encontradas apenas na escola, conforme assinala Penteado (1999, p. 297): “As tecnologias informáticas têm possibilitado que um número cada vez maior de pessoas tenha acesso a informações que antes eram essencialmente adquiridas na escola”.

As facilidades advindas dos recursos tecnológicos acabam por reorganizar e transformar a rotina de vida das pessoas. A utilização do celular permite que nos comuniquemos com pessoas fisicamente distantes. Por meio da expansão da internet, podemos fazer compras, agendar atendimentos, solicitar serviços de transportes, conferir informações, sanar dúvidas, entre tantas outras possibilidades. Nesse sentido, Gravina e Basso (2012, p. 12) destacam que “As diferentes tecnologias que temos à nossa disposição mudam nossos ritmos de vida”.

No entanto, em meio aos avanços advindos da tecnologia informática, encontram-se as escolas, os professores, os estudantes e o ensino da Matemática, ainda num contexto escolar bastante tradicional. Observamos, assim, que a grande maioria das escolas ainda não avançou tanto quanto outros setores da sociedade no uso e na exploração das tecnologias, apesar destas se fazerem presente no cotidiano tanto dos estudantes quanto dos professores.

Se a tecnologia informática está presente na rotina de vida das pessoas, é fundamental que esteja presente também na escola. Basta conferirmos a implementação de programas voltados à informática educativa que surgiram nos últimos anos.

Para enriquecermos nosso estudo, na sequência, apresentamos as políticas educacionais de utilização do computador na escola e abordamos as primeiras impressões quando da implementação dos computadores em ambientes educacionais, o papel do professor nesse cenário tecnológico e as possibilidades desencadeadas pela utilização das TICs no contexto educacional.

5.2 POLÍTICAS EDUCACIONAIS DE UTILIZAÇÃO DO COMPUTADOR NA ESCOLA

Borba e Penteado (2010) descrevem, brevemente, a trajetória dos programas governamentais para implementação da informática nas escolas. Segundo eles, o primeiro passo foi dado na década de 80, com a realização do I Seminário Nacional de Informática Educativa, motivado por educadores brasileiros de diferentes estados com o intuito de dialogar, incentivar e promover o uso das tecnologias informáticas nas escolas. Desse encontro, surgiram os projetos EDUCOM (COMputadores na EDUcação), Formar e PRONINFE (Programa Nacional de Informática na Educação). O primeiro projeto tinha por finalidade o desenvolvimento de pesquisas sobre a utilização do computador na educação por meio da criação de “centros pilotos” em universidades brasileiras. As pesquisas desenvolvidas no EDUCOM motivaram a criação do projeto Formar, cujo objetivo era o de capacitar profissionais para o trabalho com a informática educativa para serem disseminadores dessa proposta em suas regiões. O PRONINFE, conforme afirmam Borba e Penteado (2010, p. 20), “[...] deu continuidade às iniciativas anteriores, contribuindo especialmente para a criação de laboratórios e centros para a capacitação de professores”.

O trabalho desenvolvido nesses três projetos serviu de referência à criação do PROINFO (Programa Nacional de Informática na Educação). O Portal do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE - 2016)[6] contextualiza a evolução deste programa ao longo dos anos, retratando os objetivos em suas primeira e segunda versões. De acordo com o Portal do FNDE (2016), o PROINFO foi criado

6 Disponível em: <http://www.fnde.gov.br/programas/proinfo/sobre-o-plano-ou-programa/sobre-o proinfo>. Acesso em: 21 nov. 2016.

pelo Ministério da Educação (MEC) em 1997, por meio da Portaria nº 522, “[...] para promover o uso da tecnologia como ferramenta de enriquecimento pedagógico no ensino público fundamental e médio”. Dez anos depois, o PROINFO foi reestruturado por meio do Decreto nº 6.300 e “[...] passou a ter o objetivo de promover o uso pedagógico das tecnologias de informação e comunicação nas redes públicas de educação básica”.

O Ministério de Educação (2016)[7], por meio de seu site, torna acessível a quaisquer professores informações sobre capacitações e recursos tecnológicos na área da informática educativa através do Programa Nacional de Formação Continuada em Tecnologia Educacional (ProInfo Integrado). Esse programa visa à formação de professores e gestores de escolas públicas, técnicos e outros agentes educacionais que trabalham nos sistemas de ensino, ofertando cursos com diferentes cargas horárias, entre eles: Introdução à Educação Digital (60h), Tecnologias na Educação (60h), Elaboração de Projetos (40h), Redes de aprendizagem (40h) e também oferta conteúdos e recursos multimídia e digitais oferecidos pelo Portal do Professor, pela TV Escola e DVD Escola, pelo Domínio Público e pelo Banco Internacional de Objetos Digitais. Neste último, estão disponíveis diferentes recursos educacionais gratuitos como: áudio, vídeo, animação/simulação, imagem, hipertexto, softwares educacionais. Esses recursos vinculam conteúdos da educação básica à educação superior, divididos por área do conhecimento.

O governo federal, por meio da Lei nº 12.249, de 14 de junho de 2010, também criou o Programa Um Computador por Aluno (PROUCA). De acordo com o Portal do FNDE (2016)[8], este programa tem por finalidade “[...] promover a inclusão digital pedagógica e o desenvolvimento dos processos de ensino e aprendizagem de alunos e professores das escolas públicas brasileiras, mediante a utilização de computadores portáteis denominados de laptops educacionais”. Além disso, durante esse período, também houve investimentos nos laboratórios de informática das escolas, bem como na rede de internet.

Apesar da informática educativa fazer parte de programas e ações do governo, é necessário que seja incluída, de fato, no cotiano escolar por meio de um

---

7 Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/observatorio-da-educacao/271-programas-e-acoes-1921564125/seed-1182001145/13156-proinfo-integrado>. Acesso em: 21 nov. 2016.

8 Disponível em: <http://www.fnde.gov.br/programas/proinfo/eixos-de-atuacao/programa-um-computador-por-aluno-prouca>. Acesso em: 21 nov. 2016.

planejamento integrado entre os sistemas de educação e as escolas. Por mais que as escolas estejam equipadas com computadores e haja cursos de formação de professores nessa área, podemos dizer que a inserção dos computadores na escola é muito mais fácil do que a sua efetiva utilização pedagógica em sala de aula.

5.3 AS PRIMEIRAS IMPRESSÕES SOBRE AS TICs NO CONTEXTO EDUCACIONAL

A proposição de tecnologias informáticas em ambientes educacionais, inicialmente, trouxe à tona questionamentos em perspectivas opostas: a primeira, considerada ruim para o estudante, e a outra, considerada como solução às dificuldades de aprendizagem. Na primeira perspectiva, a tecnologia era vista como um perigo à aprendizagem dos estudantes, pois acreditavam que a mesma poderia acomodar o pensamento do aluno. Nessa concepção, a utilização da tecnologia informática faria dos estudantes sujeitos passivos e submissos às “ordens” das máquinas. Já na segunda perspectiva, a tecnologia informática era considerada a solução para os problemas educacionais (BORBA; PENTEADO, 2010, p. 11).

Fiorentini e Lorenzatto (2012, p. 46) também chamam a atenção sobre o fato de considerar as novas tecnologias como solucionadoras dos problemas educacionais pelos responsáveis pela implementação de políticas educacionais. No entanto, defendem que a inserção da tecnologia informática, no contexto educacional, deve ser analisada numa perspectiva mais ampla, na qual a preocupação não esteja centrada em suas limitações, nem tão pouco vista como uma fórmula solucionadora de problemas educacionais, mas sim, considerada como mais um recurso que pode contribuir para construção do conhecimento.

Borba e Penteado (2010, p. 87) chamam a atenção quanto à forma de olharmos para o computador, ou seja, “[...] a presença do computador na escola seja menos a melhora ou a piora do ensino e mais a expansão de possibilidades de desenvolvimento da cidadania”. Desse modo, compreendemos que a utilização das TICs, nos ambientes educacionais, possibilita o desenvolvimento do estudante em diferentes aspectos, incluindo o direito que possuem ao acesso às tecnologias informáticas, visto que vivemos numa sociedade tecnológica, na qual os avanços se propagam rapidamente. Nesse contexto, nada mais coerente e necessário que a escola oportunizar a todos os estudantes o acesso a esses recursos.

Kenski (2012, p. 90) afirma que, inicialmente, os computadores eram vistos “com desconfiança e como modismo”, sendo utilizados de maneira esporádica, isolada e afastados dos projetos da escola. Apesar disso, percebemos que, ao longo dos anos, as escolas vêm modificando a maneira de olhar para as TICs, porém, ainda em um ritmo bastante lento se comparado com as inúmeras possibilidades que os computadores podem proporcionar. Com isso, perdemos a oportunidade de ampliar as formas de exploração dos conteúdos e de possibilitar um ensino em que o estudante possa ser protagonista do seu processo de aprendizagem.

> Para que as novas tecnologias não sejam vistas como apenas mais um modismo, mas com a relevância e o poder educacional transformador que possuem, é preciso que se reflita sobre o processo de ensino de maneira global. Para isso, é preciso, antes de tudo, que todos estejam conscientes e preparados para a definição de uma nova perspectiva filosófica, que contemple uma visão inovadora de escola, aproveitando-se das amplas possibilidades comunicativas e informativas das novas tecnologias para a concretização de um ensino crítico e transformador de qualidade. (KENSKI, 2012, p. 125-126).

Dessa forma, percebemos que não há como a escola ficar inerte às tecnologias informáticas. Aos poucos, aquilo que era considerado modismo vem se naturalizando como ocorreu com a oralidade e a escrita, pois as tecnologias informáticas estão presentes em nosso cotidiano. A geração de estudantes já concebe a informática como um recurso fundamental desse cotidiano e não como uma nova tecnologia, pois já nasceram em uma época em que as tecnologias informáticas estão inseridas naturalmente em suas vidas.

> Portanto, pode-se inferir que as tecnologias já deixaram de ser modismo e hoje, fazem parte das necessidades básicas do profissional e da vida das pessoas. O que implica em novas atitudes humanas, exigindo um outro perfil do indivíduo no mercado de trabalho e, principalmente, dos profissionais da educação, uma vez que estes, no momento em que passam a trabalhar com ambientes informatizados, podem possibilitar aos educandos um novo ambiente para a construção de conhecimentos. (SCHEFFER, 2015, p. 81).

Nesse cenário, precisamos pensar no ensino de maneira crítica e reflexiva, capaz de oportunizar momentos de aprendizado em que o estudante se sinta empolgado a aprender, distintamente de práticas tradicionais que tinham por base a memorização e a centralidade na pessoa do professor.

Condizente à realidade que estamos inseridos, defendemos a ideia de que a inserção das TICs no ambiente escolar redimensiona as práticas educativas, proporcionando novas possibilidades de aprendizado, baseadas em interação, exploração e dinamicidade.

No entanto, para que o ensino possa ter essas características, é fundamental a reflexão do papel do professor frente à utilização das TICs, visto que, diferentemente dos estudantes que nasceram na era da informática, muitos professores não tiveram contato, em sua formação profissional, com as TICs.

5.4 O PROFESSOR NA EXPLORAÇÃO DAS POTENCIALIDADES DAS TICs

Muito mais do que a escola ter computadores ou outros recursos tecnológicos, é essencial que os professores saibam utilizá-los de forma a aproveitar todo o potencial que possuem. Nessa perspectiva, Abreu e Bairral (2010) destacam que:

> Concordamos que o computador é um poderoso aliado dos professores, porém, não basta ter apenas acesso à ferramenta. É necessário ter um planejamento em toda a rede de ensino e em cada escola para que suas potencialidades possam ser aproveitadas ao máximo e considerando as especificidades de cada estabelecimento de ensino. (ABREU; BAIRRAL, 2010, p. 23).

Sob esse ponto de vista, inferimos que escolas equipadas com computadores não garantem, por si só, práticas educativas transformadoras, haja vista que a exploração dos recursos informáticos, trazidos pelo computador, requer prévio planejamento tanto da escola quanto dos professores.

> É preciso considerar que o computador passará a constituir essa profissão, mobilizando os atores normalmente presentes no seu cenário e trazendo consigo muitos outros atores. O movimento, a velocidade, o ritmo acelerado com que a informática imprime novos arranjos na vida fora da escola caminham para a escola, ajustando e transformando esse cenário e exigindo uma revisão dos sistemas de hierarquias e prioridades tradicionalmente estabelecidos na profissão docente. (PENTEADO, 1999, p. 309-310).

Assim, o avanço da tecnologia nos remete a uma reestruturação na dinâmica das aulas, de forma que os saberes não se concentram, exclusivamente, na figura do professor; ao contrário, podem ser pesquisados, contrastados, compreendidos também por meio da utilização das TICs. Borba e Penteado (2010, p. 49) destacam que “O nosso trabalho, como educadores matemáticos, deve ser o de ver como a matemática se constitui quando novos atores se fazem presentes em sua investigação”.

Compreendemos, então, que a utilização das TICs, no cenário educacional, mobiliza novas possibilidades de descobertas e de aprendizagem relativa aos conteúdos matemáticos.

Com relação à prática pedagógica do professor, Borba e Penteado (2010) apontam que:

> […] ele pode vir a perceber que a escola, sobretudo a sala de aula, não é a fonte exclusiva de informações para os alunos. Atualmente as informações podem ser obtidas nos mais variados lugares. Porém, sabemos que informação não é tudo, é preciso um espaço no qual elas sejam organizadas e discutidas. A escola pode ser esse tal espaço. Um espaço pensado como se fosse uma “mesa” onde alunos e professores se sentam para compartilhar as diferentes informações e experiências vividas, gerar e disseminar novos conhecimentos. O professor pode vir a perceber que cabe a ele compartilhar com seus alunos a responsabilidade pela organização dessa mesa de modo a constituí-la num ambiente de aprendizagem e geração de novos conhecimentos. (BORBA; PENTEADO, 2010, p. 65, grifo do autor).

Nesse contexto, o professor não detém a centralidade das informações; seu papel é de mediador, visto que os estudantes têm acesso a uma contingência de informações que, compartilhadas com os conhecimentos e experiências do professor, podem se transformar em novos conhecimentos. Além disso, a utilização das TICs pode estabelecer novas relações entre professor e aluno.

> A relação professor-aluno pode ser profundamente alterada pelo uso das TICs, em especial se estas forem utilizadas intensamente. Na resolução de um problema, na realização de um projeto, na coleta e análise de dados sobre um determinado assunto, o professor realiza um mergulho junto com os alunos, para poder responder a suas dúvidas e questões. A proximidade com os alunos ajuda-o a compreender suas ideias, olhar o conhecimento de novas perspectivas e aprender também. As TICs proporcionam um novo tipo de interação do professor com os alunos. Possibilitam a criação de novas formas de integração do professor com a organização escolar e com outros professores. (KENSKI, 2012, p. 103).

Nessa perspectiva, as TICs redimensionam a relação entre professor e estudante, tornando-os parceiros na busca pelo conhecimento. Assim como possibilitam ao professor novas formas de aprendizado, podem também ampliar o entendimento de como se dá o raciocínio do estudante, facilitando a descoberta de dificuldades e facilidades dos mesmos, fornecendo, do mesmo modo, ao professor, subsídios para planejar suas aulas.

5.5 AS POSSIBILIDADES DESENCADEADAS COM A UTILIZAÇÃO DAS TICs NO CONTEXTO EDUCACIONAL

O acesso aos recursos da tecnologia informática nos faz refletir sobre as possibilidades de interação entre os sujeitos e as tecnologias, bem como nas reestruturações provocadas por essa nova dinâmica de interação, conforme argumento de Scheffer (2017, p. 30):

> Quando a informática passa a integrar o ambiente escolar em um processo de interação que envolve estudante, professor e tecnologias, ela passa a despertar a sensibilidade dos professores quanto à existência de diferentes opções de representação matemática, o que é fundamental para a ocorrência de construções, análises e estabelecimento de relações. O estudante é levado à análise de modo a refletir sobre seus procedimentos de solução, a ter a oportunidade de usar, testar ou aprender, tanto os conceitos envolvidos na citação do problema, quanto às estratégias de resolução.

A incorporação das tecnologias informáticas, no ambiente educacional, possibilita novas formas de representações matemáticas, as quais podem levar o estudante à reflexão dos conceitos matemáticos e métodos utilizados por ele no processo de resolução de atividades.

Dessa forma, se as tecnologias informáticas forem associadas a outras estratégias de ensino já utilizadas no ambiente escolar, podem se constituir em fontes potenciais à exploração de conceitos matemáticos, já que oportunizam novas formas de aprender.

Nesse sentido, Gravina e Basso (2012, p. 12) assinalam que, a exemplo do uso que fazemos das TICs em nosso dia a dia, a dinâmica utilizada em sala de aula deve “[...] incorporar, cada vez mais, as tecnologias, pois elas também influem nas nossas formas de pensar, de aprender, de produzir”.

Desse modo, as TICs impõem um novo ritmo à educação. Não há como pensar em ensino e aprendizagem distantes dessas tecnologias, pois, como afirmam Nogueira e Andrade (2004, p. 25), “Os recursos tecnológicos atuais, entre eles o computador e a Internet, desencadearam novas formas de ler, escrever, se comunicar e, portanto, de pensar e agir". Depreendemos, assim, que as atenções concentram-se menos nos equipamentos e mais nas possibilidades que estas oferecem para o desenvolvimento cognitivo dos estudantes.

> […] as TICs pressupõem uma nova maneira de gerar e dominar o conhecimento. Com o avanço da ciência e da tecnologia, com pesquisas no campo da inteligência artificial produzindo robôs interativos e pesquisas sobre realidade virtual, torna-se inconcebível que a educação seja tratada de forma tradicional. Sabe-se que o desenvolvimento tecnológico proporciona uma nova dimensão ao processo educacional, dimensão essa que transcende os paradigmas ultrapassados do ensino tradicional, pontuado pela instrução programada, pela transmissão de informações e pelo "treinamento" do pensamento algoritmo e mecânico. Essa nova dimensão prioriza um novo conhecimento, o qual considera o desenvolvimento do pensamento criativo como espaço fundamental da cognição humana. Nesse contexto, o educador matemático assume um papel fundamental, tornando as TICs partes integrantes da realidade do aluno. (MISKULIN; AMORIN; SILVA, 2005, p. 82, grifo do autor).

Diferentemente de práticas antigas, em que a visão de conhecimento concentrava-se na memorização e na valorização apenas do resultado final, o professor que utiliza a tecnologia informática, por entender que a mesma permite ao estudante investigar e explorar situações-problema, valoriza todo o processo de construção do conhecimento e reconhece o estudante como parte do processo e não mero receptor de saberes. Sendo assim, a exploração de conteúdos matemáticos, por meio da utilização das TICs, amplia as possibilidades de aprendizagem. Nesse sentido, Scheffer (2012, p. 31) afirma que: "[…] a incorporação de novos recursos tecnológicos na sala de aula de Matemática resulta na criação de ambientes de aprendizagem que levam o aluno ao desenvolvimento de novos conceitos e à consolidação da aprendizagem".

Quando utilizadas como recurso investigativo, as tecnologias possibilitam a experimentação e assim podem alterar a ordem com que o professor comumente conduz sua aula. Nesse sentido, Borba e Penteado (2010, p. 41) declaram que: "A experimentação se torna algo fundamental, invertendo a ordem de exposição oral da teoria, exemplos e exercícios bastante usuais no ensino tradicional, e permitindo uma nova ordem: investigação e, então, a teorização".

Podemos apreender, então, que a utilização dessa mídia estimula o estudante a pesquisar, a explorar, a descobrir as diferentes relações matemáticas envolvidas nos conteúdos estudados para, após, perceber que a teorização estudada é uma consequência daquilo que ele mesmo já pôde experienciar.

> […] os recursos tecnológicos auxiliam no trabalho exploratório, desenvolvido em sala de aula pelo professor, ampliando e promovendo reflexões quanto a significados matemáticos. O processo de inserção de tecnologias na escola transforma não somente as formas de comunicação no ambiente educacional, mas também as formas de pensar, trabalhar, decidir e atribuir significados. (SCHEFFER et al., 2006, p. 55).

No ambiente escolar, as tecnologias informáticas, além de ampliarem as formas de comunicação, também favorecem, por meio da visualização e da manipulação, a abordagem de conceitos matemáticos, pois permitem ao estudante a interação e a experimentação de diferentes caminhos para compreensão do que é estudado, testando informações prévias, desestabilizando certezas, sanando dúvidas, enfim, consolidando significados e construindo conhecimentos.

Em relação a esse aspecto, Bairral (2009, p. 16) afirma que: "Como estratégias educacionais as TIC integram várias outras e compõem um novo cenário para o processo ensino-aprendizagem". Sendo assim, é importante destacarmos que a utilização de tecnologias informáticas no contexto educacional não anula, nem coloca em campos opostos, outros recursos como o lápis e o papel. Outrossim, as tecnologias informáticas não substituem outras mídias, apenas complementam o trabalho pedagógio proposto.

Diante dessas considerações, acreditamos que a utilização dos recursos de tecnologias informáticas constituem fontes potenciais para aprendizagem de diferentes conteúdos matemáticos, visto que favorecem a exploração, a visualização e a interação, entre outros fatores, o que favorece a superação de práticas tradicionais, nas quais a gestão do conhecimento se dava pela figura do professor que concebia o aluno como mero receptor de informações.

Nesta investigação, utilizamos as tecnologias informáticas aliadas aos materiais manipulativos, pois acreditamos que podem servir de suporte para os estudantes superarem erros cometidos no estudo de frações, identificados por meio de atividades diagnósticas, contribuindo, dessa forma, para compreensão dos conceitos matemáticos.

6 MATERIAIS MANIPULATIVOS

A superação de práticas pedagógicas convencionais de um ensino que se dá pela centralidade da figura do professor e da repetição/memorização dos conteúdos matemáticos passa pela discussão de recursos capazes de promover a investigação, a reflexão, a interação entre professor/aluno/conhecimento matemático, entre outros aspectos importantes que circundam o processo de ensino e aprendizagem.

Um dos recursos que pode contribuir para essa superação é a utilização de materiais manipulativos. De acordo com Smole e Diniz (2016, p. 10), "Entre as maneiras mais comuns de representação de ideias e conceitos em matemática estão os materiais conhecidos como *manipulativos* ou *concretos*". (grifo do autor).[9]

Deduzimos, portanto, que quando os estudantes têm à sua disposição diferentes materiais manipulativos, estes podem auxiliar no seu aprendizado, pois favorecem a interação, proporcionam descobertas e desafios, criando um espaço de aprendizagem que permite o experienciar de forma mais autônoma os conhecimentos.

6.1 O TRABALHO COM MATERIAIS MANIPULÁVEIS: O PLANEJAMENTO

A utilização de materiais manipulativos pode ser um diferencial nas aulas de Matemática, visto que propiciam a participação dos estudantes de maneira mais dinâmica. No entanto, o simples fato de se ofertar aos estudantes diferentes materiais manipulativos, sem prévio planejamento, não agrega valor às aulas nem à exploração dos conceitos matemáticos.

Smole e Diniz (2016, p. 11) comentam que "[...] de nada valem materiais didáticos na sala de aula se eles não estiverem atrelados a objetivos bem claros e se seu uso ficar restrito apenas à manipulação ou ao manuseio que o aluno quiser fazer dele". Assim, fica evidente que a utilização de materiais manipulativos se deve dar de maneira planejada e orientada de forma que o estudante, ao manipular e manusear esses recursos, possa ter condições de estabelecer relações entre esses materiais e os conceitos matemáticos nele envolvidos. Nessa perspectiva, Sarmento

---

[9] Nesta pesquisa, utilizamos o termo material manipulativo, já que os materiais utilizados neste estudo foram materiais palpáveis, por meio dos quais os estudantes puderam manipular.

(2010, p. 3) assevera:

> O uso de material manipulativo requer um planejamento minucioso tendo em vista os objetivos que se deseja alcançar. Um mesmo material pode servir para a realização de diferentes atividades com diferentes níveis de complexidade visando objetivos diferentes em espaços e momentos diversos, por isso é importante conhecer as possibilidades de uso buscando uma adequação aos interesses previstos no planejamento.

Tendo em vista a versatilidade dos materiais manipulativos, já que um mesmo material pode contribuir na exploração de diferentes conceitos matemáticos, nos seus diferentes níveis de abordagem, é fundamental tomarmos conhecimento dos materiais que podem ser úteis e como estes devem ser explorados, a fim de contemplarmos objetivos delineados em um planejamento. Dessa forma, ter clareza do que pretendemos alcançar com as atividades é o primeiro passo para que os materiais manipulativos contribuam, de fato, com a aprendizagem dos estudantes.

A importância da utilização adequada dos materiais manipulativos também é abordada por Rêgo e Rêgo (2006, p. 43):

> […] o material concreto tem fundamental importância pois, a partir de sua utilização adequada, os alunos ampliam sua concepção sobre o que é, como e para que aprender matemática, vencendo os mitos e preconceitos negativos, favorecendo a aprendizagem pela formação de ideias e modelos.

Se bem planejada, a utilização de materiais manipulativos permite que o estudante vivencie, na prática, o que é a Matemática e a sua importância para inúmeras situações, fortalecendo, assim, o seu entendimento sobre a mesma e colaborando para desconstrução de alguns pré-conceitos com relação às dificuldades de aprendizagem matemática.

Outro aspecto importante, tratado por Passos (2006), ao se referir à seleção dos materiais manipulativos, diz respeito ao fato de que, muitas vezes, o professor planeja a utilização desses materiais, levando em consideração o que ele considera importante. Entretanto, isso não quer dizer que os estudantes alcancem as mesmas proporções. Embora os estudantes possam se sentir motivados e interessados com os materiais, podem apresentar dificuldades ao relacionar a experiência que estão vivenciando de maneira concreta com a Matemática, cabendo, nessa situação, a mediação do professor.

De acordo com Nacarato (2005, p. 4), “Um uso inadequado ou pouco exploratório de qualquer material manipulável pouco ou nada contribuirá para a aprendizagem matemática. O problema não está na utilização desses materiais, mas na maneira como utilizá-los". Consequentemente, planejar como se dá a utilização desses materiais em sala de aula para favorecer o entendimento dos estudantes é imprescindível. Ainda nessa perspectiva, Rêgo e Rêgo (2006) destacam a importância de alguns cuidados básicos que o professor precisa ter ao utilizar materiais didáticos:

> a) dar tempo para que os alunos conheçam o material (inicialmente é importante que os alunos o explorem livremente);
> b) incentivar a comunicação e troca de ideias, além de discutir com a turma os diferentes processos, resultados e estratégias envolvidos;
> c) mediar, sempre que necessário, o desenvolvimento das atividades por meio de perguntas ou da indicação de materiais de apoio, solicitando o registro individual ou coletivo das ações realizadas, conclusões e dúvidas;
> d) realizar uma escolha responsável e criteriosa do material;
> e) planejar com antecedência as atividades, procurando conhecer bem os recursos a serem utilizados, para que possam ser explorados de forma eficiente, usando o bom senso para adequá-los às necessidades da turma, estando aberto a sugestões e modificações ao longo do processo, e
> f) sempre que possível, estimular a participação do aluno e de outros professores na confecção do material. (RÊGO; RÊGO, 2006, p. 54).

Cuidados simples como esses são essenciais para o melhor aproveitamento das potencialidades que os materiais manipulativos proporcionam. Ou seja, se a utilização desses materiais levar em consideração esses aspectos, a aprendizagem de conceitos matemáticos pode, de igual maneira, ser favorecida.

6.2 PARA ALÉM DA MATERIALIDADE

Ao tratarmos da temática materiais manipulativos, identificamos a necessidade de superarmos algumas ideias pré-concebidas sobre seus usos como, por exemplo, a suposição de que a utilização desses materiais, por si só, pode resolver os problemas educacionais relacionados à aprendizagem matemática. Nesse sentido, vale considerarmos a posição de Nacarato (2005, p. 5): "[...] não é o simples uso de materiais que possibilitará a elaboração conceitual por parte do aluno, mas a forma como esses materiais são utilizados e os significados que podem ser negociados e construídos a partir deles".

Passos (2006) também argumenta sobre a expectativa positiva que os professores têm de que a materialidade dos objetos pode diminuir as dificuldades de aprendizagem.

> Geralmente a expectativa da utilização de materiais manipuláveis por parte de professores que atuam no ensino fundamental está na esperança de que as dificuldades de ensino possam ser amenizadas pelo suporte da materialidade. Vale lembrar que tivemos forte inflência do movimento Escola Nova, que defendia os chamados “métodos ativos” para o ensino e que, na maioria das vezes, envolvia o uso de materiais concretos para que os alunos pudessem *aprender fazendo.* Embora tenha ocorrido, por parte de muitos professores, uma compreensão restrita desse método, por entenderem que a simples manipulação de objetos levaria à compreensão, estudos mostraram a existência de estreita relação entre a experimentação e a reflexão. (PASSOS, 2006, p.77, grifo do autor).

Pensar que a materialidade dos objetos pode, por conta própria, minimizar as dificuldades de aprendizagem é, sem dúvida, uma visão superficial e limitada do potencial desses recursos. Logo, a manipulação dos objetos possibilita novas experiências aos estudantes, as quais podem levá-los à reflexão. Assim sendo, os materiais constituem uma possibilidade de promover a aprendizagem.

Outro aspecto destacado por Passos (2006, p. 78) diz respeito ao papel dos materiais manipuláveis, “[...] esses materiais devem servir como mediadores para facilitar a relação professor/aluno/conhecimento no momento em que um saber está sendo construído”. Assim sendo, esses materiais modificam a forma de ensinar e de aprender, visto que, a partir da exploração dos mesmos, diferentes relações podem ser estabelecidas entre os sujeitos envolvidos e o conhecimento matemático explorado.

Dessa forma, qualquer objeto com finalidade didático pedagógica pode ser um material manipulável e se tornar um recurso para promover o entendimento de conceitos matemáticos. No entanto, esse entendimento não se dá pelo material didático proposto, mas sim, pelas relações que o estudante estabelece a partir da exploração que realiza com os respectivos materiais, de acordo com o que assevera Passos (2006, p. 81):

> Qualquer material pode servir para apresentar situações nas quais os alunos enfrentam relações entre os objetos que poderão fazê-los refletir, conjecturar, formular soluções, fazer novas perguntas, descobrir estruturas. Entretanto, os conceitos matemáticos que eles devem construir, com a ajuda do professor, não estão em nenhum dos materiais de forma que possam ser abstraídos deles empiricamente. Os conceitos serão formados pela ação interiorizada do aluno, pelo significado que dão às suas ações, às suas formulações que enunciam, às verificações que realizam.

Podemos dizer, então, que a essência não está na materialidade dos objetos, jogos, imagens, mas, fundamentalmente, no pensar matemático, nas relações desenvolvidas e facilitadas pela manipulação e visualização, enfim, no raciocício mental que os materiais são capazes de proporcionar e despertar nos estudantes.

> Os materiais didáticos manipuláveis constituem um importante recurso didático a serviço do professor em sala de aula. Estes materiais podem tornar as aulas de matemática mais dinâmicas e compreensíveis, uma vez que permitem a aproximação da teoria matemática da constatação na prática, por meio da ação manipulativa. (RODRIGUES; GAZIRE, 2012, p. 188).

É, pois, por meio da ação manipulativa e não pela simples materialidade dos objetos, característica instrínseca ligada a eles, que os materiais didáticos manipulativos podem contribuir positivamente à aprendizagem dos estudantes. À vista disso, esses recursos são importantes no processo de ensino e de aprendizagem para além da materialidade, pois favorecem a observação e a verificação, na prática, de diferentes conceitos matemáticos.

6.3 DA AÇÃO MANIPULATIVA À REFLEXÃO

Os materiais manipulativos constituem recursos potenciais que impulsionam e contribuem no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática, como defendem Turrioni e Perez (2006, p. 61):

> O material concreto exerce um papel importante na aprendizagem. Facilita a observação e a análise, desenvolve o raciocínio lógico, crítico e científico, é fundamental para o ensino experencial e é excelente para auxiliar o aluno na construção de seus conhecimentos.

Os materiais manipuláveis desempenham, dessa maneira, uma função importante na aprendizagem dos estudantes, visto que, a partir da visualização, manipulação, exploração, interação aluno/professor/conteúdo, os mesmos podem testar suas hipóteses, criar e recriar novas maneiras de resolver a mesma tarefa, modificando, até mesmo, a estrutura tradicional das aulas de Matemática, conforme corroboram Smole e Diniz (2016, p. 12):

> […] Nas situações de ensino com materiais, a simulação permite que o aluno formule hipóteses, inferências, observe regularidades, ou seja, participe e atue em um processo de investigação que o auxilia a desenvolver noções significativamente, ou seja, de maneira refletida.
> Um fator importante a destacar é que o caráter dinâmico e refletido esperado com o uso do material pelo aluno não vem de uma única vez, mas é construído e modificado no decorrer das atividades de aprendizagem. Além disso, toda a complexa rede comunicativa que se estabelece entre os participantes, alunos e professor, intervém no sentido que os alunos conseguem atribuir à tarefa proposta com um material didático.
> Uma vez que a compreensão matemática pode ser definida como a habilidade para representar uma ideia matemática de múltiplas maneiras e fazer conexões entre as diferentes representações dessa ideia, os materiais são uma das representações que podem auxiliar na construção dessa rede de significados para cada noção matemática.

As atividades matemáticas com materiais auxiliam na compreensão dos conceitos de modo reflexivo, já que permitem que o estudante, durante o processo de resolução, participe ativamente, fazendo observações, comparações, suposições, enfim, realize uma série de constatações ao longo do processo, o que faz com que o conhecimento seja construído aos poucos, num cenário dinâmico entre os participantes do processo: estudantes e professor.

A utilização de materiais manipulativos pode levar ainda à reflexão de ideias e propriedades matemáticas, visto que esses materiais permitem que o estudante faça descobertas, formule e teste suas hipóteses, construa e discuta suas ideias, isto é, pela sua atuação e com a mediação do professor, consiga alcançar o entendimento dos conceitos matemáticos.

Smole e Diniz (2006, p. 14) defendem os materiais manipulativos, afirmando que “[...] como recurso para a aprendizagem, os materiais didáticos manipulativos não são um fim em si mesmos. Eles apoiam a atividade que tem como objetivo levar o aluno a construir uma ideia ou um procedimento pela reflexão”. Dessa forma, fica evidente que o uso de materiais manipulativos promove a reflexão que leva à compreensão, aspecto fundamental para construir conhecimento.

Para promovê-la, as autoras propõem que, de forma aliada aos materiais manipulativos, ocorra a problematização e a elaboração de boas perguntas para que o estudante possa ver sentido entre o material e o conceito matemático em questão. Além disso, propõem que os estudantes realizem registros orais ou escritos de suas aprendizagens, visto que consideram importante que estes expressem o que aprendem e se deem conta daquilo que ainda possuem dificuldade. Em se tratando desse aspecto, Vilas Boas e Barbosa (2011, p. 50) corroboram:

> A materialidade física atribuída aos objetos matemáticos pode, por assim dizer, configurar uma experiência matemática de natureza empírica aos alunos. Seus discursos sobre seus objetos matemáticos passam a possuir referência física, tal como ocorre nas ciências naturais. Podemos, assim, chamar os cenários para investigação que envolvem materiais manipulativos como *ambientes investigativo-experimentais*. (grifo do autor).

De acordo com Vilas Boas e Barbosa (2011), a materialidade imbuída nos diferentes materiais manipulativos em aulas de Matemática proporciona experiências matemáticas, e, com isso, as conclusões dos estudantes podem ser baseadas pelas experiências matemáticas vivenciadas. Em situações de aprendizagem que utilizam materiais manipulativos, os espaços são compreendidos como ambientes investigativo-experimentais, já que nesse cenário investigativo, os estudantes utilizam as características físicas dos materiais para realizarem suas inferências referentes às ideias matemáticas neles existentes. No entanto, os referidos autores (ibid., p. 51) enfatizam que "[...] o uso de materiais manipuláveis deve ser acompanhado de certos padrões de interação para que se constitua um ambiente investigativo-experimental". Ou seja, as deduções e inferências matemáticas não ocorrem pela exclusividade da observação das características físicas dos materiais, mas também, pela condução e discussão orientadas pelo professor.

Por outro lado, Sarmento (2010) aborda dois tipos de experiências desencadeadas pelo manuseio dos materiais manipulativos: a experiência física e as experiências lógicas.

> O manuseio de materiais concretos, por um lado, permite aos alunos experiências físicas à medida que este tem contato direto com os materiais, ora realizando medições, ora descrevendo, ou comparando com outros de mesma natureza. Por outro lado permite-lhe também experiências lógicas por meio das diferentes formas de representação que possibilitam abstrações empíricas e abstrações reflexivas, podendo evoluir para generalizações mais complexas. (SARMENTO, 2010, p. 3).

Pelo exposto, observamos que o manuseio de materiais manipulativos na resolução de atividades matemáticas proporciona diferentes experiências ao estudante, podendo levá-lo, gradativamente, ao aprofundamento das relações matemáticas. Em consequência, as experiências vividas pelos estudantes, quando da utilização dos materiais manipulativos, favorecem a reflexão, levando-os ao entendimento de ideias e conceitos matemáticos estudados.

7 PRESSUPOSTOS METODOLÓGICOS

7.1 TIPO DE PESQUISA

Esta pesquisa surgiu a partir das nossas inquietações, vivenciadas no trabalho docente, acerca de erros cometidos pelos estudantes no estudo das frações. Como forma de tentar auxiliá-los nas dificuldades de aprendizagem relativas a este conceito matemático, nosso intento foi o de analisar o que os erros dos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental podem revelar quanto ao estudo de frações e quais as contribuições das TICs e materiais manipulativos na superação desses erros.

Nesse sentido, concordamos com Minayo (1994, p. 17), ao apontar seu entendimento sobre pesquisa, afirmando que "[...] nada pode ser intelectualmente um problema, se não tiver sido, em primeiro lugar, um problema da vida prática". A necessidade de buscar novas estratégias de ensino frente a antigos problemas (erros no estudo de frações) e análise de suas contribuições no processo de aprendizagem foi, então, o que motivou esta investigação.

Para que a mesma fosse colocada em prática, inserimo-nos no contexto a ser pesquisado, escola, de modo que pudéssemos estar em contato direto com os sujeitos da pesquisa, os estudantes. Tendo em vista essas características, este estudo tem como perspectiva metodológica, o caráter qualitativo. Nesses termos, corroboramos com Alves-Mazzotti (1999, p. 148), ao admitir que "[...] nos estudos qualitativos, a coleta sistemática de dados deve ser precedida por uma imersão do pesquisador no contexto a ser estudado".

Ao se referir às abordagens qualitativas, Garnica (1999, p. 112) destaca que:

> Nas abordagens qualitativas, o termo *pesquisa* ganha novo significado, passando a ser concebido como uma trajetória circular em torno do que se deseja compreender, não se preocupando única e/ou aprioristicamente com princípios, leis e generalizações mas voltando o olhar à qualidade, a elementos que sejam significativos para o observador-investigador. Essa "compreensão", por sua vez, não está ligada estritamente ao racional mas é tida como uma capacidade própria do homem, imerso num contexto que constrói e do qual é parte ativa. O homem compreende porque interroga as coisas com as quais convive. (grifo do autor).

A pesquisa, numa abordagem qualitativa, exige que o pesquisador realize um movimento de idas e vindas em torno da interrogação que almeja compreender.

Nesse percurso, o pesquisador permanece atento às qualidades que se mostram relevantes frente ao que quer investigar.

Nessa perspectiva, Bicudo (2011, p. 14) reconhece que “O qualitativo da pesquisa informa que se está buscando trabalhar com qualidades dos dados à espera de análise”. Assim, nos estudos qualitativos, buscamos compreender o fenômeno investigado por meio da análise das qualidades dos dados obtidos pela investigação. No entanto, dentre as diferentes abordagens qualitativas existentes, esta investigação analisa os dados a partir da visão fenomenológica. Em relação a esse fator, Bicudo (1999, p. 13) define:

> A fenomenologia se mostra apropriada à educação, pois ela não traz consigo a imposição de uma verdade teórica ou ideológica preestabelecida, mas trabalha no real vivido, buscando a compreensão disso que somos e que fazemos – cada um de nós e todos em conjunto.

Sob as lentes da fenomenologia, esta investigação busca encontrar respostas à questão problematizadora que norteia a pesquisa: “O que os erros dos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental podem revelar quanto ao estudo de frações e as contribuições das TICs e materiais manipulativos na superação desses erros?” Os dados desta investigação emergem de registros orais e escritos das experiências vividas pelos estudantes, durante a participação de cada um na resolução de atividades diagnósticas e nas oficinas. Por meio desses dados, buscamos a compreensão do fenômeno investigado “O estudo de frações com materiais manipulativos e TICs na superação de erros”.

Ao nos referirmos a fenômeno, é oportuno colocarmos em destaque a definição de Bicudo (1994, p. 17):

> Fenômeno: é a palavra que diz da fenomenologia. Compreendendo e interpretando seu sentido e significado, o mundo da fenomenologia se mostra. Fenômeno vem da palavra grega *fainomenon* – que deriva do verbo *fainestai* – e significa o que se mostra, o que se manifesta, o que aparece. É o que se manifesta para uma consciência. (grifo do autor).

Numa atitude fenomenológica, as coisas não exitem por si, mas sim, por suas manifestações. Desse modo, podemos dizer que a busca pela compreensão do fenômeno se dá por meio de um olhar cuidadoso, atento e rigoroso de como ele se manifesta para uma consciência. Assim, Bicudo (1994, p. 17) afirma que: “Consciência, na fenomenologia, é intencionalidade, é o estar voltado para [...]

atentivamente". Em outras palavras, a consciência está intrinsicamente ligada à intencionalidade, pois não é de imediato que o fenômeno se mostra ao pesquisador; é desvendado aos poucos. Dessa forma, a essência do fenômeno pesquisado decorre de um trabalho rigoroso em busca de suas características principais, como delimita Bicudo (1994, p. 21):

> […] ao desvendar a essência, a consciência, em um movimento reflexivo, realiza a experiência de percebê-la, abarcando-a para o seu círculo de inclusão ou horizonte de compreensão. É a experiência transcendental, o apropriar-se do desvendado, ou seja, do que a incursão realizada apontou como característico do fenômeno interrogado.

Sob a perspectiva fenomenológica, a busca pela essência do que é pesquisado está atrelada à consciência, a qual realiza o movimento de compreensão do fenômeno posto em evidência a partir das experiências vividas.

Garnica (1999, p. 116-117) destaca que "A essência do que se procura nas manifestações do fenômeno nunca é totalmente apreendida, mas a trajetória da procura possibilita compreensões". Em outras palavras, podemos dizer que a análise das manifestações do fenômeno, percebidas por cada sujeito, possibilita a sua compreensão. Se não na totalidade, na aproximação ao mesmo, uma vez que o fenômeno é percebido de diferentes formas por cada sujeito.

Para tanto, Bicudo (1994) afirma que dois momentos são fundamentais: *epoché*[10] e redução[11]. O primeiro momento pressupõe colocar o fenômeno em evidência, ou seja, o pesquisador necessita manter o foco no que está sendo pesquisado, separando-o dos demais fenômenos que surgem no decorrer da pesquisa. No segundo momento, tendo o pesquisador uma variedade de informações sobre o fenômeno, detém-se apenas à descrição das partes que são primordiais para responder à interrogação, a qual busca encontrar respostas.

Após esses dois momentos, o pensar fenomenológico necessita da imersão do pesquisador nas experiências descritas para compreensão do vivido pelos sujeitos em um dado contexto, pois o sujeito expõe o que faz sentido a ele a partir da realidade e vivência que lhe é peculiar. Dessa forma, Bicudo (1994, p. 21) tenta resumir a trajetória fenomenológica em três momentos: "[...] *epoché*, a redução e a

---

10 De acordo com Bicudo (1994, p. 20) *epoché* é o momento em que se "põe o fenômeno em suspensão, destacando-o dos demais co-presentes ao campo perceptual do pesquisador".

11 Para Bicudo (1994, p. 20), redução é o momento em que se "descreve o visto, seleciona as partes da descrição consideradas essenciais ao fenômeno".

compreensão (interpretação) fenomenológica", os quais, necessariamente, não seguem essa ordem no curso de uma pesquisa fenomenológica.

Destarte, como esta pesquisa visa investigar ao fenômeno "O estudo de frações com materiais manipulativos e TIC's na superação de erros", por meio da identificação de erros cometidos em atividades diagnósticas e da participação em oficinas com tecnologias informáticas e materiais manipulativos, vale considerarmos Damiani et al. (2013, p. 58) ao se referirem a pesquisas com intervenção pedagógica:

> [...] investigações que envolvem o planejamento e a implementação de interferências (mudanças, inovações) – destinadas a produzir avanços, melhorias, nos processos de aprendizagem dos sujeitos que dela participam – e a posterior avaliação dos efeitos dessas interferências.

A intervenção pedagógica, como afirmam os autores, "[...] têm como finalidade contribuir para a solução de problemas práticos". (DAMIANI et al., 2013, p. 58). Em outras palavras, buscamos, a partir de problemas reais, a proposição de ações que podem contribuir para a aprendizagem dos sujeitos envolvidos. Dessa forma, esta pesquisa busca, por meio de uma intervenção com realização de oficinas com tecnologias informáticas e materiais manipulativos, a superação de erros cometidos no estudo de frações, revelados em atividades diagnósticas.

7.2 O AMBIENTE DA PESQUISA

A pesquisa foi realizada em uma escola municipal de Erechim, cidade localizada à região norte do estado do Rio Grande do Sul. A escolha pela escola municipal se deve ao fato da pesquisadora fazer parte do quadro docente da mesma, atuando como professora do Ensino Fundamental I, no turno da tarde e professora de Matemática do Ensino Fundamental II, no turno da manhã.

A escola foi fundada no ano de 2003. Na época em que a pesquisa foi realizada, possuía, aproximadamente, 1.149 estudantes matriculados nos níveis da Educação Infantil, Ensino Fundamental I e Ensino Fundamental II. Desse total, em torno de 368 alunos frequentavam o Ensino Fundamental II (6º ao 9º ano)[12], nível que concentrou uma amostra dos estudantes convidados a fazer parte da pesquisa.

---

12 Dados obtidos na secretaria da Escola Municipal em agosto de 2017.

A escola possui materiais pedagógicos para o ensino da Matemática, tais como materiais de desenho geométrico (esquadros, transferidores, compassos, réguas), em tamanho grande de madeira, para uso dos professores, e em tamanho padrão, para os estudantes, alguns sólidos geométricos em acrílico, material dourado, entre outros jogos didáticos. Esses materiais ficam à disposição dos professores na Biblioteca e no Almoxarifado da escola pelo fato de não haver Laboratório de Ensino de Matemática.

Em contrapartida, a escola conta com um Laboratório de Informática, equipado com 27 computadores, com acesso à internet. Os computadores possuem o sistema operacional Linux, com alguns jogos matemáticos já instalados pelo técnico de informática da escola. O trabalho realizado no Laboratório de Informática é feito pelos professores regentes, conforme o conteúdo estudado e o técnico de informática auxilia, caso haja algum imprevisto ou dúvida quanto ao funcionamento das máquinas ou do sistema operacional. Além do acesso ao Laboratório de Informática, todos os estudantes do Ensino Fundamental têm à disposição um netbook na sala de aula em que estudam.

7.3 OS PARTICIPANTES DA PESQUISA

A pesquisa foi desenvolvida com estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental que participavam de aulas de reforço escolar, no turno inverso ao ensino regular. O reforço escolar, comumente, é ofertado aos estudantes que possuem mais dificuldades na aprendizagem.

No ano de 2017, a escola contava com aulas de reforço escolar em Língua Portuguesa e em Matemática, sendo que o encaminhamento dos estudantes ao reforço escolar é realizado por indicação dos professores que ministram as referidas disciplinas.

Nesse período, a escola possuía quatro turmas de 6º ano, totalizando 108 estudantes, sendo que os estudantes com mais dificuldades de cada turma participavam de aulas de reforço escolar. De cada turma de 6º ano do ensino regular, formou-se, na época, uma turma de reforço escolar, ou seja, quatro turmas de reforço escolar. Esta pesquisa foi desenvolvida em uma dessas quatro turmas que participavam do reforço escolar às quintas-feiras pela manhã, tendo cada aula a duração de 1h30min. A turma era composta por 16 estudantes e foi escolhida devido à nossa disponibilidade de horário livre.

Proporcionar, portanto, oficinas com tecnologias informáticas aos estudantes para o estudo de frações a partir de seus erros e analisar quais as contribuições deste trabalho à aprendizagem dos estudantes numa turma de reforço escolar pode estimular os estudantes que frequentam esse espaço por possuírem mais dificuldades de aprendizagem que os demais.

7.4 DELINEANDO OS PASSOS DA PESQUISA: A COLETA DE DADOS

A pesquisa foi desenvolvida em duas etapas de coleta de dados. A primeira etapa consistiu na aplicação de atividades diagnósticas aos estudantes, a qual contemplou 13 questões, envolvendo o conteúdo frações (APÊNDICE A). Essas questões permitiram um diagnóstico dos conhecimentos relativos a este conceito matemático.

A partir da análise das respostas dos estudantes, obtidas por intermédio de uma entrevista individual, que buscava entender de que forma o estudante havia resolvido questões erradas, os erros foram identificados e se constituíram no ponto de partida para elaboração de atividades com tecnologias informáticas e materiais manipulativos, ofertadas posteriormente aos estudantes em forma de oficinas com vistas à superação dos erros.

A segunda etapa da pesquisa foi realizada no Laboratório de Informática da escola, pois, na sala onde os estudantes frequentavam o reforço escolar, não havia computadores. Os estudantes participaram de cinco oficinas com tecnologias informáticas e materiais manipulativos, nas quais foram desenvolvidas atividades tendo por base as dificuldades reveladas pelos erros cometidos nas atividades diagnósticas. No início de cada oficina, os estudantes recebiam um roteiro de estudo dirigido que contemplava as atividades do encontro. As oficinas foram filmadas para que pudéssemos rever quantas vezes considerássemos necessárias durante a análise. Além disso, após os estudantes explorarem e resolverem as atividades com tecnologias informáticas e materiais manipulativos, no final de cada encontro, resolviam uma questão, em folha impressa, contemplando os erros evidenciados pelas atividades diagnósticas.

A resolução da questão, ao final de cada oficina trabalhada, possibilitou-nos verificar se, após as atividades realizadas com tecnologias informáticas e materiais manipulativos, houve avanços na compreensão do tema frações, contribuindo, progressivamente, à superação dos erros cometidos anteriormente ao trabalho realizado nas oficinas.

Além disso, após o encerramento de cada oficina, os estudantes, individualmente, foram convidados a responder três perguntas de uma entrevista narrativa (APÊNDICE B), a qual teve a finalidade de nos fornecer dados quanto as contribuições das tecnologias informáticas e dos materiais manipulativos na superação dos erros cometidos no estudo de frações. As perguntas da entrevista foram respondidas pelos estudantes a partir das experiências vivenciadas nas oficinas. As entrevistas foram gravadas e as informações, dela decorrentes, transcritas.

7.5 ORGANIZAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Quanto à obtenção dos dados, numa perspectiva fenomenológica, Fini (1994, p. 28) destaca que:

> A obtenção dos dados da experiência se dá através das descrições dos sujeitos que a vivenciam. Na pesquisa fenomenológica, os dados não são descobertos ou não existem a priori, mas se constituem na experiência do sujeito que os vivencia. Buscam-se os significados dos eventos vividos pelos sujeitos da pesquisa, obtidos através de expressões claras sobre as percepções que o sujeito tem daquilo que está sendo investigado e que são expressões descritas para o pesquisador, pelo próprio sujeito que as percebe.

Assim, na fenomenologia, a descrição do que é vivido pelos sujeitos vai além de uma forma de registro. Palavras, expressões e frases são destacadas para se constituírem em respostas ao que está sendo pesquisado. Dessa maneira, a descrição, na perspectiva fenomenológica, revela o significado que determinado evento vivido tem para os sujeitos, neste caso, os estudantes, a partir de suas percepções do fenômeno pesquisado. Nesses termos, confirmamos o pensamento de Bicudo (1999, p. 47) em relação à fenomenologia: "Busca o sentido do que se apresenta a cada aluno, professor e demais presentes a essa comunidade".

Os dados coletados na primeira etapa da pesquisa, por meio das entrevistas referentes às questões erradas das atividades diagnósticas, e na segunda etapa da pesquisa, por meio das informações obtidas pelas filmagens das oficinas, da resolução de um problema matemático em cada oficina e das respostas obtidas pelas entrevistas narrativas, após participação de cada estudante nos encontros, foram organizados com a rigorosidade que a vertente fenomenológica pressupõe de modo a permitir a compreensão da essência do fenômeno pesquisado.

A organização dos dados, ao levar em consideração a vertente fenomenológica, foi realizada a partir de dois grandes e importantes momentos: o da análise ideográfica e o da análise nomotética, ambos precedidos de uma leitura atenta de todas as descrições para pudéssemos encontrar o que fundamenta as características estruturantes do fenômeno vivido (MACHADO, 1994).

Como mencionamos, no primeiro momento, realizamos a análise ideográfica, que, conforme Garnica (1999, p. 119), assim se caracteriza:

> Na análise ideográfica (assim chamada porque busca tornar visível a ideologia presente na descrição ingênua dos sujeitos, podendo para isso lançar mão de ideogramas ou símbolos expressando idéias), o pesquisador procura por unidades de significado, o que faz após várias leituras de cada uma das descrições. As leituras prévias fazem parte de uma primeira aproximação do pesquisador em relação ao fenômeno, numa atitude de familiarização com o que a descrição coloca. As unidades de significado, por sua vez, são recortes considerados significativos pelo pesquisador, dentre os vários pontos aos quais a descrição pode levá-lo. Para que as unidades significativas possam ser recortadas, o pesquisador lê os depoimentos à luz da sua interrogação, por meio da qual pretende ver o fenômeno que é olhado de uma dentre as várias perspectivas possíveis.

Na análise ideográfica, realizamos a leitura e a análise das descrições obtidas pelos instrumentos de coleta de dados. Nessa análise, consideramos o que os estudantes apontaram acerca do processo de resolução das questões erradas, a fim de identificarmos os erros cometidos e, assim, termos subsídios para elaboração das oficinas. Num segundo momento, essa mesma análise foi feita por meio das entrevistas narrativas, realizadas com os estudantes, após a participação de cada um nas oficinas, de forma a obtermos as contribuições das tecnologias informáticas e materiais manipulativos na superação dos erros revelados pelas atividades diagnósticas no estudo de frações.

As unidades de significados que emergiram de ambas as análises ideográficas foram extraídas das descrições por meio de reduções fenomenológicas. Bicudo (1999, p. 22) afirma que “Pela *redução,* os atos da consciência expoẽm-se, ou seja, toma-se ciência deles de modo que, pela reflexão, seu componente, são explicitadas as raízes cognitivas das próprias afirmações”. (grifo do autor).

Após delimitadas as unidades de significado, recortadas a partir da interrogação desta pesquisa, as mesmas foram, conforme Garnica (1999, p. 120), “[...] transcritas para a linguagem do pesquisador, num discurso mais próprio da área na qual a pesquisa se insere”.

As unidades de significados de cada análise ideográfica, os trechos transcritos e as respectivas interpretações foram organizadas em quadros. Na sequência, elaboramos, para cada análise ideográfica, uma matriz das unidades de significados, a qual nos permite uma visão geral de todas as unidades de significados, reveladas pela respectiva análise ideográfica.

As unidades de significados de cada análise ideográfica evidenciam a forma individual de cada estudante perceber o fenômeno. Após a elaboração de ambas as matrizes de unidades de significados, realizamos novas reduções, momento em que ocorreu a passagem do individual para o geral. Ou seja, com base nas unidades de significado e nas respectivas interpretações dessas unidades a partir do nosso olhar, realizamos novas reduções de forma a agrupá-las em categorias. Esse processo em que ocorrem novas reduções, das unidades de significado para categorias, é chamado de análise nomotética que, de acordo com Garnica (1999, p. 120),

> É a partir desses agrupamentos que o pesquisador passa à sua segunda fase de análise, a *nomotética,* quando a investigação dos individuais, feita pelo estudo e seleção das unidades de significado e posterior formação de categorias abertas, é ultrapassada pela esfera do geral. (grifo do autor).

Nessa etapa, analisamos convergências e divergências obtidas através das unidades de significado, em conformidade com os pressupostos da análise nomotética que, consoante Machado (1994, p. 42),

> [...] O pesquisador busca, então, determinar quais aspectos das estruturas individuais manifestam uma verdade geral, podendo ser tomadas como afirmações verdadeiras e quais não o podem. As convergências passam a caracterizar a estrutura geral do fenômeno. As divergências indicam percepções individuais resultantes de modos pessoais de reagir mediante agentes externos.

Por meio das convergências obtidas em cada uma das análises nomotéticas, foi possível encontrarmos o que é comum à grande maioria dos sujeitos investigados e com isso compreender, num primeiro momento, o que os erros dos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental podem revelar quanto ao estudo de frações. Já num segundo momento de análise, as contribuições das TICs e materiais manipulativos na superação desses erros.

8 ANÁLISE DOS ERROS COMETIDOS NAS ATIVIDADES DIAGNÓSTICAS APÓS CORREÇÃO E ENTREVISTA COM OS ESTUDANTES

Os erros, nesta pesquisa, são considerados elementos importantes para conhecermos um pouco mais sobre a aprendizagem dos estudantes. Neste capítulo, discutimos, especialmente, os erros cometidos ao tratar de conceitos de frações, a partir da aplicação e correção de atividades diagnósticas, propostas a estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental. As atividades diagnósticas contemplaram 13 questões e foram realizadas por 16 estudantes, em situação de reforço escolar, numa turma do 6º ano do Ensino Fundamental, no ano de 2017. As atividades foram aplicadas pela professora de Matemática da turma no turno de aula normal.

Inicialmente, a correção das atividades se deu pela maneira usual, ou seja, de forma escrita, o que contribuiu para termos uma visão geral da situação dos estudantes em relação ao conteúdo frações, abordado nas atividades. A correção permitiu a classificação das respostas em duas categorias: Acertos e Não Acertos. A categoria dos Acertos corresponde às respostas corretas, e a categoria dos Não Acertos envolve as respostas erradas, incompletas, ou ainda deixadas em branco.

Apesar do fato de os estudantes já terem estudado os conceitos envolvidos nas atividades diagnósticas, tanto no ensino regular quanto nas sessões de reforço escolar, ofertadas no turno inverso, ao longo do ano letivo, foi possível observarmos que ainda há muitos estudantes com dificuldades na compreensão desses conceitos, visto que, a partir da correção das atividades diagnósticas, identificamos um número considerável de questões com um percentual igual ou superior a 50% de Não Acertos nas questões. A saber: Q1.b (75%), Q3.b (50%), Q5.a (94%), Q5.c (87,5%), Q7 (50%), Q8 (62,5%), Q9 (100%), Q10 (62,5%), Q11.b (50%), Q11.c (69%), Q11.d (50%), Q12 (50%) e Q13 (75%).

No quadro 3, apresentamos um resumo da classificação de Acertos e Não Acertos de todas as questões das atividades diagnósticas, seguindo esta legenda:

a) letra Q: questão, seguida de número e letra;
b) letra E: estudantes, letra seguida de um número;
c) letra A: acertos;
d) letra E: erros;
e) letra B: questões deixadas em branco;
f) letra I: questões respondidas de forma incompleta.

Quadro 3 – Quadro resumo da classificação de Acertos e Não Acertos das atividades diagnósticas

		Q1a		Q1b		Q2		Q3a		Q3b		Q4		Q5a		Q5b		Q5c		Q5d		Q6		Q7		Q8		Q9		Q10		Q11a		Q11b		Q11c		Q11d		Q12		Q13	
		A	E	A	E	A	E	A	E	A	E	A	E	A	E	A	E	A	E	A	E	A	E	A	E	A	E	A	E	A	E	A	E	A	E	A	E	A	E	A	E	A	E
1	E_1	X			X	X		X		X		X			X	X			X	X		X		X			X		X	X		X			X		X	X		X		X	
2	E_2	X			X	X		X			X	X			B		B		B		B		X	X		X			X		B	X		X			X	X			X		X
3	E_3	X			X		X		I		X	X			X	X			X	X		X			X		I		X		X	X			X		X		X	X			X
4	E_4		X		X		X	X			X		X		X	X			X	X			X		X		X		X		X	X		X		X		X			X		X
5	E_5	X		X		X		X		X			X		X	X			X	X		X			X		X		X	X		X			X		X	X		X		X	
6	E_6	X			X		B		X		X		X		B		B		B		B	X			X		X		X		X		X		X		X		X		X		X
7	E_7	X			X	X		X			X		X		X	X		X		X		X		X			X		X	X		X		X			B		X		X		X
8	E_8	X			X	X		X		X			X	X		X		X		X		X			X	X			X		X		B		B		B		B		X		X
9	E_9	X		X		X		X		X		X			X	X			X	X		X		X			X		X		X		X	X		X			X	X			X
10	E_{10}	X			X	X		X		X		X			X	X			X	X		X			X	X			X		X		X		B		X		B		X		X
11	E_{11}	X			X		X	X		X		X			X	X			X	X		X		X			X		X		X	X		X			X	X		X			X
12	E_{12}	X			X	X		X		X			X		X	X			X	X			X	X		X			X	X		X		X		X		X		X		X	
13	E_{13}	X			B		X	X		X		X			X	X			X	X		X		X			B		X		B		B		B		B		B		B		B
14	E_{14}	X		X		X		X			X	X			X	X			X	X		X		X		X			X	X		X		X		X			X	X			X
15	E_{15}	X			X		X		I		X	X			X	X			X	X			X		X	X			X		B		X		X		X	X			X		X
16	E_{16}	X		X			X		X		X	X			X	X			X	X		X			X		X		B	X		X		X		X		X		X		X	
	Total acertos	15		4		9		12		8		10		1		14		2		14		12		8		6		-		6		10		8		5		8		8		4	
	Total erros	1		11		6		2		8		6		13		-		12		0		4		8		8		15		7		4		5		8		5		7		11	
	Total: B	-		1		1		-		-		-		2		2		2		2		-		-		1		1		3		2		3		3		3		1		1	
	Total: I	-		-		-		2		-		-		-		-		-		-		-		-		1		-		-		-		-		-		-		-		-	
	% Acertos	94%		25%		56%		75%		50%		62,5		6%		87,5		12,5		87,5		75%		50%		37,5		0%		37,5		62,5		50%		31%		50%		50%		25%	
	% Não Acertos	6%		75%		44%		25%		50%		37,5		94%		12,5		87,5		12,5		25%		50%		62,5		100		62,5		37,5		50%		69%		50%		50%		75%	

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

Embora a correção das atividades diagnósticas tenha trazido elementos importantes sobre as dificuldades relativas aos conteúdos de frações, e assim, favorecido um olhar mais geral sobre a aprendizagem na turma de reforço escolar, a mesma não foi suficiente para identificar, de maneira mais aprofundada, os motivos que levaram ao erro.

Sendo assim, após a correção inicial, cada um dos 16 estudantes foi convidado a conversar sobre as questões erradas em uma entrevista gravada. Essas conversas revelaram elementos importantes a respeito de como os estudantes pensaram para resolver as questões erradas e trouxeram subsídios para nos auxiliar a identificar os caminhos seguidos pelos estudantes na resolução.

Tendo a fenomenologia como diretriz para analisar os dados coletados nas entrevistas, realizamos, como já mencionamos, uma análise ideográfica, com a meta de realizar uma análise individual das falas dos estudantes em busca do que os erros podem revelar quanto ao estudo de frações.

Após a correção das atividades diagnósticas e várias leituras das transcrições das entrevistas, iniciamos a análise para identificarmos os erros cometidos pelos estudantes em relação às questões com 50% ou mais de Não Acertos. O critério de escolha destas questões para análise se deve ao fato da quantidade expressiva de atividades diagnósticas. Dessa forma, selecionamos apenas as questões com este percentual de Não Acertos. Salientamos que, embora as questões selecionadas para análise tenham levado em conta o percentual de 50% ou mais de Não Acertos (questões erradas, incompletas ou em branco), a análise se concentra, principalmente, nas respostas erradas dessas questões.

Nesse sentido, com o intuito de identificar os erros cometidos pelos estudantes no estudo de frações, elaboramos um quadro com as unidades de significados para cada questão selecionada, configurando um total de cinco colunas, assim descritas:

a) primeira coluna: unidades de significados;
b) segunda coluna: frequência do erro que originou a unidade de significado, ou seja, a representação do número de vezes que os alunos repetiram este erro na questão, após termos realizado a correção das atividades diagnósticas e a entrevista com os estudantes;
c) terceira coluna: recorte dos dados, contemplando a questão da pesquisa, em que são apresentados apenas alguns dos estudantes que

cometeram o erro evidenciado na unidade de significado correspondente; esses estudantes são identificados pela letra E maiúscula, seguida de um número natural;

d) quarta coluna: “Situação Contextualizada”, apresenta partes da fala entre a pesquisadora e o estudante identificado na coluna anterior;

e) quinta coluna: encontra-se a “Interpretação da pesquisadora”, por meio da qual temos a finalidade de comentar o trecho exposto na quarta coluna mantendo a ideia original da fala dos sujeitos da pesquisa.

Salientamos que na quarta coluna, antes de cada descrição das falas, apresenta-se escrita ou escaneada a resposta considerada errada, após a frase, em negrito, “Registro de resposta”, cujo intuito é o de facilitar a leitura e entendimento das falas subsequentes.

Destacamos ainda que os quadros 4, 8, 9 e 13 que se referem respectivamente às questões 1b, 8, 9 e 12 possuem na coluna “Frequência do erro” quantidades diferentes de erros quando comparado com os dados do quadro 3, o qual traz a tabulação dos erros de todas as questões. Isso se deve ao fato de que no momento das entrevistas alguns estudantes não souberam expressar a forma como resolveram as questões citadas acima. Por este motivo, não registramos os erros destes estudantes nos quadros das respectivas questões analisadas.

Na sequência, apresentamos os quadros das unidades de significado de cada questão selecionada.

Quadro 4 - Análise ideográfica da atividade diagnóstica 1.b

Questão 1.a: Quantas notas de R$ 2,00 preciso para completar R$ 10,00? Resposta esperada na solução do problema: 5 notas

b: Dessa forma, uma nota de R$ 2,00 corresponde a que fração dos R$ 10,00? Resposta esperada na solução do problema: $\frac{1}{5}$

Observação: As informações seguintes expressam os erros referentes a letra “b” dessa questão, visto que somente esta letra apresentou um percentual igual ou superior a 50% de Não Acertos.

Unidade de significado	**Frequência do erro**	**Estudante**	**Situação contextualizada**	**Interpretação da pesquisadora**
Relação quantidade de notas e valor	7	E_{11}	**Registro de resposta:** $\frac{5}{10}$ P: Por que você colocou $\frac{5}{10}$? E_{11} : É porque eu pensei que era, que pedia...quantas notas...que teria que colocar o … o .. quantas notas. Precisava de cinco, daí o resultado teria que colocar como fosse dez.	O estudante comenta que a resposta $\frac{5}{10}$ foi pensada dessa forma, pois acreditava que a questão pedia a quantidade de notas de dois reais que se faziam necessárias para completar os dez reais.
		E_{12}	**Registro de resposta:** $\frac{5}{10}$ P: Por que você colocou $\frac{5}{10}$? E_{12} : Porque...dois vezes cinco dá dez, daí eu botei o dez embaixo.	O estudante escreveu $\frac{5}{10}$, pois pensou na multiplicação: 5 notas x 2 reais = 10 reais.
		E_3	**Registro de resposta:** $\frac{2}{5}$ P: Por que você acha que é $\frac{2}{5}$? E_3 : Ah, porque cinco nós precisamos pra fazer dez e das notas é dois.	Estudante relaciona que são necessárias cinco notas de dois reais para formar dez reais, motivo que o leva a escrever cinco no denominador, e dois no numerador, pois a questão pede para representar uma nota de dois reais.
Diferenciação de numerador e denominador	2	E_7	**Registro de resposta:** $\frac{10}{2}$ P: Por que você pensou em $\frac{10}{2}$? E_7 : Vamos supor profe. Eu pensei, vamos supor uma pizza. Eu entendi que tipo assim, vamos supor, uma pizza tinha dez pedaços e eu comi dois. P: Hum. E_7 **:** E daí, desses dois eu precisava pra juntar esses dez. E eu raciocinei assim.	O estudante faz analogia a uma pizza, a qual teria dez pedaços e foram comidos dois. No entanto, não diferencia as funções do numerador e do denominador de uma fração.

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

Quadro 5 - Análise ideográfica da atividade diagnóstica 3.b

Questão 3 - Na bandeja há beijinhos e brigadeiros.

a) Quantos docinhos há na bandeja? Quantos são beijinhos e quantos são brigadeiros?
Resposta esperada na solução do problema: Há na bandeja 55 docinhos. 25 são beijinhos e 30 são brigadeiros.
b) Em relação ao número de docinhos, escreva uma fração para representar o número de: beijinhos:____ brigadeiros:____
Resposta esperada na solução do problema: beijinhos: $\frac{25}{55}$ e brigadeiros: $\frac{30}{55}$
Observação: As informações expressam os erros referentes à letra "b" dessa questão, visto que somente esta letra apresentou um percentual igual ou superior a 50% de Não Acertos.

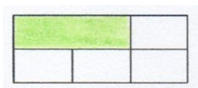
Unidade de significado	**Frequência do erro**	**Estudante**	**Situação contextualizada**	**Interpretação da pesquisadora**
Significado do denominador e sua relação com o todo	7	E_2	**Registro de resposta:** respectivamente, $\frac{25}{5}$; $\frac{30}{3}$ P: Tá e esse 25 aqui representa a quantidade do quê? E_2 : De beijinho. [...] P: E por que você colocou esse 5 ali? Por que você escreveu $\frac{25}{5}$? E_2 : (Pausa) P: De onde você tirou esse 5 aqui? Você pensou no que quando escreveu esse 5? E_2 : (Pausa). Não sei!	Embora o estudante tenha escrito os numeradores das frações corretamente, não soube explicar o porquê escreveu os denominadores 5 e 3, ou seja, não reconhece o denominador e sua relação com o todo.
		E_3	**Registro de resposta:** respectivamente, $\frac{25}{30}$; $\frac{30}{30}$ P: Por que é que você escreveu $\frac{25}{30}$? E_3 : Ah, por causa dos beijinhos. [...] P: Os beijinhos é 25, né? E esse 30 (aponto para o denominador) corresponde a que? E_3 : Ah, de brigadeiros.	Estudante escreve no denominador, para ambos os casos, a quantidade de brigadeiros, ao invés do total de docinhos, o que indica que não reconhece o denominador e sua relação com o todo.
Representação em fração do inteiro de cada quantidade descontínua	1	E_{14}	**Registro de resposta:** respectivamente, $\frac{25}{25}$; $\frac{30}{30}$ P: [...] Você fez $\frac{25}{25}$, né? E_{14} : Ha...ha. P: Por que você pensou nisso? E_{14} : Eu pensei que era, tipo pra conta tudo pra ver quanto dava o inteiro. [...] P: E aqui também você colocou $\frac{30}{30}$. Por que você pensou $\frac{30}{30}$ pra representar brigadeiros? E_{14} : Eu contei tipo, só eles e aí ia fazer trinta... tipo...$\frac{15}{30}$. Só que daí eu fiz assim.	O estudante justifica a fração $\frac{25}{25}$ como sendo o inteiro do número de beijinhos e não o número de beijinhos em relação ao total de docinhos. Da mesma forma, justifica a fração $\frac{30}{30}$, pensando no inteiro apenas do número de brigadeiros. O estudante não relacionou o total de docinhos com a noção de inteiro dos docinhos.

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

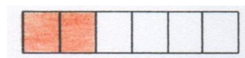
Quadro 6 - Análise ideográfica da atividade diagnóstica 5.a e 5.c

5 – Escreva a fração correspondente à parte pintada:

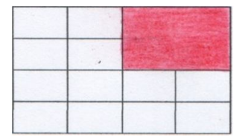
a)



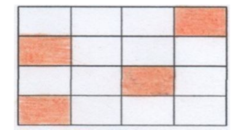
b)



c)



d)



Respostas esperadas*:* a) $\frac{2}{6}$; b) $\frac{2}{6}$; c)$\frac{4}{16}$; d)$\frac{4}{16}$

Observação: As informações seguintes expressam os erros referentes as letras “a” e “c” dessa questão, visto que as mesmas apresentaram um percentual igual ou superior a 50% de Não Acertos.

Unidade de significado	**Frequência do erro**	**Estudante**	**Situação contextualizada**	**Interpretação da pesquisadora**
Região pintada e relação com o todo	13 (letra a) 12 (letra c)	E_1	**Registro de resposta:** $\frac{1}{5}$ P: […] Por que você me disse que a parte pintada de verde corresponde a $\frac{1}{5}$? Como é que você pensou? E_1 : Ah...é que eu pensei...como não tinha a divisão daí eu pensei que só fosse uma parte. Mas seria dois porque a fração tem as partes iguais.	A ausência da linha divisória na representação da região pintada de verde levou o estudante a considerar a região como uma única parte em relação ao todo, mas após ser questionada se deu conta disso observando as divisões da figura.
		E_3	**Registro de resposta:** $\frac{1}{13}$ P: E por que nessa terceira figura você representou essa parte vermelha como sendo $\frac{1}{13}$? E_3 : Porque eu pensei que era um só.	Considera a região pintada de vermelho valendo uma parte em relação ao todo, não visualizou que a parte pintada correspondia a quatro partes em relação ao todo dividido.

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

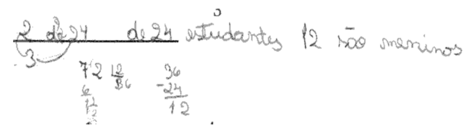
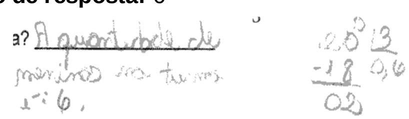
Quadro 7 - Análise ideográfica da atividade diagnóstica 7

7 – Quinze minutos representam que fração de uma hora? Resposta esperada na solução do problema: $\frac{15}{60}$ ou $\frac{1}{4}$				
Unidade de significado	**Frequência do erro**	**Estudante**	**Situação contextualizada**	**Interpretação da pesquisadora**
Relação de minutos e hora	2	E_3	**Registro de resposta:** $\frac{15}{1}$ P: Quinze minutos representam que fração de uma hora? E_3 : Eu pensei em 15 minutos e depois em 60 minutos. P: Então, 15 min e 60 minutos equivalem a que? E_3 : A uma hora.	Embora o estudante tenha representado o numerador corretamente (15), no denominador ao invés de 60 min, escreve o número 1 que representa uma hora. Faltou escrever na mesma unidade (minutos) o numerador e o denominador, embora na entrevista tenha falado 60 min.
Reconhecimento de minutos em uma hora	1	E_5	**Registro de resposta:** $\frac{15}{59}$ P: Você escreveu $\frac{15}{59}$. Por que você escreveu essa fração? E_5 : É que quando tá na hora a gente só vê o 59. P: Hum E_5 : Daí eu disse isso pro meu pai, e meu pai disse: não, era 60.	Embora tenha representado o numerador de forma correta (15 min), no denominador escreveu 59 min pois diz que só visualiza até 59 minutos e que quando completa os 60 min muda a hora.
Inversão de posição do numerador e do denominador	3	E_8	**Registro de resposta:** $\frac{60}{15}$ P: [...] Por que você representou $\frac{60}{15}$? E_8 : (Pausa) Uma hora é 60 minutos.	Estudante tem presente que uma hora equivale a 60 minutos, mas não relaciona corretamente numerador e denominador com as partes da fração.
Relacão de minutos com 24 horas de um dia inteiro	1	E_{10}	**Registro de resposta:** $\frac{15}{24}$ P: Quinze minutos representam que fração de uma hora? Você escreveu $\frac{15}{24}$. E_{10} **:** É, porque um dia tem 24 horas, daí eu tipo, não sabia representar muito bem.	Estudante relaciona minutos com a quantidade de horas de um dia inteiro, não relaciona 1 hora com 60 minutos.
Subtração de minutos de uma hora na representação do numerador	1	E_{16}	**Registro de resposta:** $\frac{45}{60}$ P: Quinze minutos representam que fração de uma hora? Como é que você pensou pra fazer esse exercício. E_{16} : Sessenta minutos equivale a uma hora, certo? P: Tá! E_{16} : Daí só quis diminui 15 minutos.	Estudante representou os minutos através do cálculo de subtração (60min-15min) como numerador e utilizou uma hora inteira como denominador.

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

Quadro 8 - Análise ideográfica da atividade diagnóstica 8

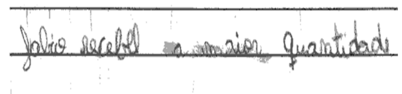
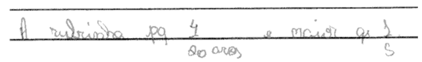
8 – Em uma turma de 6º ano havia 24 estudantes. Desses, $\frac{2}{3}$ eram meninas. Qual é a quantidade de meninas na turma?
Resposta esperada na solução do problema: 16 meninas

Unidade de significado	Frequência do erro	Estudante	Situação contextualizada	Interpretação da pesquisadora
Realização de cálculos de maneira mecânica sem reflexão do significado da fração	7	E_1	**Registro de resposta:** 12  P: […] E você escreveu que eram 12 meninos. E_1 : Meninas, é que ficou meio mal. P: Pra achar o 72 o que você fez? E_1 : 24 multiplica por 3 e divide por 2. P: Então você fez 24 vezes 3 e daí o resultado que deu você dividiu por 2? E_1 : Ha...ha (Afirma que sim). Que seria essa conta aqui (Mostra o cálculo de divisão). Depois o resultado que deu eu diminuí 24 que deu 12, que é menos o resultado da turma.	Observa-se que o estudante, na primeira parte do cálculo, ao invés de dividir o 24 por 3 e depois multiplicar por 2, realiza as operações contrárias, multiplicando por 3 e depois dividindo por 2. Na sequência, com o resultado obtido deste cálculo equivocado subtrai a quantidade de estudantes da turma, obtendo como resposta o valor 12. Observa-se que não relaciona partes do inteiro tomadas do todo dividido.
		E_9	**Registro de resposta:** 6  P: Por que você utilizou esse vinte? E_9 : Não dá para dividir 2 por 3, daí eu coloquei o zero, daí eu coloquei a vírgula e aumentei um zero.[...] P: Você achou que esse 0,6... E_9 : ...fosse o número de meninas. P: Ah, mas e por que que aqui deu 0,6 e aqui você colocou só 6? E_9 : Pra mim é a mesma coisa.	Estudante dividiu 2 por 3 e obteve 0,6. Como resposta ao número de meninas que estava sendo solicitado na questão, escreveu 6 pois considera 0,6 e 6 a mesma coisa.

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

Quadro 9 - Análise ideográfica da atividade diagnóstica 9

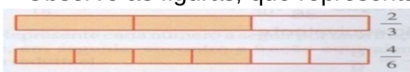
9 – De R$ 100,00 que possuía, Fábio deu $\frac{1}{5}$ ao irmão e $\frac{4}{20}$ à sobrinha. Compare as quantias do irmão e da sobrinha de Fábio e anote quem ganhou a quantia maior.
Resposta esperada na solução do problema*:* Ambos ganharam a mesma quantidade de dinheiro: R$ 20,00.

Unidade de significado	**Frequência do erro**	**Estudante**	**Situação contextualizada**	**Interpretação da pesquisadora**
Relação entre partes e todo quando o denominador varia.	3	E_1	**Registro de resposta:** Foi Fábio  P: Você escreveu que Fábio recebeu a maior quantidade? E_1 : Daí eu fiz...como tinha...como essa daqui de 20 só usou 4 e os quadrinhos são pequenos, e essa daqui de 5 e só usou 1 e os quadrados são grandes, daí pensava que essa daqui são maior (se referiu a fração $\frac{1}{5}$)	Estudante tentou representar as frações apresentadas no problema, com o tamanho de quadrinhos de uma figura geométrica, sem relacionar com o dinheiro (100 reais) e deduz que a maior fração é $\frac{1}{5}$. Observa-se que não relacionou as frações com a quantidade descontínua que era R$ 100,00.
Comparação de frações a partir do valor dos números que a compõem e não pela equivalência	10	E_3	**Registro de resposta:**  Foi a sobrinha P: Por que você acha que foi a sobrinha que ganhou mais? E_1 : Porque $\frac{4}{20}$ é maior que $\frac{1}{5}$.	Considera $\frac{4}{20}$ maior que $\frac{1}{5}$ porque está comparando apenas o valor dos números que compõe as frações e não o que representam.
		E_5	**Registro de resposta:** Foi a sobrinha P: Por que foi a sobrinha na tua opinião? E_5 : (Pausa). Por causa que ela tinha ganhado $\frac{4}{20}$. P: E você acha que esse $\frac{4}{20}$ é um número... E_5 : Maior. P: Maior de o quê? E_5 : De $\frac{1}{5}$.	Considera $\frac{4}{20}$ maior que $\frac{1}{5}$ e não reflete sobre a noção de fração e equivalência.
		E_{12}	**Registro de resposta:** Foi a sobrinha P: Qual você acha que ganhou a maior quantia? E_{12} : Eu acho que foi a sobrinha dele. P: E por quê? E_{12} : Por que ela ficou com a maior parte. Porque $\frac{4}{20}$ é maior que $\frac{1}{5}$.	Considera $\frac{4}{20}$ maior que $\frac{1}{5}$ e não observa a equivalência na comparação entre as frações.

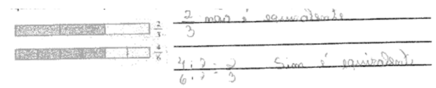
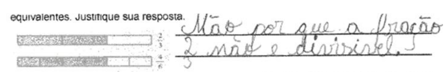
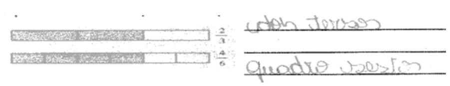
Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

Quadro 10 - Análise ideográfica da atividade diagnóstica 10

10 – Observe as figuras, que representam o mesmo inteiro, e verifique se as frações são equivalentes. Justifique sua resposta.



Resposta esperada na solução do problema: As frações são equivalentes pois representam a mesma parte do inteiro.

Unidade de significado	**Frequência do erro**	**Estudante**	**Situação contextualizada**	**Interpretação da pesquisadora**
Relação entre equivalência de frações e simplificação	5	E_3	**Registro de resposta:**  P: Me explica por que você acha que uma é equivalente, e a outra não é? E_3 : Porque a $\frac{2}{3}$ não dá pra dividir, não é equivalente, e $\frac{4}{6}$ é.	Pensa cada fração separadamente, e não tem ideia do que é equivalência.
		E_4	**Registro de resposta:**  P: O que é equivalente pra você? E_4 : Pra mim as frações equivalentes são que dividem, assim. P: Hum, que dá pra simplificar? E_4 : Isso! Que divide. Que divide pelo mesmo número. Tipo, que nem o $\frac{4}{6}$, ele dá pra dividir porque é uma fração equivalente.	Pensa cada fração separadamente. Para o estudante a fração será equivalente quando a simplificação for possível. Confunde equivalência e simplificação, não observa a representação dada para efeito de comparação.
Resposta fora do contexto	2	E_6	**Registro de resposta:**  P: […] O que significa dizer que uma fração é equivalente a outra? E_6 : (Pausa). Não sei!	Escreve por extenso cada fração e não sabe explicar o que é a equivalência entre elas.

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

Quadro 11 - Análise ideográfica da atividade diagnóstica 11.b

11- Efetue as adições e subtrações a seguir:

a) $\frac{4}{7} + \frac{2}{7}$

b) $\frac{8}{5} - \frac{3}{5}$

c) $\frac{3}{10} + \frac{1}{4}$

d) $\frac{4}{5} - \frac{2}{3}$

Respostas esperadas: a) $\frac{6}{7}$; b) $\frac{5}{5}$ ou 1; c)$\frac{11}{20}$; d) $\frac{4}{15}$

Observação: As informações seguintes expressam os erros referentes a letra "b" dessa questão, visto que a mesma apresenta um percentual igual ou superior a 50% de Não Acertos.

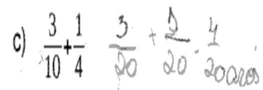
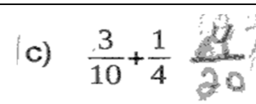
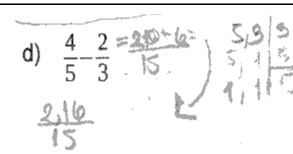
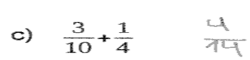
Unidade de significado	Frequência do erro	Estudante	Situação contextualizada	Interpretação da pesquisadora
Realização da operação de adição em lugar da subtração	4	E_1	**Registro de resposta:** $\frac{11}{5}$ P: […] por que é que você colocou $\frac{11}{5}$? E_1 : Ah, eu somei!	Estudante em lugar de subtrair, adicionou as frações.
		E_5	**Registro de resposta:** $\frac{11}{5}$ P: […] por que você colocou $\frac{11}{5}$? E_5 : Eu acho que eu pensei que era de mais, e fiz de mais.	Estudante em lugar de subtrair, adicionou as frações.
Subtração de numeradores e de denominadores	1	E_{15}	**Registro de resposta:** $\frac{5}{0}$ P: Que cálculo você fez na letra b pra chegar a esta resposta? E_{15} : Eu subtraí os dois cinco, e deu zero. E também eu subtraí o oito e o três, que deu cinco.	Estudante subtraiu numeradores e denominadores ao mesmo tempo o que indica que não sabe fazer esta operação em frações.

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

Quadro 12 - Análise ideográfica da atividade diagnóstica 11.c e 11.d

11 - Efetue as adições e subtrações a seguir: $\frac{4}{7}+\frac{2}{7}$ b) $\frac{8}{5}-\frac{3}{5}$ c) $\frac{3}{10}+\frac{1}{4}$ d) $\frac{4}{5}-\frac{2}{3}$ Respostas esperadas: a) $\frac{6}{7}$; b) $\frac{5}{5}$ ou 1; c) $\frac{11}{20}$; d) $\frac{4}{15}$

Observação: As informações expressam os erros referentes às letras "c" e "d", visto que as mesmas apresentam um percentual igual ou superior a 50% de Não Acertos e evidenciam erros semelhantes, por isso são agrupadas duas letras da questão na mesma análise.

Unidade de significado	Frequência do erro	Estudante	Situação contextualizada	Interpretação da pesquisadora
Adição ou subtração de frações com denominadores diferentes sem reflexão na equivalência de frações.	10	E_3	**Registro de resposta:**  P: [...] por que que você tem que fazer o m.m.c. E_3 : Por causa que ali embaixo é diferente. P: Que cálculo você teria que fazer? E_3 : Aqui ó, eu tinha só que colocar a resposta do m.m.c. e tinha que soma ali em cima normal.	Realiza corretamente o m.m.c. (mínimo múltiplo comum), sabe que o faz com os denominadores que são diferentes, mas não relaciona com a equivalência de frações, pois apenas adicionou os numeradores.
		E_{11}	**Registro de resposta:**  P: Mas por que você precisou tirar o m.m.c? E_{11} : Por que os denominadores são diferentes. P: Tá! E por que tem que fazer? E_{11} : Por quê? Ah, não sei! P: E como é que você conseguiu esse 4 aqui no numerador? E_{11} : Eu fiz 3 mais 1.	Observa-se que o estudante fez o m.m.c. corretamente e afirma ser necessário fazê-lo quando os denominadores são diferentes, mas, no entanto, não busca a equivalência que o m.m.c. proporciona para resolver, e adiciona os numeradores.
		E_9	**Registro de resposta:**  P: E por que você teve que fazer o m.m.c. de 5 e 3? E_9 : Porque os denominadores são diferentes. [...] E como é que você chegou nos numeradores, 210 mais 6? E_9 Porque eu fiz, 15 dividido por 5, vezes 4. P: E daí fazendo 15 dividido por 5 e vezes 4, deu 210? E_9 : É!	Embora tenha calculado o denominador 15 corretamente através do m.m.c., e afirma ser necessário fazê-lo quando os denominadores são diferentes, parece não ter a ideia de equivalência de frações, quando escreve os numeradores mas do passo a passo da resolução mecânica.
Adição de numeradores e de denominadores	3	E_{10}	**Registro de resposta:**  E_{10} : É aqui eu somei. (Mostra a letra c)	Estudante apenas adicionou numeradores e denominadores, não demonstrando a ideia de equivalência de frações na resolução.

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

Quadro 13 - Análise ideográfica da atividade diagnóstica 12

12 - Um ônibus de viagem percorreu $\frac{3}{10}$ de uma distância de manhã e $\frac{4}{10}$ à tarde. Nos dois períodos, ele percorreu que fração dessa distância?

Resposta esperada na solução do problema: $\frac{7}{10}$

Unidade de significado	**Frequência do erro**	**Estudante**	**Situação contextualizada**	**Interpretação da pesquisadora**
Adição de numeradores e de denominadores	3	E_8	**Registro de resposta:** $\mathbf{\frac{7}{20}}$ P: Você somou o que com o que? E_8 : Tipo, o 3 com o 4. É porque eu não tinha entendido muito. P: Tá, e pra chegar no 20, você fez o que? E_8 : Daí o 10 e o … mais o 10.	Estudante adicionou os numeradores e os denominadores.
Inversão da operação	1	E_4	**Registro de resposta:** $\frac{1}{10}$ P: […] Nos dois períodos ele percorreu que fração dessa distância? E_4 : (Pausa) Eu fiz de menos. P: Você fez de menos? E_4 : Tipo, eu pensei em fazer de menos porque ele percorreu, é que nem se gastou um litro de gasolina.	Estudante subtraiu as frações por pensar que ao percorrer um percurso há gasto de gasolina. Interpretação errônea do problema.
Subtração de numeradores e de denominadores	1	E_{15}	**Registro de resposta:** $\frac{1}{0}$ P: E pra chegar nesse um sobre zero, que continha você fez? E_{15} : $\frac{3}{10}$ menos $\frac{4}{10}$.	Estudante subtraiu os numeradores e os denominadores.

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

Quadro 14 - Análise ideográfica da atividade diagnóstica 13

13 - Pela manhã, um ciclista percorreu $\frac{2}{3}$ de uma distância e à tarde, $\frac{1}{4}$. Que fração da distância ele percorreu nos dois períodos? Resposta esperada: $\frac{11}{12}$				
Unidade de significado	**Frequência do erro**	**Estudante**	**Situação contextualizada**	**Interpretação da pesquisadora**
Adição de numeradores e de denominadores	4	E_2	**Registro de resposta: $\frac{3}{7}$** P: Que fração da distância, ele percorreu nos dois períodos que ele andou de bicicleta? E_2 : Daí eu fiz a mesma coisa que esse. (Estudante aponta para a questão anterior onde havia falado que somou os valores). P: Mesma coisa? Você somou? E_2 : É! P: E você somou o que com o que? E_2 : Ah, tipo … o 2 com o 1 e o 3 com o 4.	Estudante adicionou os numeradores e os denominadores, não tem ideia da operação entre as frações.
Adição de frações com denominadores diferentes sem reflexão na equivalência de frações	6	E_3	**Registro de resposta:** $\frac{2}{12} + \frac{3}{12} = \frac{3}{12}$ P: Que fração da distância ele percorreu nos dois períodos? E_3 : Ah, tinha que somar. P: Perfeito! E você somou, tirou o m.m.c. de 3 e 4 que é 12. Só que o teu erro, está aqui, você apenas pegou esse 2 e esse 1 e colocou para cá. E_3 : Tem que dividir pelo de cima e multiplicar pelo debaixo.	Embora o estudante tenha calculado o m.m.c. corretamente apenas copiou os numeradores. Durante o diálogo lembrou do processo de resolução com o m.m.c. (ainda que de forma equivocada) que precisava dividir pelo numerador e multiplicar pelo denominador. Não tem ideia de equivalência de frações e do que significa o m.m.c na operação.
		E_{11}	**Registro de resposta: $\frac{3}{12}$** P: […] Que fração da distância ele percorreu nos dois períodos? E_{11} : Eu coloquei $\frac{3}{12}$. Só que eu errei... o m.m.c. eu acertei. P: Tá! E_{11} : Só que eu errei, que nem eu fiz ali. (mostra as letras c e d da questão 11, onde apenas somou os numeradores).	Embora tenha calculado o denominador 12 corretamente através do m.m.c., parece não ter a ideia de equivalência de frações pois apenas adicionou os numeradores.
Inversão da operação	1	E_4	**Registro de resposta:** $\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\ \frac{8-3=}{12}\ \frac{5}{12}$ P: Que cálculo você fez? E_4 : (Pausa)...tipo... só pensei em fazer de menos porque penso que a distância que ele percorreu é tipo se gastasse alguma coisa.	Estudante subtraiu as frações por pensar que ao percorrer um percurso há gasto de algo. Interpretação errônea do problema mas resolução correta do cálculo.

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

A partir dos quadros de cada questão, com percentual igual ou superior a 50% de Não Acertos, extraímos as unidades de significados, com as quais elaboramos a Matriz das Unidades de Significados. Essa matriz foi estruturada com o propósito de possibilitar a visualização das questões que as unidades de significados se referem, bem como a frequência do erro que representam.

Essa matriz permite a visualização das convergências e divergências encontradas em cada questão selecionada, as quais são representadas pelo número expresso na coluna “frequência do erro”.

As convergências dizem respeito às características comuns encontradas no diálogo com os estudantes em cada questão que, segundo eles, os levaram ao erro. Já as divergências revelam formas únicas que os estudantes pensaram ao resolver as questões selecionadas e que os levaram, de igual maneira, ao erro.

Além disso, essa Matriz das Unidades de Significados possibilita um olhar geral sobre os erros cometidos nas atividades diagnósticas, visto que a mesma foi elaborada a partir das questões que apresentaram um percentual igual ou superior a 50% de Não Acertos.

Vale destacar que, posteriormente a essa etapa, no momento da elaboração e discussão das categorias, as unidades de significados encontradas nessa matriz são reagrupadas.

As unidades de significado que apresentam características comuns, ou seja, que convergem à mesma significação constituem as categorias, e aquelas que apresentam características únicas constituem as idiossincrasias.

Na sequência, apresentamos o quadro 15 que contempla a Matriz das Unidades de Significados referentes às questões com percentual igual ou superior a 50% de Não Acertos. Para tanto, elencamos as seguintes unidades de significado:

a) relação quantidade de notas e valor;
b) diferenciação de numerador e denominador;
c) significado do denominador e sua relação com o todo;
d) representação em fração do inteiro de cada quantidade descontínua;
e) região pintada e relação com o todo;
f) relação de minutos e hora;
g) reconhecimento de minutos em uma hora;
h) inversão de posição do numerador e do denominador;
i) relação de minutos com 24 horas de um dia inteiro;

j) subtração de minutos de uma hora na representação do numerador;

k) realização de cálculos de maneira mecânica sem reflexão do significado da fração;

l) relação entre partes e todo quando o denominador varia;

m) comparação de frações a partir do valor dos números que a compõem e não pela equivalência;

n) relação entre equivalência de frações e simplificação;

o) resposta fora do contexto;

p) realização da operação de adição em lugar da subtração;

q) subtração de numeradores e de denominadores;

r) adição ou subtração de frações com denominadores diferentes sem reflexão na equivalência de frações;

s) adição de numeradores e de denominadores;

t) inversão da operação.

Quadro 15 - Matriz das Unidades de Significados referentes às questões com percentual igual ou superior 50% de Não Acertos

	Unidade de significado	**Q1 b**	**Q3 b**	**Q5 a/c**	**Q7**	**Q8**	**Q9**	**Q10**	**Q11 b**	**Q11 c/d**	**Q12**	**Q13**	**Frequência de erro[13]**
1	Relação quantidade de notas e valor	X											7
2	Diferenciação de numerador e denominador	X											2
3	Significado do denominador e sua relação com o todo		X										7
4	Representação em fração do inteiro de cada quantidade descontínua		X										1
5	Região pintada e relação com o todo			X									13+12
6	Relação de minutos e hora				X								2
7	Reconhecimento de minutos em uma hora				X								1
8	Inversão de posição do numerador e do denominador				X								3
9	Relação de minutos com 24 horas de um dia inteiro				X								1
10	Subtração de minutos de uma hora na representação do numerador				X								1
11	Realização de cálculos de maneira mecânica sem reflexão do significado da fração					X							7
12	Relação entre partes e todo quando o denominador varia						X						3
13	Comparação de frações a partir do valor dos números que a compõem e não pela equivalência						X						10
14	Relação entre equivalência de frações e simplificação							X					5
15	Resposta fora do contexto							X					2
16	Realização da operação de adição em lugar da subtração								X				4
17	Subtração de numeradores e de denominadores								X		X		1+1
18	Adição ou subtração de frações com denominadores diferentes sem reflexão na equivalência de frações									X		X	10+6
19	Adição de numeradores e de denominadores									X	X	X	3+3+4
20	Inversão da operação										X	X	1+1

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

13 Em alguns campos desta coluna, há o sinal de adição entre dois ou mais valores que representam, separadamente, as frequências de erro das questões assinaladas na ordem em que se encontram no quadro. Dessa forma, caso o leitor desejar saber a frequência de erro total desta unidade de significado poderá adicionar os valores indicados.

Os quadros de unidades de significado de cada questão selecionada e o quadro da Matriz das Unidades de Significado nos permitem realizar uma breve análise do modo de resolução, utilizado pelos estudantes em cada questão selecionada, e assim, refletirmos sobre os aspectos que levaram os estudantes ao erro.

Observamos que, na questão 1“b”, os erros concentram-se no fato dos estudantes relacionarem a quantidade de notas para formar o valor de dez reais, sem compreender que, na realidade, a questão solicitava a representação em fração do quanto vale uma nota de dois reais em relação ao total de notas para formar dez reais. Nenhum estudante, por exemplo, escreveu como resposta que uma nota de dois reais corresponde a $\frac{1}{5}$ das notas para formar dez reais.

Além disso, observamos que dois estudantes não reconheceram, nem diferenciaram numerador de denominador quando escreveram como resposta a fração $\frac{10}{2}$. A inversão dos valores nos mostra que os estudantes ainda possuem dificuldades para compreender a ideia de fração solicitada na questão e no que representa o numerador e o denominador.

Outra questão que nos permite evidenciar a dificuldade dos estudantes em trabalhar com quantidades descontínuas é a questão 3“b”, que solicitava a representação, em fração, da quantidade de doces beijinhos e brigadeiros em relação ao total de docinhos. As atividades diagnósticas e a entrevista revelaram duas formas diferentes de resolução que levam os estudantes ao erro.

A primeira forma de resolução incorreta encontrada mostrou que os estudantes têm dificuldades na ideia de fração parte-todo, pois ainda não reconhecem o significado do denominador e sua relação com o todo. Embora tenham representado os numeradores corretamente, 25 para beijinhos e 30 para brigadeiros, não sabem representar o total de doces (55) no denominador.

A segunda forma de resolução revelou que um estudante não relacionou numerador e denominador com o significado parte-todo em quantidades descontínuas, já que representou, em fração, o inteiro do número de beijinhos $\frac{25}{25}$ e o inteiro do número de brigadeiros $\frac{30}{30}$.

Outra questão com grande percentual de erros foi a questão 5, letras “a” e “c”. Ambas evidenciam que a falta das linhas divisórias nas regiões pintadas, influenciaram a resposta dos estudantes, visto que a grande maioria deles contabilizou a parte pintada como uma parte em relação ao todo. Isso nos leva a pensar que a forma como o professor propõe as atividades pode influenciar na resposta dos estudantes, induzindo-os ao erro.

No entanto, outro aspecto que também pode ser discutido a partir de representações gráficas visualizadas que omitem as linhas divisórias das regiões pintadas é a falsa ideia de compreensão de frações apontada por Nunes e Bryan (1997), visto que, nessa mesma questão, nas letras "b" e "d", em que as representações gráficas possuíam todas as linhas divisórias, nenhum estudante escreveu, de maneira incorreta, as frações; apenas dois deixaram em branco. Isso nos leva a refletir que os acertos, na representação de frações em figuras previamente divididas, não garante que os estudantes tenham a compreensão da ideia de fração parte-todo.

Destacamos que, durante a entrevista, alguns estudantes, por conta própria, conseguiram perceber o erro. O estudante E_{14}, ao relatar como pensou ao resolver a questão 5"a", percebeu que a região verde correspondia a duas partes, visto que cada parte de um todo deve possuir o mesmo tamanho. Segundo ele, esqueceu que cada parte possuía o mesmo tamanho, conforme sua própria fala: E_{14} - "É que aqui eu me esqueci que todas as partes são divididas em equivalentes".

Já o estudante E_{16}, durante a conversa referente à questão 5"c", demonstrou surpresa e solicitou um instante de tempo, ao se dar por conta que, ao invés de $\frac{1}{13}$ como havia feito na resolução, a resposta à questão seria $\frac{4}{16}$.

> P: Essa daqui, você disse que a região vermelha...
> E_{16} : Nossa!!
> P: ...representa $\frac{1}{13}$.
> E_{16} : Calma aí. (A estudante conta os quadradinhos). Nossa, daria $\frac{4}{16}$!

Isso demonstra que o diálogo sobre os erros cometidos foi importante, pois a partir dos erros, foi possível rever e reavaliar as formas de resolução, permitindo que o estudante refletisse sobre seu processo de resolução e, por conta própria, identificasse e aprendesse com o erro.

A questão 7, ao solicitar aos estudantes que representassem, em fração, quinze minutos de uma hora, deixou transparecer, por meio dos erros, diferentes dificuldades. Alguns estudantes tentaram estabelecer relação entre unidades de medida de tempo diferentes, como minutos e hora $\frac{15}{1}$, ou minutos e horas de um dia inteiro $\frac{15}{24}$, ao invés de representarem na mesma unidade de medida de tempo.

Outros até utilizaram a mesma unidade de tempo, no caso minutos, mas representaram de maneira inversa e errada a fração $\frac{60}{15}$, revelando, dessa forma, a falta de compreensão sobre a significação dos termos numerador e denominador nas frações.

Outros erros cometidos como o não reconhecimento de quantos minutos tem uma hora $\frac{15}{59}$ e a realização de um cálculo de subtração dos 15 minutos $\frac{45}{60}$, cálculo este fora do contexto proposto pela questão, revelaram formas singulares de resolução.

A partir dessa análise de erros, a questão 7 revelou dificuldades na representação de fração de grandezas descontínuas e a falta de entendimento do que representa cada termo, numerador e denominador, de uma fração.

Percebemos que os estudantes pensaram em diferentes maneiras de resolver a atividade. Dessa forma, olhar para o processo de resolução dos estudantes permite que o professor conheça como o estudante pensa e, assim, buscar subsídios para planejar maneiras para auxiliá-los. Cury (2015, p. 15) afirma que “[...] analisar as produções é uma atividade que traz, para o professor e para os alunos, a possibilidade de entender, mais de perto, como se dá a apropriação do saber pelos estudantes”. Por conseguinte, a análise das respostas dos estudantes é proveitosa tanto para os professores quanto para os estudantes, visto que ambos podem refletir sobre o processo de aprendizagem.

Outra questão que evidencia as dificuldades com relação à exploração de quantidades descontínuas é a questão 8. A mesma demandava que o estudante descobrisse a quantidade de meninas da turma, sabendo que dos 24 estudantes, $\frac{2}{3}$ eram meninas. Os erros cometidos por sete estudantes revelaram que os mesmos possuem dificuldades em trabalhar com a noção de fração como operador multiplicativo, pois realizaram cálculos de maneira mecânica sem refletir no que as quantidades informadas na questão representavam.

A questão 9 foi a única, dentre todas as propostas nas atividades diagnósticas, que nenhum estudante respondeu corretamente. A mesma informava que de cem reais, Fábio deu a seu irmão $\frac{1}{5}$ e à sua sobrinha $\frac{4}{20}$. A questão solicitava para o aluno comparar as quantias recebidas por cada um e anotar quem havia recebido a maior quantia.

Do total de estudantes, três tentaram relacionar as frações dadas com representações gráficas, fazendo a comparação entre o tamanho das partes e o todo quando o denominador varia de 5 para 20. Todavia, nenhum desses estudantes utilizou as frações como operadores multiplicativos para encontrar a quantia de dinheiro recebida por cada um; apenas relacionaram com representações gráficas. Esse fato sugere que a noção de fração como parte-todo pode estar sendo mais trabalhada do que a noção de fração operador multiplicativo. Dez estudantes apenas compararam as frações pelo valor dos números que as compõem e não pela equivalência, o que também demonstrou a não compreensão de partes retiradas de um todo descontínuo.

Além disso, a ausência de respostas corretas nessa questão nos leva a outras reflexões como, por exemplo, a formulação da mesma pode ter influenciado nas respostas erradas dos estudantes, visto que a mesma queria saber quem havia obtido a maior quantidade. Mas, também, faz pensarmos que os estudantes não conseguiram encontrar a quantia de dinheiro correspondente aos cem reais, recebida pelo irmão e pela sobrinha de Fábio para, a partir de então, realizar a comparação e verificar que as quantias são iguais.

Já na questão 10, tendo os estudantes a representação de duas figuras equivalentes e, ao lado de cada uma delas, a representação escrita em forma de fração, de quanto correspondia cada parte pintada em relação ao todo, precisavam verificar se essas são equivalentes e justificar a resposta. Verificamos que, dos sete erros cometidos, cinco foram em torno do fato dos estudantes relacionarem equivalência de fração com simplificação. Os estudantes não compararam as duas figuras desenhadas e as respectivas frações dadas, mas sim, pensaram em simplicar cada uma delas separadamente. De acordo com a concepção dos estudantes, verificamos que a equivalência de frações é sinônimo de simplificação.

Outros dois erros apontaram para respostas fora do contexto solicitado como, por exemplo, a escrita por extenso de cada fração. Dessa forma, os sete erros encontrados a partir da análise das respostas dos estudantes evidenciam a falta de compreensão sobre o que é a equivalência de frações.

Um aspecto interessante a destacarmos na resolução da questão 11“b” é que, dos cinco erros cometidos, quatro se referem ao fato de que, ao invés de realizarem o cálculo de subtração entre as frações, os estudantes realizaram a adição. Essa grande quantidade de erros pode se dar em virtude de que a letra “a” dessa questão solicitava a resolução de uma adição, o que nos leva a pensar que, automaticamente, quando os estudantes resolveram a letra “b”, realizaram novamente uma adição. Já a outra forma de resolução dessa questão revelou que o estudante ainda não compreende a subtração de frações, visto que subtraiu numeradores e denominadores.

De maneira geral, podemos afirmar que as questões 11 (letras “b”, “c” e “d”), 12 e 13 trazem evidências sobre diferentes dificuldades na aprendizagem das operações de adição e subtração de frações com denominadores iguais e diferentes. Com relação aos cálculos de adição e subtração com denominadores iguais, os erros mais cometidos pelos estudantes se devem ao fato destes adicionarem ou subtraírem numeradores e denominadores.

Já nos cálculos de adição e subtração de frações com denominadores diferentes, verificamos que a grande maioria dos estudantes realizou os cálculos de maneira mecânica sem reflexão na equivalência de frações, visto que muitos deles realizaram o mínimo múltiplo comum para encontrar o novo denominador comum a ambas as frações. No entanto, nos numeradores copiaram os números das frações originais da atividade. Com isso, notamos que, ao adicionar ou subtrair frações com denominadores diferentes, não houve compreensão de transformação das frações dadas em frações equivalentes.

Os erros cometidos nas questões 11, 12 e 13 podem ser justificados pelos argumentos apresentados por Lopes (2008), ao ressaltar que o ensino de frações ainda está pautado na explanação das nomenclaturas das frações e na introdução de regras, macetes e procedimentos mecânicos de resolução, em detrimento de um ensino desafiador, compatível às aplicações dos conteúdos matemáticos no dia a dia.

Isso posto, finalizamos a análise ideográfica das entrevistas feitas com os estudantes, tendo em vista as questões erradas. Com base nas mesmas, construímos a Matriz das Unidades de Significados das questões com 50% ou mais de Não Acertos, encontrando 20 unidades de significado.

Destacamos que esse número se deve ao fato da quantidade de questões analisadas, bem como das particularidades de respostas de cada questão. No entanto, esse olhar individual a cada questão nos dá condições de realizarmos uma nova redução fenomenológica, a qual leva em conta a passagem do individual para o geral, em busca da identificação dos erros cometidos pelos estudantes do 6º ano, no que se refere ao ensino de frações.

Essa análise requer um olhar atento à Matriz de Unidades de Significados de forma a permitir a compreensão das convergências e divergências existentes, e assim, fazer novos reagrupamentos, o que constitui as categorias para a análise nomotética. Após esse procedimento, que visa à identificação dos erros, as cinco categorias são apresentadas e interpretadas.

Quadro 16 – Categoria 1: relação entre grandezas descontínuas e a ideia de fração

	Unidade de significado	**Frequência do erro**
1	Relação quantidade de notas e valor	7
4	Representação em fração do inteiro de cada quantidade descontínua.	1
6	Relação de minutos e hora	2
9	Relação de minutos com 24 horas de um dia inteiro	1
11	Realização de cálculos de maneira mecânica sem reflexão do significado da fração.	7

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

Essa categoria agrupa as unidades de significado 1, 4, 6, 9 e 11, visto que as mesmas evidenciam as dificuldades dos estudantes em relacionar as grandezas descontínuas, apresentadas em diferentes questões, com sua representação na forma de fração.

Essas dificuldades, constatadas após a aplicação das atividades diagnósticas e a análise dos erros, pode nos dar indícios de que os estudantes tiveram pouco contato, ao estudar frações, com grandezas descontínuas. Inclusive, grande parte dos estudantes, durante as entrevistas, relata que aprendeu frações por meio de desenhos de figuras geométricas. Uma prova do que afirmamos é o registro do estudante denominado E_9 :

> P: Você já estudou frações com objetos, como bolinhas, palitos, tendo que separar, dividir?
> E_9 : Não.
> P: Como é que era ensinado?
> E_9 : Era tipo, a profe fazia um desenho e aí a gente tinha que pinta, sabe?
> P: Hum!!! Vocês recebiam uma figura geométrica e vocês tinham que pintar tantas partes?
> E_9 : Sim.

Isso nos leva a crer que a introdução do conteúdo frações possa estar ocorrendo, na sua maioria, por meio da exploração de grandezas contínuas, tais como representações geométricas previamente divididas, nas quais os estudantes representam frações correspondentes às partes pintadas em relação ao todo.

Essa suposição nos leva a refletir sobre as considerações de Nunes et al. (2009) quando afirmam que os estudantes apresentam mais dificuldades em medir grandezas contínuas do que descontínuas, já que, nesta última, o todo já está posto de forma desmembrada, enquanto nas grandezas contínuas, o estudante precisa ter a noção de que o todo deve ser desmembrado em partes iguais.

Da mesma forma, Lima (1991) assinala que, quando as crianças ainda não se apropriam da noção de conservação de área (grandezas contínuas), o estudo de frações pode ser introduzido por meio da noção de conservação de quantidade discreta (grandezas descontínuas), por estarem mais habituadas a trabalhar com os números inteiros.

No entanto, as dificuldades encontradas, após a correção das atividades diagnósticas, dão evidências de que a introdução do conteúdo frações possa estar ocorrendo na contramão do que ambos os autores sugerem: iniciar o estudo de frações explorando grandezas descontínuas.

Quadro 17 - Categoria 2: significado do numerador e denominador na fração: papel e importância de cada termo

	Unidade de significado	**Frequência do erro**
2	Diferenciação de numerador e denominador	2
3	Significado do denominador e sua relação com o todo.	7
8	Inversão de posição do numerador e do denominador	3
10	Subtração de minutos de uma hora na representação do numerador.	1

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

As unidades de significado 2, 3, 8 e 10 constituem a segunda categoria e refletem a falta de compreensão com relação à significação dos termos da fração: numerador e denominador. Outrossim, a análise dos erros, realizada a partir das atividades diagnósticas, revela que, em algumas situações, os estudantes escrevem o numerador e o denominador aleatoriamente, sem refletir sobre o que ambos representam na fração.

Em diferentes questões, as unidades de significado revelam que os estudantes, além de não entenderem o papel de cada termo na fração, ao analisarem uma ou mais frações, consideram o numerador e o denominador de maneira isolada, sem compreender que ambos representam uma quantidade simbolizada por um número fracionário.

Quadro 18 - Categoria 3: representação gráfica[14] e geométrica[15] de frações

	Unidade de significado	Frequência do erro
5	Região pintada e relação com o todo.	13+12
12	Relação entre partes e todo quando o denominador varia.	3

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

A terceira categoria é formada pelas unidades de significado 5 e 12, as quais revelam que não necessariamente os acertos em representações de figuras geométricas, previamente divididas, caracterizam a compreensão da ideia de fração parte-todo em grandezas contínuas como a área.

Nunes e Bryant (1997) destacam uma experiência em que, quando os estudantes são submetidos a representar a fração correspondente às partes pintadas de figuras previamente divididas, há grande chance de acerto. No entanto, quando representam, na forma de fração, as partes já pintadas de figuras que as linhas divisórias não ficam à mostra, não há acerto.

Figuras geométricas, semelhantes às propostas na investigação de Nunes e Bryant (1997), são aplicadas aos estudantes por meio das atividades diagnósticas. A análise dos erros aponta que as respostas dos estudantes vão ao encontro do que esses autores afirmam, isto é, muitas vezes, há uma falsa ideia de compreensão de frações, já que, quando são submetidos a analisar figuras que as linhas divisórias não estão aparentes, os estudantes não fazem a representação da fração

14 A palavra gráfica se refere à representação em desenho.
15 A palavra geométrica se refere à representação em figuras geométricas.

corretamente em relação à região solicitada.

Tais evidências nos levam a repensar sobre outro aspecto de grande relevância em se tratando do ensino de frações, ou seja, a respeito da importância da elaboração de atividades que explorem a noção de conservação da área. Lima (1991, p. 85) afirma que quando as crianças possuem o entendimento de que o todo é dividido em partes iguais: “Esta conservação de quantidade é um elemento básico para a compreensão do conceito de fração”. Dessa forma, quando o estudante se apropria dessa noção, compreende que cada parte do todo tem o mesmo tamanho e que, ao variar o valor do denominador, varia também o tamanho de cada parte que este está sendo dividido.

Quadro 19 - Categoria 4: equivalência de frações

	Unidade de significado	**Frequência do erro**
13	Comparação de frações a partir dos números que a compõem e não pela equivalência	10
14	Relação entre equivalência de frações e simplificação	5

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

As unidades de significado 13 e 14 revelam a dificuldade dos estudantes com relação à compreensão de frações equivalentes, tanto em atividades com grandezas descontínuas (questão 9) quanto contínuas (questão 10). Grande parte dos estudantes entrevistados comparam duas frações de uma certa quantidade descontínua pelos números que a compõem, e não pela parte que representam do todo. Isso os impede de verificar se existe ou não a equivalência entre duas frações.

Outro equívoco em relação ao entendimento de equivalência de frações pode ser observado a partir da análise dos erros cometidos pelos estudantes ao responderem à questão 10. Mesmo com os desenhos das duas figuras geométricas, uma abaixo da outra, e, ao lado de cada uma, a representação da fração correspondente, a maioria dos estudantes, 62,5%, não consegue responder corretamente à questão, ou melhor, que ambas as frações são equivalentes. Constatamos que, incluídos nessa porcentagem, encontram-se cinco estudantes que relacionam equivalência com simplificação apenas de uma fração, não havendo comparação com outra.

Erros dessa natureza nos condicionam a pensar se estamos ou não dando ênfase às definições, nomenclaturas e regras, conforme definição de Lopes (2008), deixando de lado o que é primordial: um ensino em que o estudante possa, por conta própria, explorar, descobrir, estabelecer relações, enfim, ser sujeito ativo na construção do conhecimento.

Quadro 20 - Categoria 5: operações de adição e subtração de frações com denominadores iguais e diferentes

	Unidade de significado	**Frequência do erro**
16	Realização da operação de adição em lugar da subtração	4
17	Subtração de numeradores e de denominadores	1+1
18	Adição ou subtração de frações com denominadores diferentes sem reflexão na equivalência de frações	10+6
19	Adição de numeradores e de denominadores	3+4+3
20	Inversão da operação	1+1

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

A categoria de número 5 agrupa as unidades de significado 16, 17, 18, 19 e 20, pois todos os erros revelados por essas unidades de significado decorrem do não entendimento das operações de adição e subtração de frações com denominadores iguais e diferentes.

Essas difilculdades, apontadas pela análise dos erros dos estudantes ao realizarem as atividades diagnósticas, podem nos fazer pensar, mais uma vez, sobre um ensino de frações pautado na prescrição de regras e macetes, problemática revelada por Lopes (2008). Os estudantes realizam os cálculos de adição e subtração de forma mecânica, sem compreender por que estão realizando os cálculos dessa maneira.

Observamos que, ao realizarem cálculos de adição e subtração de frações com denominadores diferentes, muitos estudantes realizam o mínimo múltiplo comum (m.m.c). Isso indica que aprenderam a calcular, realizando o m.m.c., mas não compreendem que a lógica envolvida ao calcular o m.m.c é a de encontrar frações que sejam equivalentes às originais apresentadas para, assim, adicionar ou subtrair as quantidades.

O que prevalece em situações desse tipo é um ensino balizado por regras a serem decoradas, as quais são facilmente esquecidas, visto que não são dadas oportunidades aos estudantes de explorar atividades que os levem a deduzir e compreender o porquê dos cálculos que realizam.

Na sequência, apresentamos algumas unidades de significado que consideramos como idiossincrasias, ou seja, unidades de significado que trazem maneiras específicas de pensar dos estudantes, as quais não são possíveis de serem agrupadas com as categorias já apresentadas. No entanto, tais unidades de significado trazem elementos importantes para o professor compreender o erro do estudante.

Quadro 21 – Idiossincrasias

	Unidade de significado	Frequência do erro
7	Reconhecimento de minutos em uma hora	1
15	Resposta fora do contexto	2

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

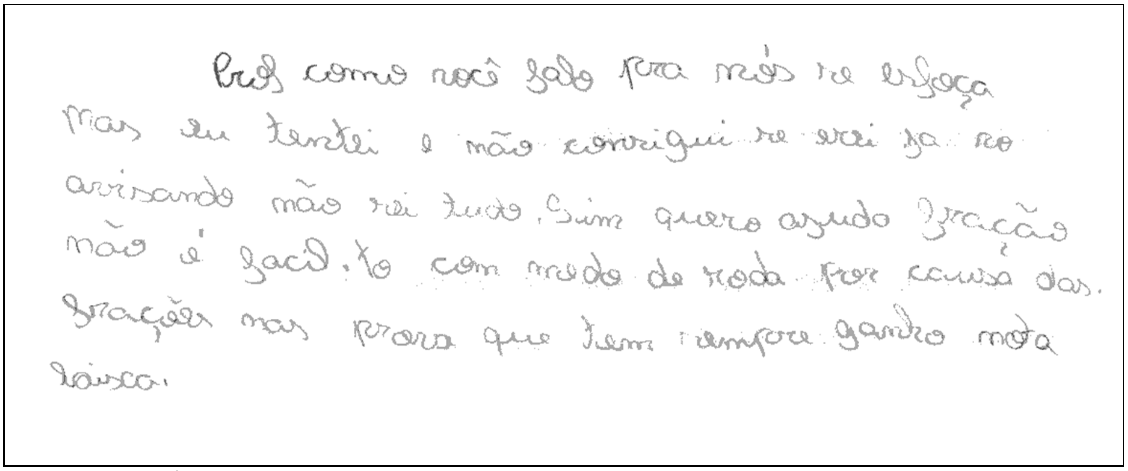
A unidade de significado 7 nos mostra algo curioso, pois o estudante, ao representar a fração que corresponde a 15min de uma hora, diz ter respondido $\frac{15}{59}$, pois, no relógio, somente visualiza 59 minutos e não sessenta na constituição de uma hora completa.

Já a unidade de significado 15 evidencia uma resposta fora do contexto proposto pela questão 10. A mesma solicita que os estudantes verifiquem se as figuras geométricas desenhadas e as respectivas frações são equivalentes ou não, devendo os mesmos justificarem suas respostas. Dois estudantes escreveram as frações por extenso, o que demonstra que não compreenderam o que a questão solicitava.

Tanto as unidades de significado que constituem as idiossincrasias, bem como as que originam as categorias, evidenciam que os estudantes possuem muitas dificuldades no conteúdo frações. Dificuldades essas que os levam aos erros e, também, por vezes, podem acarretar medos.

Parece até antagônico falar em medo num ambiente em que o objetivo é o aprendizado. Entretanto, um recado escrito por um estudante no verso da folha das atividades diagnósticas demonstrou o quanto preocupado estava em responder certo, mas ciente de suas dúvidas e dificuldades, deixou transparecer a preocupação em reprovar de ano devido ao conteúdo frações.

Figura 1 – Recado escrito por um estudante no verso das atividades diagnósticas



Prof como você falo pra nós se esfoça
Mas eu tentei e não corrigui se erei ja to
avisando não sei tudo. Sim quero ajudo fração
não é facil. to com medo de roda por causa das.
frações nas prova que tem sempre ganho nota
baixa.

Fonte: Acervo da autora, 2018.

Percebemos a preocupação do estudante ao resolver as atividades diagnósticas por avisar, de antemão, que possui dificuldades. No dia em que os estudantes realizaram as atividades diagnósticas, dirigimo-nos até a sala de aula onde se encontravam para entregar à professora regente da turma as referidas atividades que, posteriormente, as distribuiu aos estudantes. No entanto, antes da entrega, conversamos com os estudantes para que respondessem às questões com empenho, cada um a seu modo, evitando deixá-las em branco, visto que as respostas de cada um, independentemente se certas ou erradas, eram muito importantes para conhecermos a forma como pensam ao resolver as atividades. Informamos aos alunos que, com base nas respostas, elaboraríamos e ofertaríamos oficinas.

Um recado espontâneo como esse tem grande importância, pois prova a preocupação que, muitas vezes, permanece oculta durante as aulas de Matemática. Além disso, mostra que o estudante precisa de ajuda para superar suas dificuldades, portanto, quer participar de outras atividades, cuja finalidade seja a de auxiliar no seu aprendizado.

Desse modo, a partir da análise de erros, realizada por meio da correção das atividades diagnósticas e da entrevista com cada estudante, elaboramos cinco oficinas, as quais correspondem ao produto desta pesquisa, ofertadas em turno inverso para os estudantes que já participavam das aulas de reforço escolar, com o intuito de auxiliá-los na aprendizagem de frações por meio da exploração de diferentes materiais manipulativos e pela utilização de softwares e jogo digital.

9 PRODUTO DA PESQUISA: OFICINAS MATEMÁTICAS COM MATERIAIS MANIPULATIVOS, SOFTWARES E JOGO DIGITAL

A partir dos resultados obtidos pela correção das atividades diagnósticas e realização das entrevistas, elaboramos, como já mencionamos, cinco oficinas com o objetivo de explorar os erros cometidos pelos estudantes ao resolverem as atividades que envolvem o conteúdo frações. Cada oficina foi planejada tendo por base as cinco categorias evidenciadas pela análise dos erros cometidos pelos estudantes nas atividades diagnósticas. Embora as oficinas constituam o produto desta pesquisa, as mesmas foram aplicadas aos estudantes participantes desta investigação.

Na sequência, apresentamos as cinco oficinas, cada uma contendo a explicação das atividades desenvolvidas. Além disso, ao final de cada oficina, expomos um roteiro de estudo dirigido, o qual foi entregue aos estudantes no dia da respectiva oficina para servir como orientação da sequência das atividades desenvolvidas e também para registro de informações pertinentes às atividades propostas.

9.1 OFICINA 1

Objetivos:

- Identificar as ideias de fração que os estudantes possuem.
- Identificar a fração de quantidades descontínuas, utilizando materiais manipulativos diversos.
- Reconhecer fração equivalente, utilizando materiais manipulativos diversos.
- Explorar a ideia de que quanto maior o número de divisões do inteiro (conjunto de bolitas de gude), menor será a quantidade de elementos de cada conjunto.

Atividade 1: Conversa inicial

Com os estudantes e a pesquisadora dispostos em círculo, iniciamos a primeira oficina, com uma conversa sobre o conteúdo fração, tendo como eixo norteador algumas perguntas previamente formuladas:

a) O que é fração para você?

b) O que você entende por fração?

c) Quando você pensa no conteúdo matemático fração, o que vem à sua mente?

d) Quando e como você aprendeu frações?

e) Dê um exemplo de fração e em que situação poderia ser aplicada?

f) Em que situação você utilizaria uma fração?

Uma caixinha contendo as perguntas circulou de mão em mão dos estudantes, sendo que cada um deles retirou uma das perguntas. Após todos possuírem suas perguntas, cada estudante leu sua pergunta e, na sequência, respondeu ao grupo.

Atividade 2: Diálogo sobre a origem das frações

Conta-se que há 3.000 anos, os egípcios viviam à beira do Rio Nilo, nas terras que pertenciam ao faraó. De tempos em tempos, o Rio Nilo transbordava e inundava os pedaços de terra, destruindo as cercas, ou seja, as medições. O faraó cobrava impostos sobre os pedaços de terra. Passada a cheia do Rio Nilo, eram feitas novas medições. E como mediam?

Na época, utilizavam uma medida padrão que se chamava cúbito. Os medidores de terras daquela época utilizavam o cúbito através de pedaços de corda. No entanto, os medidores perceberam que a distância entre os dois nós nem sempre cabia a quantidade de vezes de forma exata. Então surgiram os números fracionários para representar a parte de um inteiro, indicando, desse modo, a fração de algo.

Finalizada a conversa, os estudantes foram convidados a medir alguns comprimentos da sala, a partir de uma corda com espaçamentos iguais à medida de um cúbito, para, assim, visualizarem e experienciarem o que os medidores da época também haviam identificado: na maioria das vezes, as medições não resultavam em valores de cúbitos exatos.

Fotografia 1 – Imagem da corda utilizada na medição

Fonte: Acervo da autora, 2018.

Atividade 3: Alfabeto

Os estudantes foram divididos em 4 grupos. Cada grupo recebeu as letras do alfabeto e, seguindo o roteiro da oficina, foram descobrindo as frações solicitadas.

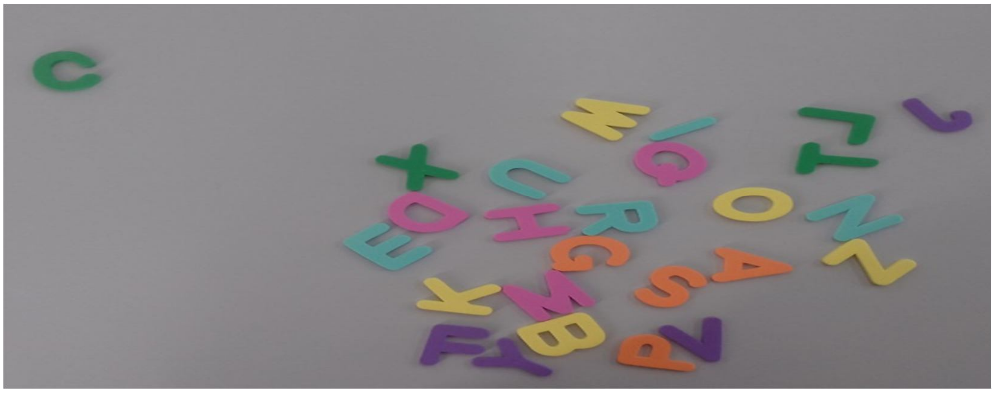
1 – Utilizando o alfabeto, escreva a fração de todo o alfabeto que representa as vogais. E que fração representa as consoantes?

2 – A letra inicial do seu nome equivale a que fração do alfabeto?

3 – E a palavra Pietro, que fração do alfabeto representa?

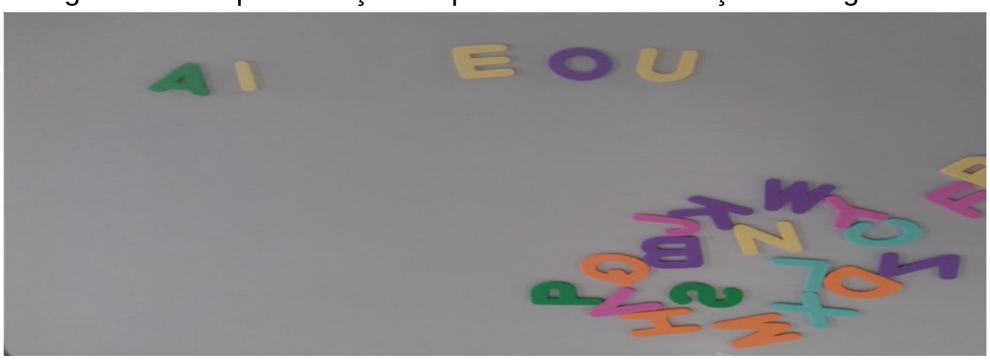
4 – A palavra “Ai”, representa que fração das vogais?

Fotografia 2 – Representação da letra inicial do nome em relação a todo o alfabeto



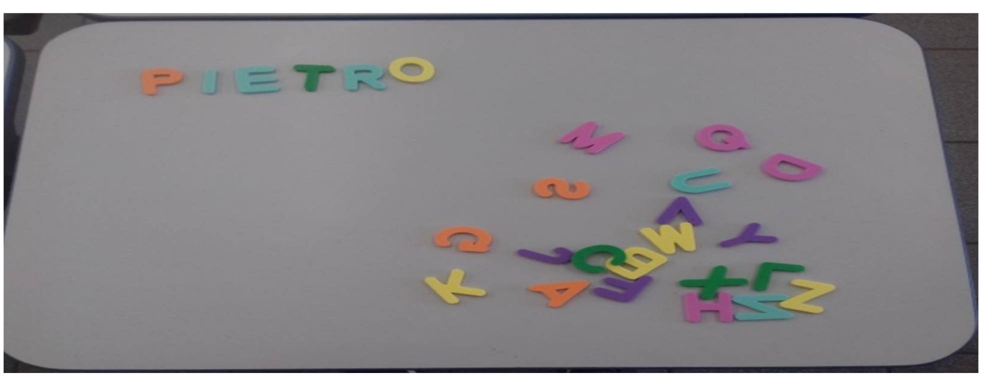
Fonte: Acervo da autora, 2018.

Fotografia 3 – Representação da palavra “Ai” em relação às vogais



Fonte: Acervo da autora, 2018.

Fotografia 4 – Representação da palavra Pietro em relação a todo o alfabeto



Fonte: Acervo da autora, 2018.

Atividade 4: Bolinhas coloridas

Os estudantes foram organizados em dois grupos. Um dos grupos recebeu 75 bolinhas de cinco cores diferentes, e o outro grupo recebeu 25 bolinhas, também de cinco cores diferentes. Na sequência, de posse das bolas, os estudantes realizaram as atividades a seguir:

1 - Em relação à quantidade total de bolinhas, escreva a fração que representa a quantidade de:

a) bolas verdes:

b) bolas amarelas:

c) bolas laranjadas:

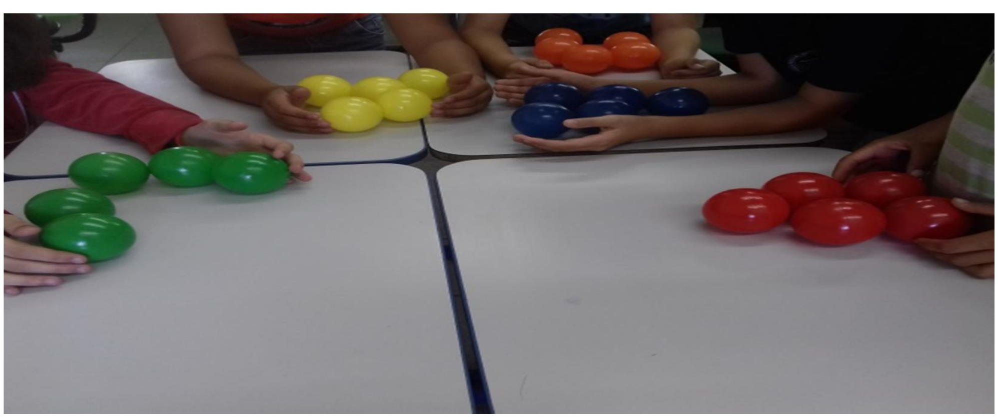
d) bolas azuis:

e) bolas vermelhas:

Fotografia 5– Separação por cores do conjunto de maior número bolinhas

Fonte: Acervo da autora, 2018.

Fotografia 6 – Separação por cores do conjunto de menor número de bolinhas



Fonte: Acervo da autora, 2018.

2 – Que outras relações você pode perceber?

3 – A fração $\frac{2}{5}$ representa quantas bolinhas desse conjunto? Por quê?

Atividade 5: Varetas

Foram distribuídas 40 varetas coloridas a um grupo de estudantes, sendo que para cada cor havia 10 varetas. De posse das varetas, o grupo de estudantes resolveu às seguintes questões:

1 – Em relação à quantidade total de varetas, escreva a fração correspondente às varetas de cores:

a) azuis: b) verdes: c) vermelhas: d) amarelas:

Fotografia 7– Organização de varetas por cores

Fonte: Acervo da autora, 2018.

2 – Que outras relações você pode perceber?

3 – A fração $\frac{1}{4}$ representa quantas varetas?

4 – E a fração $\frac{3}{4}$?

Atividade 6: Bolinhas de gude

Em duplas, os estudantes, seguindo as orientações do roteiro, realizaram a atividade seguinte:

1 – Separe em grupos de 20 bolinhas.

2 – Divida esse conjunto em 2 grupos. Registre a quantidade de bolinhas de cada grupo.

3 – Distribua essas bolinhas em 4 grupos. Registre a quantidade de bolinhas de cada grupo.

4 – Divida esse conjunto em 5 grupos. Registre a quantidade de bolinhas de cada grupo.

5 - Com essa atividade, o que você pode concluir?

9.1.1 Roteiro de estudo dirigido para os estudantes - Oficina 1

Atividade 1: Conversa inicial

Atividade 2: Diálogo sobre a origem das frações

Atividade 3: Alfabeto

1 – Utilizando o alfabeto, escreva a fração do alfabeto que representa as vogais? _____ E que fração representa as consoantes? ______

2 – A letra inicial do seu nome equivale a que fração do alfabeto?______

3 – E a palavra Pietro, que fração do alfabeto representa? ______

5 – A palavra "Ai", representa que fração das vogais?_______

Atividade 4: Bolinhas coloridas

1 - Em relação à quantidade total de bolinhas, escreva a fração que representa a quantidade de:

a) bolas verdes: _________ d) bolas azuis: ___________

b) bolas amarelas:________ e) bolas vermelhas: _______

c) bolas laranjadas: _______

2 – Que outras relações você pode perceber?

____

3 – A fração $\frac{2}{5}$ representa quantas bolinhas desse conjunto? Por quê?

____

Atividade 5: varetas

1 – Em relação à quantidade total de varetas, escreva a fração correspondente às varetas de cores:

a) azuis: ________ c) vermelhas: ________

b) verdes: ________ d) amarelas: _________

2 – Que outras relações você pode perceber?

___

3 – A fração $\frac{1}{4}$ representa quantas varetas?

___

4 – E a fração $\frac{3}{4}$?

___

Atividade 6: Bolinhas de gude

1 – Separe em grupos de 20 bolinhas.

2 – Divida esse conjunto em 2 grupos.

Registre a quantidade de bolinhas de cada grupo. ________

3 – Distribua essas bolinhas em 4 grupos.

Registre a quantidade de bolinhas de cada grupo. ________

4 – Divida esse conjunto em 5 grupos.

Registre a quantidade de bolinhas de cada grupo. ________

5 – Com essa atividade, o que você pode concluir?

9.2 OFICINA 2

Objetivos:

- Reconhecer as quantidades descontínuas representadas por uma fração e vice-versa por meio do uso de materiais manipulativos.
- Representar, nos discos, as frações indicadas no software JFractionLab.
- Definir as frações a partir das regiões (grandeza contínua), indicadas nos discos, utilizando os recursos do software JFractionLab.

Atividade 1: Bolinhas de gude

Em duplas, de posse de 20 bolinhas de gude, os estudantes precisam descobrir as quantidades indicadas pelas frações:

a) quanto é $\frac{1}{2}$ de 20 bolinhas de gude?

O que você precisou fazer com o número de bolinhas de gude para descobrir a quantidade que a fração representa?

b) quanto é $\frac{2}{2}$ de 20 bolinhas de gude?

c) quanto é $\frac{1}{4}$ de 20 bolinhas de gude?

O que você precisou fazer com o número de bolinhas de gude para descobrir a quantidade que a fração representa?

d) quanto é $\frac{2}{4}$ de 20 bolinhas de gude?

e) quanto é $\frac{3}{4}$ de 20 bolinhas de gude?

f) quanto é $\frac{4}{4}$ de 20 bolinhas de gude?

g) quanto é $\frac{1}{5}$ de 20 bolinhas de gude?

O que você precisou fazer com o número de bolinhas de gude para descobrir a quantidade que a fração representa?

h) quanto é $\frac{2}{5}$ de 20 bolinhas de gude?

i) quanto é $\frac{3}{5}$ de 20 bolinhas de gude?

j) quanto é $\frac{4}{5}$ de 20 bolinhas de gude?

k) quanto é $\frac{5}{5}$ de 20 bolinhas de gude?

Atividade 2: Frações de notas de dinheiro

No primeiro momento, resolvemos junto a seguinte atividade:

a) Quantas notas de R$ 2,00 preciso para completar R$ 20,00?

b) Dessa forma:

Uma nota de R$ 2,00 corresponde a que fração do total de notas que formam os R$ 20,00?

E esta fração representa quantos reais?

Duas notas de R$ 2,00 correspondem a que fração do total de notas?

E esta fração representa quantos reais?

Três notas de R$ 2,00 correspondem a que fração do total de notas?

E esta fração representa quantos reais?

Quatro notas de R$ 2,00 correspondem a que fração do total de notas?

E esta fração representa quantos reais?

Cinco notas de R$ 2,00 correspondem a que fração do total de notas?

E esta fração representa quantos reais?

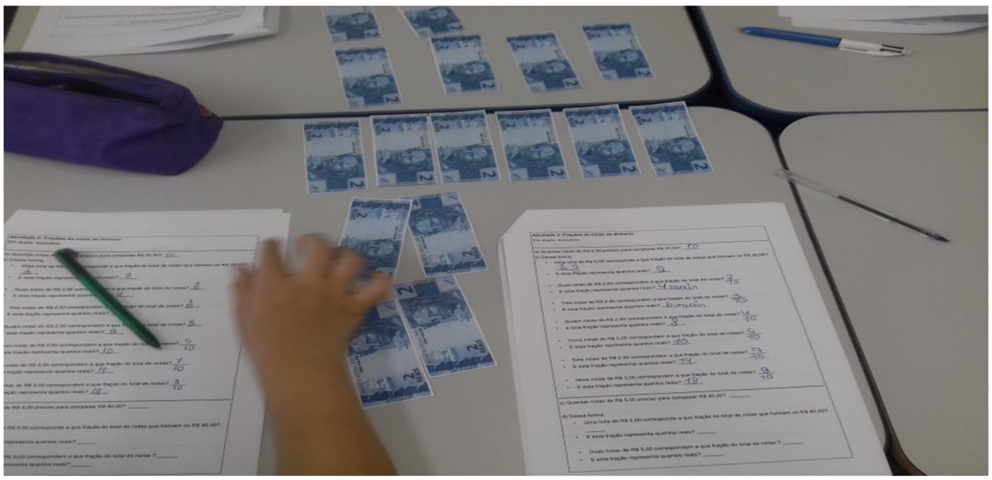
Sete notas de R$ 2,00 correspondem a que fração do total de notas?

E esta fração representa quantos reais?

Nove notas de R$ 2,00 correspondem a que fração do total de notas?

E esta fração representa quantos reais?

Fotografia 8 – Atividade de representação de frações através do manuseio de notas de R$ 2,00



Fonte: Acervo da autora, 2018.

Na sequência, em duplas, os estudantes realizaram as seguintes atividades:

c) Quantas notas de R$ 5,00 preciso para completar R$ 40,00?

d) Dessa forma:

Uma nota de R$ 5,00 corresponde a que fração do total de notas que formam os R$ 40,00?

E esta fração representa quantos reais?

Duas notas de R$ 5,00 correspondem a que fração do total de notas que formam os R$ 40,00? ______

E esta fração representa quantos reais?

Quatro notas de R$ 5,00 correspondem a que fração do total de notas que formam os R$ 40,00?

E esta fração representa quantos reais?

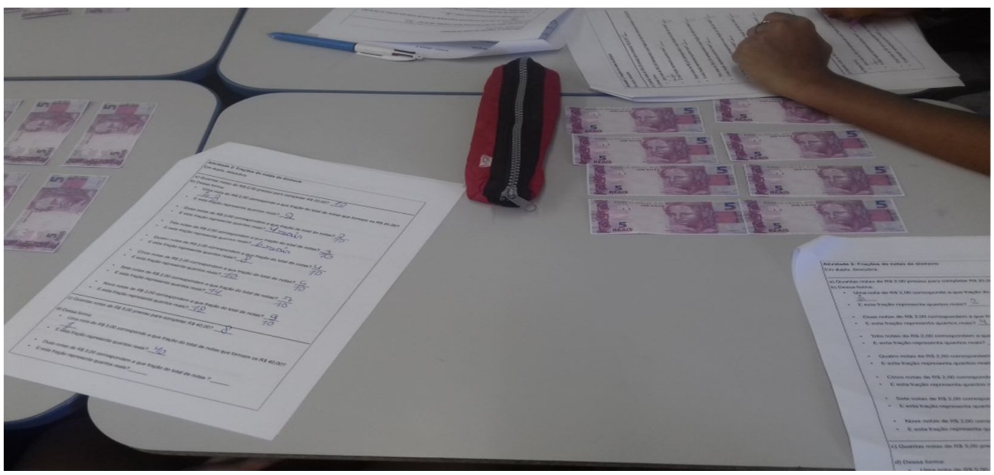
Seis notas de R$ 5,00 correspondem a que fração do total de notas que formam os R$ 40,00?

E esta fração representa quantos reais?

Oito notas de R$ 5,00 correspondem a que fração do total de notas que formam os R$ 40,00? ______

E esta fração representa quantos reais?

Fotografia 9 – Atividade de representação de frações através do manuseio de notas de R$ 5,00

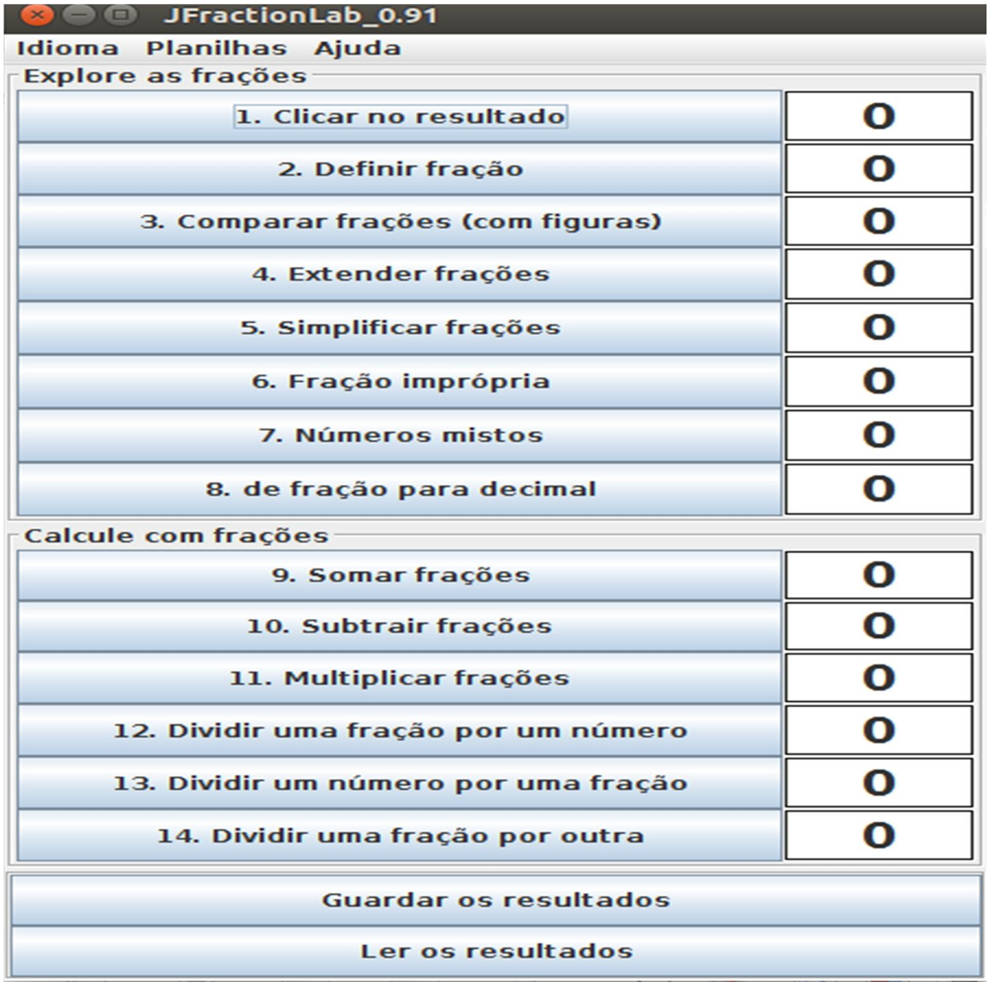


Fonte: Acervo da autora, 2018.

Atividade 3: Software JFractionLab

Cada estudante acessou o software JFractionLab (baixado diretamente pelo sistema operacional Ubuntu dos repositórios oficiais) e realizou as atividades 1 e 2. A seguir, a imagem da tela inicial do software mostra a localização de ambas as atividades.

Figura 2 – Tela inicial do software JFractionLab 1

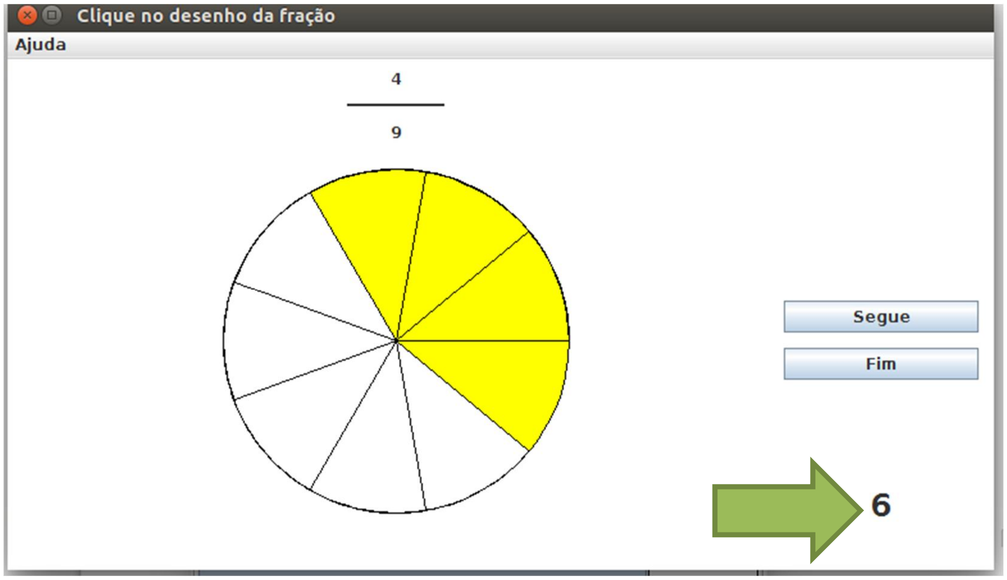


Fonte: Acervo da autora, 2018.

Na sequência, apresentamos o passo a passo das atividades 1 e 2 desse software. Para facilitar a visualização dos recursos presentes em cada uma dessas atividades, fizemos a exposição de sete telas do software que especificam o desenvolvimento das mesmas, conforme explicação que foi dada aos alunos.

a) Ao realizar a atividade 1, “Clicar no resultado” do software JfractionLab. Cada estudante deve representar, no disco, a fração indicada pelo software. O disco já está previamente dividido em regiões iguais, o estudante apenas com um clique, com botão esquerdo do mouse, pinta as partes que se referem ao numerador. Caso pinte mais partes do que a fração indica, deve clicar com o botão direito do mouse para apagar a(s) parte(s) pintada(s) a mais. A cada acerto, o software contabiliza um ponto, conforme imagem a seguir.

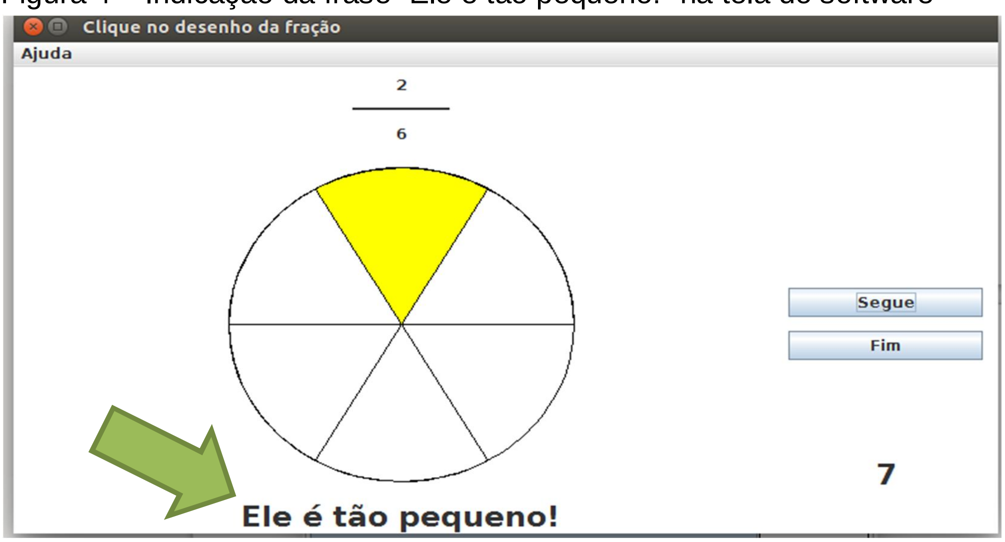
Figura 3 – Representação da quantidade de pontos no canto inferior direito 1



Fonte: Acervo da autora, 2018.

Se o estudante marcar menos partes do que o indicado pela fração, o software traz a seguinte frase “Ele é tão pequeno!”; assim, o estudante percebe que precisa pintar mais partes do disco.

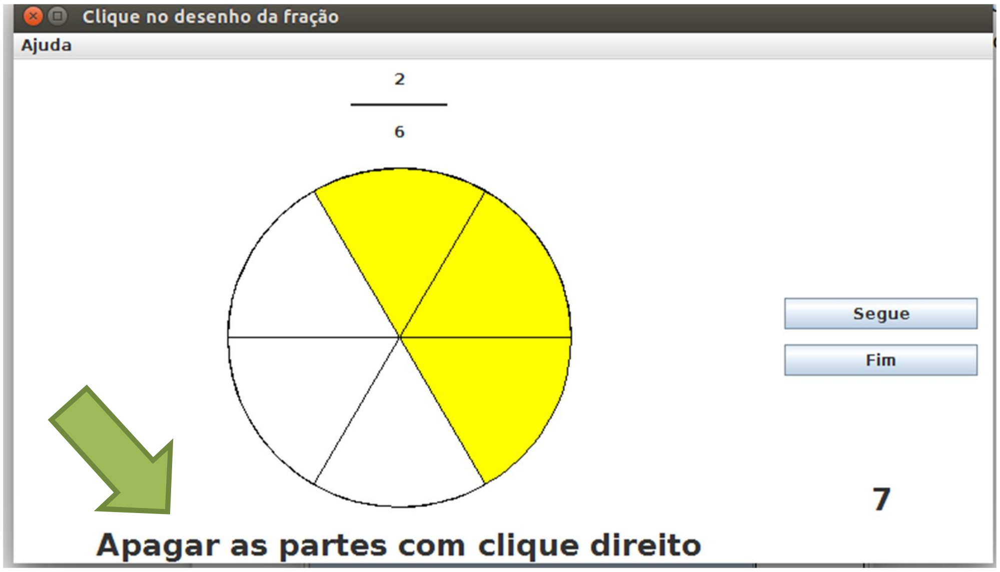
Figura 4 – Indicação da frase “Ele é tão pequeno!” na tela do software



Fonte: Acervo da autora, 2018.

Se o estudante marcar mais partes do que o indicado pela fração, o software traz a seguinte frase “Apagar as partes com clique direito”. Assim, o estudante percebe que precisa pintar menos partes do disco.

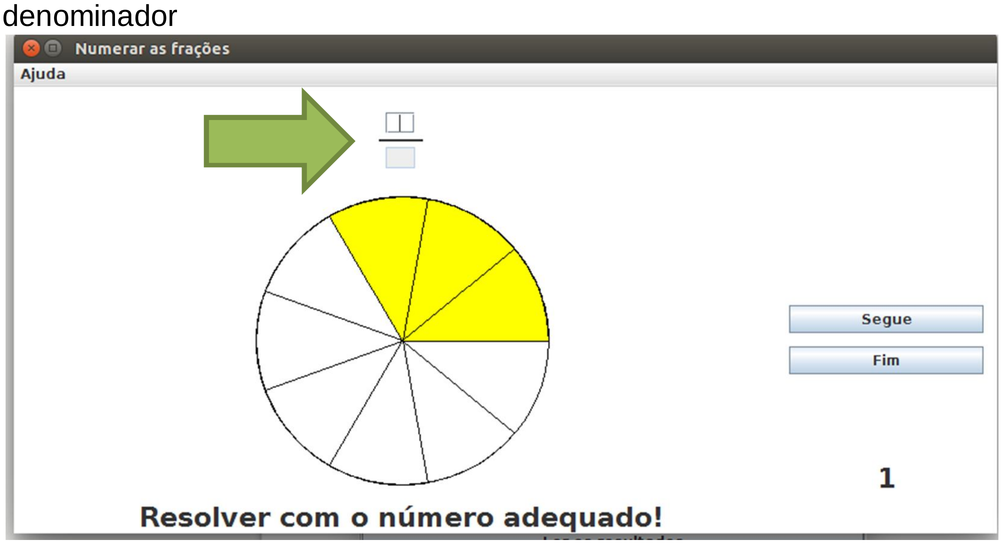
Figura 5 – Indicação da frase “Apagar as partes com clique direito” na tela do software



Fonte: Acervo da autora, 2018.

Já na atividade 2 “Definir fração”, o software mostra o disco previamente dividido em regiões iguais e com algumas partes pintadas. Cada estudante deve digitar o numerador e o denominador correspondente no espaço indicado pela seta.

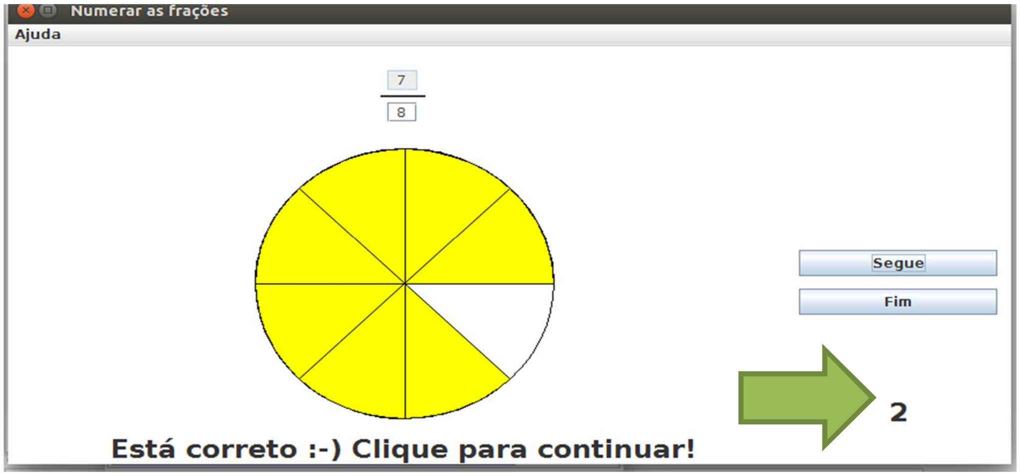
Figura 6 – Indicação dos espaços correspondentes ao numerador e ao denominador



Fonte: Acervo da autora, 2018.

A cada acerto, o software contabiliza um ponto.

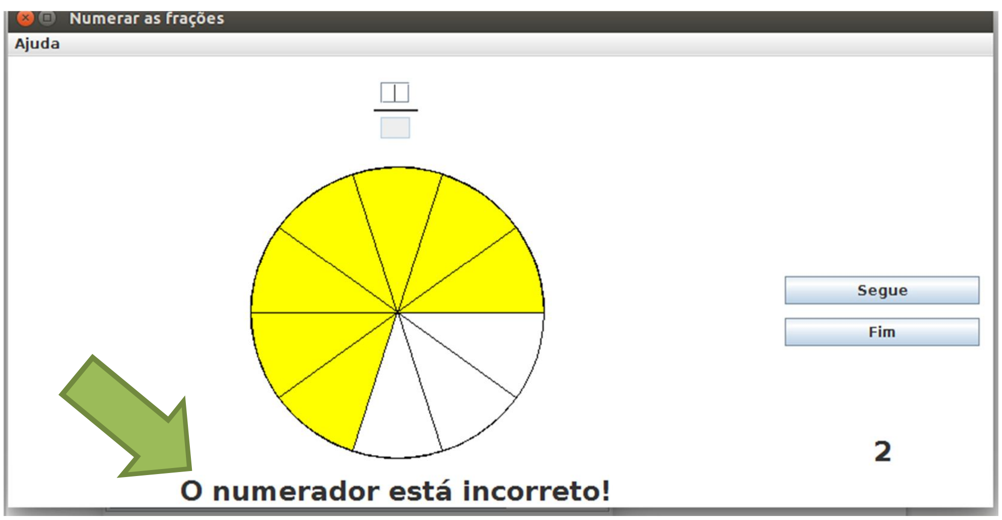
Figura 7 – Representação da quantidade de pontos no canto inferior direito 2



Fonte: Acervo da autora, 2018.

Se o estudante digitar um número que não corresponde à(s) parte(s) pintada(s), o software mostra a frase "O numerador está incorreto!" e não permite que o estudante avance para digitar o denominador até que acerte o numerador.

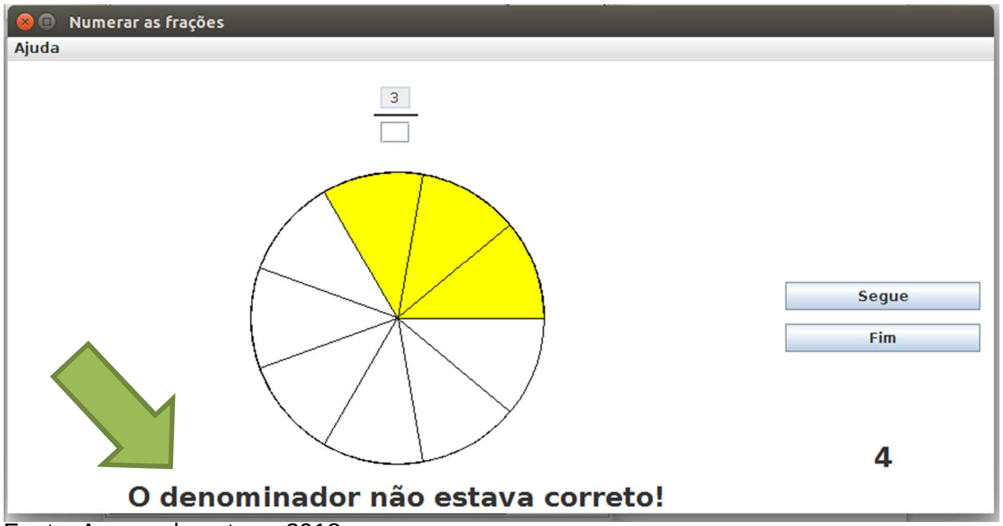
Figura 8 – Indicação da frase "O numerador está incorreto" na tela do software



Fonte: Acervo da autora, 2018.

Após avançar para o denominador, se o estudante digitar um valor que não corresponda à totalidade das partes que o disco foi dividido, ao dar enter, o software apaga o denominador incorreto e mostra a frase: "O denominador não estava correto!”. Assim o estudante precisa contar as partes novamente até acertar.

Figura 9 – Indicação da frase “O denominador não estava correto” na tela do software



Fonte: Acervo da autora, 2018.

9.2.1 Roteiro de estudo dirigido para os estudantes - Oficina 2

Atividade 1: Bolinhas de gude

Em dupla, descubra:

a) quanto é $\frac{1}{2}$ de 20 bolinhas de gude? _________

O que você precisou fazer com o número de bolinhas de gude para descobrir a quantidade que a fração representa?

____

b) quanto é $\frac{2}{2}$ de 20 bolinhas de gude? _________

c) quanto é $\frac{1}{4}$ de 20 bolinhas de gude? __________

O que você precisou fazer com o número de bolinhas de gude para descobrir a quantidade que a fração representa?

____

d) quanto é $\frac{2}{4}$ de 20 bolinhas de gude? ________

e) quanto é $\frac{3}{4}$ de 20 bolinhas de gude? ________

f) quanto é $\frac{4}{4}$ de 20 bolinhas de gude? ________

g) quanto é $\frac{1}{5}$ de 20 bolinhas de gude? ________

O que você precisou fazer com o número de bolinhas de gude para descobrir a quantidade que a fração representa?

____

h) quanto é $\frac{2}{5}$ de 20 bolinhas de gude? ________

i) quanto é $\frac{3}{5}$ de 20 bolinhas de gude? ________

j) quanto é $\frac{4}{5}$ de 20 bolinhas de gude? ________

k) quanto é $\frac{5}{5}$ de 20 bolinhas de gude?________

Atividade 2: Frações de notas de dinheiro

Em dupla, descubra:

a) Quantas notas de R$ 2,00 preciso para completar R$ 20,00? _____

b) Dessa forma:

Uma nota de R$ 2,00 corresponde a que fração do total de notas que formam os R$ 20,00? ______

E esta fração representa quantos reais? ______

Duas notas de R$ 2,00 correspondem a que fração do total de notas? _____

E esta fração representa quantos reais? ______

Três notas de R$ 2,00 correspondem a que fração do total de notas? _____

E esta fração representa quantos reais? ______

Quatro notas de R$ 2,00 correspondem a que fração do total de notas? _____

E esta fração representa quantos reais? ______

Cinco notas de R$ 2,00 correspondem a que fração do total de notas? _____

E esta fração representa quantos reais? ______

Sete notas de R$ 2,00 correspondem a que fração do total de notas? _____

E esta fração representa quantos reais? ______

Nove notas de R$ 2,00 correspondem a que fração do total de notas? _____

E esta fração representa quantos reais? ______

c) Quantas notas de R$ 5,00 preciso para completar R$ 40,00? ______

d) Dessa forma:

Uma nota de R$ 5,00 corresponde a que fração do total de notas que formam os R$ 40,00? ______

E esta fração representa quantos reais? ______

Duas notas de R$ 5,00 correspondem a que fração do total de notas que formam os R$ 40,00? ______

E esta fração representa quantos reais? ______

Quatro notas de R$ 5,00 correspondem a que fração do total de notas que formam os R$ 40,00? ______

E esta fração representa quantos reais? ______

Seis notas de R$ 5,00 correspondem a que fração do total de notas que formam os R$ 40,00? ______

E esta fração representa quantos reais? ______

Oito notas de R$ 5,00 correspondem a que fração do total de notas que formam os R$ 40,00? ______

E esta fração representa quantos reais? ______

Atividade 3: Software JfractionLab

Realizar as atividades 1 e 2.

9.3 OFICINA 3

Objetivos:

- Identificar as quantidades decontínuas com as respectivas frações no jogo da memória.
- Comparar frações, utilizando material manipulativo (tiras de papel e frações circulares em discos de MDF) indicando se a fração da esquerda é maior, igual ou menor que a fração da direita.

Atividade 1: Site: www.atividadeseducativas.com.br

Cada estudante acessou o site: www.atividadeseducativas.com.br e digitou no campo pesquisar, o número da atividade que o site previamente a denominou como 8296 ou o nome Jogo da Memória Matemática. A imagem a seguir, representa a tela inicial do jogo.

Figura 10 – Jogo da Memória Matemática

Fonte: Acervo da autora, 2018.

Essa atividade apresenta quatro níveis, sendo que, em cada nível, a quantidade de peças aumenta. Em cada um dos níveis, o estudante deve encontrar uma carta com desenho que corresponde a uma carta com fração de forma a obter o par correto. Quando não conseguir clicar no par correto, as peças permanecem viradas. Se conseguir encontrar o par de cartas correto, o jogo contabiliza os pares formados e os respectivos pontos obtidos, e na tela somente permanecem as cartas que ainda precisam ser descobertas. Quanto mais rápido o estudante conseguir terminar cada nível, mais pontos o jogador conquista. A seguir, são apresentadas duas telas para cada um dos quatro níveis, totalizando oito imagens do jogo da memória.

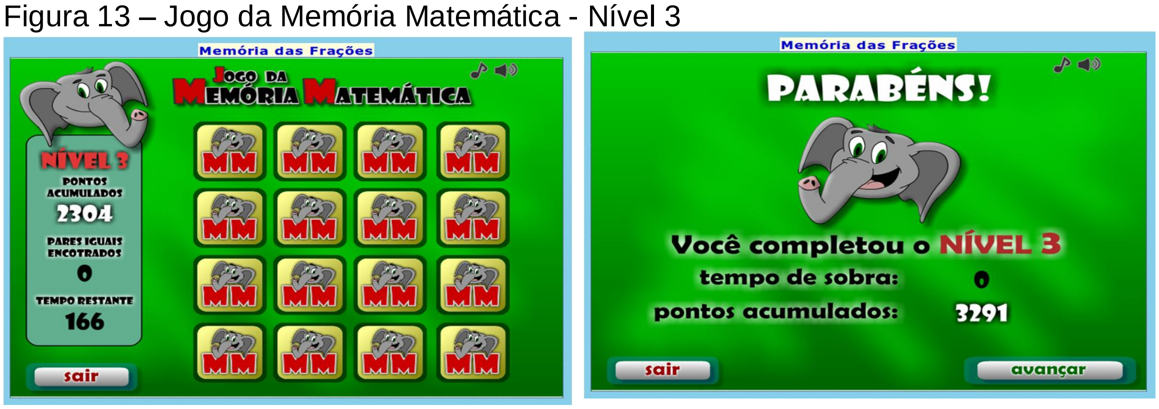
Figura 11 – Jogo da Memória Matemática - Nível 1

Fonte: Acervo da autora, 2018.

Figura 12 – Jogo da Memória Matemática - Nível 2

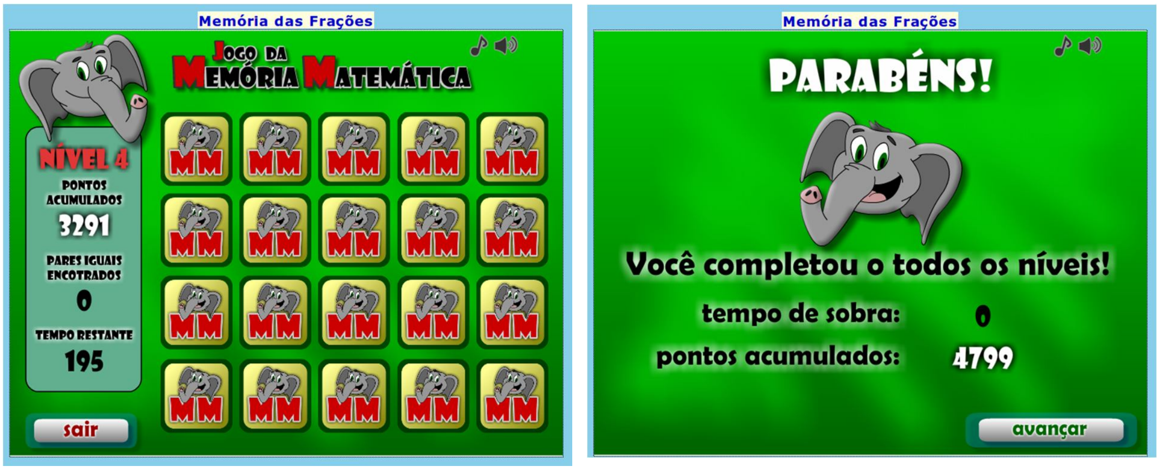
Fonte: Acervo da autora, 2018.

Figura 13 – Jogo da Memória Matemática - Nível 3



Fonte: Acervo da autora, 2018.

Figura 14 – Jogo da Memória Matemática - Nível 4

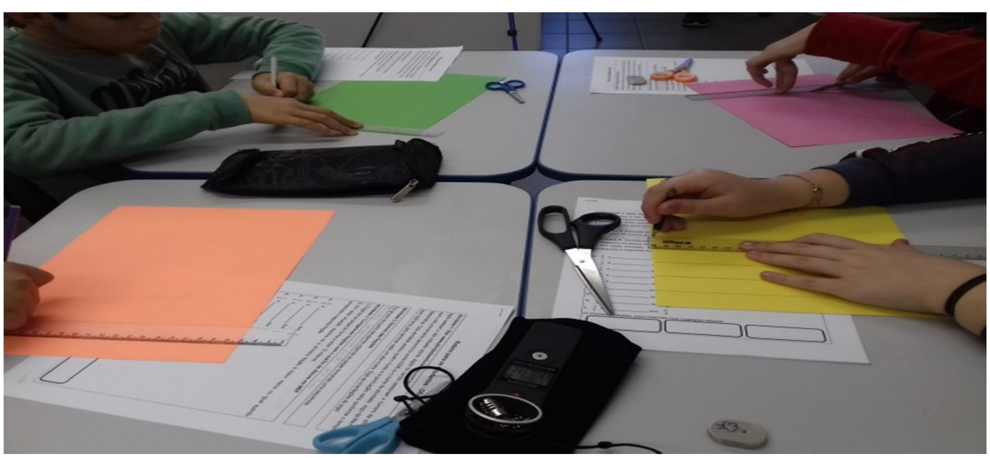


Fonte: Acervo da autora, 2018.

Atividade 2: Comparando frações com o auxílio de tiras

Cada estudante recebeu uma folha de papel colorido e recortou 5 tiras. A primeira tira não foi dividida em nenhuma parte e os estudantes escreveram nela um inteiro. A segunda tira foi dobrada ao meio e recortada. Em cada parte das metades foi escrito a fração $\frac{1}{2}$. Com as outras três tiras foram realizadas novas dobras, a fim de obterem, respectivamente, as frações: $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{8}$ e $\frac{1}{16}$.

Fotografia 10 – Divisão da folha colorida em tiras 1

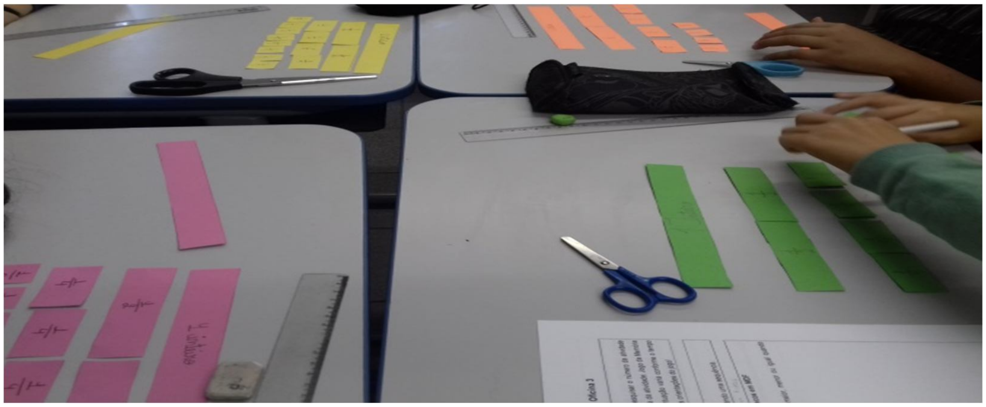


Fonte: Acervo da autora, 2018.

Fotografia 11 – Divisão da folha colorida em tiras 2

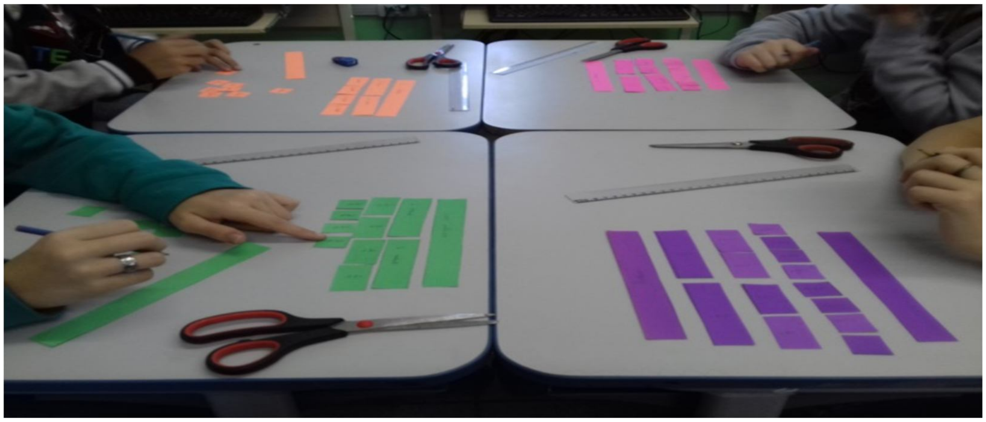
Fonte: Acervo da autora, 2018.

Fotografia 12 – Representação de frações por meio do recorte de tiras 1



Fonte: Acervo da autora, 2018.

Fotografia 13 – Representação de frações por meio do recorte de tiras 2



Fonte: Acervo da autora, 2018.

Com as cinco tiras (um inteiro e as outras quatro tiras divididas em meios, quartos, oitavos e em dezesseis partes), os estudantes realizaram comparações entre as diversas frações, a fim de identificarem qual parte é menor, maior ou equivalente uma a outra.

Atividade 3: Comparando frações com o auxílio de discos em MDF

Os estudantes foram divididos em 4 grupos. Cada grupo recebeu uma caixa que contém 1 disco inteiro e outros 9 discos divididos, respectivamente, em meios, terços, quartos, quintos, sextos, sétimos, oitavos, nonos e décimos. Inicialmente, os estudantes manusearam as peças de forma a montar 10 discos inteiros e, na sequência, realizaram a comparação entre as frações indicadas, conforme roteiro a seguir:

1) Organize as peças de forma a obter 10 inteiros.

2) Em cada situação, escreva se a primeira fração é maior, menor ou igual quando comparada a segunda fração.

a) $\frac{1}{2}$ é _______________ que $\frac{1}{10}$

b) $\frac{1}{6}$ é _______________ que $\frac{1}{4}$

c) $\frac{1}{7}$ é _______________ que $\frac{1}{3}$

d) $\frac{1}{5}$ é _______________ que $\frac{1}{8}$

e) $\frac{3}{4}$ é _______________ que $\frac{3}{5}$

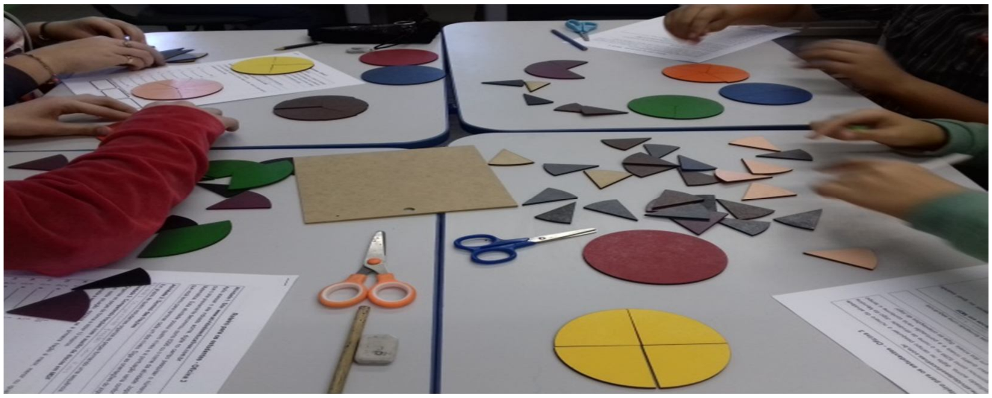
f) $\frac{5}{6}$ é _______________ que $\frac{2}{7}$

g) $\frac{2}{5}$ é _______________ que $\frac{3}{9}$

h) $\frac{2}{4}$ é _______________ que $\frac{4}{8}$

i) $\frac{2}{3}$ é _______________ que $\frac{6}{9}$

Fotografia 14 – Comparação de frações por meio da manipulação de discos em MDF 1



Fonte: Acervo da autora, 2018.

Fotografia 15 – Comparação de frações por meio da manipulação de discos em MDF 2

Fonte: Acervo da autora, 2018.

3) Escreva frações equivalentes nos espaços abaixo:

Após finalizada a tarefa 3 desta atividade, cada grupo socializou com os colegas as frações equivalentes que escreveram.

9.3.1 Roteiro de estudo dirigido para os estudantes - Oficina 3

Atividade 1: Site: www.atividadeseducativas.com.br

Após acessar o site indicado acima, digite no campo pesquisar o número da atividade “8296” ou o nome “Jogo da Memória Matemática”. Esta atividade possui quatro níveis e a pontuação varia conforme o tempo que você levou para terminar cada um dos níveis. Siga as orientações do jogo!

Atividade 2: Comparando frações com o auxílio de tiras de papel

1) Recortar 5 tiras.

2) Um tira corresponde a um inteiro e as quatro outras tiras são divididas em meios, quartos, oitavos e em dezesseis partes.

3) Em cada parte, escreva a fração correspondente.

4) Compare as partes obtidas.

Atividade 3: Comparando frações com o auxílio de discos em MDF

1) Organize as peças de forma a obter 10 inteiros e, na sequência, escreva se a primeira fração é maior, menor ou igual quando comparada à segunda fração.

a) $\frac{1}{2}$ é ______________ que $\frac{1}{10}$

b) $\frac{1}{6}$ é ______________ que $\frac{1}{4}$

c) $\frac{1}{7}$ é ______________ que $\frac{1}{3}$

d) $\frac{1}{5}$ é ______________ que $\frac{1}{8}$

e) $\frac{3}{4}$ é ______________ que $\frac{3}{5}$

f) $\frac{5}{6}$ é ______________ que $\frac{2}{7}$

g) $\frac{2}{5}$ é ______________ que $\frac{3}{9}$

h) $\frac{2}{4}$ é ______________ que $\frac{4}{8}$

i) $\frac{2}{3}$ é ______________ que $\frac{6}{9}$

3) Escreva frações equivalentes nos espaços abaixo:

9.4 OFICINA 4

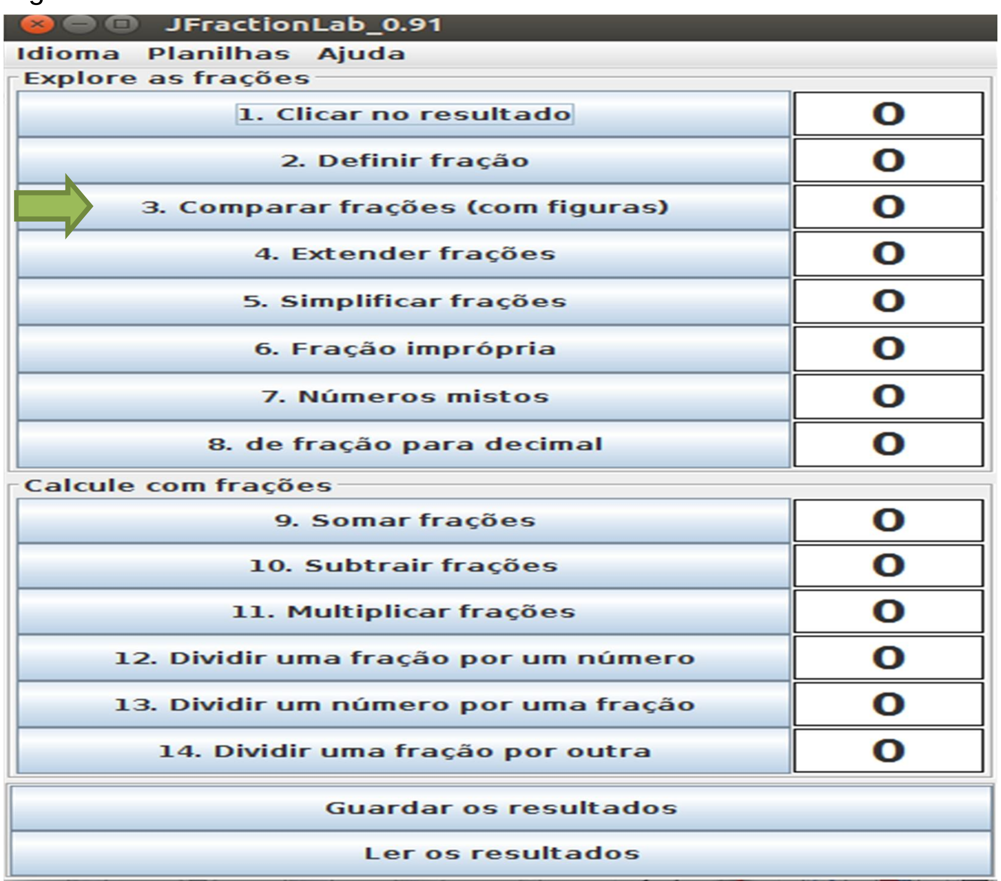
Objetivos:

- Comparar frações, utilizando recursos do software JFractionLab, indicando se a fração da esquerda é maior, igual ou menor que a fração da direita.
- Reconhecer e representar, em círculos de papel sulfite, frações equivalentes.
- Simplificar e expandir, reconhecendo múltiplos e divisores de frações, de forma a obterem frações equivalentes utilizando recursos do software JFractionLab.
- Adicionar frações com denominadores iguais, utilizando discos em MDF.

Atividade1: Software JFractionLab

Cada estudante acessou o software JFractionLab e realizou a atividade 3. A imagem a seguir mostra a tela inicial do software e a localização desta atividade.

Figura 15 – Tela inicial do software JFractionLab 2

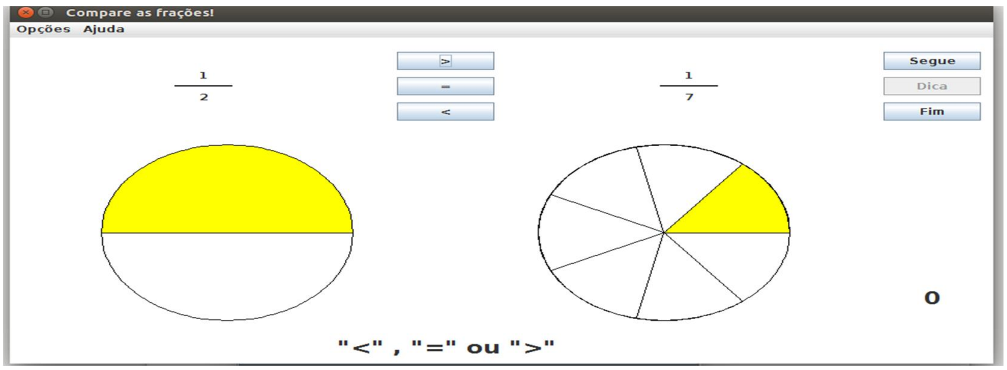


Fonte: Acervo da autora, 2018.

A seguir, são apresentadas seis telas do software JFractionLab que especificam o desenvolvimento da atividade 3.

No item 3 “Comparar frações (com figuras)” o software mostra duas frações e entre elas há os sinais de > (maior), = (igual) e < (menor). Abaixo de cada fração, aparecem os discos correspondentes a cada uma das duas frações para que o estudante possa visualizar a fração por meio do desenho, e assim, além do número fracionário, ter à disposição o desenho para melhor comparar quais frações são menores, maiores ou iguais uma da outra.

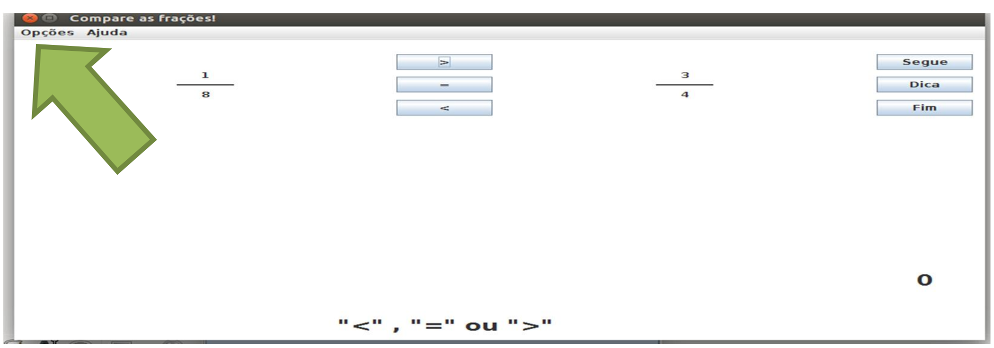
Figura 16 – Representação do desenvolvimento de uma tarefa na atividade 3 - “Comparar frações (com figuras)”



Fonte: Acervo da autora, 2018.

O software permite ocultar os discos caso o estudante queira testar seus conhecimentos apenas com os números fracionários. Para isso, clica-se na aba “Opções” e seleciona-se a opção “Ocultar pizzas”.

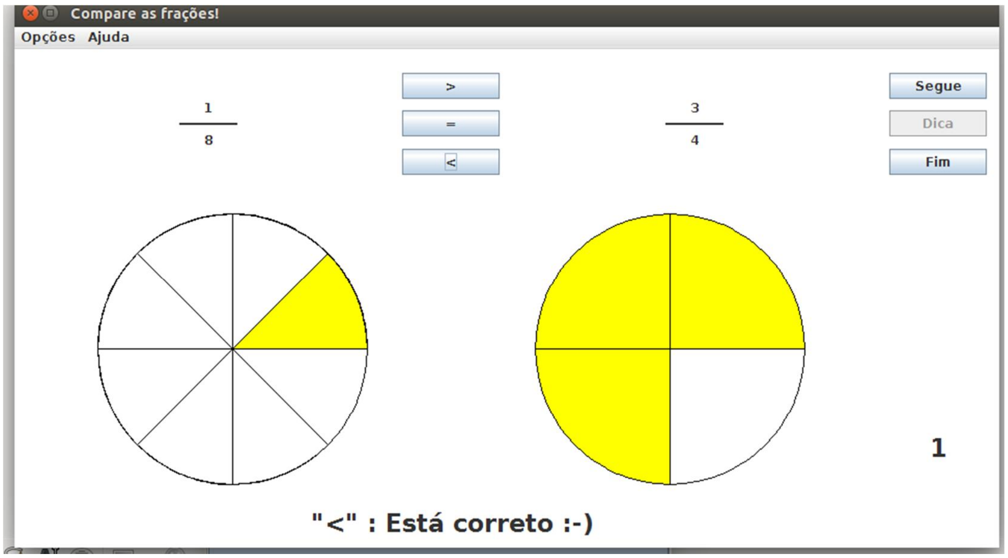
Figura 17 – Representação de desenvolvimento de uma tarefa na atividade 3 com ocultação dos discos



Fonte: Acervo da autora, 2018.

A cada acerto, o software contabiliza os pontos e mostra o sinal correto marcado pelo estudante, seguido da frase “Está correto”, conforme o exemplo a seguir: “>: Está correto.”

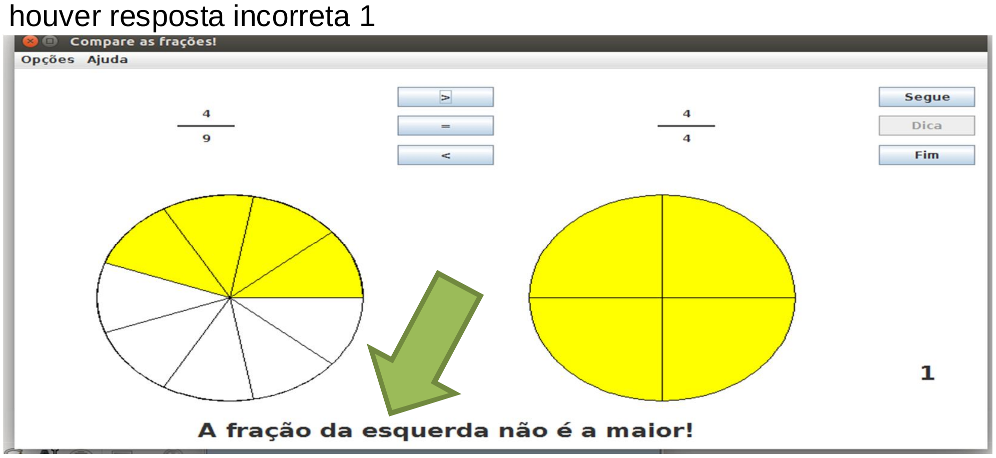
Figura 18 – Indicação da frase “‘<’: Está correto” na tela do software



Fonte: Acervo da autora, 2018.

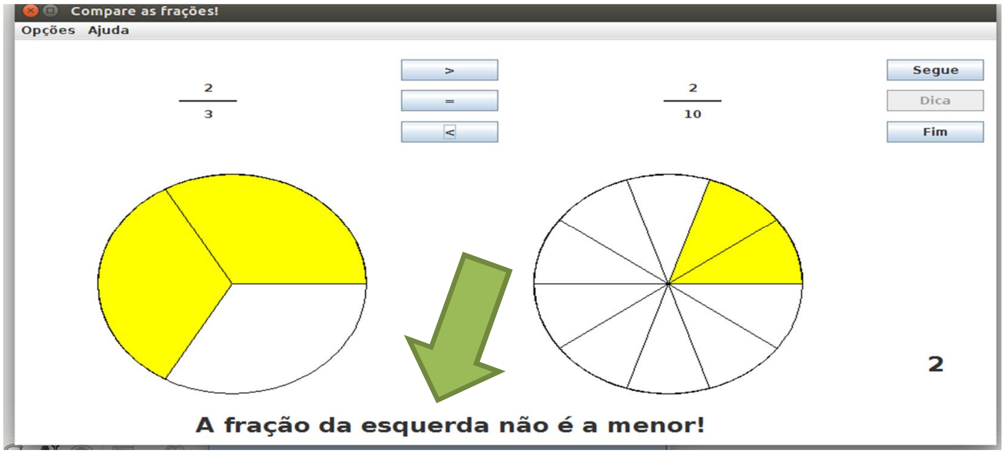
Se o estudante errar o sinal de >, = ou <, o software mostra, a depender de cada caso, as seguintes frases: “A fração da esquerda não é a maior!”; “A fração da esquerda não é a menor!” ou “As frações não são iguais!”.

Figura 19 – Indicação de frase na parte inferior da tela do software quando houver resposta incorreta 1



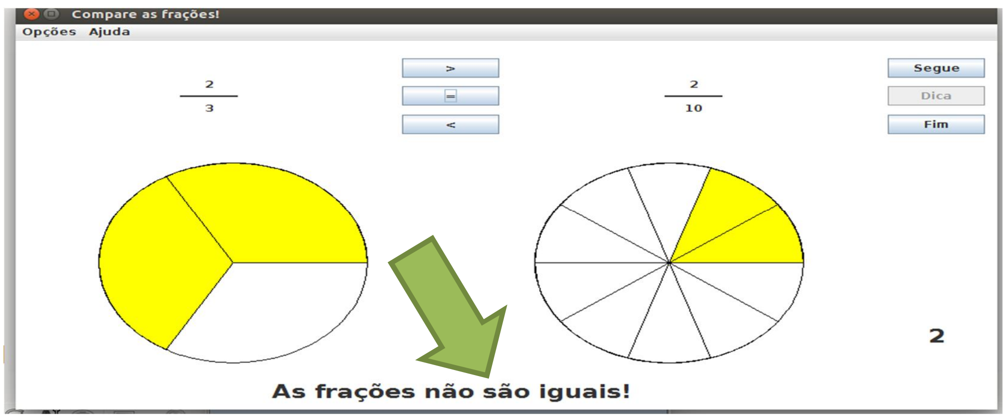
Fonte: Acervo da autora, 2018.

Figura 20 – Indicação de frase na parte inferior da tela do software quando houver resposta incorreta 2



Fonte: Acervo da autora, 2018.

Figura 21 – Indicação de frase na parte inferior da tela do software quando houver resposta incorreta 3



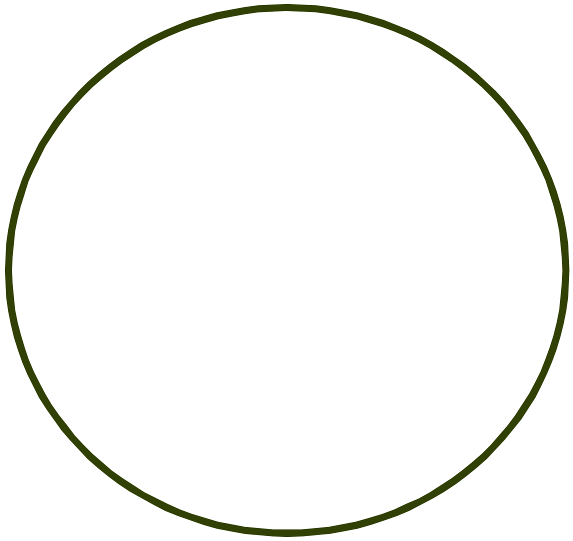
Fonte: Acervo da autora, 2018.

Atividade 2: Discos de frações em papel sulfite

Três estudantes da turma foram convidados a resolver o seguinte problema matemático:

"Três estudantes receberam um disco cada um. O primeiro estudante recebeu o disco dividido em duas partes, o segundo estudante recebeu o disco dividido em quatro partes e o terceiro, recebeu um disco dividido em 8 partes.

Se os três estudantes pintaram a mesma parte do todo, qual foi a fração pintada por cada um?"



Enquanto os três estudantes resolviam o problema matemático com os três círculos de papel, os demais estudantes também dialogavam, entre eles, soluções para o problema.

Ao final, os três estudantes apresentaram as soluções encontradas por eles, e os demais colegas da turma analisaram se a solução estava correta.

Atividade 3: Software JFractionLab

Os estudantes exploraram as atividades 4 e 5 do software JFractionLab. Na sequência, é apresentado o passo a passo das especificidades de ambas as atividades por meio de oito telas deste software.

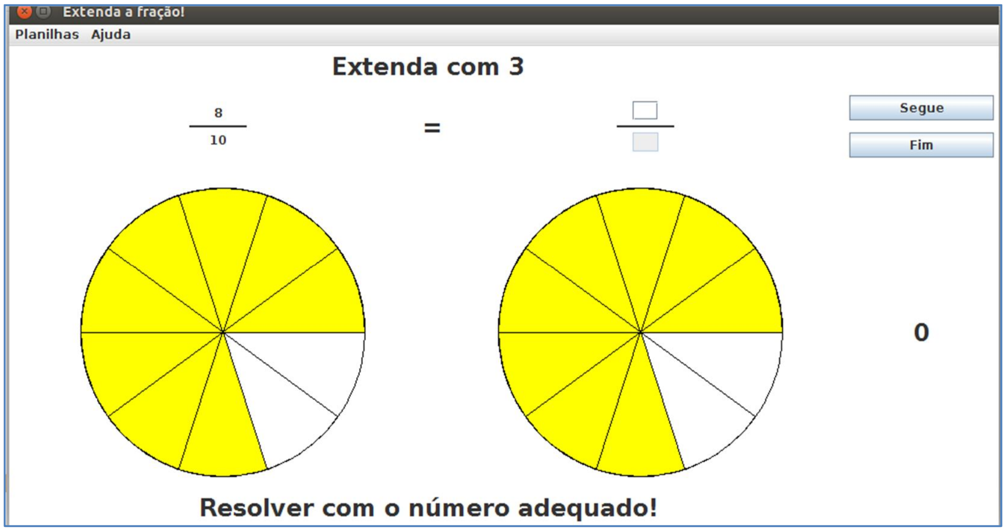
Na atividade 4, “Extender frações[16]”, o software indica um valor que deve ser multiplicado ao numerador e ao denominador da fração indicada de forma a obter uma nova fração, equivalente à primeira.

Antes da multiplicação há dois discos iguais, conforme figura a seguir.

---

16 A atividade “Extender frações” permite que o estudante obtenha uma fração equivalente por meio do cálculo do produto de ambos os termos da fração pelo mesmo número.

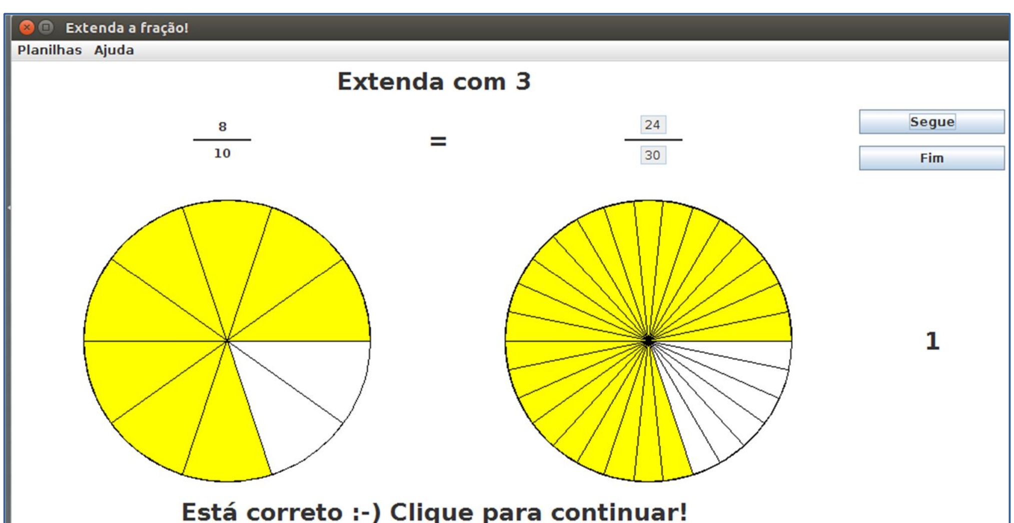
Figura 22 – Representação de tarefa desenvolvida na atividade 4 “Extender frações” do software JFractionLab 1



Fonte: Acervo da autora, 2018.

Após a multiplicação, o software mostra dois discos; o primeiro representando a fração dada inicialmente, e o segundo disco representando a fração obtida após ser realizada a multiplicação do numerador e do denominador. A seguir, por meio das telas do software, é possível visualizar que as regiões pintadas de amarelo dos dois discos representam a mesma quantidade, evidenciando a equivalência de ambas as frações.

Figura 23 - Representação de tarefa desenvolvida na atividade 4 “Extender frações” do software JFractionLab 2

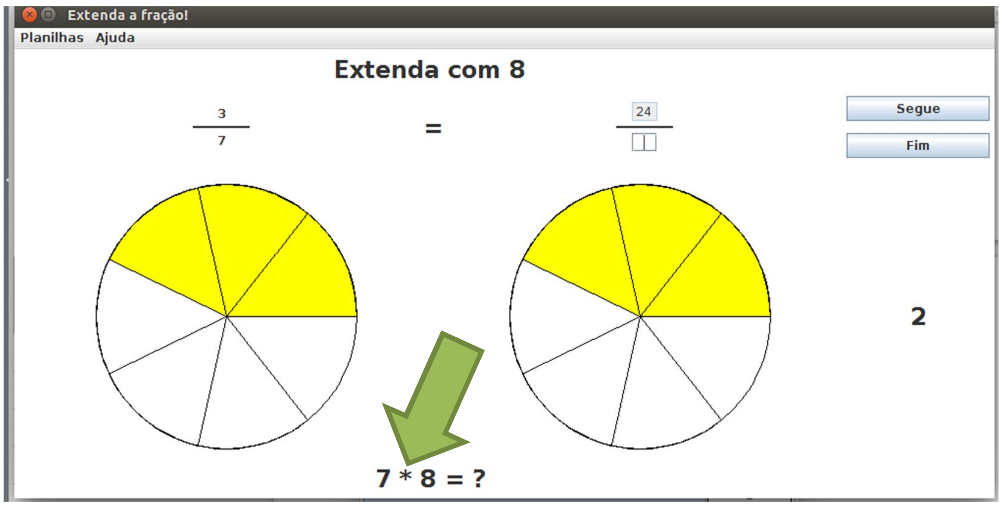


Fonte: Acervo da autora, 2018.

Se o estudante acertar aparece na parte inferior da tela a frase “Está correto :-) Clique para continuar!”. A cada acerto, os pontos são contabilizados no lado direito da atividade.

Caso o estudante erre o valor do numerador e do denominador, o software apaga o valor incorreto e informa, na parte inferior da atividade, a multiplicação que deve ser realizada.

Figura 24 – Representação de tarefa desenvolvida na atividade 4 “Extender frações” do software JFractionLab 3

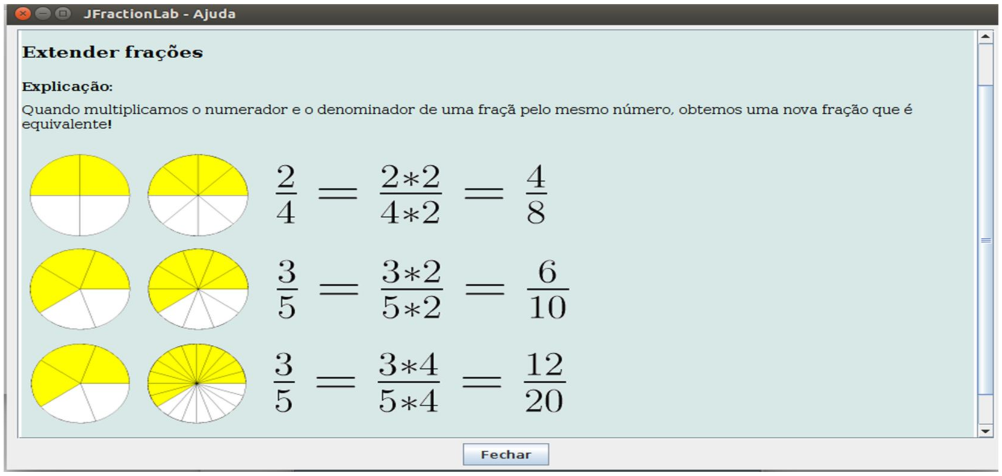


Fonte: Acervo da autora, 2018.

Caso o estudante tenha dificuldade de entender a atividade, pode buscar explicações de como realizar a tarefa na opção “ajuda”, localizada no canto superior esquerdo da tela.

Nesse caso, abre uma nova tela, conforme imagem a seguir, contendo a explicação.

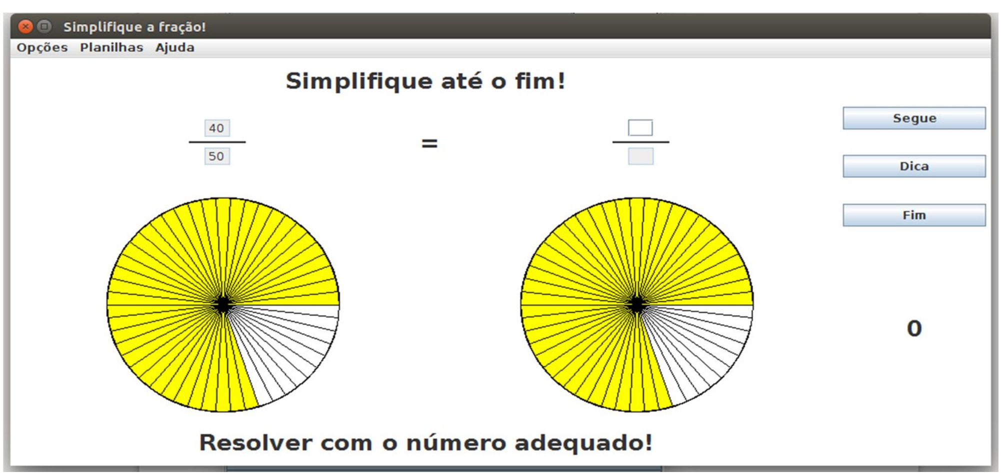
Figura 25 – Representação de tarefa desenvolvida na atividade 4 "Extender frações" do software JFractionLab 4



Fonte: Acervo da autora, 2018.

Na atividade 5 do software JFractionLab, "Simplificar frações", o estudante faz o inverso do que fez na atividade anterior. Ao invés de multiplicar o numerador e o denominador pelo valor indicado, deve dividir o numerador e o denominador, simplificando, ao máximo, a fração indicada, de forma a encontrar a fração equivalente irredutível.

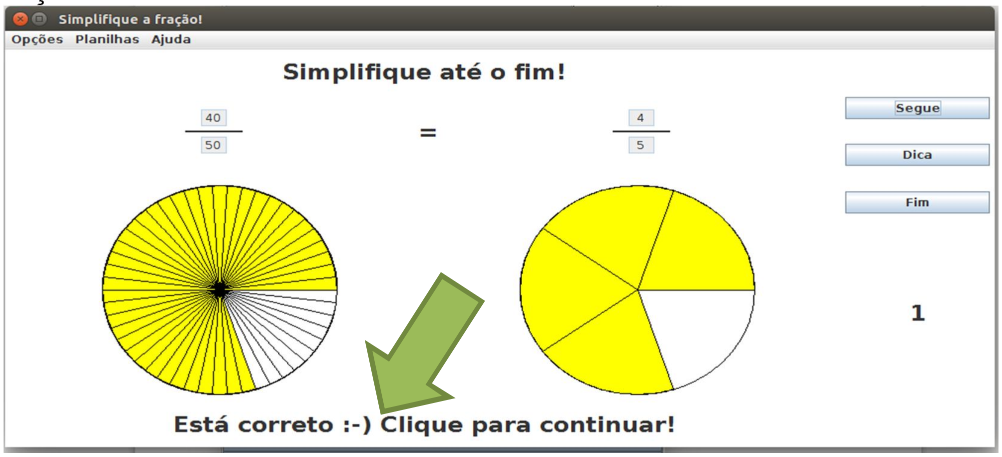
Figura 26 – Representação de tarefa desenvolvida na atividade 5 "Simplificar frações" do software JFractionLab 1



Fonte: Acervo da autora, 2018.

Se o estudante acertar, aparece, na parte inferior da tela, a frase "Está correto :-) Clique para continuar!". A cada acerto, os pontos são contabilizados no lado direito da atividade.

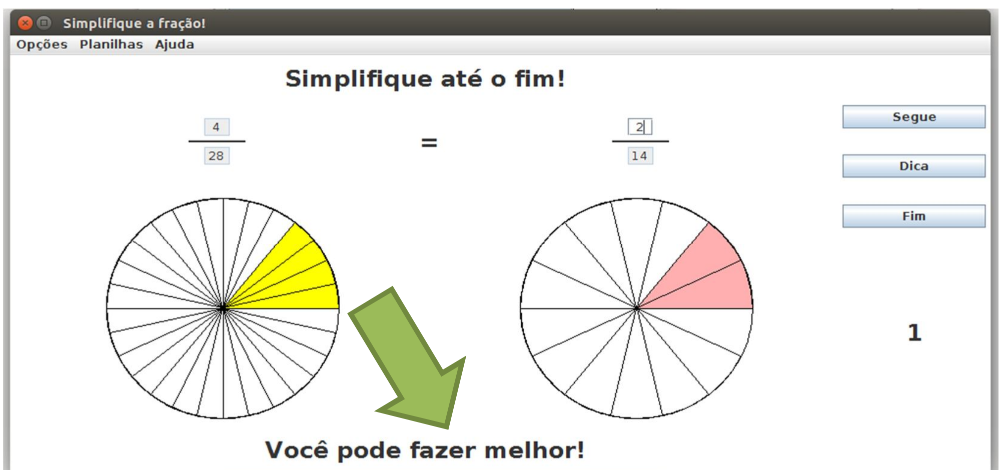
Figura 27 – Representação de tarefa desenvolvida na atividade 5 “Simplificar frações” do software JFractionLab 2



Fonte: Acervo da autora, 2018.

Caso o estudante não encontre a fração irredutível, a região é pintada de rosa e aparece a frase “Você pode fazer melhor!”

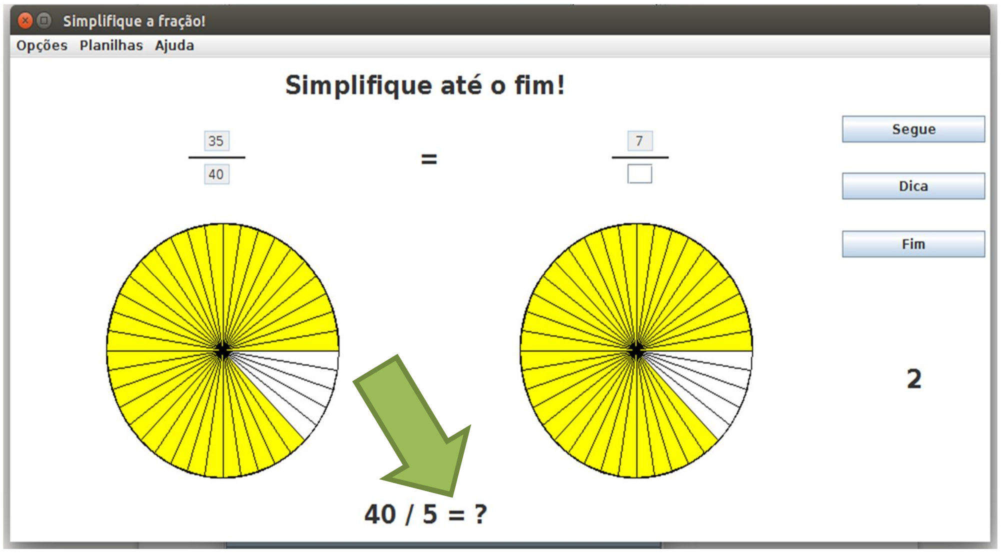
Figura 28 – Representação de tarefa desenvolvida na atividade 5 “Simplificar frações” do software JFractionLab 3



Fonte: Acervo da autora, 2018.

Caso o estudante não simplifique corretamente, o software mostra, na parte inferior da atividade, a divisão que deve ser realizada.

Figura 29 – Representação de tarefa desenvolvida na atividade 5 “Simplificar frações” do software JFractionLab 4



Fonte: Acervo da autora, 2018.

Atividade 5: Adição e subtração de frações com denominadores iguais com discos em MDF

Após os estudantes explorarem diferentes atividades com discos, tanto em MDF como no software JfractionLab, foram desafiados a adicionar e subtrair frações com denominadores iguais com discos em MDF.

a) (Amarelo) $\frac{1}{4} + \frac{2}{4}$ b) (Bege) $\frac{2}{7} + \frac{4}{7}$ c) (Alaranjado) $\frac{4}{5} - \frac{3}{5}$

Fotografia 16 – Adição de frações com com denominadores iguais com discos em MDF 1

Fonte: Acervo da autora, 2018.

Fotografia 17 – Subtração de frações com denominadores iguais com discos em MDF 2

Fonte: Acervo da autora, 2018.

9.4.1 Roteiro de estudo dirigido para os estudantes - Oficina 4

Atividade 1: Software JFractionLab

Acesse no computador o software indicado acima e selecione o item 3 “Comparar frações (com figuras)”. Compare as frações selecionando uma das opções apresentadas: > (maior), = (igual) ou < (menor).

Atividade 2: Problema matemático

1 – “Três estudantes receberam um disco cada um. O primeiro estudante recebeu o disco dividido em duas partes, o segundo estudante recebeu o disco dividido em quatro partes e o terceiro recebeu um disco dividido em 8 partes. Se os três estudantes pintaram a mesma parte do todo, qual foi a fração pintada por cada um?” Registre nos espaços abaixo as soluções econtradas.

Atividade 3: Software JFractionLab

Acesse o item 4 “Extender frações” do software JfractionLab. O software indicará um valor que deverá ser multiplicado o numerador e o denominador da fração indicada para obter uma nova fração, equivalente à primeira.

Atividade 4: Software JFractionLab

No item 5 “Simplificar frações” do software JfractionLab, você fará o inverso do que fez na atividade anterior. Ao invés de multiplicar o numerador e o denominador pelo valor indicado, deverá dividir o numerador e o denominador simplificando ao máximo a fração indicada, de forma a encontrar uma fração equivalente.

Atividade 5: Discos em MDF

Com o auxílio dos discos realize as operações abaixo:

a) (Amarelo) $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} =$ b) (Bege) $\frac{2}{7} + \frac{4}{7} =$ c) (Alaranjado) $\frac{4}{5} - \frac{3}{5} =$

9.5 OFICINA 5

Objetivos:

- Efetuar a adição de frações com denominadores iguais e diferentes através de frações equivalentes, utilizando discos em MDF e recursos dos softwares Kbruch e JfractionLab.

Atividade 1: Adição de frações com denominadores iguais e diferentes utilizando discos em MDF

Dando continuidade à última atividade, realizada na oficina anterior, na qual os estudantes adicionaram e subtraíram frações com denominadores iguais, nesta oficina, ainda com o auxílio dos discos em MDF, os estudantes iniciaram a tarefa resolvendo uma adição com denominadores iguais e na sequência resolveram duas adições com denominadores diferentes.

a) (Cinza) $\frac{6}{9} + \frac{2}{9} =$

b) (Azul e verde) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} =$

c) (Amarelo e marrom) $\frac{1}{4} + \frac{3}{8} =$

Atividade 2: Software Kbruch

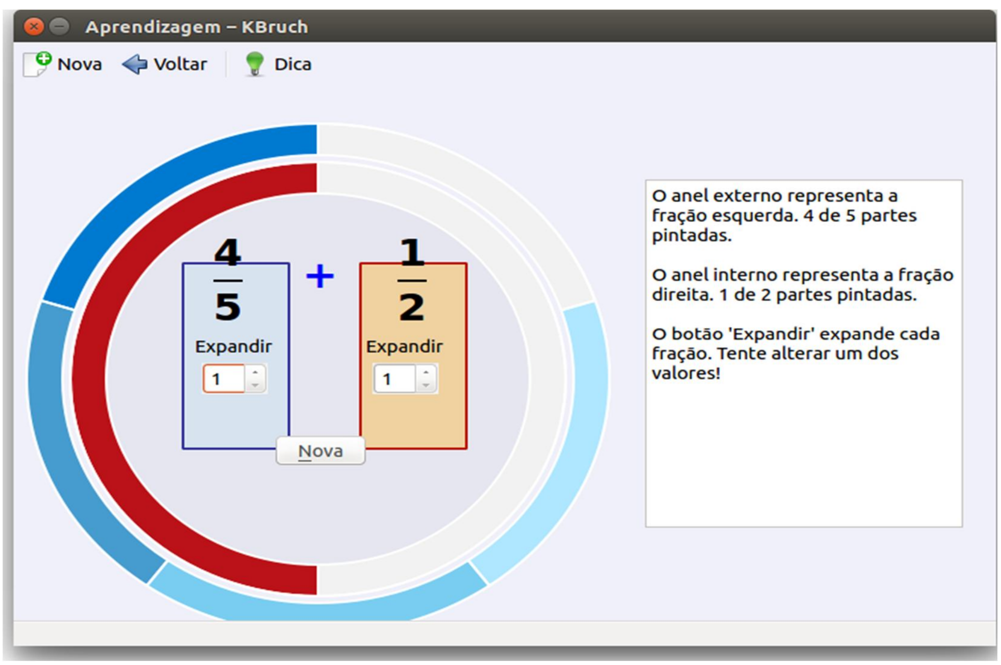
Os estudantes acessaram o software Kbruch (baixado diretamente pelo sistema operacional Ubuntu dos repositórios oficiais), o qual apresenta dois modos de trabalho: Exercício e Aprendizagem. Para dar continuidade às atividades de adição de frações a partir de frações equivalentes foram realizadas as atividades do campo Aprendizagem, destacado na tela apresentada seguir.

Figura 30 - Tela do software Kbruch 1

Fonte: Acervo da autora, 2018.

Ao selecionarmos esse campo, abre uma janela com uma soma de duas frações com denominadores diferentes. A tarefa consiste em expandir cada uma das frações, transformando-as em frações equivalentes às apresentadas inicialmente, de forma que ambas fiquem com denominadores iguais.

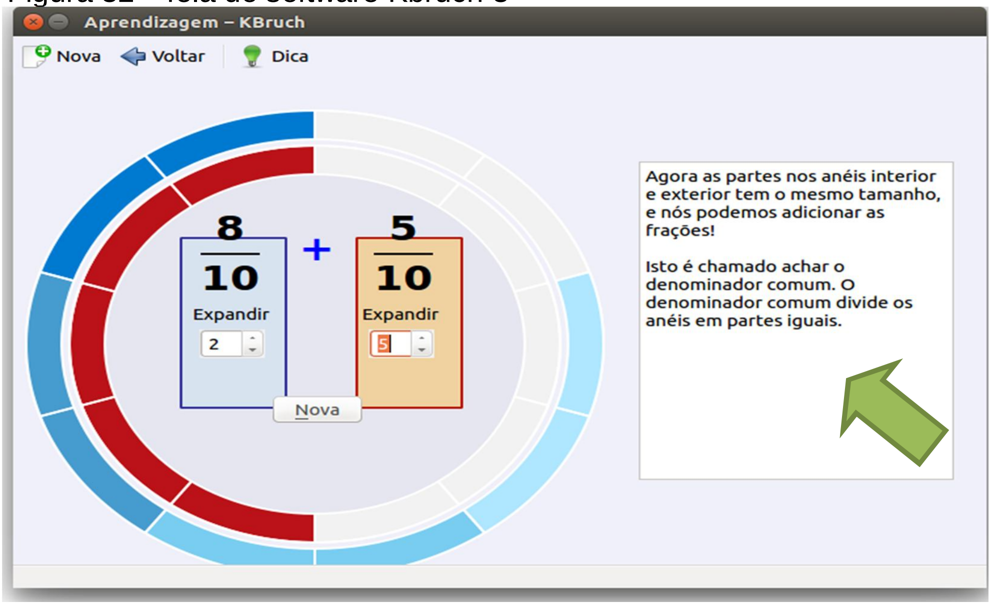
Figura 31 - Tela do software Kbruch 2



Fonte: Acervo da autora, 2018.

Caso o estudante tenha dificuldade em realizar a atividade pode clicar no campo “dica”. Ao fazer isso, uma informação surge no lado direito da tela com orientações.

Figura 32 - Tela do software Kbruch 3



Fonte: Acervo da autora, 2018.

Observamos que o software Kbruch permite tanto a visualização escrita das frações quanto a visualização geométrica por meio das regiões pintadas nos anéis. Após a transformação das frações originais em frações equivalentes, ambos os anéis são divididos em partes iguais, representando os denominadores comuns, as duas frações e os numeradores surgem na representação como partes pintadas. E assim, com todas as partes do mesmo tamanho (equivalentes), é possível realizar a operação solicitada.

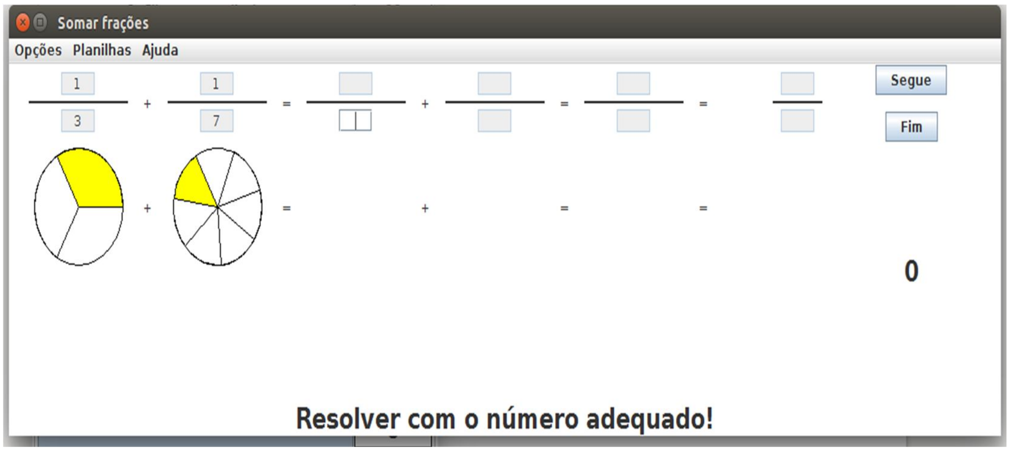
Atividade 3: Software JfractionLab

Finalizada a atividade com o software Kbruch, os estudantes realizaram as atividades do campo 9 “Somar frações” do software JFractionLab. Com o auxílio dessa atividade, os estudantes, transformaram, novamente, frações com denominadores diferentes em frações equivalentes às originais de forma que ficassem com denominadores iguais para permitir que fosse possível realizar a soma. No software, cada fração é representada por discos para que os estudantes percebam que a região pintada continua a mesma, apenas foram divididas em partes iguais.

Na sequência, apresentamos oito telas do software que contemplam o passo a passo da resolução de um cálculo, com a finalidade de exemplificar os diferentes recursos fornecidos pelo software, tanto em situações de erro como acerto.

Abrirá uma tela com o cálculo a ser realizado.

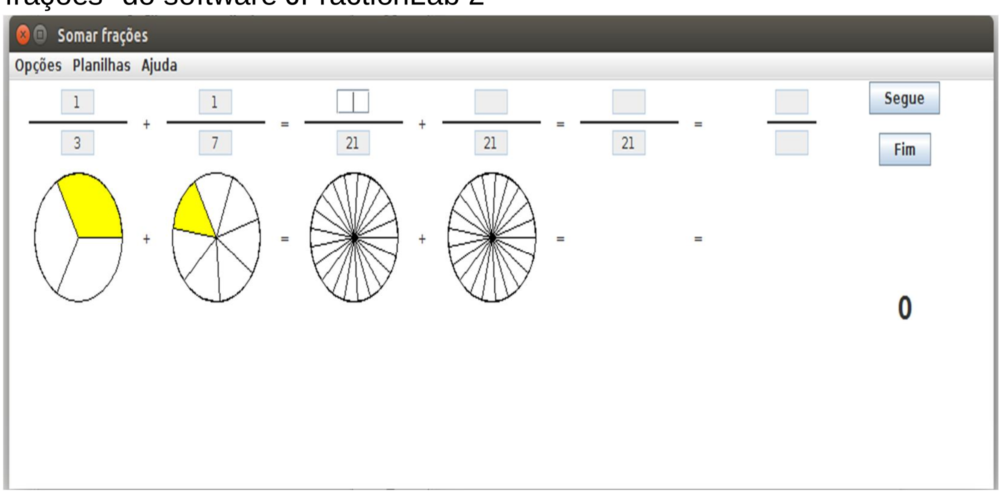
Figura 33 – Representação de tarefa desenvolvida na atividade 9 “Somar frações” do software JFractionLab 1



Fonte: Acervo da autora, 2018.

O estudante deve encontrar o denominador comum às duas frações apresentadas. No momento em que o estudante digitar o denominador no campo correspondente, dois novos discos são desenhados na tela, divididos de acordo com o denominador digitado.

Figura 34 – Representação de tarefa desenvolvida na atividade 9 “Somar frações” do software JFractionLab 2

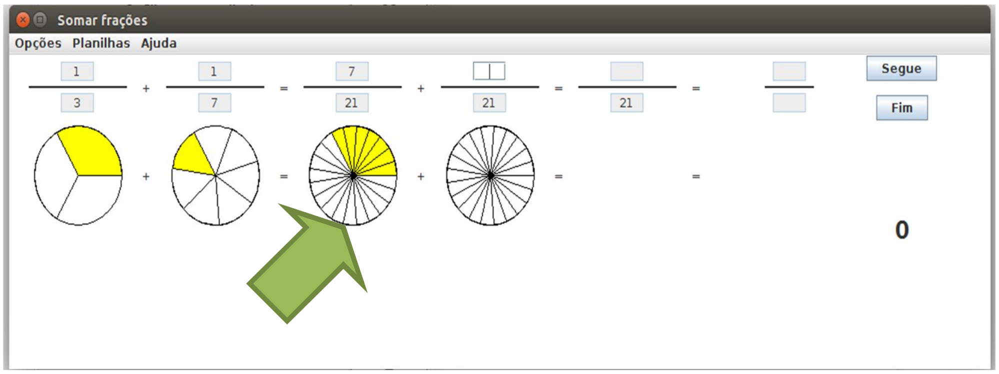


Fonte: Acervo da autora, 2018.

Após encontrar o denominador, o estudante, por meio da equivalência de frações, encontra os numeradores, os quais digita nos campos correspondentes.

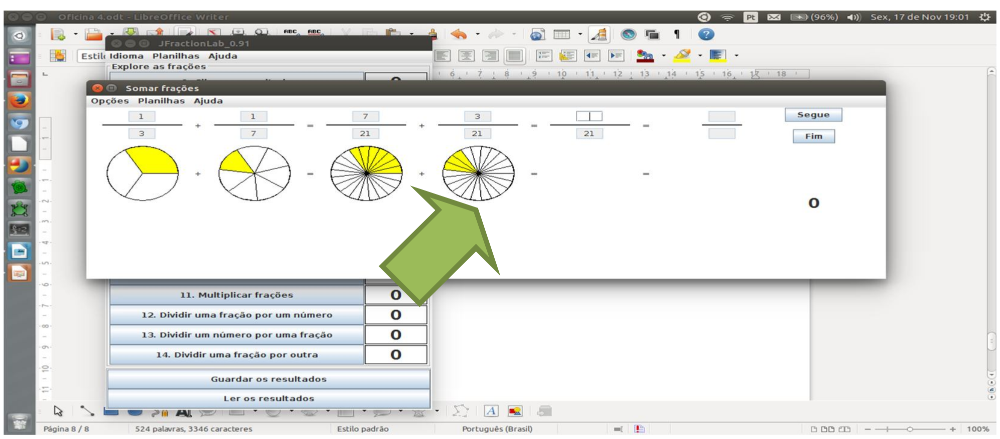
Conforme os numeradores vão sendo digitados, o software mostra a região que representam nos discos.

Figura 35 – Representação de tarefa desenvolvida na atividade 9 “Somar frações” do software JFractionLab 3



Fonte: Acervo da autora, 2018.

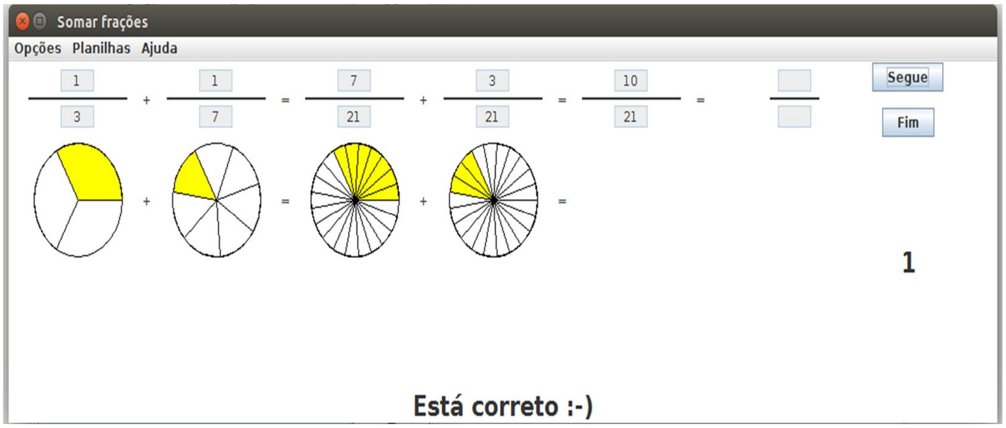
Figura 36 – Representação de tarefa desenvolvida na atividade 9 “Somar frações” do software JFractionLab 4



Fonte: Acervo da autora, 2018.

Encontradas as frações equivalentes, as quais estão representadas na tela do software por meio das regiões pintadas nos discos, o estudante digita nos campos correspondes o resultado da adição dessas frações.

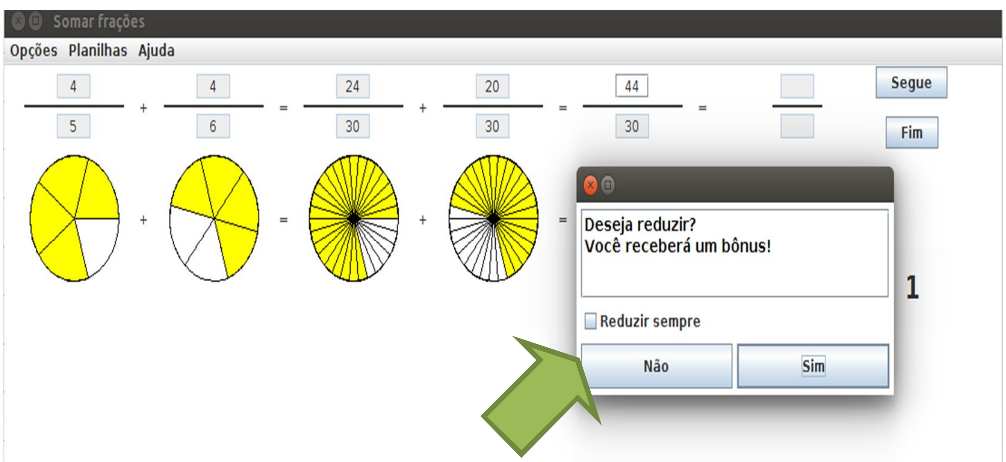
Figura 37 – Representação de tarefa desenvolvida na atividade 9 “Somar frações” do software JFractionLab 5



Fonte: Acervo da autora, 2018.

Nos resultados finais da adição de frações, que for possível a simplificação, o software abre uma janela menor, conforme imagem a seguir, que possibilita que o estudante ganhe pontos ao realizar a simplificação.

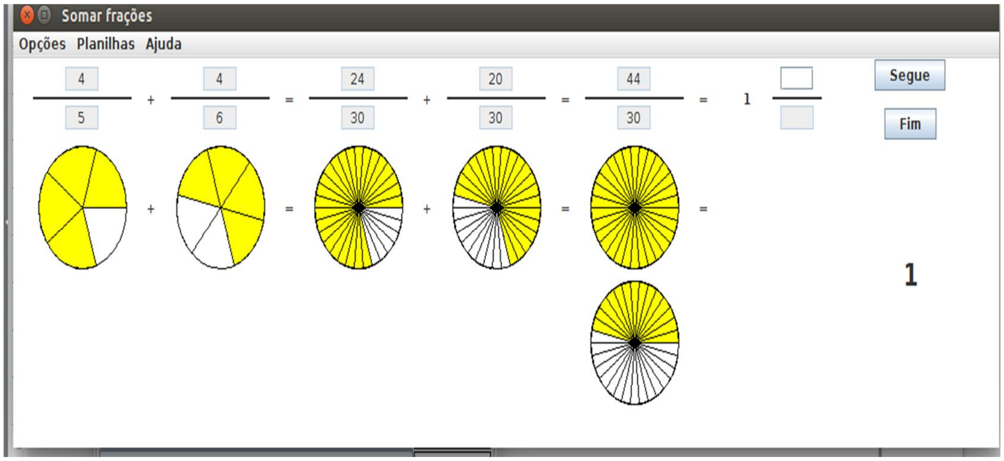
Figura 38 – Representação de tarefa desenvolvida na atividade 9 “Somar frações” do software JFractionLab 6



Fonte: Acervo da autora, 2018.

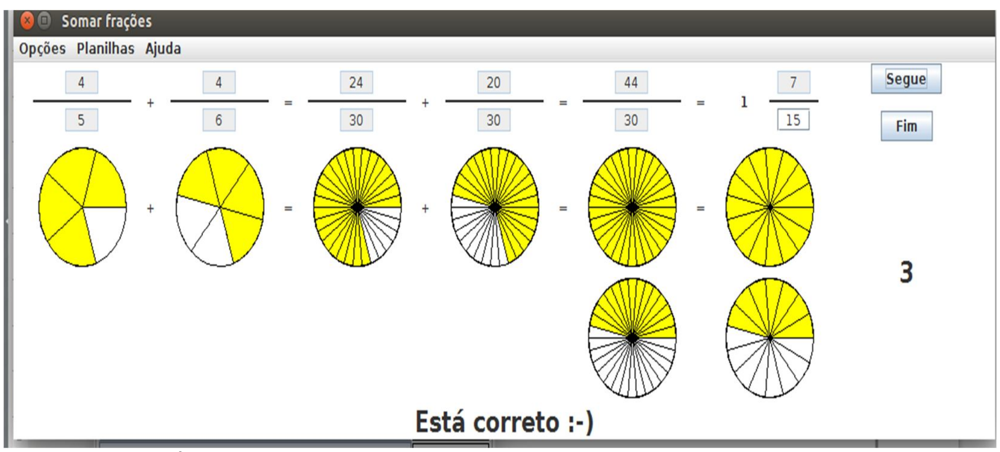
Nos casos em que o resultado é uma fração imprópria e o estudante optar pela simplificação, aparecem os campos para representar na forma de número misto.

Figura 39 – Representação de tarefa desenvolvida na atividade 9 “Somar frações” do software JFractionLab 7



Fonte: Acervo da autora, 2018.

Figura 40 – Representação de tarefa desenvolvida na atividade 9 “Somar frações” do software JFractionLab 8



Fonte: Acervo da autora, 2018.

9.5.1 Roteiro de estudo dirigido para os estudantes - Oficina 5

Atividade 1: Adição de frações com denominadores iguais e diferentes, utilizando discos em MDF

Com o auxílio dos discos realize as operações abaixo:

a) (Cinza) $\frac{6}{9} + \frac{6}{9} =$

b) (Azul e verde) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} =$

c) (Amarelo e marrom) $\frac{1}{4} + \frac{3}{8} =$

Atividade 2: Software Kbruch

Acesse o software acima e selecione o campo “Aprendizagem”. Ao selecionar este campo, abre uma janela com uma soma de duas frações com denominadores diferentes. A tarefa consiste em expandir cada uma das frações, transformando-as em frações equivalentes às apresentadas inicialmente, de forma que ambas fiquem com os denominadores iguais. Caso você tenha dificuldade em realizar a atividade pode clicar no campo “dica”. Ao fazer isso, uma informação surge no lado direito da tela com as orientações.

Atividade 3: Software JFractionLab

Acesse no computador o software indicado acima e selecione o item 9 “Somar frações”. Encontre um denominador que seja comum às duas frações apresentadas de forma que cada uma seja equivalente às frações dadas inicialmente.

10 ANÁLISE DAS EXPERIÊNCIAS VIVIDAS PELOS ESTUDANTES QUANDO DA UTILIZAÇÃO DOS MATERIAIS MANIPULATIVOS E TICs NA SUPERAÇÃO DOS ERROS REVELADOS NAS ATIVIDADES DIAGNÓSTICAS

Com base na análise dos erros manifestados pelos estudantes nas atividades diagnósticas, foi possível reunir, em cinco frentes, as dificuldades que os estudantes apresentaram no estudo das frações, que constituíram as categorias da análise de erros. São elas:

a) relação entre grandezas descontínuas e a ideia de fração;

b) significado do numerador e denominador na fração: papel e importância de cada termo;

c) representação gráfica e geométrica de frações;

d) equivalência de frações;

e) operações de adição e subtração de frações com denominadores iguais e diferentes.

Diante dessas cinco categorias que concentraram as dificuldades dos estudantes no estudo de frações, planejamos cinco oficinas para abordar esses conceitos a partir da utilização de materiais manipulativos e dos softwares JFractionLab e KBruch, bem como de um jogo digital.

Acreditamos que planejar as aulas com base nos erros cometidos pelos estudantes e nas possibilidades que as TICs e os materiais manipulativos proporcionam pode ser um dos caminhos possíveis para repensar o estudo de frações.

Analisar os erros dos estudantes e as experiências vividas por eles nas oficinas com materiais manipulativos e os softwares JFractionLab e Kbruch e o jogo digital, revelaram algumas contribuições, dentre elas: a importância do diálogo com os estudantes sobre seus erros para entender o processo de resolução pensado por eles e os avanços alcançados na aprendizagem de frações quando da utilização de materiais manipulativos e tecnologias informáticas.

Dessa forma, para analisarmos o que as experiências vividas pelos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental revelam quanto à superação de erros no estudo de frações, quando participaram de oficinas com materiais manipulativos e tecnologias informáticas, foram utilizados como dados, registros orais (entrevistas narrativas após a participação de cada estudante nas oficinas), registros escritos dos estudantes (resolução de um problema matemático ao final de cada oficina) e a filmagem das oficinas.

A seguir, apresentamos os quadros 22, 23 e 24 que destacam as unidades de significado, extraídas de três perguntas da entrevista narrativa, respondidas pelos estudantes após a participação de cada um ao final das oficinas.

Na primeira coluna do quadro, destacam-se as unidades de significado. Na segunda coluna, a frequência com que a unidade de significado destacada na coluna anterior pode ser identificada no decorrer das falas dos estudantes. A terceira coluna antecipa ao leitor qual das cinco oficinas (Of. 1; Of. 2; Of. 3; Of. 4; Of. 5) o estudante se refere quando dialoga, nos trechos descritos na quarta coluna "Situação contextualizada". Por fim, na quinta coluna, há a nossa interpretação, cuja finalidade é a de comentar o trecho apresentado na quarta coluna.

Quadro 22 - Análise ideográfica: unidades de significado referentes à pergunta 1

Pergunta 1: Você superou suas dificuldades em frações quando utilizou os materiais manipulativos e/ou os softwares e jogo digital? De que forma?				
Unidade de significado	**Frequência**	**Oficina**	**Situação contextualizada**	**Interpretação do pesquisador**
O refazer	2	Of. 1	E_1 : Sim, contando várias vezes! (O estudante se refere aos materiais manipulativos: varetas, bolas coloridas, letras do alfabeto, bolas de gude)	O estudante afirma que superou as dificuldades pela possibilidade de poder contar várias vezes, ou seja, de conferir, de refazer.
		Of. 2	E_{11} : Sim, uma grande parte. Me ajudou, tipo... podia contá três, quatro vezes a mesma coisa para dividir.	Os recursos auxiliaram a contar, a conferir, antes da representação das frações.
Participação	3	Of. 1	E_3 : Nós podendo responder, porque às vezes na aula não dá, porque é muita gente.	O estudante comenta da importância de poder responder, ou seja, de opinar, esclarecer dúvidas, de dialogar sobre o conteúdo estudado, já que, segundo ele, durante o ensino regular são mais pessoas em sala de aula e isso dificultaria essa participação.
		Of. 2	E_7 : A gente tem mais diálogo pra conversar. Com a profe na aula de reforço é mais bom, porque todo mundo que tá ali tem aquela dificuldade.	O estudante afirma que durante o encontro, se sentiu mas à vontade para perguntar, todos que estavam ali tinham dificuldades.
		Of. 4	E_1 : Sim, porque a gente interage e eu aprendo mais com isso.	A participação desencadeada pela interação promove aprendizagem.
Manipulação	4	Of. 1	E_4 : Eu superei com os objetos, tipo assim, dá pra dividir.	Estudante relata que os materiais manipulativos (bolinhas, bolitas de gude, varetas, letras do alfabeto) o auxiliaram a dividir, ou seja, a manipulação favoreceu a construção da ideia de frações.
		Of. 1	E_9 : Sim, porque tipo, consegui entende bem como se divide as coisas, sabe? Como colocá os números certos. Eu entendi melhor do que na aula com a profe só explicando.	Estudante afirma ser mais fácil representar as frações com os materiais manipulativos do que com as explicações orais.

		Of. 1	E_{14} : Sim, pelos exemplos que você deu. P: Que tipo de exemplos? E_{14} : Com as varetas, as bolinhas.	O estudante comenta que as atividades propostas com materiais manipulativos os auxiliaram na superação das dificuldades.
		Of. 3	E_6 : Sim, porque a gente aprende mais, tipo a gente tem que medí uma peça em cima da outra pra você vê qual é a maior ou a menor.	A manipulação dos materiais favorece a comparação, medição e permite que o estudante teste suas hipóteses.
Descoberta	2	Of. 1	E_{11} : Acho que sim, porque tinha jeito de resolver que não precisava ficar contando, a gente ia descobrindo e fazendo.	O estudante comenta que os recursos utilizados possibilitaram que cada um pudesse manipular os materiais e descobrir as soluções.
		Of. 3	E_9 : Sim. P: De que forma? E_9 : Eu acho que ajudou porque tipo, deu pra mostra como que dá pra criar frações usando peças diferentes, de quantidades diferentes.	Os materiais manipulativos possibilitaram que os estudantes criassem frações usando diferentes grandezas descontínuas, num processo de constante descoberta.
O pensar	2	Of. 1	E_{13} : Sim, eu achei até mais fácil pra aprender, deu uma ajuda pra pensar.	Estudante relata que os recursos utilizados o auxiliaram a pensar.
		Of. 2	E_{13} : Acho que sim! P: E de que forma? E_{13} : Com o dinheiro, e coisa! A gente pensava junto e daí eu tinha mais noção do que eu tava fazendo. Achei mais fácil.	O estudante revela que os recursos utilizados durante o encontro possibilitaram o pensar coletivo, e isso contribuiu para a reflexão da noção de fração.
Possibilidades diferentes de estudar	3	Of. 2	E_1 : Sim, porque é uma forma diferente de a gente estudar.	O estudante afirma que os materiais manipulativos e os softwares utilizados são formas diferentes de estudar o tema frações.
		Of. 5	E_6 : Sim, porque é diferente. Eu nunca tinha pegado antes esses materiais. Eu não sabia que tinha esses jogos no computador pra jogar.	A utilização dos materiais manipulativos e jogos no computador foi considerada uma forma diferente de estudo.

		Of. 5	E_{11} : Sim. P: De que forma? E_{11} : Porque tipo, antes, que tinha que fazer o m.m.c era mais difícil, tinha que ficar fazendo a conta, e daí desse jeito que a gente aprendeu é mais rápido, e mais fácil.	A utilização dos recursos tornou a resolução mais clara e rápida das operações de adição e subtração pela equivalência de frações em substituição ao m.m.c.
Aprendizagem na prática	3	Of. 2	E_4 : Sim. Os objetos me ajudam a superar os erros porque é mais fácil do que fazê tudo no quadro.	Relata que os materiais manipulativos facilitaram a resolução das atividades do que somente atividades no quadro.
		Of. 2	E_{12} : Sim, porque brincando você aprende mais do que só no quadro.	O encontro é visto como um momento prazeroso, de atividades práticas que favoreceram seu aprendizado.
		Of. 3	E_1 : Sim, é uma forma diferente do que a gente estuda na sala de aula, lá a gente usa em forma de números. Não é essas coisas que nos mostram como é que é.	Estudante afirma que a visualização na prática dos objetos auxilia no entendimento do tema frações, trazendo mais contribuições do que somente a realização de cálculos numéricos sem materiais manipulativos.
Aprendizagem com softwares	3	Of. 2	E_5 : Sim, aprendendo pelo computador.	Valoriza as propostas no computador que o auxiliaram no esclarecimento de suas dificuldades.
		Of. 4	E_3 : Sim, ajudou muito. P: De que forma ajudou? E_3 : Algumas coisas que eu não sabia eu consegui fazendo no computador.	Os recursos utilizados no computador auxiliaram nas dificuldades que possuía.
		Of. 4	E_{12} : Sim, porque nas comparações (se refere ao trabalho com o software JFractionLab) tinha as frases: “Você é capaz.” “Você pode fazer diferente.” Aí eu fiz e consegui.	As frases de incentivo ou mesmo de orientação dos softwares a motivaram na realização das atividades.
Visualização	2	Of. 3	E_3 : Sim, principalmente porque aqui você tem uma noção das frações. Dá pra você ver as coisas. Tipo... dá pra você colocá pra ver se tá certo ou se tá errado (se refere a sobreposição	Revela que com a utilização dos recursos é possível a visualização de forma concreta do cálculo que está sendo realizado.

			de peças dos discos de frações em MDF)	
		Of. 4	E_{13} : Ajudaram porque tanto no computador como nos discos a gente visualizava a fração e daí eu achei mais fácil visualizando a fração.	Os recursos possibilitaram a visualização das frações facilitando a resolução das atividades.
Compreensão das relações matemáticas estudadas	3	Of. 5	E_9 : Sim, porque quando, tipo, tinha que somar as frações que tinha denominador diferente, na maioria das vezes eu somava tudo, sabe? Os denominadores e os numeradores, e daí desse jeito eu consegui aprender direito como tem que fazer o m.m.c.	Os recursos utilizados fortaleceram a aprendizagem da adição de frações com denominadores diferentes, levando o estudar a superar suas dificuldades.
		Of. 5	E_{10} : Sim, porque nas provas, tipo, os denominadores que eram iguais, eu somava eles. Eu não deixava eles iguais. Aí nas aulas (de reforço) eu consegui vê que é errado fazer isso, daí me ajudou.	Os recursos utilizados a auxiliaram no entendimento da adição de frações com denominadores iguais.
		Of. 5	E_{12} : Sim, porque tipo agora eu faço as contas e acerto. P: E você tinha aprendido em sala de aula a adicionar frações assim? E_{12} : Não, precisava fazer o m.m.c., mas agora tu olha e vê o que é comum. Tipo, de 3 e 5 é o 15, então é o 15 que vai ser o denominador.	A resolução das atividades com materiais manipulativos e as tecnologias informáticas incentiva a aprendizagem fazendo com que o estudante supere suas dificuldades.

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

Quadro 23 - Análise ideográfica: unidades de significado referentes a pergunta 2

Pergunta 2: Como esses recursos ajudaram você a entender melhor o conceito estudado na oficina de hoje? Explique.				
Unidade de significado	**Frequência**	**Oficina**	**Situação contextualizada**	**Interpretação do pesquisador**
Aprendizagem na prática	3	Of. 1	E_1 : Sim, porque dava pra nós vê a quantidade, as coisas na realidade, e não imaginá.	A visualização na prática favoreceu seu entendimento.
		Of. 1	E_3 : É que não é só escrever. É mostrar.	Os recursos tornam possível mostrar na prática as relações matemáticas.
		Of. 2	E_3 : Eu podia vê as coisas, tê uma noção, tipo, eu consegui dividi, e não ficá tentando imaginar.	Estudante afirma que os recursos utilizados favoreceram a visualização na prática das relações matemáticas.
Visualização	2	Of. 4	E_1 : Trabalhá com as coisas (materiais manipulativos e softwares), vê bem o que é.	Estudante comenta da importância da exploração, da visualização dos materiais manipulativos e figuras do software.
		Of. 5	E_5 Entender mais. Deu pra enxergar no computador como ele (se refere ao disco) está dividido, as partes pintadas.	A visualização das imagens no computador facilitou o entendimento.
Manipulação	3	Of. 1	E_{13} : Por causa que a gente tem o material ali na frente, daí com a ajuda dos colegas a gente conversa e vai se entendendo nas coisas. O material dava uma noção do que a gente fazia, do que tinha que separar e do que não tinha que separar.	A manipulação dos materiais aliada ao trabalho coletivo auxiliou na resolução das atividades propostas.
		Of. 4	E_3 : Eu tinha que tentar, que ver e tentar responder. Com os discos podia ter uma noção, eu podia vê, tirá, colocá um em cima do outro, tentá vê se dava certo.	A manipulação dos materiais concretos favorecem a exploração e a comparação das relações matemáticas.

		Of. 5	E_{10} : As explicações foram mais claras. Os discos (em MDF) me ajudaram mais, e depois que eu entendi eu fui adaptando isso nos jogos (se refere as atividades com software). Os discos, tipo... eu não tinha bem a noção fazendo no quadro, daí manuseando eu consegui.	O fato de poder manipular os discos possibilitou o entendimento e a compreensão da tarefa desenvolvida no computador.
Trabalho em grupo	1	Of. 1	E_5 : Trabalhando em grupo.	Os recursos proporcionaram o trabalho em grupo.
Possibilidades diferentes de estudar	4	Of. 1	E_4 : Ajudou bastante, ao invés de só cálculo. Tipo, a melhor maneira de nós aprender é com objetos (materiais manipulativos), desenhos (figuras nos softwares).	A exploração com materiais manipulativos e as figuras na tela do computador são considerados pelo estudante uma boa maneira de aprender.
		Of. 1	E_9 : Eu achei bem divertido, sabe?, aprender dessa maneira. Aprendê brincando foi bem legal.	Estudante afirma que o encontro foi uma maneira divertida de aprender.
		Of. 2	E_4 : Bom, tipo antes eu não sabia fazê umas contas, daí eu nunca tinha pensado em usa objetos, daí quando a gente veio no primeiro dia de aula (oficina), daí ficou mais fácil.	Estudante revela que nunca havia trabalhado com quantidades descontínuas e considerou mais fácil estudar frações com esses recursos.
		Of. 3	E_9 : Gostei, porque a gente aprende mais rápido e de uma forma mais divertida, sabe? É bem mais divertido aprender assim, daí...é divertido aprender dessa maneira. P: E você já tinha estudado frações com os discos, e com as tiras? E_9 : Não. P: Nós recortamos as tiramos, montamos o inteiro, os meios, os quartos, os oitavos. Vocês já tinham trabalhado com isso? E_9 : Não, nunca. P: E com o computador na aula de matemática? E_9 : Não.	O estudante afirma que consegue aprender mais rápido e de maneira prazerosa com esses recursos.

O pensar	3	Of. 2	E_{12} : Ajudaram a pensar, a raciocinar.	Os recursos o auxiliou a pensar, a raciocinar na resolução das atividades.
		Of. 2	E_{13} : Pra mim dá uma noção a mais do que é fração, e daí eu achei mais fácil fazendo assim. P: É? Do que fazer de outra maneira? E_{13} : É, do que só ali na conta, tipo... tu não pensa muito, já aqui no reforço a gente pensa mais, tem mais tempo pra pensar.	Estudante revela que os recursos foram importantes pois o auxiliou a pensar.
		Of. 3	E_{12} : É que nem um problema matemático, você tem que pensar.	O estudante afirma que a utilização desses recursos o levaram a pensar.
Participação	2	Of. 3	E_{1} : Como eu disse, lá na aula a gente só tem uma forma que é a gente lê na folhinha, e tem que entendê, ou a profe mostra no quadro. E aqui nós conseguimos interagir.	Comenta que o ambiente do encontro traz estratégias diferentes para aprender, diferente do que ocorre em sala de aula, e essas estratégias (recursos) possibilitam a interação.
		Of. 3	E_{3} : Porque aqui a gente tá mais ativo, e na aula a gente fica ligado numa coisa e vendo outra. E aqui a gente pode se concetrá.	Estudante afirma que consegue participar ativamente das atividades com concentração.
Compreensão das relações matemáticas estudadas	1	Of. 4	E_{10} : Ajudaram a subtrair e a somar frações.	A utilização desses recursos o auxiliaram na realização das operações de adição e subtração de frações.
O refazer	2	Of. 5	E_{1} : Porque quando a gente fazia errado ele (se refere ao computador) mostrava, então que a gente tinha uma chance de conseguir de volta.	O software possibilita que o estudante refaça a tarefa indicando o erro.
		Of. 5	E_{3} : Eu tentar, tentar fazer até vir a resposta certa.	O software possibilita que o estudante faça e refaça várias vezes até alcançar êxito na resolução.

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

Quadro 24 - Análise ideográfica: unidades de significado referentes à pergunta 3

Pergunta 3: Você gostou de estudar frações usando os materiais manipulativos e/ou os softwares e o jogo digital? Explique.				
Unidade de significado	**Frequência**	**Oficina**	**Situação contextualizada**	**Interpretação do pesquisador**
Trabalho em grupo	3	Of. 1	E_1 : Sim, é mais fácil e dá pra entender melhor. Dá pra você vê, dá pra conversar com os outros colegas. Tipo, eu não sabia uma coisa, pedia pra eles, e eles também.	O estudo de frações com materiais manipulativos, softwares e jogo digital possibilitou a interação entre os colegas na sala de aula.
		Of. 2	E_5 : Sim, porque é uma coisa bem diferente. P: E você nunca tinha trabalhado assim? E_5 : Não, que eu me lembro não. P: Como foi trabalhado? Como você aprendeu frações? E_5 : Tipo, só... tipo, nunca teve em grupo como a gente faz. E sempre era só no quadro.	Estudar frações com os recursos, proporcionaram uma forma diferente de estudar em grupo.
		Of. 4	E_{13} : Gostei. P: Por quê? E_{13} : É porque no reforço não é tanto barulho que na sala, e entre os colegas a gente se ajuda bastante, tira as dúvidas.	Os recursos facilitaram a visualização e a interação entre com os colegas o que permitia que discutissem suas dúvidas.
Possibilidades diferentes de estudar	15	Of. 1	E_3 : Porque na aula a profe (se refere a professora do ensino comum) mostra só em números e em palavras, que tipo, tem que entender o significado. E aqui a profe mostrou de um jeito mais fácil, que a gente vai poder lembrar.	Afirma ter gostado de estudar frações com materiais manipulativos e os softwares, pois foram possibilidades diferentes de estudar daquelas já exploradas no ensino regular
		Of. 1	E_6 : Sim, porque é de um jeito diferente.	Afirma ter gostado pois o conteúdo foi explorado de um jeito diferente.
		Of. 1	E_{11} Sim, porque é uma coisa fácil, que a gente tenta aprendê.	Relata ter gostado de estudar frações dessa maneira pois o estimulava a aprender.

		Of. 1	E_{13} : Desse jeito eu gostei (risos) porque pra mim ficou mais fácil aprendê assim. Porque da maneira que a gente aprende na sala de aula é tudo muito rápido, não tem uma explicação que nem a gente teve aqui. Eu acho mais fácil assim quando a gente usa algum material.	O estudo de frações com os materiais manipulativos favoreceram a explicação das conceitos matemáticos explorados.
		Of. 1	E_{14} : Sim, gostei porque é mais fácil de aprender assim.	O estudante afirma ser mais fácil de aprender com o uso dos recursos.
		Of. 2	E_{3} : Sim, eu gostei das bolinhas, do dinheiro que você trouxe pra gente dividi e gostei do joguinho no computador. Gostei dessa experiência.	Os recursos variados para a discussão do tema frações foram uma boa experiência de aprendizagem.
		Of. 2	E_{6} : Sim, porque é uma coisa diferente. A gente trabalha normal na aula, só no quadro.	Estudante afirma ser um jeito diferente de aprender frações.
		Of. 2	E_{7} : Gostei, muito porque é um jeito mais divertido de a profe ajudar, de aprender. A gente tem aquela dúvida, a profe vai no quadro, se não sabe a profe explica de novo e de outra maneira.	Estudar frações com esses recursos possibilitou maneiras diferentes de explicação.
		Of. 2	E_{11} : Sim, porque é uma coisa diferente do que na aula. Porque na aula a gente não mexe com bolita, nem com computador. P: Como é que vocês aprenderam? E_{11} : Só no quadro, nas folhinhas (atividades xerocadas)	Diferentes possibilidades de discutir o tema frações.
		Of. 2	E_{12} : Gostei, porque tem coisa que a gente aprende brincando. E na sala de aula é diferente, não é assim que nem aqui.	Comenta que gostou das atividades desenvolvidas com os materiais manipulativos e o computador pois considera que aprendeu brincando.
		Of. 2	E_{14} : Sim, porque é mais fácil de a gente entender.	Segundo o estudante, gostou de estudar frações com esses recursos pois facilitaram seu entendimento sobre o conteúdo estudado.

		Of. 3	E_3 : Sim, porque é diferente, porque na sala a gente tem que ficá imaginando as coisas.	O estudo de frações possibilitou a visualizar na prática.
		Of. 4	E_1 : Sim, gostei porque é uma coisa que a gente nunca mexe.	Estudante relatou que gostou de trabalhar com esses recursos pois não costumam estudar com a utilização dos materiais manipulativos e o computador.
		Of. 4	E_5 : Sim? P: Por quê? E_5 : É uma forma do computador ajudá a visualizá e nos discos tu tá mexendo.	Estudante afirma que ambos os recursos auxiliaram na resolução das atividades propostas favorecendo a visualização no caso do computador e da manipulação no caso dos discos em MDF.
		Of. 5	E_{11} : Sim, é mais legal, mais criativo. P: E porque você acha que é mais criativo? E_{11} : Porque a gente nunca fez isso.	Estudante comenta que gostou de estudar frações com os materiais manipulativos e a Tecnologia Informática, pois considera uma maneira criativa já que não utilizam esses materiais no turno regular de aula.
Aprendizagem na prática	4	Of. 2	E_1 : Sim, por que é um modo que nos ajuda mais. P: E por que você acha que ajuda mais? E_1 : Porque a gente mexe com isso, a gente consegue vê bem aonde tá a questão. E quando a professora ensina na aula tem muitos cálculos, só calculos. P: Hum, muito cálculo. E nas oficinas? E_1 : A gente consegue interagir.	Estudar frações com os materiais manipulativos permite uma análise das relações matemáticas por meio da prática.
		Of. 2	E_4 : Sim, bom uma maneira porque não é difícil, e outra porque ajudou todos com dificuldade. P: E por que não é difícil? E_4 : Porque quando você tem objeto, você tem mais noção do que está sendo dividido.	Afirma ter gostado pois os objetos o auxiliou a ter mais noção na prática do que estava realizando.
		Of. 2	E_{13} : Gostei, porque com os materiais parace mais fácil de fazer, porque a gente tem uma base ali do que fazê.	Gostou de trabalhar com os materiais manipulativos pois eles fornecem uma noção da atividade que está sendo realizada.

		Of. 3	E_4: Sim, porque aqueles alunos que tem dificuldade na matemática se eles pensarem e usarem os objetos eles podem ver a quantidade que dá nos objetos e completar as frações.	Os recursos auxiliam no desenvolvimento das atividades, visto que é possível a visualização na realidade das quantidades.
Compreensão das relações matemáticas estudadas	2	Of. 5	E_1: Sim, porque eu aprendi aquilo que eu não conseguia.	Os recursos utilizados o auxiliaram no entendimento de suas dificuldades.
		Of. 5	E_5 : Sim. P: Por quê? E_5 : Porque eu aprendi mais. Antes eu não sabia muito, não entendia e agora eu entendi mais.	Estudante relata ter gostado de estudar frações pois os recursos utilizados o auxiliaram a entender melhor o conteúdo estudado.
O pensar	1	Of. 1	E_4 : Sim, é a melhor forma! Porque aprende mais rápido do que só cálculo no quadro, os objetos, ajudam as pessoas, porque tipo, elas pensam.	Os recursos auxiliaram na reflexão dos conceitos.
O refazer	1	Of. 4	E_3 : Sim. P: Por quê? E_3 : Porque no computador tem que tentar, tentar até conseguir e com os discos dá pra tu ver e tentar.	O estudante comenta que ambos os recursos possibilitaram que fizesse tentativas de resoluções.
Aprendizagem com softwares	1	Of. 4	E_9: Eu gostei bastante de trabalhar no computador. É melhor do que ficar fazendo nas folhas, sabe? No computador é mais divertido e a gente aprende mais na minha opinião.	O computador como uma forma diferente de realizar as atividades.

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

Na sequência, apresentamos os quadros resumos 25, 26 e 27 das unidades de significados de cada uma das três perguntas, para que possamos observar o que há de relevante com relação ao fenômeno pesquisado “O estudo de frações com materiais manipulativos e TICs na superação de erros”.

Quadro 25 - Quadro resumo das unidades de significados referentes às respostas dos estudantes para primeira pergunta da entrevista

Pergunta 1: Você superou suas dificuldades em frações quando você utilizou os materiais manipulativos e/ou os softwares e jogo digital? De que forma?																	
	Unidade de significado	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6	E_7	E_8	E_9	E_{10}	E_{11}	E_{12}	E_{13}	E_{14}	E_{15}	E_{16}	**Frequência**
1	O refazer	X										X						2
2	Participação	X		X				X										3
3	Manipulação				X		X			X					X			4
4	Descoberta									X		X						2
5	O pensar													XX				2
6	Possibilidades diferentes de estudar	X					X					X						3
7	Aprendizagem na prática	X			X								X					3
8	Aprendizagem com softwares			X		X							X					3
9	Visualização			X										X				2
10	Compreensão das relações matemáticas estudadas									X	X		X					3

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

Legenda:

XX: Representa que o estudante, ao participar de duas oficinas diferentes, quando entrevistado, teve argumentos semelhantes ao responder à pergunta 1.

Quadro 26: Quadro resumo das unidades de significados referentes às respostas dos estudantes para segunda pergunta da entrevista

Pergunta 2: Como esses recursos ajudaram você a entender melhor o conceito estudado na oficina de hoje? Explique.																		
	Unidade de significado	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6	E_7	E_8	E_9	E_{10}	E_{11}	E_{12}	E_{13}	E_{14}	E_{15}	E_{16}	**Frequência**
1	Aprendizagem na prática	X		XX														3
2	Visualização	X				X												2
3	Manipulação			X							X			X				3
4	Trabalho em grupo					X												1
5	Possibilidades diferentes de estudar				XX					XX								4
6	O pensar												XX	X				3
7	Participação	X		X														2
8	Compreensão das relações matemáticas estudadas										X							1
9	O refazer	X		X														2

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

Legenda:

XX: Representa que o estudante, ao participar de duas oficinas diferentes, quando entrevistado, teve argumentos semelhantes ao responder à pergunta 2.

Quadro 27: Quadro resumo das unidades de significados referentes às respostas dos estudantes para terceira pergunta da entrevista

Pergunta 3: Você gostou de estudar frações usando os materiais manipulativos e/ou os softwares e o jogo digital? Explique.																		
	Unidade de significado	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6	E_7	E_8	E_9	E_{10}	E_{11}	E_{12}	E_{13}	E_{14}	E_{15}	E_{16}	**Frequência**
1	Trabalho em grupo	X				X								X				3
2	Possibilidades diferentes de estudar	X		XXX		X	XX	X				XXX	X	X	XX			15
3	Aprendizagem na prática	X			XX									X				4
4	Compreensão das relações matemáticas estudadas	X				X												2
5	O pensar				X													1
6	O refazer			X														1
7	Aprendizagem com softwares									X								1

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

Legenda:

XX: Representa que o estudante, ao participar de duas oficinas diferentes, quando entrevistado, teve argumentos semelhantes ao responder à pergunta 3.

XXX: Representa que o estudante, ao participar de três oficinas diferentes, quando entrevistado, teve argumentos semelhantes ao responder à pergunta 3.

A partir dos três quadros resumos 25, 26 e 27, que contemplam cada uma das três perguntas da entrevista separadamente, observamos que muitas das unidades de significado estão presentes em mais de um quadro, o que mostra a relevância desses aspectos, já que foram mencionados em mais de um momento durante as entrevistas narrativas.

Apresentamos, a seguir, o quadro 28, que contempla a Matriz das Unidades de Significado que reúne as unidades de significados das três questões da entrevista. Com ele, é possível observarmos as frequências com que cada unidade de significado aparece ao final de todas as entrevistas. A partir dessa análise individual, chamada na fenomenologia de análise ideográfica, são reveladas as diferentes características do fenômeno pesquisado.

Cabe salientarmos que, posteriormente, realizamos a análise nomotética, a qual tem por finalidade passar das características individuais para as características gerais do fenômeno pesquisado. Nesta análise, as unidades de significado são reagrupadas de acordo com as convergências reveladas por cada uma e constituem as características estruturantes do fenômeno.

Quadro 28: Matriz das unidades de significados referentes às respostas dos estudantes às três questões da entrevista

Matriz das unidades de significado contemplando as três questões da entrevista																		
	Unidade de significado	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6	E_7	E_8	E_9	E_{10}	E_{11}	E_{12}	E_{13}	E_{14}	E_{15}	E_{16}	**Frequência**
1	O refazer	XX		XX								X						5
2	Participação	XX		XX				X										5
3	Manipulação			X	X		X			X	X			X	X			7
4	Descoberta									X		X						2
5	O pensar				X								XX	XXX				6
6	Possibilidades diferentes de estudar	XX		XXX	XX	X	XXX	X		XX		XXXX	X	X	XX			22
7	Aprendizagem na prática	XXX		XX	XXX								X	X				10
8	Aprendizagem com softwares			X		X				X			X					4
9	Visualização	X		X		X								X				4
10	Compreensão das relações matemáticas estudadas	X				X				X	XX		X					6
11	Trabalho em grupo	X				XX								X				4

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

Legenda:

XX: Representa que o estudante, ao participar de duas oficinas diferentes, quando entrevistado, teve argumentos semelhantes ao responder às perguntas.

XXX: Representa que o estudante, ao participar de três oficinas diferentes, quando entrevistado, teve argumentos semelhantes ao responder às perguntas.

XXXX: Representa que o estudante, ao participar de quatro oficinas diferentes, quando entrevistado, teve argumentos semelhantes ao responder às perguntas.

Com base na Matriz de Unidades de Significados organizada a partir das respostas dos estudantes às três questões da entrevista narrativa, após a participação de cada um nas oficinas, foi possível realizarmos a análise nomotética, a qual teve por objetivo realizar o agrupamento das convergências dessas unidades de significados que deram origem a duas categorias:

a) categoria 1: aspectos positivos evidenciados pelos estudantes na superação de erros em frações após a utilização dos materiais manipulativos e tecnologias informáticas;

b) categoria 2: existência de elementos favoráveis à aprendizagem quando da incorporação dos materiais manipulativos e tecnologias informáticas na superação de erros em frações.

A categoria 1 reuniu as unidades de significados 1, 5, 7, 8 e 10, que contemplam aspectos positivos na superação de erros em frações, desencadeados quando do uso de materiais manipulativos e softwares/jogo digital.

A seguir, apresentamos o Quadro 29 que contempla cada unidade de significado e a frequência com que apareceram na entrevista com os estudantes.

Quadro 29 - Categoria 1: aspectos positivos evidenciados pelos estudantes na superação de erros em frações, após a utilização dos materiais manipulativos e tecnologias informáticas

	Unidade de significado	**Frequência**
1	O refazer	5
5	O pensar	6
7	Aprendizagem na prática	10
8	Aprendizagem com softwares	4
10	Compreensão das relações matemáticas estudadas	6

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

A primeira unidade de significado: “o refazer” mostra que os materiais manipulativos e os jogos no computador auxiliaram os estudantes na superação dos erros em frações, pois possibilitaram que os estudantes refizessem as atividades propostas quantas vezes fossem necessárias, garantindo momentos de aprendizagem a cada tentativa de resolução.

A oportunidade de refazer foi vista de forma positiva pelos estudantes. Nessa perspectiva, o refazer é um momento produtivo e agradável, diferente do que normalmente ocorre nas formas de ensino tradicional, em que o refazer se dá pela repetição e memorização de exercícios semelhantes.

Além disso, a utilização dos materiais manipulativos e os jogos no computador, na tentativa de auxiliar na superação de erros em frações, estimularam os estudantes a pensar, raciocinar e refletir sobre os conceitos matemáticos estudados de maneira mais aprofundada, fazendo com que os mesmos testassem suas hipóteses e chegassem às suas próprias conclusões. Nesse sentido, Gravina e Basso (2012, p. 12) ressaltam a importância de incluir, nas aulas, as TICs, pois "[...] elas também influenciam nas nossas formas de pensar, de aprender, de produzir".

Nessa perspectiva, Scheffer et al. (2006, p. 55) esclarecem que "O processo de inserção de tecnologias na escola transforma não somente as formas de comunicação no ambiente educacional, mas também as formas de pensar, agir, trabalhar, decidir e atribuir significados". Dessa forma, observamos que a utilização dos materiais manipulativos e dos sofwares/jogo digital desencadearam formas de pensar que contribuíram para superação de algumas dificuldades nos conceitos explorados em frações.

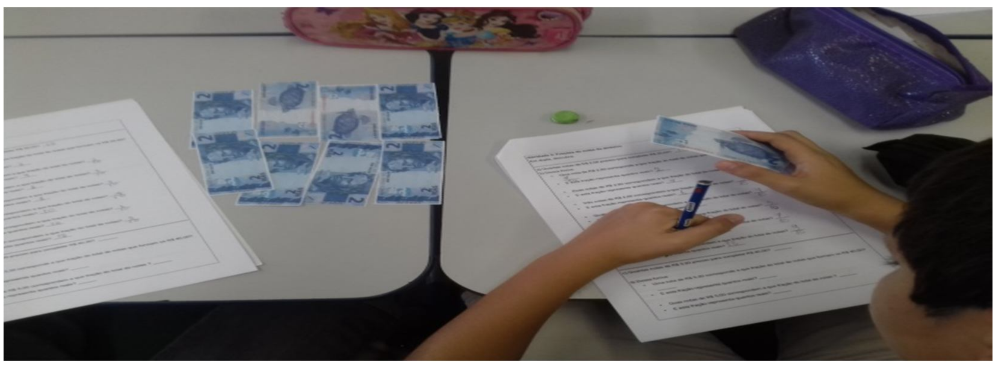
A atividade de confecção de frações, por meio do recorte de tiras de papel, exemplifica situações que levaram os estudantes a pensar e a refletir sobre uma das dificuldades evidenciadas na análise de erros: a equivalência de frações. Após um diálogo sobre as diferentes frações confeccionadas pelos estudantes, o estudante E_1 chega à conclusão de que as frações $\frac{1}{4}$, $\frac{4}{16}$ e $\frac{2}{8}$ são equivalentes.

> P: Podemos dizer que a fração $\frac{1}{4}$ é equivalente a qual outra fração?
> E_{12} : $\frac{1}{16}$!
> P: Será?
> E_4 e E_2 : $\frac{4}{16}$!
> P: Ok! Encontrem outra fração equivalente a $\frac{1}{4}$.
> E_2 : $\frac{1}{8}$! Não, $\frac{2}{8}$!
> P: O que são frações equivalentes então?
> E_4 : Frações que representam quantidades iguais.
> E_3 : Que representam a mesma quantidade.
> E_1 : Profe, então ali todas as frações são equivalentes. (Aponta para o quadro onde a professora havia escrito ao lado da fração $\frac{1}{4}$ as repostas $\frac{4}{16}$ e $\frac{2}{8}$ ditas pelos colegas.)
> P: Perfeito!
> E_2 : Perfect!

Outro aspecto positivo levantado pelos estudantes que contribuiu para a superação dos erros foi a possibilidade da aprendizagem na prática proporcionada pelos materiais manipulativos. Ter à disposição diferentes materiais, no momento da resolução das atividades, contribuiu para que o estudante observasse, na realidade, os conceitos estudados e avançasse no processo de compreensão do conhecimento matemático.

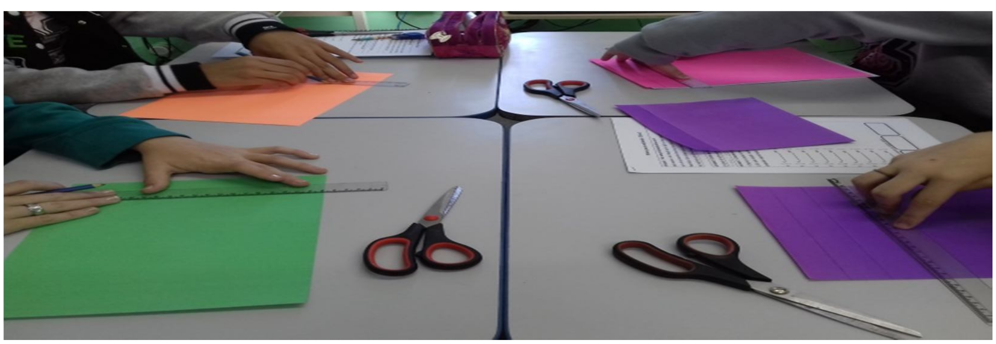
Dessa forma, observamos que a presença física dos materiais manipulativos favoreceu a compreensão dos conceitos estudados, visto que, a partir da ação manipulativa, os estudantes puderam aproximar as constatações práticas com a teoria matemática, conforme constatações de Rodrigues e Gazire (2012, p. 188).

Fotografia 18: Atividade com notas de dinheiro



Fonte: Acervo da autora, 2018.

Fotografia 19 : Atividade com tiras de papel



Fonte: Acervo da autora, 2018.

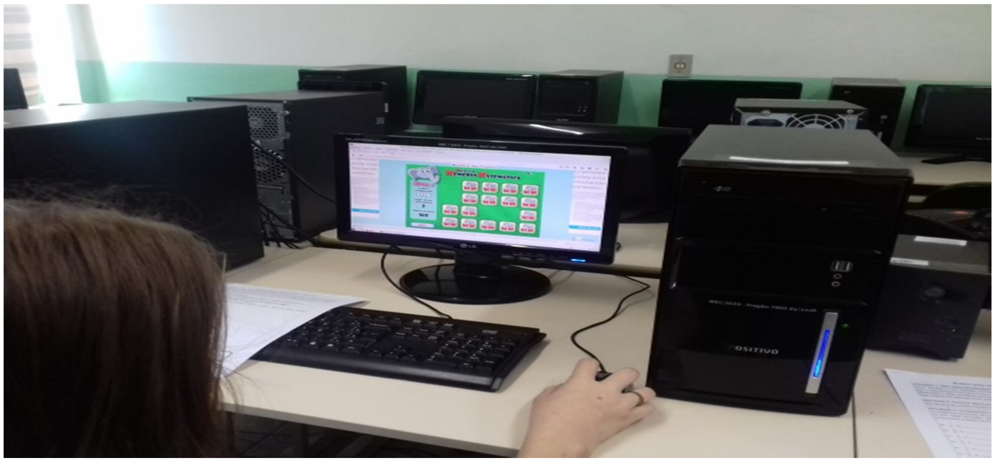
Em se tratando de experiências que levam em consideração o desenvolvimento de atividades com objetos matemáticos, convém retomarmos as palavras de Vilas Boas e Barbosa, (2011, p. 50), pois nomeiam esses cenários de “ambientes investigativo-experimentais”, já que a materialidade física imbuída em cada objeto pode servir de base para sua experiência matemática, semelhante ao que ocorre nas experiências em aulas de Ciências Naturais.

Além da aprendizagem na prática, os estudantes relataram que a superação dos erros em frações, também se deu pela aprendizagem com os softwares e o jogo digital, explorados durante as oficinas. Nesse sentido, Scheffer (2012, p. 31) afirma que a utilização de recursos tecnológicos nas aulas de Matemática “[...] resulta na criação de ambientes de aprendizagem que levam o aluno ao desenvolvimento de novos conceitos e à consolidação da aprendizagem”.

As filmagens das oficinas mostraram que, durante as atividades desenvolvidas com os softwares JFractionLab e Kbruch e o jogo de memória digital, os estudantes se concentraram nas tarefas propostas, empenhados na resolução correta das atividades para avançar de fase e obter os pontos de cada jogo. Observamos que os estudantes utilizavam os recursos ofertados por cada software ou jogo quando possuíam dificuldades, na tentativa de resolver a atividade corretamente e ficavam felizes quando conseguiam resolver as atividades de forma correta.

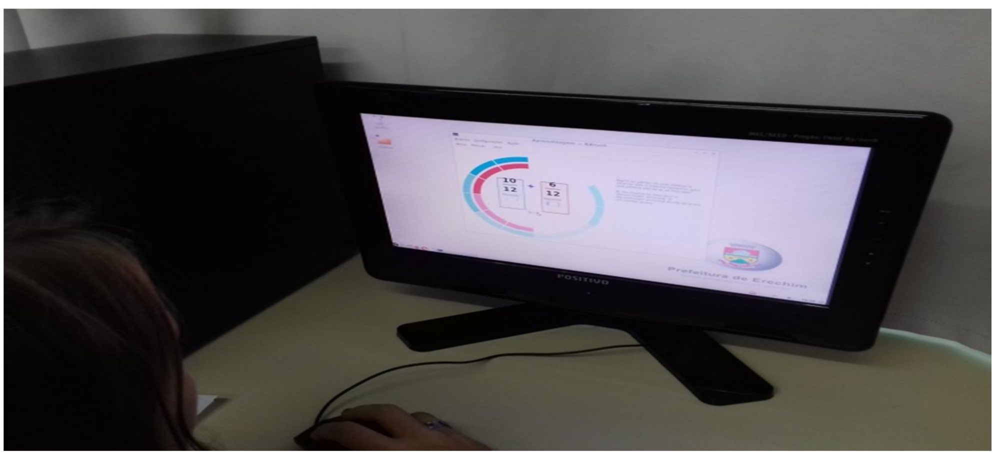
> E_4 **:** Achei de primeira! (O estudante comemora ao encontrar já inicialmente a fração correta no jogo digital.)
> […]
> E_4 : Profe, já completei o primeiro nível!
> P: Ótimo!
> [...]
> E_5 : Aqui óh, $\frac{1}{3}$. (Fica feliz por encontrar uma fração que não estava conseguindo localizar.)
> [...]
> E_4 : Boa! Isso, achei! (Estudante demonstra satisfação em encontrar os valores e fala em voz alta para ele mesmo.)
> E_2 : Ah! (Fica triste por demorar a encontrar as frações)
> E_4 : Difícil né? (Refere-se a realização do nível 4 do jogo digital.)
> E_{10} : É legal esse joguinho!

Fotografia 20 - Atividade com jogo digital



Fonte: Acervo da autora, 2018.

Fotografia 21 - Atividade com software KBruch



Fonte: Acervo da autora, 2018.

Além dos aspectos positivos já levantados em relação à utilização dos materiais manipulativos e softwares e jogo digital na superação de erros em frações, alguns estudantes afirmaram que a superação dos erros se deu pela compreensão das relações matemáticas estudadas. Isso pode ser observado, por meio da filmagem. Após as atividades de comparação de frações, um dos estudantes (E_3) consegue relacionar as frações com a representação gráfica e geométrica.

P: Vamos comparar $\frac{1}{8}$ com $\frac{1}{16}$. Qual fração é maior?

E_1 / E_3 / E_4 / E_9 : $\frac{1}{8}$

P: Mas por que $\frac{1}{8}$ é maior?

E_3 : Porque ele foi dividido em menos partes.

Outro exemplo de compreensão dos conceitos matemáticos trabalhados, ao longo das oficinas, podemos evidenciar pelo depoimento do estudante E_9 durante uma das entrevistas, pois afirma ter superado suas dificuldades; antes de sua participação nas oficinas, quando resolvia cálculos de adição de frações com denominadores diferentes, somava os numeradores e os denominadores. Posteriormente à sua participação nas oficinas, conseguiu aprender como se realiza esses tipos de cálculos.

> E_9 : [...] porque quando, tipo, tinha que somar as frações que tinha denominador diferente, na maioria das vezes eu somava tudo, sabe? Os denominadores e os numeradores, e daí desse jeito eu consegui aprender direito como tem que fazer o m.m.c.

Já a categoria 2 reuniu as unidades de significados 2, 3, 4, 6, 9 e 11; apresentaram, portanto, alguns elementos favoráveis à aprendizagem no ambiente escolar. Isso devidamente relatado pelos estudantes após exploração de materiais manipulativos e softwares e jogos digitais nas oficinas. Na sequência, apresentamos o quadro 30 com cada unidade de significado e a respectiva frequência com que apareceram nas entrevistas com os estudantes.

Quadro 30 - Categoria 2: existência de elementos favoráveis à aprendizagem quando da incorporação dos materiais manipulativos e tecnologias informáticas na superação de erros em frações

	Unidade de significado	**Frequência**
2	Participação	5
3	Manipulação	7
4	Descoberta	2
6	Possibilidades diferentes de estudar	22
9	Visualização	4
11	Trabalho em grupo	4

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

De acordo com os estudantes, as oficinas desenvolvidas com a exploração de materiais manipulativos e softwares e jogo digital revelaram a existência de elementos favoráveis à aprendizagem, reorganizando o cenário no qual se encontravam, Laboratório de Informática.

Borba e Penteado (2010) afirmam que a escola não é mais o centro das informações, já que estamos a todo o momento rodeados de diferentes informações. Esse espaço deve se constituir em um local onde as informações possam ser sistematizadas e debatidas por professores e estudantes de forma que, a partir do movimento coletivo de interação, haja a disseminação de novos conhecimentos.

Nessa perspectiva, um dos elementos obtidos a partir das análises ideográfica e nomotética, capaz de contribuir para gerar e propagar conhecimentos, é a participação dos estudantes. Durante a realização das atividades, a filmagem das oficinas evidencia vários momentos em que os mesmos fazem perguntas, apontam soluções e erros, além de analisarem as conclusões dos colegas. Tais comportamentos permitem que os estudantes sejam considerados sujeitos ativos na busca pelo conhecimento.

É possível observar nas filmagens que, durante a realização de uma atividade que solicitava a comparação de frações, o estudante E_2 tem uma dúvida e pede ajuda ao grupo. Os colegas dialogam sobre a pergunta e o estudante E_4 responde de forma incorreta, mas se mostra convicto de que sua resposta estava certa. Os demais colegas que faziam parte do grupo desse estudante mostraram a ele, por meio do material manipulativo, as peças que representavam as frações que precisavam ser comparadas. Nesse momento E_4 percebeu que sua resposta estava incorreta, o que o leva a refazer a atividade do roteiro com entusiasmo e alegria, sem manifestar qualquer indício de descontentamento.

> E_2 : $\frac{1}{6}$ é maior que $\frac{1}{4}$?
> E_{12} : Não é!
> E_4 : É sim!
> E_6 : Não é!
> E_{12} : Qual é maior? (O estudante E_{12} pega as duas peças que representam as frações e questiona E_4 .)
> E_4 : $\frac{1}{4}$!
> E_{12} : Então, porque você colocou que $\frac{1}{6}$ é maior? (Este estudante questiona E_4 do porque ter escrito no roteiro que $\frac{1}{6}$ era maior que $\frac{1}{4}$.)
> (Nesse momento E_4 e E_2 dão risada do ocorrido e E_4 apaga a resposta errada e escreve a resposta correta.)

Além da participação dos estudantes, é possível observarmos outro elemento de grande importância à aprendizagem, o trabalho em grupo. A interação entre estudante-professor e estudante-estudante pode ser observada em vários momentos durante as aulas. Na sequência, apresentamos o diálogo entre dois colegas em que um estudante (E_1) auxilia o outro (E_6) na realização de uma atividade no computador.

> E_6 : Mas não dá!
> E_1 : Calma, você tem que marcar o que tá pintado. Aqui em cima, óh! Você tem que contar quantos tão pintado.
> E_6 : Tá! (Estudante conta as partes pintadas que se referem ao numerador da fração a ser digitada.)
> E_1 : Agora você vai contar quantos têm no total, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Digita e dá enter! E aí você continua!

Outros elementos importantes destacados pelos estudantes na utilização desses recursos, tendo em vista a superação de erros em frações que favorecem a aprendizagem foram a manipulação, a visualização e a possibilidade de descoberta. O fato de poder manipular permitiu que os estudantes contrastassem diferentes possibilidades de resposta para a mesma atividade, realizassem comparações, fizessem medições. O estudante E_6, durante a entrevista e após a participação na oficina três, quando questionado sobre a utilização dos discos em MDF, deixou transparecer que a manipulação fez com que aprendesse mais já que pode comparar as frações. E_6 : “Ah, a gente aprende mais! Tem que medir uma peça em cima da outra pra vê qual era a maior, menor”.

Além disso, podemos dizer que a manipulação permitiu a visualização das características daquilo que estava sendo solicitado nas atividades. Sarmento (2010, p. 3) aponta que a manipulação permite além da experiência física, também a experiência lógica, obtida através de um processo crescente de “abstrações empíricas e abstrações reflexivas, podendo evoluir para generalizações mais complexas”. Ou seja, as experiências vivenciadas através da manipulação favorecem a reflexão e podem desencadear, progressivamente, o entendimento de relações matemáticas mais complexas.

A visualização também foi um aspecto importante durante a realização de atividades nos softwares e no jogo digital, uma vez que permitiu que o estudante pudesse observar na tela, além da representação numérica das frações, a representação gráfica. Observamos que as representações gráficas e/ou geométricas disponibilizadas facilitaram a realização das atividades. Após a realização de atividades no software JFractionLab, a professora perguntou aos estudantes como foi resolver as tarefas por meio do software e um dos estudantes (E_{13}) respondeu: "A gente consegue visualizá, vê, e ainda tem os números aqui em cima". (aponta para as frações escritas no software.)

Acreditamos que a experimentação proporcionada por esses recursos invertem, conforme afirmam Borba e Penteado (2010), a ordem da introdução dos conteúdos, de teorização, explicação e exercícios, para exercícios, descoberta e teorização. Ambos os recursos propiciaram momentos de descoberta, de criação, pois o conhecimento não foi apresentado de maneira pronta. Cada estudante, individualmente ou em grupo, ao resolver, pôde fazer uso dos recursos para, aos poucos, ir se apropriando dos conceitos matemáticos abordados.

No entanto, Passos (2006, p. 81) aponta que diversos materiais podem levar o estudante "[...] a refletir, conjecturar, fazer novas descobertas, descobrir estruturas". Apesar disso, chama a atenção que os conceitos matemáticos não estão nos materiais, mas sim, são construídos por meio das ações, verificações e constatações que os estudantes realizam com o apoio desses materiais.

Além de todos esses elementos, que surgiram durante as oficinas e foram fundamentais no trabalho com os erros, cabe destacarmos a unidade de significado que surgiu com mais frequência nas falas dos estudantes: "Possibilidades diferentes de estudar", o que confirma a posição de Bairral (2009, p.16) ao defender o surgimento de um "[...] novo cenário para o processo de ensino-aprendizagem quando diferentes estratégias educacionais são utilizadas, como as TICs e tantas outras que existem." Esse novo cenário de aprendizagem pode ser evidenciado pelas falas do estudante E_{12}, durante a entrevista, após a oficina número quatro, ao comentar que não é somente com atividades no quadro que ele e seus colegas aprendem.

> E_{12}: É que tem coisas que a gente não aprende só no quadro, no quadro a gente aprende, mas com tecnologia e essas coisas (se refere aos materiais manipulativos), a gente aprende mais, porque não é só na frente do quadro que você pode vê, existe várias outras coisas que você pode fazer.
> P: É isso mesmo! […] Um mesmo conteúdo pode ser trabalhado...
> E_{12} :...de diferentes formas.

A grande maioria dos estudantes deixou claro, em suas falas, que o estudo de frações, até a data da primeira oficina, havia se dado por explicações orais dos professores e exercícios no quadro e em folhas xerocadas. Durante a realização das entrevistas, relataram que nunca haviam trabalhado frações com tiras de papel para representar um inteiro, meios, quartos, oitavos, entre outras.

Essa atividade simples e fácil de ser realizada com os estudantes foi desenvolvida em uma das oficinas e se mostrou muito significativa no entendimento, por exemplo, de frações equivalentes. Além disso, os estudantes afirmaram que não haviam explorado, até o momento das oficinas, os discos de frações, os quais também podem ser construídos com papel pelos próprios estudantes tamanha é a facilidade.

> P: Em algum momento você já tinha usado tiras de papel, discos para estudar frações?
>
> E_4 : Não, a gente nunca mexeu, a profe só é de dá folhinha e passá no quadro. Só no 5º ano que a gente fez um dominó de frações.

Ademais, um fato interessante a ser colocado é que a escola dispõe de vários conjuntos de discos de frações em MDF, os quais foram retirados na biblioteca da escola para serem explorados durante as oficinas. Os conjuntos de frações em MDF possuíam, dentro de cada um, as intruções de uso de forma intacta, o que indica que pouco ou nunca foram utilizados. Tal constatação vai ao encontro do que os estudantes afirmaram que não haviam explorado frações com os discos em MDF até o momento.

Muitos estudantes também afirmaram que as tecnologias informáticas não fazem parte das aulas de matemática do ensino regular. Diante disso, vale trazermos as considerações de Miskulin, Amorin e Silva (2005) quanto à importância das tecnologias informáticas no ambiente educacional.

> […] o desenvolvimento tecnológico proporciona uma nova dimensão ao processo educacional, dimensão essa que transcende os paradigmas ultrapassados do ensino tradicional, pontuado pela instrução programada, pela transmissão de informações e pelo “treinamento” do pensamento algoritmo e mecânico. Essa nova dimensão prioriza um novo conhecimento, o qual considera o desenvolvimento do pensamento criativo como espaço fundamental da cognição humana. (MISKULIN; AMORIN; SILVA, 2005, p. 82, grifo do autor).

Todos esses depoimentos dos estudantes revelam que muitas oportunidades e possibilidades diferentes de aprender um mesmo conceito matemático estão sendo desperdiçadas em detrimento de um ensino pautado por metodologias ligadas quase que exclusivamente por explicações centradas na figura do professor.

É preciso que o professor se conscientize de que o trabalho com diferentes recursos proporciona um ambiente prazeroso de aprendizagem. Isso pode ser observado no depoimento de dois estudantes que, espontaneamente, ao final da oficina dois, após a saída dos demais colegas, aproximaram-se e relataram que gostaram da oficina desenvolvida, sendo que o estudante E_4 afirmou que as atividades foram mais fáceis do que as trabalhadas no ensino regular.

> E_{12} : Profe, a aula foi bem legal hoje!
> P: Você gostou? Que bom! Mas além de gostar, deu para entender aquilo que estudamos?
> E_{12} : Sim.
> E_4 : E é mais fácil do que na aula!

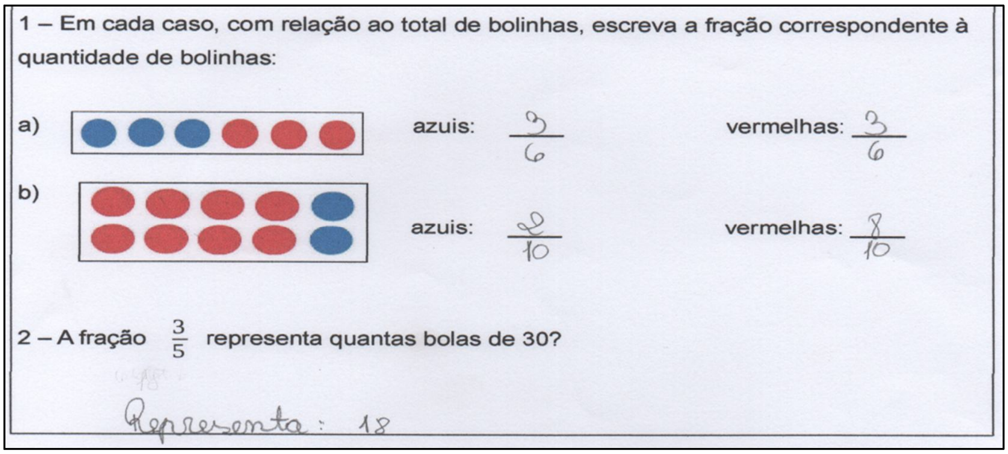
Após a análise dos dados coletados e tendo em vista a questão problematizadora da pesquisa “O que os erros dos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental podem revelar quanto ao estudo de frações e quais as contribuições dos materiais manipulativos e das TICs na superação desses erros?”, podemos afirmar que as experiências vividas pelos estudantes, quando da utilização de materiais manipulativos e softwares e jogo digital, na superação de erros em frações, revelam que houve contribuições significativas na aprendizagem dos estudantes.

No entanto, além das três perguntas da entrevista narrativa, aplicadas ao final de cada oficina, cuja finalidade foi a de fornecer dados para análise quanto às contribuições dos materiais manipulativos e a tecnologia informática na superação de erros, também foram analisadas as respostas às questões matemáticas respondidas pelos estudantes ao final de cada encontro.

A resolução dessas atividades matemáticas possibilitou-nos verificar se houve avanços na compreensão do tema frações, após as atividades realizadas com tecnologias informáticas e/ou materiais manipulativos, contribuindo, gradativamente à superação dos erros.

Cada uma das cinco atividades realizadas revelou que a maioria dos estudantes presentes nas oficinas conseguiu respondê-las de forma correta. A primeira atividade levava em consideração os aspectos: relação entre grandezas descontínuas e a ideia de fração; significado do numerador e denominador na fração: papel e importância de cada termo. Dos onze estudantes que participaram da oficina número 1, oito acertaram a primeira atividade e seis acertaram a segunda, totalizando, respectivamente, 72,7% e 54,5% de acertos.

Figura 41 - Atividade matemática realizada ao final da oficina 1 pelo estudante E_1


1 – Em cada caso, com relação ao total de bolinhas, escreva a fração correspondente à quantidade de bolinhas:

a) azuis: $\frac{3}{6}$ vermelhas: $\frac{3}{6}$

b) azuis: $\frac{2}{10}$ vermelhas: $\frac{8}{10}$

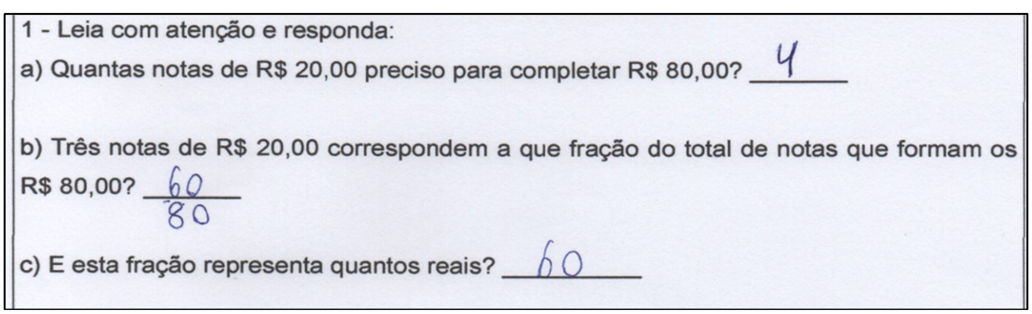
2 – A fração $\frac{3}{5}$ representa quantas bolas de 30?

Representa: 18

Fonte: Dados coletados pela autora, 2018.

A atividade proposta ao final da Oficina 2 também contemplava os aspectos: relação entre grandezas descontínuas e a ideia de fração; significado do numerador e denominador na fração: papel e importância de cada termo. Nessa atividade, dos onze estudantes presentes na oficina, sete acertaram a questão proposta, totalizando um percentual de 63,6% de acerto.

Figura 42 - Atividade matemática realizada ao final da Oficina 2 pelo estudante E_{11}


1 - Leia com atenção e responda:

a) Quantas notas de R$ 20,00 preciso para completar R$ 80,00? 4

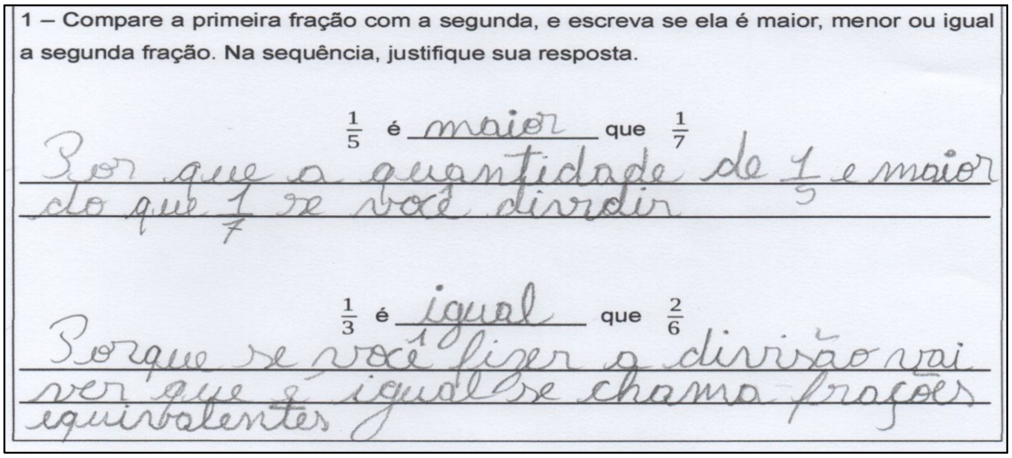
b) Três notas de R$ 20,00 correspondem a que fração do total de notas que formam os R$ 80,00? $\frac{60}{80}$

c) E esta fração representa quantos reais? 60

Fonte: Dados coletados pela autora, 2018.

A atividade realizada da Oficina 3 considerou os aspectos: representação gráfica e geométrica de frações; equivalência de frações. Dos oito estudantes presentes, sete resolveram corretamente a primeira tarefa e seis a segunda, representando, respectivamente, 87,5% e 75% de acertos.

Figura 43 - Atividade matemática realizada ao final da oficina 3 pelo estudante E_4



1 – Compare a primeira fração com a segunda, e escreva se ela é maior, menor ou igual a segunda fração. Na sequência, justifique sua resposta.

$\frac{1}{5}$ é maior que $\frac{1}{7}$

Por que a quantidade de $\frac{1}{5}$ e maior do que $\frac{1}{7}$ se você dividir

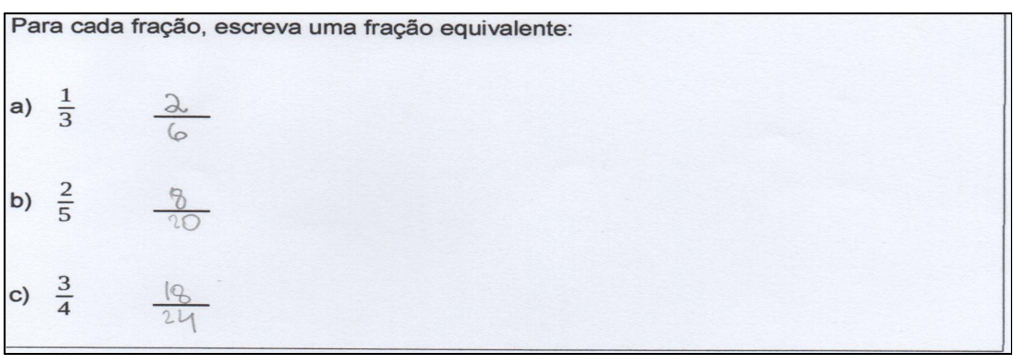
$\frac{1}{3}$ é igual que $\frac{2}{6}$

Porque se você fizer a divisão vai ver que é igual se chama frações equivalentes

Fonte: Dados coletados pela autora, 2018.

A resolução da tarefa da quarta oficina contempla o aspecto: Equivalência de frações. Dos dez estudantes presentes no dia desta oficina, nove realizaram a tarefa corretamente, totalizando 90% de acerto.

Figura 44 - Atividade matemática realizada ao final da Oficina 4 pelo estudante E_{12}



Para cada fração, escreva uma fração equivalente:

a) $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{6}$

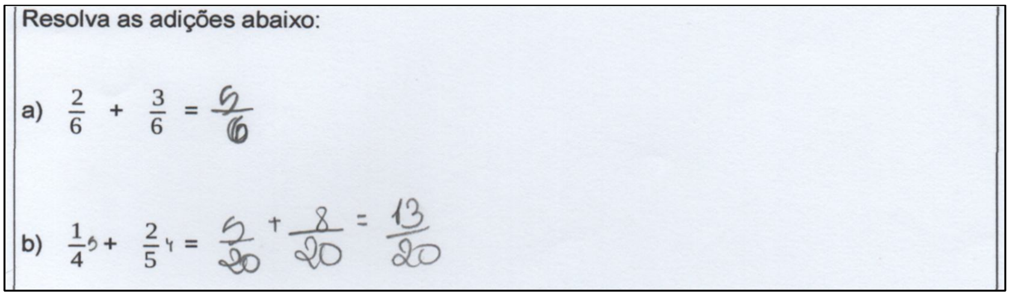
b) $\frac{2}{5}$ $\frac{8}{20}$

c) $\frac{3}{4}$ $\frac{18}{24}$

Fonte: Dados coletados pela autora, 2018.

O último registro escrito, aplicado ao final da oficina 5, contempla o aspecto: operações de adição de frações com denominadores iguais e diferentes e revela que dos oito estudantes presentes, os oito acertaram a resolução do cálculo de adição de frações com denominadores iguais, totalizando 100% de acertos e cinco acertaram a resolução do cálculo de adição com denominadores diferentes, totalizando 62,5% de acertos.

Figura 45 - Atividade matemática realizada ao final da oficina 5 pelo estudante E_3



Fonte: Dados coletados pela autora, 2018.

Podemos observar, pelos registros escritos das atividades matemáticas que, embora tenham sido realizados apenas cinco oficinas com duração de 1h30min cada uma, houve um aproveitamento satisfatório em todas elas. Além disso, ao realizarmos a média aritmética simples dos percentuais de acerto de cada atividade matemática do final dos encontros, obtivemos uma média de 75,7% de acertos.

Isso nos leva a acreditar que as contribuições dos materiais manipulativos, dos softwares e do jogo digital, revelados pelas experiências vividas dos estudantes durante a participação destes nas oficinas, contribuíram para que houvesse um aumento percentual considerável de acertos, já que as treze atividades diagnósticas realizadas no início deste estudo apontaram que a grande maioria das questões apresentaram um percentual igual ou superior a 50% de Não Acertos.

Com isso, este estudo nos mostra que o ensino de frações, quando explorado a partir dos erros cometidos pelos estudantes e com a utilização dos materiais manipulativos e tecnologias informáticas, contribui para superação de erros em frações através de aspectos positivos como o pensar, a aprendizagem na prática, a aprendizagem com softwares e a compreensão das relações matemáticas estudadas. Além desses, há os elementos favoráveis à aprendizagem como: a participação, a manipulação, a descoberta, as possibilidades diferentes de estudar, a visualização e o trabalho em grupo.

Ao final deste estudo, depreendemos que, tanto a análise dos erros realizada através das atividades diagnósticas quanto a análise das contribuições dos materiais manipulativos e das TICs na superação desses erros, evidenciaram resultados favoráveis à aprendizagem de frações. Dessa forma, este estudo apresenta algumas sugestões à prática pedagógica que podem contribuir no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática.

Além disso, acreditamos que a exploração de conteúdos matemáticos, a partir das dificuldades reveladas pelos erros dos estudantes e pelas possibilidades desencadeadas com o uso de diferentes recursos, como os materiais manipulativos e as TICs, podem promover a reflexão sobre as diferentes possibilidades que o professor tem à disposição para explorar os conceitos matemáticos e, assim, qualificar o processo de ensino e de aprendizagem.

Por conseguinte, inferimos que quando o professor aprofunda o conhecimento sobre as dificuldades e facilidades dos estudantes, observadas ao longo das aulas, ocorrem resultados significativos à aprendizagem matemática. Ponte et al. (2012), ao descreverem os resultados da aplicação de atividades diagnósticas durante uma proposta de estudos de aula, cujo objetivo era a formação de professores a partir da reflexão da aprendizagem dos alunos, revelam que “A reflexão realizada sobre as respostas dos alunos na tarefa foi um momento especialmente relevante, pois permitiu aos professores planejarem a aula que antecede o estudo de lição e a tarefa a propor na aula a observar”. (PONTE et al., 2012, p. 8).

Observamos, portanto, que a reflexão acerca das respostas dos estudantes foram consideradas elementos importantes para o planejamento das aulas, assim como ocorreu nesta investigação que envolve o estudo de frações. Ainda a proposta de Ponte et al. (2012, p. 12) revela, a partir das observações realizadas na turma de estudantes, que as atividades foram planejadas de acordo com as respostas dos estudantes e que houve a aprendizagem em três campos: “[...] seleção de tarefas, comunicação na sala de aula e atenção aos processos de raciocínio dos alunos”.

A seleção de tarefas diz respeito à importância de atividades instigantes, que promovem e favorecem a investigação e exploração de conceitos matemáticos. A comunicação, na sala de aula, diz respeito à importância de os estudantes exporem suas formas de pensar, e assim, observarem que existem diferentes formas de pensar. Já a atenção aos processos de raciocínio dos alunos diz respeito à importância do professor valorizar o raciocínio dos estudantes.

Após contextualizarmos, brevemente, a proposta de Ponte et al. (2012), a qual também leva em consideração o planejamento de aulas e tendo em vista as respostas dos estudantes em atividades diagnósticas, bem como a reflexão das aprendizagens como forma de contribuição ao processo formativo docente, podemos afirmar que a proposta de exploração de frações, apresentada por este estudo, além de contribuir com aspectos relevantes, pode enriquecer o processo de ensino e de aprendizagem de Matemática.

11 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na tentativa de contribuirmos com o ensino da Matemática, mais especificamente no que tange ao conceito de frações, conteúdo este que ainda é considerado, por muitos estudantes, como difícil de ser entendido, esta pesquisa buscou explorar frações a partir dos erros cometidos pelos estudantes, com a utilização de materiais manipulativos, softwares e jogo digital, haja vista a superação de erros.

Esta investigação teve como perspectiva metodológica a pesquisa qualitativa, numa abordagem fenomenológica, já que os dados emergiram das experiências vividas pelos estudantes. A pesquisa foi desenvolvida em duas etapas. A primeira etapa consistiu na aplicação de atividades diagnósticas aos estudantes, envolvendo o conteúdo frações e, posteriormente, a sua correção, na realização de uma entrevista com cada estudante, tendo em vista as questões erradas, a fim de que cada um comentasse o processo de resolução utilizado por ele, permitindo, assim, a identificação dos erros cometidos pelos estudantes.

A segunda etapa contemplou atividades com TICs e materiais manipulativos, elaboradas a partir dos erros identificados nas atividades diagnósticas, as quais foram organizadas em cinco oficinas, com o objetivo fornecer dados quanto às possíveis contribuições das TICs e dos materiais manipulativos na superação de erros em frações. Nessa etapa, os dados foram coletados através da filmagem das oficinas, de entrevistas realizadas com os estudantes após a participação de cada um em cada oficina e pela resolução de uma questão matemática, envolvendo o conteúdo explorado no decorrer de cada encontro.

Após a coleta e a organização dos dados, foi realizada a análise ideográfica e nomotética em cada fase da pesquisa de forma a buscar respostas à problemática: “O que os erros dos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental podem revelar quanto ao estudo de frações e as contribuições das TICs e materiais manipulativos na superação desses erros?”.

Neste estudo, os erros foram considerados elementos importantes e que acompanham todo o processo de aprendizagem do estudante. Além disso, durante esta pesquisa, os erros cometidos pelos estudantes foram explorados de maneira construtiva, visto que possibilitaram que o estudante pudesse refletir sobre o processo de resolução das atividades, e também, foram considerados, conforme afirma Cury (2015, p. 38), como “fonte de novas aprendizagens”, pois, a partir deles, é que as oficinas foram planejadas e os estudantes puderam explorar seus erros através de atividades com materiais manipulativos e TICs.

Nesse contexto, os erros são vistos de maneira positiva, capazes de revelar informações importantes sobre o conhecimento construído pelos estudantes (ROSSO; BERTI, 2010), e assim, possam ser considerados, segundo afirmam Santos, Buriasco e Ciani (2008, p. 40), “[...] como uma poderosa ferramenta para diagnosticar dificuldades de aprendizagem”.

Os erros fazem parte do processo de aprendizagem matemática. Dessa forma, quando são encarados como elementos intrínsecos na busca pelo conhecimento, passam a ser tratados como possibilidades de aprendizagem, já que permitem que professor e estudante possam investigar as dificuldades que levam o estudante ao erro, redimensionando e desmistificando, assim, a imagem de elemento indesejável, para uma dimensão mais ampla, por meio da qual passam a ser considerados elementos capazes de auxiliar na aprendizagem.

A partir do erro, é possível analisar todo o processo de resolução da atividade e não apenas o produto/resposta final. Portanto, reconhecer o erro, numa perspectiva construtiva, é realizar uma análise qualitativa das produções dos estudantes que, de acordo com Cury (2015), possibilita a compreensão das formas de como o estudante pensa.

Esta pesquisa buscou, num primeiro momento, por meio de atividades diagnósticas, identificar os erros cometidos pelos estudantes no estudo de frações e, mediante uma entrevista, tendo por base os erros cometidos de cada um dos dezesseis estudantes que participaram do processo de coleta de dados, entender de maneira mais aprofundada o que levou o estudante ao erro. Para tanto, cada estudante relatou a maneira como pensou no momento da resolução das atividades.

Os dados da pesquisa revelam que alguns estudantes reconheceram os erros no momento em que refletiam sobre o processo de resolução realizado por eles. Além disso, observamos que alguns estudantes não conseguiram explicar como resolveram, o que nos leva a identificar a existência de dificuldades na compreensão de conceitos básicos de Matemática.

Embora os estudantes já tivessem explorado os conceitos contemplados nas atividades diagnósticas, tanto no ensino regular como no reforço escolar, deparamo-nos com um número considerável de questões com percentuais iguais ou superiores a 50% de Não Acertos.

Após a análise ideográfica da primeira fase da pesquisa, realizada a partir das atividades diagnósticas e das entrevistas narrativas com os estudantes, tendo por base as questões com índice igual ou superior a 50% de Não Acertos, foi possível encontrarmos vinte unidades de significado que dão indícios de aspectos que teriam levado os estudantes ao erro.

A partir dessas vinte unidades de significados, foi realizada a análise nomotética, com novas reduções que originaram o agrupamento das unidades de significados em cinco frentes que concentraram as dificuldades apresentadas pelos estudantes: relação entre grandezas descontínuas e a ideia de fração; significado do numerador e do denominador: papel e importância de cada termo; representação gráfica e geométrica de frações; equivalência de frações; operações de adição e subtração de frações com denominadores iguais e diferentes. Essas categorias atenderam ao segundo objetivo da pesquisa, que diz respeito à identificação dos erros cometidos por estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental no estudo de frações por meio de atividades diagnósticas.

Com base nas dificuldades presentes nessas cinco frentes, as quais foram obtidas por meio da análise dos erros dos estudantes, foi possível elaborarmos cinco oficinas para abordar esses conceitos com materiais manipulativos e TICs, contemplando, dessa maneira, o terceiro objetivo desta pesquisa: elaborar, a partir dos erros identificados nas atividades diagnósticas, atividades com tecnologias informáticas e materiais manipulativos para possibilitar uma nova discussão a respeito do tema.

A realização das cinco oficinas deu início à segunda etapa deste estudo. Por meio de entrevistas individuais realizadas, ao final de cada encontro, os estudantes puderam expor suas considerações acerca das contribuições dos materiais manipulativos e das tecnologias informáticas quanto à superação de erros no estudo de frações a partir das experiências que vivenciaram durante os encontros. Esses dados serviram de base para realização da análise ideográfica da segunda etapa do estudo. Ao final dessa análise ideográfica, por meio da matriz de unidades de significados, encontramos 11 unidades de significado que evidenciaram diferentes contribuições dos materiais manipulativos e das tecnologias informáticas na superação de erros em frações.

A partir dessas onze unidades de significado, realizamos a análise nomotética, a qual permitiu o agrupamento das contribuições dos materiais manipulativos e dos softwares e jogo digital na superação de erros em duas categorias: categoria 1: aspectos positivos evidenciados pelos estudantes na superação de erros em frações após a utilização dos materiais manipulativos e tecnologias informáticas; categoria 2: existência de elementos favoráveis à aprendizagem quando da incorporação dos materiais manipulativos e tecnologias informáticas na superação de erros em frações.

Na primeira categoria, os aspectos positivos evidenciados pelos estudantes na superação de erros em frações, após a utilização dos materiais manipulativos e tecnologias informáticas, estabeleceram as unidades de significado: o refazer, o pensar, a aprendizagem na prática, a aprendizagem com softwares e a compreensão das relações matemáticas estudadas.

Observamos que a exploração das dificuldades, evidenciadas pelos erros em conceitos de frações, através da utilização dos materiais manipulativos e dos softwares e do jogo digital permitiu aos estudantes refazerem as atividades, conforme a necessidade e interesse de cada um. Acreditamos que esse momento foi considerado relevante pelos estudantes, já que a motivação de refazer as atividades partia dos próprios estudantes, destoando do que normalmente ocorre – solicitação do professor para que diferentes atividades sejam refeitas em caso de erros ou dificuldades. O refazer ocorreu de maneira espontânea por cada estudante e foi considerado, por eles, um momento agradável e importante à aprendizagem.

Além disso, os estudantes relataram que os materiais manipulativos e os softwares e jogo digital os instigaram a pensar, a raciocinar e a refletir sobre os conceitos matemáticos envolvidos nas atividades, de forma que conseguissem alcançar o entendimento dos conceitos envolvidos por trás da exploração desses recursos. Destacamos que Gravina e Basso (2012), Nogueira e Andrade (2004), Scheffer et al. (2006) discutem sobre o papel da utilização das tecnologias informáticas em ambientes educacionais, uma vez que as mesmas exercem relação com o pensar, agir, produzir, enfim, com o aprender.

Salientamos que os estudantes expuseram como aspectos importantes à superação de erros, ainda que não tenha sido apontado por todos de forma direta, a aprendizagem na prática e a aprendizagem com softwares. Verificamos, assim, que a exploração desses recursos permitiu que os estudantes pudessem fazer simulações, comparações, testar, aproximando as descobertas matemáticas com os conceitos matemáticos.

Outros estudantes reconheceram que houve a superação dos erros, pois conseguiram comprender, por exemplo, a equivalência de frações e a adição e subtração de frações com denominadores iguais e diferentes, conceitos já vistos por eles. Entretanto, realizados de forma mecânica, sem a devida reflexão e entendimento do que realizavam.

Já a segunda categoria apontou para a existência de elementos favoráveis à aprendizagem quando da incorporação dos materiais manipulativos e tecnologias informáticas na superação de erros em frações, tais como: a participação, a manipulação, a descoberta, as possibilidades diferentes de estudar, a visualização e o trabalho em grupo.

Os estudantes afirmaram que o uso dos materiais manipulativos, dos softwares e do jogo digital no estudo de frações permitiu que pudessem participar das aulas, questionar nos momentos de dúvida o professor e/ou colegas, apontar soluções, debater resultados, confirmar ou reavaliar resoluções.

A interação entre estudante-colegas-professor-recursos propiciou momentos de descobertas, de compartilhamento de experiências, de trabalho em grupo, sendo considerados por eles elementos importantes à compreensão das situações matemáticas propostas e a possível superação de erros identificados nas atividades diagnósticas realizadas anteriormente às oficinas.

Outros elementos apontados como relevantes para superação dos erros, em virtude do uso dos materiais manipulativos e dos softwares e do jogo digital, foi a manipulação e a visualização. Ambos os recursos contribuíram para que os estudantes pudessem, por conta própria, realizar as atividades com mais autonomia já que os recursos serviam de subsídio para o desenvolvimento das atividades propostas.

Outro elemento favorável à aprendizagem, revelado pela grande maioria dos estudantes e em diferentes oficinas, foi o fato destes considerarem que os materiais manipulativos e os softwares e o jogo digital foram maneiras diferentes de estudar. Constatamos, pelos depoimentos dos estudantes e pelas filmagens das oficinas, que os conteúdos matemáticos, normalmente, são introduzidos no ambiente escolar por meio de explicações orais, exemplos e atividades realizadas no quadro e em folhas xerocadas, diferentemente da experiência que puderam vivenciar ao longo das cinco oficinas.

Desse modo, os recursos utilizados na exploração das dificuldades evidenciadas, a partir da análise dos erros, foram considerados, pelos estudantes, como novas possibilidades de estudar. Vale trazermos, neste momento, uma vez mais, as considerações de Borba (1999) ao afirmar que a incorporação de novas mídias, como o computador, no ambiente escolar, podem reestruturar o pensamento matemático, já que favorecem novas formas de representação matemática. Para o autor, mídias, como a informática, podem possibilitar que o estudante estabeleça outras relações, desencadeadas, por exemplo, através da visualização, as quais dificilmente poderiam ser alcançadas de forma mais abrangente quando exploradas com mídias como o lápis e o papel.

A partir das contribuições de Borba (1999) e de Kenski (2012), ao corroborarem que o conceito de tecnologias abrange todas as coisas, recursos, equipamentos que, desde a antiguidade, foram sendo criadas e utilizadas pelo homem, podemos considerar que, assim como os softwares e o jogo digital utilizados nesta pesquisa, os materiais manipulativos também podem ser considerados tecnologias. Desse modo, ambos os recursos utilizados contribuíram para reestruturação do pensamento matemático, uma vez que possibilitaram diferentes formas de reflexão. Se fossem utilizadas apenas as tecnologias tradicionais como o lápis e o papel, o quadro e o giz, restringiriam as possibilidades de refletir sobre os mesmos conceitos matemáticos.

Dessa forma, tendo por base os cinco aspectos positivos destacados pelos estudantes na superação de erros, após a utilização dos materiais manipulativos e dos softwares e do jogo digital: o refazer, o pensar; a aprendizagem na prática; a aprendizagem com softwares e a compreensão das relações matemáticas estudadas, bem como os seis elementos considerados favoráveis à aprendizagem quando da incorporação desses recursos na superação de erros em frações: a participação, a manipulação, a descoberta, as possibilidades diferentes de estudar, a visualização e o trabalho em grupo, é possível concluirmos que esses recursos trouxeram diferentes contribuições na aprendizagem do conceito matemático frações.

Contribuições capazes de fazer com que os estudantes pudessem trabalhar com suas dificuldades de aprendizagem, diagnosticadas a partir de seus erros, de maneira prazerosa, espontânea, ativa e reflexiva. Esse ambiente possibilitou diferentes experiências, as quais foram determinantes para que ocorresse a superação de erros em frações, ainda que não na totalidade dos estudantes, mas da grande maioria presente em cada oficina.

Os registros orais extraídos das filmagens das oficinas e os registros escritos dos estudantes, obtidos através da resolução de atividades matemáticas ao final de cada oficina, revelaram que as dificuldades encontradas por meio da análise qualitativa dos erros, puderam ser exploradas de diferentes formas com o auxílio dos materiais manipulativos e dos softwares e do jogo digital, contribuindo na compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos.

Tais registros escritos apontam que as contribuições elencadas pelos estudantes, após a participação desses nas oficinas, influenciaram positivamente na superação dos erros, já que os percentuais de acerto por oficina foram: 72,7% na primeira atividade e 54,5% na segunda atividade da oficina um; 63,6% de acertos na atividade da oficina dois; 87,5% de acertos na primeira atividade e 75% na segunda atividade da oficina três; 90% de acertos na atividade da oficina quatro; 100% de acertos na primeira atividade e 62,5% na segunda atividade da oficina cinco. Ao realizarmos a média aritmética simples desses percentuais de acertos das cinco oficinas, o índice percentual médio foi de 75,7% de acertos.

Esses resultados contemplam, respectivamente, o quarto e o quinto objetivos da pesquisa que tinham por finalidade verificar se os estudantes superariam os erros cometidos no estudo de frações ao trabalharem esses conceitos com tecnologias informáticas e materiais manipulativos, bem como analisar representações escritas e orais dos estudantes, haja vista as contribuições das tecnologias informáticas e materiais manipulativos na superação de erros cometidos no estudo de frações.

Concluímos que os encontros, embora realizados apenas uma vez por semana, num intervalo de uma hora e trinta minutos, favoreceram a criação de um ambiente de aprendizagem diferenciado. Isso foi possível de conferirmos pelas contribuições elencadas pelos estudantes quando da utilização dos materiais manipulativos, dos softwares e do jogo digital na superação de erros em frações. Além disso, o índice percentual médio de 75,7% de acertos nas atividades realizadas por eles ao final dos encontros, todas contemplando os erros e dificuldades desses estudantes, anteriores às oficinas mostraram uma evolução no aprendizado, já que nas atividades diagnósticas houve, em quase todas as questões, um percentual igual ou superior a 50% de Não Acertos.

Salientamos que a fenomenologia possibilitou um olhar mais atento às experiências vividas dos estudantes permitindo que nos aproximássemos do fenômeno investigado afim de encontrarmos respostas ao problema de pesquisa.

Dessa forma, ao final deste estudo, podemos afirmar que a fenomenologia permitiu encontrar respostas à problemática desta pesquisa, já que os erros dos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental puderam revelar dificuldades em cinco frentes do conteúdo frações: relação entre grandezas descontínuas e a ideia de fração; significado do numerador e do denominador: papel e importância de cada termo; representação gráfica e geométrica de frações; equivalência de frações; operações de adição e subtração de frações com denominadores iguais e diferentes.

Do mesmo modo, foi possível apresentar as contribuições das TICs e dos materiais manipulativos na superação dos erros, as quais concentram-se em duas categorias: nos aspectos positivos evidenciados pelos estudantes, a saber: o refazer, o pensar, a aprendizagem na prática, a aprendizagem com softwares e a compreensão das relações matemáticas estudadas; e na existência de elementos favoráveis à aprendizagem, quando da incorporação dos materiais manipulativos e tecnologias informáticas na superação de erros em frações, tais como: a participação, a manipulação, a descoberta, as possibilidades diferentes de estudar, a visualização e o trabalho em grupo.

Observamos que os resultados desta investigação vão ao encontro dos resultados evidenciados no capítulo dois, no qual apresentamos um diagnóstico de pesquisas recentes que se aproximavam da temática deste estudo “Erros no estudo de frações: contribuições do uso das TICs e de materiais manipulativos”.

Tanto este estudo quanto as pesquisas relatadas no quadro 2 “Detalhamento das dissertações e teses pesquisadas no banco de dados da CAPES” indicam que a discussão dos erros e a utilização de materiais manipulativos e das TICs no estudo de frações contribuem positivamente na aprendizagem dos estudantes, de forma a propiciar um ambiente prazeroso, no qual os mesmos têm diferentes possibilidades de aprender, interagir, discutir, testar suas hipóteses, manipular e visualizar os conceitos estudados, tornando-se sujeitos ativos no processo de construção do conhecimento.

Por fim, inferimos que experiências desta natureza no Ensino da Matemática podem contribuir significativamente para a compreensão de conceitos matemáticos, garantindo diferentes possibilidades de aprendizado aos estudantes e reestruturando o cenário educacional.

REFERÊNCIAS

ABRAHÃO, M. H. M. B. (Org.). **Avaliação e erro construtivo libertador**: uma teoria-prática includente em educação. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2000.

ABREU, P. F. DE; BAIRRAL, M. A. O uso que professores de matemática fazem da informática educativa em suas aulas. In: BAIRRAL, M. A. (Org.). **Tecnologias informáticas, salas de aula e aprendizagens matemáticas**. Rio de Janeiro. Ed. da UFRRJ, 2010, p. 19-34.

ALVES-MAZZOTTI, A. J. O método nas ciências sociais. In: ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. (Orgs.). **O Método nas Ciências Naturais e Sociais:** Pesquisa Qualitativa e Quantitativa. São Paulo: Pioneira, 1999, p. 107-188.

BAIRRAL, M. A. **Tecnologias da Informação e Comunicação na Formação e Educação Matemática**. Rio de Janeiro. Ed. da UFRRJ, 2009.

BICUDO, M. A. V. Sobre a fenomenologia. In: BICUDO, M. A. V.; ESPOSITO, V. H. C. (Org.). **Pesquisa qualitativa em educação**: um enfoque fenomenológico. Piracicaba: Unimep, 1994. p. 15-22.

______. A contribuição da fenomenologia è educação. In: BICUDO, M. A. V.; CAPPELLETTI, I. F. (Orgs). **Fenomenologia uma visão abrangente da Educação**. São Paulo: Olho dágua, 1999 p. 11-51.

______. A pesquisa qualitativa olhada para além dos seus procedimentos.In: BICUDO, M. A. V. (Org). **Pesquisa qualitativa segundo a visão fenomenológica**. São Paulo: Cortez, 2011. p. 11-28.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

BRASIL. Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. **Programas:** ProInfo. Disponível em: <http://www.fnde.gov.br/programas/proinfo/sobre-o-plano-ou-programa/sobre-o-proinfo>. Acesso em: 21 nov. 2016.

______. Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. **Programas:** ProInfo: Programa um computador por aluno (PROUCA). Disponível em: <http://www.fnde.gov.br/programas/programa-nacional-de-tecnologia-educacional-proinfo/proinfo-programa-um-computador-por-aluno-prouca>. Acesso em: 21 nov. 2016.

______. Ministério da Educação. **Proinfo Integrado.** Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/observatorio-da-educacao/271-programas-e-acoes-1921564125/seed-1182001145/13156-proinfo-integrado>. Acesso em: 21 nov. 2016.

BURIASCO, R. L. Algumas considerações sobre avaliação educacional. **Estudos em Avaliação Educacional**. São Paulo, n. 22, p. 155 -178, jul./dez. 2000. Disponível em: <http://publicacoes.fcc.org.br/ojs/index.php/eae/issue/view/196/showToc>. Acesso em: 17 jun. 2017.

CARAÇA, B de J. **Conceitos fundamentais da Matemática**. Lisboa: Gradiva,1951.

COÊLHO, I. M. Fenomenologia e educação. In: BICUDO, M. A. V.; CAPPELLETTI, I. F. (Orgs.). **Fenomenologia uma visão abrangente da Educação**. São Paulo: Olho dágua, 1999. p. 53-104.

CURY, H. N. **Análise de erros**: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2015.

DAMIANI, M. F. et al. Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica. **Cadernos de Educação.** Fae/PPGE/UFPel. n. 45. p. 57-67, maio/ago., 2013. Disponível em: <https://periodicos.ufpel.edu.br/ojs2/index.php/caduc/article/view/3822/3074>. Acesso em: 10 jun. 2017.

FINI, M. I. Sobre a Pesquisa Qualitativa em Educação, que Tem a Fenomenologia como Suporte. In: BICUDO, M. A. V.; ESPOSITO, V. H. C. (Org.). **Pesquisa qualitativa em educação**: um enfoque fenomenológico. Piracicaba: Unimep, 1994. p. 23-33.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. 3. ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2012.

GARNICA, A. V. M. Educação, matemática, paradigmas, prova rigorosa e formação do professor. In: BICUDO, M. A. V.; CAPPELLETTI, I. F. (Orgs.). **Fenomenologia uma visão abrangente da Educação**. São Paulo: Olho dágua, 1999. p. 105-154.

GITIRANA, V. Planejamento e avaliação em Matemática. In: SILVA, J. F. da.; HOFFMANN, J.; ESTEBAN, M. T. (Orgs.). **Práticas avaliativas e aprendizagens significativas:** em diferentes áreas do currículo. 8. ed. Porto Alegre: Mediação, 2010. p. 59-68.

GRAVINA, M. A.; BASSO, M. V. DE A. Mídias digitais na educação matemática. In: GRAVINA, M. A.; BÚRIGO, E. Z.; BASSO, M. V. DE A.; GARCIA, V. C. V. (Org.). **Matemática, mídias digitais e didática:** tripé para formação de professores de matemática. Porto Alegre: Evangraf, 2012. p. 11-35.

KENSKI, Vani Moreira. **Educação e tecnologias:** O novo ritmo da informação. 8. ed. Campinas, SP: Papirus, 2012.

LÉVY, P. **As tecnologias da inteligência:** o futuro do pensamento na era da informática. Tradução de Carlos Irineu da Costa. Rio de Janeiro: Ed. 34, 1993.

______. **O que é virtual?**. Tradução de Paulo Neves. São Paulo: Ed. 34, 1996.

______. **Cibercultura**. Tradução de Carlos Irineu da Costa. 3. ed. São Paulo: Ed. 34, 2010.

LIMA, J. M. de F. Iniciação ao conceito de fração e o desenvolvimento da conservação da quantidade. In: CARRAHER, T. N. (Org.) **Aprender Pensando**: Contribuições da Psicologia Cognitiva para a Educação. 6. ed. Petrópolis,RJ: Vozes, 1991.

LOPES, A. J. O que Nossos Alunos Podem Estar Deixando de Aprender sobre Frações, quando Tentamos lhes Ensinar Frações. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro (SP), v. 21, n. 31, p. 01-22, 2008. Disponível em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/2102>. Acesso em: 6 set. 2017

LUCKESI, C. C. **Avaliação da aprendizagem escolar**: estudos e proposições. 22. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

MACHADO, O. V. DE M. Pesquisa Qualitativa: Modalidade Fenômeno situado. In: BICUDO, M. A. V.; ESPOSITO, V. H. C. (Org.). **Pesquisa qualitativa em educação**: um enfoque fenomenológico. Piracicaba: Unimep, 1994. p. 35-46

MAGINA, S.; CAMPOS, T. A Fração nas Perspectivas do Professor e do Aluno dos Dois Primeiros Ciclos do Ensino Fundamental. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro (SP), v. 21, n. 31, p. 23-40, 2008. Disponível em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/2104/1829>. Acesso em: 6 set. 2017.

MINAYO, M. C. De S. Ciência, técnica e arte: o desafio da pesquisa social. In: MINAYO, M. C. De S. (Org.) **Pesquisa Social:** teoria, método e criatividade. 23. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 1994 p. 9-29.

MISKULIN, R. G. S.; AMORIM, J. DE A.; SILVA, M. DA R. C. As possibilidades pedagógicas do ambiente computacional TELEDUC na exploração, na disseminação e na representação de conceitos matemáticos. In: BARBOSA, R. M. (Org.). **Ambientes virtuais de aprendizagem**. Porto Alegre: Artmed, 2005. p. 71-83.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática.** Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). ano 9, n.9-10 (2004-2005), p.1-6. Disponível em: <https://pactuando.files.wordpress.com/2014/08/eu-trabalho-primeiro-no-concreto.pdf>. Acesso em: 16 fev. 2018.

NOGUEIRA, C. M. I., ANDRADE, D. Você quer discutir com o computador? **Educação Matemática em Revista** (SBEM). São Paulo. ano 11, n. 16, p.25- 29, maio, 2004.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Tradução de Sandra Costa. Porto Alegre: Artmed, 1997.

NUNES, T. et al. **Educação Matemática 1:** números e operações numéricas. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2009.

PASSOS, C. L. B. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. In: LORENZATO, S. (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores.** Campinas, SP: Autores Associados, 2006. p. 77-92.

PAVANELLO, R. M.; NOGUEIRA, C. M. I. Avaliação em Matemática: algumas considerações. **Estudos em Avaliação Educacional**, v. 17, n. 33, p. 29-41. jan./abr. 2006. Disponível em: <http://publicacoes.fcc.org.br/ojs/index.php/eae/article/view/2125/2082>. Acesso em: 5 set. 2017

PENTEADO, M. G. Novos atores, novos cenários: Discutindo a inserção dos computadores na vida docente. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) **Pesquisa em Educação Matemática**: Concepções e Perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 297-312

PINTO, N. B. Avaliação da aprendizagem como prática investigativa. In: ROMANOWSKI, J. P., MARTINS, P. L. O., JUNQUEIRA, S. R. A. (Orgs.). **Conhecimento local e conhecimento universal**: a aula, aulas nas ciências naturais e exatas, aulas nas letras e artes. Curitiba: Champagnat, 2004. p. 119-132.

______. **O erro como estratégia didática**: Estudo do erro no ensino da matemática elementar. Campinas, SP: Papirus, 2000.

PONTE, J. P.; BAPTISTA, M.; VELEZ, I.; COSTA, E. Aprendizagens profissionais dos professores através dos estudos de aula. **Perspectivas da Educação Matemática**, 5 (n. temático), 2012. p. 7-24.

RAMOS, M. L. P. D.; CURI, E. O Uso do Erro como Estratégia Didática: uma nova perspectiva na reconstrução do conhecimento. **Perspectivas da Educação Matemática-UFMS**, v. 7, n. 13, p. 84-102, 2014. Disponível em: <http://seer.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/492>. Acesso em: 17 jun. 2017.

RÊGO, R. M. do; RÊGO, R. G. do. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. In: LORENZATO, S. (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores.** Campinas, SP: Autores Associados, 2006. p. 39-56.

RODRIGUES, F. C., GAZIRE, E. S. Reflexões sobre o uso de material didático manipulável no ensino de matemática: da ação experimental à reflexão. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática.** Florianópolis, v.07, n. 2, p. 187-196, 2012. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p187/23460>. Acesso em: 16 fev. 2018.

ROSSO, A. J.; BERTI, N. M. O erro e o ensino-aprendizagem de matemática na perspectiva do desenvolvimento da autonomia do aluno. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro,SP, v. 23, n. 37, p. 1005-1035, dez. 2010. Disponível em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/4313>. Acesso em: 6 set. 2017.

SANTOS, J. R. V. dos.; BURIASCO, R. L. C. de.; CIANI, A. B. A Avaliação como prática de investigação e análise da produção escrita em Matemática. **Revista de Educação PUC – Campinas,** n. 25, p. 35-45, nov. 2008. Disponível em: <http://periodicos.puc-campinas.edu.br/seer/index.php/index/search>. Acesso em: 6 set. 2017

SARMENTO, A. K. C. A utilização dos materiais manipulativos nas aulas de matemática. **VI Encontro de Pesquisa em Educação da UFPI.** Teresina-PI, p. 1-12, 2010. Disponível em: <http://leg.ufpi.br/subsiteFiles/ppged/arquivos/files/VI.encontro.2010/GT_02_18_2010.pdf>. Acesso em acesso: 16 fev. 2018.

SCHEFFER, N. F. et al. **Matemática e tecnologias**: modelagem matemática. Erechim, RS: EDIFAPES, 2006.

______. As TICs na formação do professor de matemática: um olhar para a investigação de conceitos geométricos. In: LOSS, A. S.; CAETANO, A. P. V.; PONTE, J. P. da (Orgs.). **Formação de professores no Brasil e em Portugal:** pesquisas, debates e práticas. Curitiba: Appris, 2015.

______. A argumentação em matemática na interação com tecnologias. **Revista Ciência e Natura**, v. 34, n. 1, Santa Maria, p. 23-38, 2012. Disponível em: <https://periodicos.ufsm.br/cienciaenatura/article/viewFile/9352/5503>. Acesso em: 6 set. 2017

______. **Tecnologias Digitais e Representação Matemática de Movimentos Corporais.** Curitiba: Appris, 2017.

SMOLE, K. S.; DINIZ, I. D. (Org.). **Materiais manipulativos para o ensino de frações e números decimais.** Porto Alegre: Penso, 2016.

TORRE, S. De La. **Aprender com os erros**: o erro como estratégia de mudança. Tradução de Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2007.

TURRIONI, A. M. S.; PEREZ, G. Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores. In: LORENZATO, S. (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores.** Campinas, SP: Autores Associados, 2006. p. 57-76.

VILAS BOAS, J., BARBOSA, J. C. Os Materiais Manipuláveis e a Produção Discursiva dos Alunos na Aula de Matemática. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 13, n.2, p. 39-53, 2011.

APÊNDICE A – Atividades diagnósticas

Você está sendo convidado a responder às questões que souber fazer, não vale nota e você é livre para responder o que quiser.
Estudante: ____

1 – Quantas notas de R$ 2,00 preciso para completar R$ 10,00? ______
Dessa forma, uma nota de R$ 2,00 corresponde a que fração dos R$ 10,00? ______

2 – Um galão tem 5 litros de tinta. O pintor utilizou 3 litros dessa tinta para pintar uma parede. Qual fração de tinta foi utilizada?

3 - Na bandeja, há beijinhos e brigadeiros.

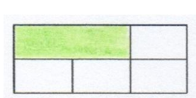
a) Quantos docinhos há na bandeja? Quantos são beijinhos e quantos são brigadeiros?____
____

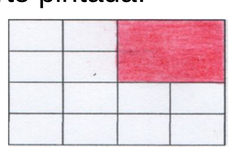
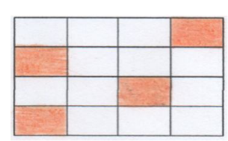
b) Em relação ao número de docinhos, escreva uma fração para representar o número de:

- beijinhos ________________
- brigadeiros ______________

4 - Seis estudantes do 6º ano foram à padaria e compraram um bolo de 1800 gramas para dividirem igualmente entre eles. Nove estudantes do 5º ano compraram um bolo igual ao da outra turma para dividirem entre eles. Quais estudantes receberão o pedaço de bolo maior, os do 6º ano ou os estudantes do 5º ano? Por quê?
____
____

5 – Escreva a fração correspondente à parte pintada:



6 – Um disco foi dividido em 4 partes. Maria pintou uma parte. Qual fração do disco não foi pintada?

7 – Quinze minutos representam que fração de uma hora?

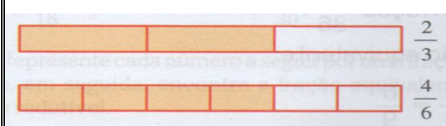
8 – Em uma turma de 6º ano, havia 24 estudantes. Desses, $\frac{2}{3}$ eram meninas. Qual é a quantidade de meninas na turma? ____________________

9 – De R$ 100,00 que possuía, Fábio deu $\frac{1}{5}$ ao irmão e $\frac{4}{20}$ à sobrinha. Compare as quantias do irmão e da sobrinha de Fábio e anote quem ganhou a quantia maior.

____

____

10 – Observe as figuras, que representam o mesmo inteiro e verifique se as frações são equivalentes. Justifique sua resposta.



____

____

____

11 - Efetue as adições e subtrações a seguir:

a) $\frac{4}{7} + \frac{2}{7} =$ b) $\frac{8}{5} - \frac{3}{5} =$ c) $\frac{3}{10} + \frac{1}{4} =$ d) $\frac{4}{5} - \frac{2}{3} =$

12 - Um ônibus de viagem percorreu $\frac{3}{4}$ de uma distância de manhã e $\frac{4}{10}$ à tarde. Nos dois períodos, ele percorreu que fração dessa distância?

13 - Pela manhã, um ciclista percorreu $\frac{2}{3}$ de uma distância e à tarde, $\frac{1}{4}$. Que fração da distância ele percorreu nos dois períodos?

APÊNDICE B – Roteiro da entrevista

Após sua participação na oficina, manifeste suas impressões quanto às atividades realizadas. Você é livre para responder o que quiser.

1 – Você superou suas dificuldades em frações quando você utilizou os materiais manipulativos e/ou os softwares e jogo digital? De que forma?

2 – Como esses recursos ajudaram você a entender melhor o conceito estudado na oficina de hoje? Explique.

3 – Você gostou de estudar frações usando os materiais manipulativos e/ou os softwares e o jogo digital? Explique.

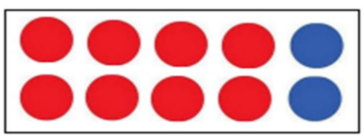
APÊNDICE C – Atividades matemáticas realizadas pelos estudantes ao final de cada uma das cinco oficinas

a) Atividade matemática realizada individualmente pelos estudantes ao final da oficina 1 e, posteriormente, entregue a pesquisadora

Estudante: ____

1 – Em cada caso, com relação ao total de bolinhas, escreva a fração correspondente à quantidade de bolinhas:

a)  azuis: ____ vermelhas: ____

b)  azuis: ____ vermelhas: ____

2 – A fração $\frac{3}{5}$ representa quantas bolas de 30?

b) Atividade matemática realizada individualmente pelos estudantes ao final da oficina 2 e, posteriormente, entregue à pesquisadora

Estudante: ____

1 - Leia com atenção e responda:

a) Quantas notas de R$ 20,00 preciso para completar R$ 80,00? _______

b) Três notas de R$ 20,00 correspondem a que fração do total de notas que formam os R$ 80,00? _______

c) E esta fração representa quantos reais? __________

c) Atividade matemática realizada individualmente pelos estudantes ao final da oficina 3 e, posteriormente, entregue à pesquisadora

Estudante: ____

1 – Compare a primeira fração com a segunda, e escreva se ela é maior, menor ou igual a segunda fração. Na sequência, justifique sua resposta.

$\frac{1}{5}$ é _______________ que $\frac{1}{7}$

____

____

$\frac{1}{3}$ é _______________ que $\frac{2}{6}$

____

____

d) Atividade matemática realizada individualmente pelos estudantes ao final da oficina 4 e, posteriormente, entregue à pesquisadora

Estudante: ____

Para cada fração, escreva uma fração equivalente:

a) $\frac{1}{3}$ _____

b) $\frac{2}{5}$ _____

c) $\frac{3}{4}$ _____

e) Atividade matemática realizada individualmente pelos estudantes ao final da oficina 5 e, posteriormente, entregue a pesquisadora

Estudante: ____

Resolva as adições abaixo:

a) $\frac{2}{6} + \frac{3}{6} =$

b) $\frac{1}{4} + \frac{2}{5} =$

APÊNDICE D – Carta de Apresentação - Secretaria Municipal de Educação do Município de Erechim

SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
UFFS – Campus Erechim
Programa de Pós-Graduação Profissional em Educação
Mestrado Profissional em Educação

Erechim, agosto de 2017.

CARTA DE APRESENTAÇÃO

A mestranda Tatiéle Carla Costella Simoni está desenvolvendo pesquisa sobre *O erro no estudo de frações: contribuições do uso das TIC's e de materiais manipulativos* como parte de suas atribuições acadêmicas no curso de Mestrado Profissional em Educação da Universidade Federal da Fronteira Sul – Campus de Erechim, RS.

Tendo em vista este objeto de pesquisa, torna-se fundamental que a mestranda desenvolva atividades junto a estudantes do Ensino Fundamental da Escola Municipal de Ensino Fundamental Luiz Badalotti, buscando dessa forma, compreender o fenômeno em pauta: *O que os erros dos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental podem revelar quanto ao estudo de frações, quais as contribuições das TICs e materiais manipulativos na superação desses erros?*

Este projeto de pesquisa de Mestrado tem fins estritamente acadêmicos, observando princípios de ética na pesquisa com seres humanos. Nesse sentido, observamos a tramitação pertinente no Conselho de Ética da Universidade. Além disso, dentro das características do Mestrado Profissional, os resultados da pesquisa devem sinalizar para a construção de conhecimento a partir de intervenção sobre o fenômeno pesquisado, oportunizando melhores condições de entendimento das situações presentes no cotidiano escolar e apresentando uma proposta prática de trabalho.

Desde já agradecemos a parceria do Sistema Municipal de Educação de Erechim para a realização da pesquisa na Escola Municipal de Ensino Fundamental Luiz Badalotti. Estamos permanentemente à disposição para quaisquer esclarecimentos. Atenciosamente,

Tatiéle Carla Costella Simoni
Mestranda PPGPE/UFFS
E-mail: tatielecarlac@yahoo.com.br
Telefone: (54) 99955-7770

Profa. Dra. Nilce Fátima Scheffer
Orientadora PPGPE/UFFS
E-mail: nilce.scheffer@uffs.edu.br

APÊNDICE E – Termo de Assentimento

TERMO DE ASSENTIMENTO

Prezado (a) ____, você está sendo convidado (a) a participar da pesquisa intitulada "Contribuições do uso das Tecnologias da Informação e Comunicação e de materiais manipulativos na superação do erro no estudo de frações", desenvolvida por Tatiéle Carla Costella Simoni, mestranda do Programa de Pós Graduação Profissional em Educação da Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), Campus Erechim, sob orientação da professora Drª Nilce Fátima Scheffer.

A sua participação fornecerá dados para a Dissertação da mestranda e permitirá que os pesquisadores analisem o que os erros dos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental podem revelar quanto ao estudo de frações e quais as contribuições das TICs e materiais manipulativos na superação desses erros.

Você primeiramente será convidado (a) a resolver atividades diagnósticas envolvendo o conteúdo frações, para que a pesquisadora possa fazer um diagnóstico dos conhecimentos relativos a esse conteúdo e assim, identificar os erros cometidos. Você é livre para responder o que quiser e a mesma não valerá nota. Tendo por base os erros, a pesquisadora elaborará oficinas utilizando as TICs (jogos, softwares, entre outros recursos que a Tecnologia informáticapode oferecer) e os materiais manipulativos. No decorrer do desenvolvimento de cada uma dessas oficinas você será convidado (a) a resolver uma questão matemática do conteúdo estudado no encontro e ao final de cada oficina, a responder perguntas de um roteiro de entrevista à pesquisadora do projeto quanto as atividades desenvolvidas na oficina.

Essas oficinas serão filmadas e as entrevistas gravadas e em nenhum momento você será identificado. Os resultados da pesquisa serão publicados e ainda assim a sua identidade será preservada. Os resultados estarão a sua disposição quando finalizada. Você não terá nenhum gasto e ganho financeiro por participar na pesquisa.

Este estudo apresenta risco mínimo de você se sentir envergonhado ou constrangido ao ser convidado a resolver as questões diagnósticas, ou mesmo, no momento das oficinas quando for convidado em cada uma delas a resolver uma questão matemática do conteúdo abordado e a responder as perguntas da entrevista. Além disso, você poderá se sentir desconfortável ou constrangido pelo fato de estar sendo filmado (a) e/ou gravado (a), neste caso, você poderá solicitar que a filmagem das oficinas e a gravação da entrevista seja cessada ou mesmo sair da pesquisa. Todas as medidas cabíveis para prevenir ou minimizar esses desconfortos serão tomadas pela pesquisadora. A pesquisadora estará disponível a qualquer momento do estudo ou mesmo após seu término para fornecer informações sobre sua participação.

O benefício relacionado à sua colaboração nesta pesquisa é o de indiretamente contribuir, através dos dados fornecidos, para a reflexão de práticas educativas voltadas a utilização de TICs e materiais manipulativos com vistas a superação de erros cometidos no estudo de frações. Além de diretamente, você ter a oportunidade de participar de oficinas com TICs e materiais manipulativos, as quais têm a pretensão de favorecer a compreensão de conceitos matemáticos referentes a frações que ainda não haviam sido compreendidos na sua integralidade.

Esclarecemos que sua participação é muito importante para o estudo, mas não é obrigatória, e a decisão de participar ou não é sua. Mesmo que seu responsável legal tenha consentido sobre sua participação na pesquisa, você não é obrigado a participar da mesma se não desejar. Mesmo aceitando participar, você poderá desistir a qualquer momento ou etapa do estudo, sem que isso resulte em penalização ou qualquer dano para você. Quaisquer dúvidas ou informações a respeito da pesquisa, mesmo após a sua publicação, você poderá obtê-las entrando em contato com a pesquisadora Tatiéle Carla Costella Simoni ou sua orientadora Dra. Nilce Fátima Scheffer, nos seguintes telefones e/ou endereço: Tatiéle Carla Costella Simoni (Rodovia ERS, Km 72, 200, Caixa Postal 764, CEP 99700-970, Erechim, RS, telefone (54) 3321-7099, e-mail: sec.ppgpe@uffs.ed.br) ou professora Dra. Nilce Fátima Scheffer (Rodovia SC 484 Km 02, Fronteira Sul, CEP 89815-899, Chapecó, SC, telefone (49) 2049-2600, e-mail: sec.ppgpe@uffs.ed.br).

Caso concorde em participar, uma via deste Termo ficará com você e a outra será entregue à pesquisadora.

Desde já agradecemos sua participação!

(   ) Aceito que minha imagem e voz sejam gravadas e/ou filmadas e sejam utilizadas para fins científicos.

(   ) Aceito que minha imagem e voz sejam gravadas e/ou filmadas mas não aceito que sejam utilizadas para fins científicos.

( ) Não Aceito que minha imagem e voz sejam gravadas e/ou filmadas.

Eu, ____, portador (a) do documento de identidade ________________________________ fui informado (a) dos objetivos do presente estudo de maneira clara e detalhada e esclareci minhas dúvidas. Sei que a qualquer momento poderei solicitar novas informações, e o meu responsável poderá modificar a decisão de participar se assim o desejar. Tendo o consentimento do meu responsável já assinado, declaro que concordo em participar desse estudo. Receberei uma via deste termo de assentimento.
Eu aceito participar do projeto citado acima, voluntariamente, após ter sido devidamente esclarecido.

____
Assinatura do(a) menor

____
Assinatura da pesquisadora
Tatiéle Carla Costella Simoni

Erechim, …..... de........ 201....

Em caso de dúvidas com respeito aos aspectos éticos deste estudo, você poderá consultar:

CEP – COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA – UFFS
Endereço para correspondência: Universidade Federal da Fronteira Sul/UFFS – Comitê de Ética em Pesquisa da UFFS, Bloco da Biblioteca, Sala 310, 3º andar, Rodovia SC 484 Km 02, Fronteira Sul, CEP 89815-899, Chapecó – Santa Catarina – Brasil.
Telefone (0XX) 49 - 2049-3745
E-mail: cep.uffs@uffs.edu.br

Pesquisadora Responsável: Tatiéle Carla Costella Simoni
Endereço: Rodovia ERS, Km 72, 200, Caixa Postal 764, Cep 99700970, Erechim, RS,
Fone: (54) 3321-7099 E-mail: sec.ppgpe@uffs.ed.br

APÊNDICE F – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido para pais ou responsáveis

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO para pais ou responváveis de menores

Eu,____, responsável pela criança/adolescente ____, na qualidade de __________________________________, fui esclarecido (a) sobre o trabalho de pesquisa intitulado: “Contribuições do uso das Tecnologias da Informação e Comunicação e de materiais manipulativos na superação do erro no estudo de frações”, a ser desenvolvido por Tatiéle Carla Costella Simoni discente de Mestrado do Programa de Pós Graduação Profissional em Educação – Mestrado Profissional em Educação da Universidade Federal da Fronteira Sul – Campus Erechim – RS sob a orientação da Profª Drª Nilce Fátima Scheffer, da Universidade Federal da Fronteira Sul.

A pesquisa procurará analisar o que os erros dos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental podem revelar quanto ao estudo de frações e quais as contribuições das TICs e materiais manipulativos na superação desses erros.

Estou ciente que a discente e/ou orientadora acima referidas desenvolverão um trabalho de pesquisa com a criança/adolescente que estou assinando como responsável.

Esta pesquisa será desenvolvida em duas etapas. A primeira etapa consistirá na aplicação de atividades diagnósticas aos estudantes e na segunda etapa, serão propostas oficinas. Desse modo, esta criança/adolescente primeiramente será convidado (a) a resolver atividades envolvendo o conteúdo frações, para que a pesquisadora possa fazer um diagnóstico dos conhecimentos relativos ao conteúdo frações. Ele (a) é livre para responder o que quiser e a mesma não valerá nota. Tendo por base os erros, a pesquisadora elaborará oficinas utilizando as TICs (jogos, softwares, entre outros recursos que a Tecnologia informáticapode oferecer) e materiais manipulativos. No decorrer do desenvolvimento de cada uma dessas oficinas a criança/adolescente que estou assinando como responsável será convidado (a) a resolver uma questão matemática do conteúdo estudado no encontro e ao final de cada oficina, a responder perguntas de um roteiro de entrevista à pesquisadora do projeto quanto as atividades desenvolvidas na oficina.

Essas oficinas serão filmadas e as entrevistas gravadas e após serão transcritas e armazenadas por um período de cinco anos, mas somente terão acesso às mesmas a pesquisadora e sua orientadora.

A pesquisa poderá contribuir, através dos dados fornecidos pela colaboração dos estudantes que dela participarem, para a reflexão de práticas educativas voltadas a utilização de TICs e materiais manipulativos com vistas a superação de erros cometidos no estudo de frações. Além de diretamente, oportunizar aos estudantes, por meio das oficinas com TICs e materiais manipulativos, novas posssibilidades para a compreensão de conceitos matemáticos referentes a frações que ainda não haviam sido compreendidos na sua integralidade.

Esta pesquisa apresenta risco mínimo da criança/adolescente se sentir envergonhado ou constrangido ao ser convidado (a) a resolver as questões da sondagem, ou mesmo, no momento das oficinas quando for convidado (a) em cada uma delas a resolver uma questão matemática do conteúdo abordado e a responder as perguntas da entrevista. Além disso, o estudante poderá se sentir desconfortável ou constrangido pelo fato de estar sendo filmado (a) e/ou gravado (a), neste caso, poderá solicitar que a filmagem das oficinas e a gravação da entrevista seja cessada ou mesmo sair da pesquisa. Todas as medidas cabíveis para prevenir ou minimizar esses desconfortos serão tomadas pela pesquisadora a fim de garantir um ambiente agradável para todos (as) durante as oficinas. A pesquisadora estará disponível a qualquer momento do estudo ou mesmo após seu término para fornecer informações sobre a participação dos estudantes na pesquisa. Além disso, após a análise dos dados coletados no decorrer das oficinas, a pesquisadora convidará os estudantes que participaram da pesquisa para um encontro a ser realizado na escola, no qual a pesquisadora fará a exposição dos resultados da pesquisa.
<u>Filmagem das oficinas</u>

Portanto, após ser esclarecido (a) sobre a pesquisa mencionada neste termo:

( ) Aceito que a criança/adolescente que sou o (a) responsável participe das oficinas e autorizo a filmagem dele (a) para fins da pesquisa mencionada neste termo.

( ) Não aceito que a criança/adolescente que sou o (a) responsável participe das oficinas.

Gravação do áudio da entrevista
Portanto, após ser esclarecido (a) sobre a pesquisa mencionada neste termo:
( ) Aceito que a criança/adolescente que sou o (a) responsável realize a entrevista ao final das oficinas, e autorizo a gravação de voz dele (a), através de áudio, para fins da pesquisa mencionada neste termo.
( ) Aceito que a criança/adolescente que sou o (a) responsável realize a entrevista ao final das oficinas, porém não autorizo a gravação de voz dele (a), através de áudio, para fins da pesquisa mencionada neste termo.
( ) Não aceito que a criança/adolescente que sou o (a) responsável realize a entrevista ao final das oficinas

Estou ciente que, se em qualquer momento me sentir desconfortável com a realização da pesquisa poderei retirar este consentimento sem qualquer prejuízo para mim ou para a criança/adolescente.

Aceitando que a criança/adolescente que sou o (a) responsável participe da pesquisa mencionada neste termo, estarei concordando que o material e as informações obtidas através da filmagem das oficinas e da gravação das entrevistas, possam ser publicados em aulas, congressos, eventos científicos, palestras ou periódicos científicos. Porém, esta criança/adolescente não será identificada, sua identidade será preservada.

Fui esclarecido(a) também que, no momento em que eu desejar de maiores informações sobre esta pesquisa, mesmo após sua publicação, poderei obtê-las entrando em contato com a pesquisadora Tatiéle Carla Costella Simoni ou sua orientadora Dra. Nilce Fátima Scheffer, nos seguintes telefones e/ou endereço: Tatiéle Carla Costella Simoni (Rodovia ERS, Km 72, 200, Caixa Postal 764, CEP 99700-970, Erechim, RS, telefone (54) 3321-7099, e-mail: sec.ppgpe@uffs.ed.br) ou professora Dra. Nilce Fátima Scheffer (Rodovia SC 484 Km 02, Fronteira Sul, CEP 89815-899, Chapecó, SC, telefone (49) 2049-2600, e-mail: sec.ppgpe@uffs.ed.br).

Sendo a participação de todas as crianças/adolescentes totalmente voluntária, estou ciente de que não terei direito a remuneração. Também fui esclarecida(o) de que, se tiver alguma dúvida, questionamento, ou reclamação, poderei me comunicar com o Comitê de Ética em Pesquisa da UFFS, utilizando o seguinte contato: Comitê de Ética em Pesquisa, Universidade Federal da Fronteira Sul/UFFS, Bloco da Biblioteca, Sala 310, 3º andar, Rodovia SC 484 Km 02, Fronteira Sul, CEP 89815-899, Chapecó – Santa Catarina – Brasil. E-mail: cep.uffs@uffs.edu.br, telefone (0XX) 49 - 2049-3745.

Por estar de acordo com a participação da criança/adolescente pela qual sou responsável, assino este termo em duas vias, sendo que uma ficará em meu poder e a outra será entregue aos pesquisadores.

Portanto, autorizo a participação da criança/adolescente pela qual sou responsável.

Erechim, ______ de ______________________ de 201____

____
Assinatura (de acordo)

Os pesquisadores, abaixo-assinados, se comprometem a tomar os cuidados e a respeitar as condições estipuladas neste termo.

Nilce Fátima Scheffer Orientadora	Tatiéle Carla Costella Simoni Pesquisadora