UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM REDE NACIONAL
PROFMAT/UFFS

FRANCIELE SIMIONATO RIGO

ARGUMENTAÇÃO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA: UMA EXPERIÊNCIA DE GEOMETRIA NO ENSINO FUNDAMENTAL

CHAPECÓ
2021

FRANCIELE SIMIONATO RIGO

ARGUMENTAÇÃO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA: UMA EXPERIÊNCIA DE GEOMETRIA NO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada ao programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, da Universidade Federal da Fronteira Sul – UFFS, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Matemática sob a orientação do Professor Dr. Pedro A. P. Borges.

CHAPECÓ
2021

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL

Av. Fernando Machado, 108 E
Centro, Chapecó, SC - Brasil
Caixa Postal 181
CEP 89802-112

Rigo, Franciele Simionato
ARGUMENTAÇÃO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA: UMA EXPERIÊNCIA DE GEOMETRIA NO ENSINO FUNDAMENTAL / Franciele Simionato Rigo. -- 2021.
78 f.:il.

Orientador: Doutor Pedro Augusto Pereira Borges

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal da Fronteira Sul, Programa de Pós-Graduação Profissional em Matemática em Rede Nacional, Chapecó, SC, 2021.

1. Argumentação. 2. Aprendizagem Significativa. 3. Geometria. I. Borges, Pedro Augusto Pereira, orient. II. Universidade Federal da Fronteira Sul. III. Título.

FRANCIELE SIMIONATO RIGO

ARGUMENTAÇÃO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA: UMA EXPERIÊNCIA DE GEOMETRIA NO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal da Fronteira Sul – UFFS, para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador (a): Prof. Dr. Pedro Augusto Pereira Borges

Aprovado em: 26/02/2021

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Pedro Augusto Pereira Borges - UFFS

p/ Prof. Dr. Tarcísio Kummer

p/ Prof(a). Dr(a). Nilce Fátima Scheffer – UFFS

Chapecó, SC, Março 2021

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço à Deus por estar sempre comigo, na minha vida, minha família, meus estudos, por me dar forças e não deixar desanimar diante dos obstáculos, por me proporcionar terminar esse mestrado.

Agradeço ao meu orientador Professor Dr. Pedro A. P. Borges, não só pela orientação, mas também por sempre estar à disposição nos momentos em que precisei, com seu saber e paciência sempre me conduziu para que esse trabalho fosse concluído.

Aos professores do Profmat, que transmitiram seus conhecimentos e companheirismo durante esses três anos.

As minhas amigas Fabíula (in memoriam) e Leciane, que sempre me incentivaram e me deram força.

Gostaria de agradecer aos meus familiares que estão sempre presentes, e me mostrando que com esforço e dedicação, conseguimos chegar onde desejamos.

Aos meus filhos Sophia e Davi Luís, pelo tempo de mãe que lhes foram privados.

Aos alunos do oitavo ano da Escola Humberto, por aceitarem o desafio de participarem da atividade proposta.

Aos meus colegas de mestrado que foram muito especiais e importantes nessa caminhada.

Por fim agradeço a todos que contribuíram para a realização desse trabalho.

RESUMO

Avaliações nacionais, como o ENEM e a Prova Brasil, evidenciam as dificuldades que os alunos apresentam na organização de ideias para provar resultados matemáticos e os consequentes reflexos na capacidade de resolver problemas, já que para isso é necessário formular raciocínios próprios e expressá-los coerentemente. Nesse sentido, a presente pesquisa tem como objetivo analisar as relações entre a argumentação e os processos de aprendizagem de matemática presentes em uma experiência de ensino de geometria na Escola Básica. O modelo de Toulmin e a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, foram adotados como fundamentação para as questões de argumentação e aprendizagem, respectivamente. Uma sequência de Atividades de ensino sobre polígonos regulares foi elaborada e aplicada de modo remoto, em aulas do oitavo ano do ensino fundamental de uma escola pública. Os registros foram efetuados com gravações de áudio e anotações em diário de bordo. A interpretação dos significados das manifestações dos alunos, efetuada com auxílio da metodologia de Análise do Conteúdo, caracteriza a pesquisa como qualitativa, descritiva e analítica. A análise das manifestações dos alunos mostrou que os processos de argumentação, por mais elementares que sejam, produzem significados para conceitos e proposições, além de praticar a linguagem matemática, torna a aprendizagem significativa.

Palavras-chave: Argumentação. Aprendizagem Significativa. Polígonos Regulares. Ensino Fundamental.

ABSTRACT

National assessments, such as ENEM and Prova Brasil, show the difficulties that students have in organizing ideas to prove mathematical results and the consequent repercussion in the ability to solve problems, as it is necessary to state their own reasoning and manifest them coherently. In this sense, this research aims to analyze the relation between argumentation and mathematics learning processes present in an experience of teaching geometry at the Basic School. Toulmin's model and Ausubel's Theory of Meaningful Learning were adopted as a basis for argumentation and learning issues, respectively. A sequence of teaching Activities on regular polygons was elaborated and applied remotely, in classes of the eighth grade of elementary school in a public school. The records were made with audio recordings and notes in the logbook. The rendering of the meanings of the students' manifestations, performed with the support of the Content Analysis methodology, features the research as qualitative, descriptive and analytical. The analysis of the students' manifestations showed that the discussion processes, for more elementary that they can be, produce meanings for concepts and hypothesis, besides practicing mathematical language, makes learning meaningful.

Keywords: Argumentation. Meaningful Learning. Regular Polygons. Elementary School.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

A matemática, ao contrário do que predomina no senso comum, não se resume a aplicar fórmulas e fazer contas. A estrutura composta por teoremas provados com base em axiomas, através de regras lógicas, garante a verdade das afirmações. Esse processo lógico dedutivo tem sido um método de fazer novos conhecimentos nas ciências ditas exatas e é o método próprio de fazer matemática. Assim, algoritmos de cálculo e fórmulas são o produto desse processo argumentativo e não sua finalidade. Provas nacionais como o ENEM e a Prova Brasil evidenciam as dificuldades que os alunos apresentam na organização de ideias para provar um resultado matemático, mesmo aqueles que já estão no Ensino Médio e até mesmo em faculdades. Tais dificuldades têm reflexos na capacidade de resolver problemas, já que para isso é necessário formular raciocínios próprios e expressá-los coerentemente.

Conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática – PCN (Brasil,1997), a argumentação já vem sendo proposta, por ser considerada de grande relevância para que aconteça a aprendizagem matemática:

> resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como dedução, indução, intuição, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis (p.37).

Nesse sentido, essa pesquisa tem como objetivo analisar as relações entre a argumentação e os processos de aprendizagem de matemática presentes em uma experiência de ensino de geometria na Escola Básica. O tema é de ampla discussão nas publicações de Educação Matemática, onde as ideias de pesquisadores, sobre argumentação indicam que ela pode ser inserida e explorada desde os primeiros anos de escolaridade, respeitando os limites de cada faixa etária, desenvolvendo o domínio de pensar corretamente, pois para que ocorra uma argumentação, é necessário ter conhecimento de conceitos para, posteriormente organizar ideias.

A argumentação no ensino da matemática atualmente, vem ganhando espaço e sendo explorada por alguns pesquisadores: Aguilar Junior e Nasser (2014) analisam como o professor desenvolve e avalia a habilidade de argumentação em Matemática; Passos Sá (2014), investigou a potencialidade do ensino da estrutura de um bom argumento, baseada no modelo de argumentação de Toulmin; Carvalho e Ripoll (2013) relacionam o raciocínio dedutivo e o desenvolvimento do pensamento matemático; Nunes e Almouloud (2013), escrevem sobre o que são argumentos, provas e demonstrações no ensino e na formação de professores.

Uma revisão bibliográfica sobre a argumentação na educação básica é apresentada no segundo capítulo, na qual fica evidente a importância do tema tanto em termos acadêmicos como para a prática escolar. No terceiro capítulo são descritas as etapas da argumentação de Toulmin e alguns princípios da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel. A metodologia da pesquisa, definida como qualitativa, descritiva e analítica é apresentada no quarto capítulo: é qualitativa devido a estratégia de caráter exploratório, com enfoque nos significados das manifestações e não na frequência de fatos; é descritiva por ter objetivo de descrever as características de uma experiência e é analítica, porque amplia as conclusões da pesquisa descritiva ao analisar e explicar por que ou como os fatos estão acontecendo. A coleta de dados ocorreu através da aplicação de uma sequência de Atividades sobre o conteúdo de polígonos regulares, com alunos do oitavo ano de uma escola pública estadual do interior do município de Caibi - SC, em aulas online e Atividades à distância. Os dados foram registrados em fotos na plataforma, gravação das aulas e diário de bordo. Ainda no quarto capítulo, é apresentado o quadro de categorias, resultado da associação entre as interações sociais, a linguagem, as etapas da argumentação e os elementos da aprendizagem significativa, como recurso para interpretar as manifestações dos alunos, segundo a metodologia de Análise de Conteúdo. A análise das manifestações, divididas em três Eventos (conceito de polígono, número de diagonais e ângulo interno), são apresentadas no capítulo cinco, relacionando os tipos de interações, os tipos de linguagem, as etapas da argumentação e às relações destas com a aprendizagem. Nas considerações finais observou se que as manifestações dos alunos apresentavam processos de argumentação, que estimularam a produção de significados, o que tornou a aprendizagem significativa.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo são apresentadas algumas publicações sobre a importância da argumentação no ensino de matemática da Educação Básica, tema que tem despertado a atenção de alguns pesquisadores.

2.1. A ARGUMENTAÇÃO NA EDUCAÇÃO BÁSICA

O ensino da matemática segundo o PCN (Brasil, 1997), costuma causar duas situações contraditórias: uma pela parte de quem ensina, por saber que se trata de uma área de saber importante e outra pela parte de quem aprende, pelos resultados negativos obtidos em relação a sua aprendizagem. De acordo com as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica a função da escola é a formação do ser em sua plenitude, sendo assim o papel da matemática se torna mais amplo, onde pretende despertar a curiosidade e instigar a capacidade de generalizar, projetar, prever e abstrair, favorecendo a estruturação do pensamento e o desenvolvimento do raciocínio lógico.

Como sabemos a matemática que é ensinada nas salas de aula é abstrata, está muito distante do cotidiano do aluno, nesse sentido é preciso e necessário aproximar ela da realidade e mostrar o seu significado, por que além de fórmulas, ela também carrega funções importantíssimas no desenvolvimento do indivíduo, ensinando o a interpretar, organizar dados, tomar decisões e solucionar problemas.

A construção do conhecimento matemático e o prazer pela disciplina estão diretamente ligados a forma como a criança é iniciada matematicamente. Se for apresentada uma matemática mecânica, com repetições de exercícios para a memorização, a aprendizagem será momentânea e esquecida após alguns dias, mas se for apresentada uma matemática onde possa contruir o conhecimento para posteriormente resolver um problema, a aprendizagem será bem mais significativa e proveitosa.

Como é de tradição, as aulas de matemática acontecem da seguinte maneira: o professor expõe o conteúdo de forma oral, explica exemplos no quadro e passa listas de exercícios, pensando que esta lista garanta a aprendizagem. As Atividades são semelhantes ao modelo explicado no quadro. O aluno repete o que o professor explicou resolve a lista. O professor faz a correção no quadro, o aluno corrige no caderno e normalmente não pergunta nada. Na aula seguinte segue o mesmo roteiro. Aguilar Junior e Nasser (2014), reforçam esse ponto de vista:

> Em nossas aulas, constata-se que o conhecimento matemático dos alunos se restringe ao domínio de técnicas operacionais, fórmulas e procedimentos, sem que haja uma compreensão do que estão fazendo. (Aguilar Junior e Nasser, 2014).

Esse tipo de prática pedagógica não incentiva a criação, o desenvolvimento de raciocínios e nem o exercício da linguagem matemática. Uma formação mais consistente, incluiria o acesso ao patrimônio científico e cultural da humanidade, sem dispensar a natureza da ciência matemática, a atividade de argumentar, a qual pode ser explorada, desenvolvida na escola e praticada em sala de aula. Para que isso aconteça, esses modelos devem estar presentes no planejamento das Atividades de qualquer ano de escolaridade. Por ser um modelo que requer mais tempo para o diálogo, a interação social e a resolução de problemas, ao invés de passar uma lista extensa de Atividades, talvez deva- se pensar mais em qualidade do ensino do que na quantidade de exercícios, pois quantidade não indica que a aluno aprendeu, uma vez que na maioria das vezes ele só praticou um modelo de resolução que o professor apresentou, mas que ele não entendeu o seu significado.

Sendo assim a argumentação, demonstrações e provas matemáticas podem ser inseridas e exploradas desde os primeiros anos de escolaridade, respeitando as limitações de lógica, abstração e linguagem de cada nível de aprendizagem do aluno. O grande mentor e o único que será capaz de mudar essa história será o professor de matemática, que ensina os seus alunos a utilizar as fórmulas matemáticas, mas não ensina a sua origem e como chegar até elas. Assim sendo, a argumentação é um dos caminhos para os alunos atingirem uma formação efetivamente matemática.

Segundo Carvalho e Ripoll (2013), o pensamento genérico é dos ingredientes que levam o aluno a perceber e a praticar a matemática como ciência, e pode ser usado em várias situações, mesmo nos anos iniciais da Escola Básica, pois uma característica básica da matemática como ciência é o raciocínio dedutivo.

Mostrar que uma proposição é verdade não é tão simples, pois requer apresentar justificativas que não deixem dúvidas. Segundo Aguilar Junior (2012), provar algo pode ser feito de qualquer forma desde que a parte interessada entenda, caso contrário a prova perde o sentido. Entretanto uma prova matemática deve seguir passos lógicos, de tal forma que não se tenha dúvidas da veracidade de tal afirmação.

Porque a capacidade de argumentar em matemática não é desenvolvida pelos professores de matemática em suas salas de aula? Talvez por ser mais cômodo expor o conteúdo da mesma maneira. Por ser trabalhoso propor reflexões sobre as afirmações matemáticas, ouvir e acompanhar os desenvolvimentos dos alunos? O professor para se manter na zona de conforto, assume o papel de transmitir conhecimentos, com o modelo teoria-lista de exercícios e prova, causando a falsa impressão de que o aluno sabe matemática, mas este não cumpre seu papel de desenvolver o raciocínio lógico-dedutivo.

De acordo com Plantin citados por NASCIMENTO e VIEIRA (2008, p. 4) do ponto de vista clássico, a argumentação é considerada a “arte de pensar corretamente” e muitas vezes é tomada como sinônimo da lógica formal e, desde as formulações retóricas de Aristóteles até o fim do século XIX, foi incluída em um domínio mais amplo das argumentações retóricas, dialéticas ou lógicas.

O filósofo Stephen Toulmin citados por NASCIMENTO e VIEIRA (2008, p. 4) procura evidenciar que o nosso cotidiano é permeado pela argumentação: advogados argumentam, famílias argumentam, cientistas argumentam. Opiniões, tomadas de posições, enunciações de fatos e, ao mesmo tempo, um conjunto das crenças, dos valores, das representações de mundo permeiam nossas situações argumentativas, mas nem sempre se constituindo em estruturas argumentativas coerentes.

Outra pesquisadora que tem investigado a argumentação é Deanna Kuhn citados por NASCIMENTO e VIEIRA (2008, p. 5). A autora afirma que:

> um argumento em suporte a uma afirmação é vazio se não houver a consideração ou a possibilidade de considerarmos uma alternativa ao que está sendo afirmado – uma afirmativa oposta” (Deanna Kuhn, 1993, p. 323).

Dessa forma, ao considerar a função especial das refutações como necessárias para uma estrutura completa dos argumentos, Kuhn integra os argumentos com os contra-argumentos, dando uma perspectiva dinâmica ao processo argumentativo. Quanto às perspectivas da argumentação para o ensino, a autora defende a ideia de que a consideração do pensamento enquanto processo argumentativo é de uma natureza imprescindível para a educação, uma vez que é na argumentação que encontramos as formas mais significativas de pensamento que figuram na vida das pessoas comuns. Aprender a pensar é, de certa forma, aprender a argumentar, Deanna Kuhn (1993). Mais ainda, aprender ciências seria aproximar as maneiras de pensamento das pessoas à forma argumentativa pela qual a ciência é construída e debatida entre seus membros.

No trabalho de Passos Sá (2014) é descrita uma atividade para a introdução da argumentação, para os discentes entender um pouco do processo. O jogo argumentativo: foi proposto no início das aulas que o grupo vencedor ganharia um prêmio. Foram formados grupos que trabalharam, por um período de quinze a vinte minutos, na elaboração de um bom argumento sobre o porquê do merecimento da equipe a uma caixa de chocolates. Explicando que as razões para o merecimento do prêmio poderiam ser reais ou imaginárias. Durante a execução da tarefa, cada grupo selecionou um integrante para redigir os argumentos Esquema de argumento de Toulmin como instrumento de ensino: explorando possibilidades e um porta-voz para apresentá-los. O professor até então não exerceu nenhuma influência sobre os argumentos dos alunos. Esgotado o período de vinte minutos, cada grupo apresentou para a turma as suas razões para merecer o prêmio. Após a apresentação, um material com definições e exemplos de componentes argumentativos, segundo Toulmin (2001), foi entregue a cada um deles. Com o apoio desse material, os alunos tentaram identificar a existência desses componentes nos argumentos por eles elaborados para justificar o merecimento do grupo ao prêmio. Ou seja, os alunos tentaram identificar tais componentes em seus próprios argumentos, que foram também analisados. Dessa forma a turma pode visualizar as similaridades e diferenças nos argumentos usados pelos diferentes grupos e, finalmente, chegar a um consenso sobre o grupo vencedor.

No trabalho de Passos Sá (2014), descreve uma atividade com uma turma de alunos de graduação em Química, onde investigou a potencialidade do ensino da estrutura de um bom argumento, baseada no modelo de argumentação de Toulmin, na qual foram apresentados os argumentos de duas turmas A e B, na resolução dos seguintes casos: Ameaça nos Laranjais e Ameaça aos cítricos. O caso Ameaça nos Laranjais informava os estudantes sobre uma estranha doença de origem misteriosa, capaz de aniquilar um pé de laranja em algumas semanas e, por esse motivo representava a maior ameaça para a citricultura do Estado de São Paulo e do sul de Minas Gerais. Como eram estudantes de Química os grupos responsáveis pela resolução do caso tiveram a missão de descobrir o que estava se passando em pomares de laranja da região de Barretos-SP e propor possíveis alternativas de solução para o problema. O caso Ameaça aos Cítricos tratava de uma doença de origem desconhecida que estava comprometendo limoeiros da região de Araraquara-SP. Cabia aos grupos ajudar o produtor de cítricos descobrir o que estava ocorrendo e ajudá-lo a encontrar a melhor solução. Os autores chegaram à conclusão que um argumento é forte, quando apresenta múltiplas justificativas que fundamentam uma conclusão que incorpore fatos e conceitos científicos específicos, corretos e relevantes e um argumento é considerado fraco, quando constituído de justificativas irrelevantes. Além disso, conclusões que não apresentaram nenhum tipo de justificativa não são consideradas argumentos, pois precisam ter comprovação científica.

O trabalho de Nunes e Almouloud (2013) relata uma experiência de referência, na qual os discentes que eram alunos do quinto ano do Ensino Fundamental, produziram um texto a respeito de um animal recém-chegado ao Bosque Rodrigues Alves e, após socializarem as historinhas, se engajaram no processo argumentativo para obterem as soluções das questões. Na questão1 eles tinham que planejar e desenhar o viveiro no qual o animal ficaria e a questão 2 era para desenhar o viveiro como se estivessem observando-o de cima e por fim, tinham que colar canudinhos para as cercas e EVA para representar a grama. Como o trabalho foi realizado em conjunto, foi constatado que essa atividade possibilitou a comunicação de ideias envolvendo os alunos em um ambiente de cooperação. Na construção os alunos conversaram, trocaram ideias, planejaram e assim pode-se dizer que houve sim um processo de argumentação. Nesse sentido Toulmin (2006, p 34), afirma que “embora não seja um argumento elaborado e maduro; mas os elementos essenciais estão ali. ”

O trabalho de Carvalho e Ripoll (2013), relatam uma experiência realizada com uma turma de oitavo ano, com o objetivo de que os alunos estabelecessem as propriedades da adição de números naturais, para isso levam para a sala de aula potes plásticos com tampas. Para trabalhar a comutatividade da adição de números naturais por exemplo, convidaram os alunos para se aproximarem da mesa e colocaram no pote da esquerda três pedaços de giz e no pote da direita quatro pedaços de giz, depois disso foi perguntado aos alunos quantos pedaços de giz tinha nos dois potes, eles responderam, sete pedaços de giz. Então foram trocadas as posições dos potes e feita a mesma pergunta. Os alunos acharam que era brincadeira, mas responderam, a mesma coisa que antes, sete. Os alunos responderam que após a troca, resultava na mesma quantidade que antes, porque só haviam trocado as posições dos potes. Outros responderam que a quantidade não mudava, porque não tinham sido acrescentados e nem retirados pedaços de giz. Com essas duas respostas, foi considerada encerrada a demonstração, uma vez que ficou subentendido que os alunos estavam inconscientemente utilizando a comutatividade da ação de juntar. Nessa experiência eles trouxeram as situações e os alunos foram respondendo e argumentando, para no final chegar à propriedade comutativa da adição, com um exemplo bem prático e de fácil entendimento, que pode ser trabalhado em sala de aula.

3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo são apresentadas as bases teóricas que sustentam esta pesquisa: o modelo de argumentação de Toulmin e a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel.

3.1. ARGUMENTAÇÃO

A argumentação em matemática exige dos professores muita atenção, tanto em relação a apropriação do conhecimento por parte dos alunos, como no desenvolvimento de habilidades e competências para discussão de provas e soluções de problemas. Nesse caso podemos ver que a argumentação não é tão simples como se pensa, pois, para fazer uma argumentação correta, o aluno precisa ter uma base matemática muito boa e saber articular os mesmos, para que no final sua conclusão seja aceita como verdadeira.

Boero, Douk e Ferrari citado por NUNES e ALMOULOUD (2013, p149), chegaram à conclusão que os argumentos permitem que os alunos exponham conhecimentos, que na maioria das vezes guardam para si no desenvolvimento de estratégias na solução de problemas. De acordo com eles para pôr em prática o método de argumentar é necessário que o professor solicite aos alunos que descrevam e discutam procedimentos que eles usam em determinadas Atividades.

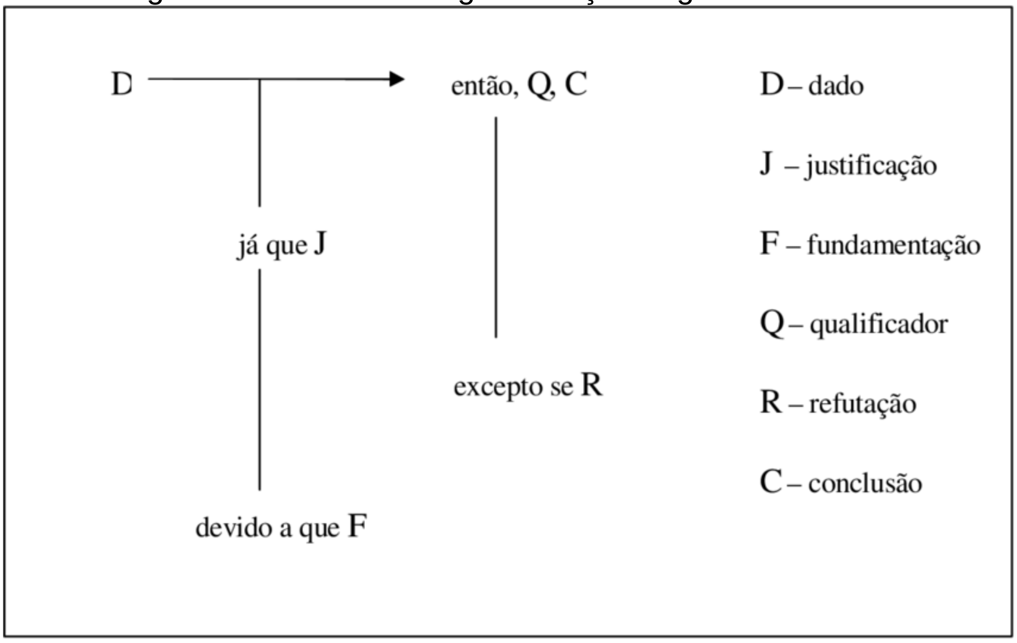
Nunes e Almouloud (2013) recomendam a proposição de Atividades que:

> requeiram tomadas de decisão, justificativa de asserções, debates na tentativa de defender ou refutar proposições possibilitam a emergência de respectivos processos de argumentação e validação. Consequentemente, tal prática pode favorecer a compreensão dos conceitos em jogo. (Nunes e Almouloud, 2013, p 149).

A argumentação em matemática surge de uma proposição e busca recursos necessários para que ocorra a validação. Para explicar os elementos de um argumento Toulmin (2006) sugere o seguinte modelo, também ilustrado na Figura 1: dados (D), conclusão (C), garantias (W), qualificadores modais (Q), refutação (R) e apoio (B). Assim um argumento pode ser elaborado com esses elementos, cuja estrutura básica é “a partir de um dado D, já que G, então C”.

Os dados (D) são construídos a partir das evidências experimentais ou teóricas, fatos, informações oriundas do pesquisador ou material didático, etc., ou seja, da interação do discente com as Atividades propostas. A conclusão (C) é a alegação cujos méritos procura-se estabelecer. As garantias (W) correspondem, em salas de aula de matemática, às justificativas dadas pelos alunos às conclusões que chegam, a partir do momento que resolvem um determinado problema, manipulam materiais concretos ou na tela do computador e observam fatos. Os qualificadores modais (Q) indicam a força ou o grau de confiança conferida pela garantia a esse passo – verdadeiro, provavelmente verdade e provável, designa um qualificador da verdade necessária ou plausível. A refutação (R) indica circunstâncias nas quais se tem de deixar de lado a autoridade geral da garantia. O apoio (B) está relacionado em matemática, às normas, propriedades, axiomas, que dão sustentação as justificativas. Observe na Figura 1, o padrão de argumento.

Figura 1 – Padrão de argumentação segundo Toulmin.



Fonte: Toulmin (2006)

Sendo assim, a argumentação segundo Toulmin, é composta por fases e servem como orientações para que a prática da argumentação possa ser desenvolvida no ensino de matemática, de modo que favoreça a compreensão dos conceitos estudados:

1. Apresentação do problema: Nesta fase o problema é apresentado aos alunos com finalidade de apreensão de um determinado conceito, é composta por problemas

que compõem particularidades necessárias à aquisição conceitual do objeto em jogo. Para efeito de fase inicial, conceberemos um primeiro problema que possa transversalizar a sequência e envolver os alunos no processo de comunicação de ideias.

2. Opinião sobre o problema: A ação dos alunos sobre as Atividades deve lhes possibilitar coletar indícios que possam apresentar em defesa de uma solução específica. Esta fase, em geral, pode se desdobrar em uma série de estágios. Ressalta-se, nesse momento, as afirmações de Toulmin (2006) a respeito de que qualquer que seja a natureza de uma asserção específica, sempre se pode contestar a asserção e/ou pedir atenção aos fundamentos em que a asserção se baseia. Assim, pode-se analisar, classificar e avaliar as argumentações justificatórias a partir de seus apoios, estruturas e méritos que possam reivindicar no interior de um determinado campo.

3. Veredicto: Nesta fase chega-se à conclusão e assim já se pode afirmar com certeza que o que foi mostrado como solução é verdadeiro ou falso. Relaciona-se esta fase com a validação, ou seja, com uma das etapas que o processo de argumentação está sujeito. Lembrando que o veredicto pode remeter a outro ato judicial derivado deste, assim como a validação local pode remeter a uma problemática que exija a validação global.

De acordo com Cappechi & Carvalho citado por NASCIMENTO e VIEIRA (2008, p. 7) o padrão de Toulmin é considerado uma ferramenta poderosa para a compreensão da argumentação no pensamento científico porque:

1. Relaciona dados e conclusões mediante leis de passagem de caráter hipotético;

2. Mostra o papel das evidências na elaboração de afirmações;

3. Realça as limitações de dada teoria;

4. Realça a sustentação de dada teoria em outras teorias;

5. Os qualificadores e refutações indicam a capacidade de ponderar diante de diferentes teorias com base nas contribuições e limites do padrão de argumento de Toulmin;

6. Ajuda a relacionar características do discurso com aspectos da argumentação científica.

Para Cappechi & Carvalho citado por NASCIMENTO e VIEIRA (2008, p. 7), uma vez que compreendesse como e porque o padrão permite avaliar a solidez dos argumentos, fica clara a sua utilidade para a compreensão da argumentação no pensamento científico, uma vez que uma das características do discurso científico é exatamente a estima pela solidez de suas proposições.

3.2. ARGUMENTAÇÃO NO MODELO DE TOULMIN

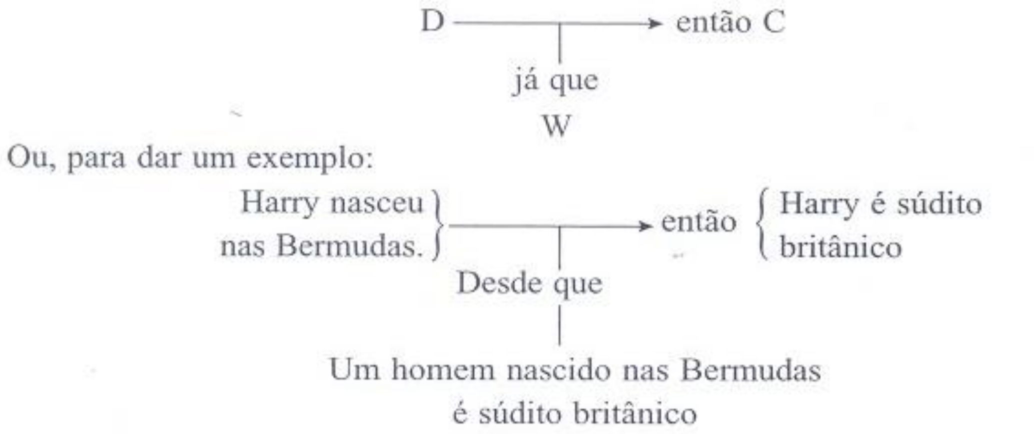
Um argumento segundo Toulmin, inicia em um problema não resolvido até a apresentação final de uma conclusão, que pode precisar de muitas páginas e talvez um bom tempo para ser narrado. Cada uma das fases principais ocupará alguns minutos ou parágrafos e que representa as principais unidades anatômicas do argumento e pode se reconhecer uma estrutura mais fina, dentro de cada parágrafo e neste nível fisiológico introduz se a ideia de forma lógica e, é ali que a validade dos argumentos tem de ser estabelecida ou refutada. Um argumento pode ser exposto de várias formas diferentes, algumas delas mostrarão mais claramente que outras a validade ou invalidade do argumento e permitirão que se vejam mais esclarecidas as bases em que se apoiam e a relação entre as bases e a conclusão.

Diante da produção de argumentos muitas etapas estão envolvidas no processo de estabelecer conclusões. Admitimos por hipótese que façamos uma asserção e com ela nos envolvamos com a alegação, se esta alegação for contestadora, teremos que ser capazes de prová-la e demostrar que era possível. Para Toulmin se a alegação for desafiadora:

> Cabe a nós recorrer àqueles fatos e apresenta-los como o fundamento no qual se baseia nossa alegação. É claro que pode acontecer de o desafiador não concordar conosco quanto à correção daqueles fatos e, neste caso, temos que afastar do caminho a objeção dele, por meio de um argumento preliminar. Só depois de termos cuidado desta questão prévia – ou “lema”, como os geômetras a chamariam-, estaremos em posição de retornar ao argumento original. (Toulmin, 2006, p. 139).

Um exemplo citado por Toulmin e muito utilizado para deixar mais clara a explicação é: “O cabelo de Harry não é preto”, nós afirmamos. O que temos para seguir em frente? nos perguntam. Como sabemos que o cabelo de Harry é vermelho, porque conhecemos ele, este é o nosso dado, a base que apresentamos como amparo para a asserção original. Para Toulmin se o nosso desafiador ainda não estiver convencido e perguntar O que você tem para seguir em frente? Podemos apresentar a relação que os nossos dados têm com nossa conclusão. Não podemos nesses casos apresentar dados adicionais, uma vez que sobre eles, também podem surgir mais dúvidas, temos sim que apresentar regras e princípios que já foram provados e não deixem mais dúvidas. Nem todos os dados podem diretamente chegar a uma conclusão, as vezes necessita de uma garantia para assegurar a sua veracidade, observe a Figura 2.

Figura 2 – Exemplo de argumentação segundo Toulmin.



Fonte: Os Usos do Argumento (Toulmin,2006)

Esse modelo deixa claro a passagem dos dados para a conclusão, que fica mais seguro pela garantia, desse modo não surgem dúvidas e o caso encerra por aí. Mas há garantias de vários tipos, e elas podem conferir diferentes graus de força às conclusões, algumas nos autorizam a aceitar claramente uma alegação, outras nos autorizam a dar provisoriamente o passo dos dados para a conclusão ou ainda só dá lo sob certas condições. Pode não bastar que sejam apresentados os dados, garantia e alegação, pode ser necessário apresentar alguma referência ao grau de força que os nossos dados verificam à nossa alegação devido a nossa garantia, aí entram os qualificadores.

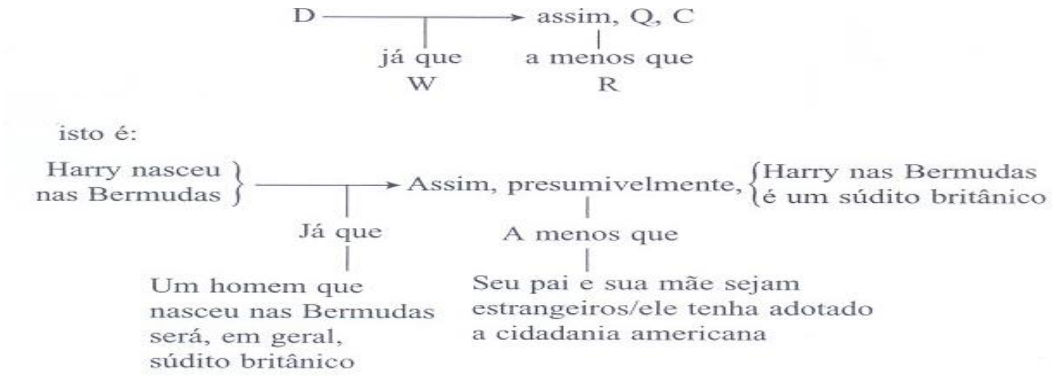
Para Toulmin se tivermos que levar em consideração também essas características de nosso argumento, nosso modelo terá de ser mais complexo.

> Qualificadores modais (Q) e condições de exceção ou refutação (R) são diferentes tanto dos dados como das garantias, e merecem lugares separados em nosso layout. Assim como uma garantia (W) não é em si nem dado (D) nem alegação (C), visto que implicitamente faz referência a D e faz referência a C – a saber, (1) que o passo de um para o outro é legítimo; e (2) que, por sua vez, Q e R são entre si diferentes de W, já que comentam implicitamente a relação entre W e aquele passo – assim também os qualificadores (Q) indicam a força conferida pela garantia a esse passo, e as

> condições de refutação (R) indicam as circunstancias nas quais se tem de deixar de lado a autoridade geral da garantia. Para marcar essas outras distinções, podemos escrever o qualificador (Q) imediatamente ao lado da conclusão que ele qualifica (C); e as condições excepcionais, capazes de invalidar ou refutar a conclusão garantida (R), imediatamente abaixo do qualificador. (Toulmin, 2006, p. 145).

E para mostrar com um exemplo temos: nossa alegação que Harry é um súdito britânico pode ser defendida, recorrendo-se a informação que ele nasceu nas Bermudas, note que esse dado dá suporte a nossa conclusão, por conta das garantias na Leis de Nacionalidade Britânica, mas o argumento não acaba por aí, temos que apresentar provas de sua ascendência e a possibilidade de ele ter ou não mudado de nacionalidade em algum momento da vida. Assim o argumento assume outra forma, mais completa, como na Figura 3.

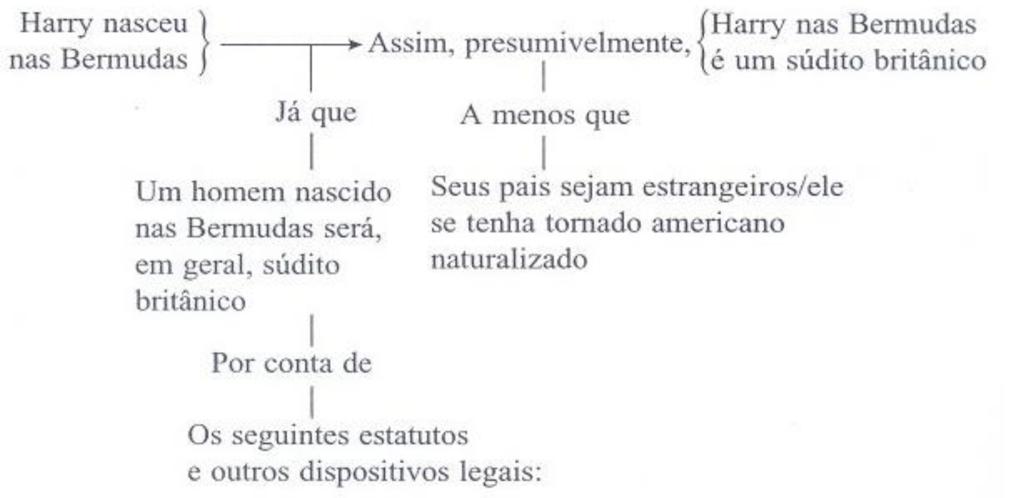
Figura 3 – Exemplo de argumentação do modelo de Toulmin



Fonte: Os Usos do Argumento (Toulmin, 2006)

Mas esse modelo pode não ser suficiente, voltando ao exemplo, em apoio a alegação (C) de que Harry é súdito britânico, apelar ao dado (D) de que ele nasceu nas Bermudas e a garantia pode ser assim “um homem nascido nas Bermudas pode ser considerado súdito britânico” , mas questões como nacionalidade estão sujeitas a condições, assim temos que inserir um qualificador (Q) diante da conclusão e notar que a conclusão pode ser refutada caso se verifique (R) que seus pais eram estrangeiros, ou então que, depois disso, ele se naturalizou norte americano. Caso a garantia seja desafiada, podemos inserir o apoio, o resultado será um argumento como na Figura 4.

Figura 4 – Exemplo de argumentação do modelo de Toulmin



Fonte: Os Usos do Argumento (Toulmin, 2006)

Para que haja um argumento, é preciso apresentar dados, uma conclusão por si só, sem qualquer dado apresentado sem apoio, não é um argumento, mas o apoio as garantias não precisam ser apresentadas, pelo menos no começo, porque as garantias podem ser aceitas sem desafio e seu apoio pode ser deixado como uma carta na manga. E se todas as garantias fossem desafiadas, o argumento também mal poderia começar. Para que a discussão prossiga, algumas garantias têm de ser aceitas sem desafio.

Para o modelo de argumentação de Toulmin:

> Quer leiamos ao longo da seta, da direita para a esquerda, ou da esquerda para a direita, podemos dizer, em geral, tanto “C, porque D”, como “D; então C”. Mas, pode acontecer, às vezes, que se possa garantir uma determinada conclusão mais geral do que C, dado D; neste caso, muitas vezes nos parecerá natural escrever não apenas “D: então C”, mas também “D, então C’, então C”, onde C’ é uma conclusão mais geral garantida em virtude dos dados D, a partir dos quais nós inferimos inter alia aquele C. Nestas circunstância, nossos “então” e “porque” deixam de ser reversíveis; se lermos agora o argumento invertido, a afirmação que obtemos – “ C, porque C’, porque D”- é outra vez mais pesada do que a situação realmente pede. (Toulmin, 2006, p. 154).

Quando um argumento é apresentado de forma correta, podemos começar a ler ele da direita para a esquerda ou da esquerda para a direita que ele vai ter validade do mesmo modo. Quando um argumento tem a forma lógica, uma vez que se empregue a garantia correta, qualquer argumento pode ser apresentado na forma “dados, garantia, logo, conclusão”, ou seja, se escolher as palavras adequadas, qualquer argumento pode ser expressado de tal maneira que sua validade seja evidente simplesmente por sua forma. Para Toulmin, só os argumentos matemáticos parecem totalmente seguros, dada a garantia de que toda sequência de seis ou mais números inteiros entre 1 e 100 contém pelo menos um número primo, e dada também a informação de que nenhum dos números de 62 até 66 é primo, posso concluir que o número 67 é primo, e este é um argumento que sua validade não pode ser posta em dúvida pelo tempo e nem pelo fluxo de mudança, este caráter único dos argumentos matemáticos é importante, pois a matemática é talvez a única atividade intelectual onde os problemas e soluções estão acima do tempo.

Neste trabalho, foi aplicada uma sequência didática na qual os alunos tiveram que escrever com suas próprias palavras e algumas informações iniciais, como se pode conceituar os polígonos, como chega ao número de diagonais e como encontra a medida do ângulo interno de um polígono regular. Os processos argumentativos apresentados foram analisados com base no modelo de Toulmin.

3.3. A TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Para que o aluno atinja uma aprendizagem significativa, segundo Ausubel, significa basear o ensino naquilo que o aprendiz já sabe. A ideia central da teoria de Ausubel citado por MOREIRA (2006) se resume na seguinte proposição:

> Se tivesse que reduzir toda a psicologia educacional a um só princípio, diria o seguinte: o fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe. Averigue isso e ensine o de acordo. (AUSUBEL, 1978, p. 4).

Assim, para Ausubel, o ensino deveria partir daquilo que o aluno já sabe, identificar os conceitos organizadores básicos do que vai ser ensinado e utilizar recursos e estratégias que facilitem essa aprendizagem. Segundo Moreira (2006):

> “Averigue isso” também não é uma tarefa simples, pois significa desvelar a estrutura cognitiva preexistente, ou seja, os conceitos, idéias, proposições disponíveis na mente do indivíduo e suas inter-relações, sua organização. Significa, no fundo, fazer quase um “mapeamento” da estrutura cognitiva, algo que, dificilmente, se consegue realizar por meio de testes convencionais que, geralmente, enfatizam a conhecimento factual e estimulam a memorização.
> Finalmente, “ensine-o de acordo” também é uma proposta com implicações nada fáceis, visto que significa basear o ensino naquilo que o aprendiz já sabe, identificar os conceitos organizadores básicos do que vai ser ensinado

> e utilizar recursos e princípios que facilitem a aprendizagem de maneira significativa.
> (MOREIRA, 2006, p. 14).

Assim podemos dizer que aprendizagem significativa ocorre quando uma nova informação, novas ideias, conceitos, firma-se em conceitos relevantes conhecidos como subsunçores, preexistentes na estrutura cognitiva. Segundo Moreira (2006), o conceito central da teoria de Ausubel é o da aprendizagem significativa, um processo pelo qual uma nova informação se relaciona de maneira substantiva (não literal) e não arbitrária, a um aspecto relevante da estrutura cognitiva do indivíduo. Para que esta aprendizagem ocorra, o material deve ser potencialmente significativo e que o aprendiz tenha disponíveis em sua estrutura cognitiva, subsunçores específicos com os quais o material seria relacionável. Para Moreira (2006) além disso, o aprendiz tem de manifestar disposição para aprender, não sendo dessa maneira será só uma aprendizagem mecânica.

Em crianças, conceitos são adquiridos, pelo processo de formação de conceitos, que é um tipo de aprendizagem por descoberta, mas ao atingir a idade escolar, a maioria das crianças já possui um conjunto de conceitos que permite que ocorra a aprendizagem significativa por recepção. Após a aquisição de certa quantidade de conceitos pelo processo de formação de conceitos, a diferenciação desses conceitos e a aquisição de outros novos ocorre, principalmente, por meio da assimilação, a qual envolve interação com conceitos preexistentes na estrutura cognitiva, ou seja, com subsunçores.

Segundo Ausubel:

> Uma vez que significados iniciais são estabelecidos para signos ou símbolos de conceitos, através do processo de formação de conceitos, novas aprendizagens significativas darão significados adicionais a esses signos e símbolos, e novas relações, entre os conceitos anteriormente adquiridos serão estabelecidas. (AUSUBEL, 1978, p. 46).

Segundo Novak citado por MOREIRA (2006) a aprendizagem mecânica é sempre necessária quando um indivíduo adquire novas informações em uma área do conhecimento que é completamente novo. Assim a aprendizagem mecânica ocorre até que alguns elementos do conhecimento nessa área existam na estrutura cognitiva e possam servir de subsunçores, ainda que pouco elaborados. À medida que a aprendizagem começa a se tornar significativa esses subsunçores vão ficando mais elaborados e capazes de servir de ancoradouro a novas informações.

Ausubel propõe o uso de organizadores prévios que sirvam de ancoradouro para o novo conhecimento e levem o desenvolvimento de conceitos subsunçores que facilitem a aprendizagem subsequente, servem para facilitar a aprendizagem na medida em que funcionam como pontes cognitivas. A principal função deles é de preencher a lacuna entre o que o aluno já sabe e o que ele precisa saber, a fim de que o novo conhecimento possa ser aprendido de forma significativa.

Ausubel destaca três tipos de aprendizagens significativas:

> É importante reconhecer que a aprendizagem significativa (independente do tipo) não quer dizer que a nova informação forma, simplesmente, uma espécie de ligação com elementos preexistentes na estrutura cognitiva. Ao contrário, somente na aprendizagem mecânica é que uma simples ligação, arbitrária e não substantiva, ocorre com a estrutura cognitiva preexistente. Na aprendizagem significativa, o processo de aquisição de informações resulta em mudança, tanto da nova informação adquirida como no aspecto especificamente relevante da estrutura cognitiva ao qual essa se relaciona. (AUSUBEL, 1978, p. 57).

A aprendizagem significativa representacional envolve a atribuição de significados a determinados símbolos, os símbolos passam a significar para o indivíduo, um objeto, um Evento ou um conceito. Já a aprendizagem significativa por conceitos, são adquiridas de duas formas: formação e assimilação. A formação do conceito ocorre em crianças em idade pré-escolar, enquanto por assimilação predomina em crianças em idade pré-escolar e adultos. Os atributos criteriais dos conceitos são adquiridos pela experiência direta, meio de sucessivas etapas de formulação, testagem de hipóteses e generalização, determinada quantidade de conceitos por esse processo, vai se tornando capaz de aprender novos conceitos por assimilação, pois os tributos criteriais desses conceitos podem ser representados em termos de novas combinações de conceitos já existentes na estrutura cognitiva da criança. E a aprendizagem significativa pode ser proposicional, onde a tarefa agora é aprender o significado que está além da soma dos significados das palavras ou conceitos que compõem a proposição. Para que se possa aprender os significados de seus termos componentes, ou o que os termos representam. Assim a aprendizagem representacional é básica para a aprendizagem proposicional.

A aquisição de significados é o produto da aprendizagem significativa, que por sua vez tem o significado real para o indivíduo, porque o material de aprendizagem converte se em conteúdo cognitivo diferenciado por ter sido relacionado, de maneira substantiva e não arbitrária e interagindo com ideias relevantes existentes na estrutura cognitiva do indivíduo. Para Ausubel (1978), a compreensão genuína de um conceito ou proposição implica a posse de significados claros, precisos, diferenciados e transferíveis. Para saber se houve ou não aprendizagem significativa, a melhor forma é trabalhar com questões e problemas de maneira nova e não familiar que requeira utilizar o conhecimento adquirido.

No processo de assimilação, segundo Moreira (2006) mesmo depois do aparecimento dos novos significados, a relação entre as ideias âncora e os assimilados permanece na estrutura cognitiva. É o processo que ocorre quando uma ideia potencialmente significativa é assimilada sob uma ideia, ou seja, um subsunçor, não só a nova informação, mas também o conceito subsunçor com o qual ela se relaciona e interage, são modificados pela interação. Ambos os produtos dessa interação, permanecem relacionados como coparticipantes de uma nova unidade. Portanto, o produto do processo interacional que caracteriza a aprendizagem significativa não apenas o novo significado, mas também a modificação da ideia âncora. Assim o produto interacional pode sofrer modificações ao longo do tempo, a assimilação não é algo completo ou que termina após a aprendizagem significativa, ela continua ao longo do tempo e pode envolver novas aprendizagens e perde a capacidade de reprodução de ideias que dependem de alguém ou de alguma coisa.

Segundo Ausubel (1978, p.58), como a estrutura cognitiva, em si, tende a uma organização hierárquica em relação ao nível de abstração, generalidade e inclusividade das ideias, a emergência de novos significados conceituais e proposicionais reflete, mais tipicamente, uma subordinação do novo conhecimento à estrutura cognitiva, a esse tipo de aprendizagem significativa dá se o nome de subordinada. A aprendizagem significativa subordinada pode ser de dois tipos, derivativa e correlativa. A derivativa é aquela que ocorre quando o material aprendido é entendido como um exemplo específico de um conceito já estabelecido na estrutura cognitiva, ou apenas corrobora ou ilustra uma proposição geral, previamente aprendida. E a correlativa é aquela em que o material é aprendido como uma extensão, elaboração, modificação ou qualificação de conceitos ou proposições previamente aprendidas.

Já a aprendizagem superordenada ocorre quando o material é organizado ou envolve síntese de ideias, ou seja, além da elaboração dos conceitos subsunçores, é também possível a ocorrência de interações entre esses conceitos, dando origem a outros mais abrangentes. Segue de Moreira um exemplo de aprendizagem superordenada:

> A aprendizagem do princípio de conservação de energia na medida em que ele fosse introduzido por meio de exemplos específicos, em que a quantidade total de energia de um sistema, antes e depois de uma transformação, é a mesma. Após sucessivos encontros com exemplos dessa natureza, envolvendo diferentes tipos de energia, até mesmo a transformação de um tipo em outro, o aluno poderá chegar ao conceito de conservação de energia como um todo, e encarar cada exemplo aprendido anteriormente como um caso particular de algo mais geral. (MOREIRA, 2006, p. 34).

Nesse mesmo exemplo Moreira observa que poderia ser usado para mostrar a aprendizagem subordinada, uma vez que o aprendiz já tivesse como subsunçor o conceito de conservação. Nesse caso, a conservação de energia, assim como a conservação de carga elétrica e de outras grandezas físicas poderiam ser aprendidas por subordinação e contribuiriam para a elaboração da ideia-ancora. E por fim a aprendizagem combinatória, quando a nova informação não se relaciona especificamente a ideias subordinadas, ou superordenadas, e sim, com um conteúdo amplo, existente na estrutura cognitiva. A aprendizagem da equivalência entre massa e energia é citada por Ausubel como um exemplo de aprendizagem combinatória:

> Então, essa proposição é potencialmente significativa porque é relacionável ao conteúdo de Física, de maneira geral, que o aprendiz já dispõe em sua estrutura cognitiva. Pode-se também justificar o exemplo dizendo que se trata de uma combinação entre conceitos previamente aprendidos (massa e energia) o que "faz sentido" para quem tem certo grau de reconhecimento em Física, justamente por causa desse conhecimento e não em razão do fato de já ter adquirido os conceitos de massa e energia (embora, é claro, seja pré-requisito). (MOREIRA, 2006, p. 36).

Neste trabalho, a sequência didática aplicada e analisada com base no modelo de argumentação de Toulmim, foi também analisada sob o ponto de vista das implicações dos processos argumentativos na formação dos conceitos matemáticos, com base na concepção de aprendizagem significativa de Ausubel.

4. METODOLOGIA DA PESQUISA

Neste capítulo serão apresentados os procedimentos metodológicos utilizados para a realização desse estudo: delineamento e campo de pesquisa, estratégias utilizadas na coleta de dados, intervenção pedagógica e técnica de análise de dados.

Admitindo o papel da pesquisa na perspectiva discente, Lakatos e Marconi (2003, p. 155), definem que “A pesquisa, portanto, é um procedimento formal, com método de pensamento reflexivo, que requer um tratamento científico e se constitui no caminho para conhecer a realidade ou para descobrir verdades parciais. ”

Portanto, a pesquisa se constrói através da organização dos objetivos, seguido pelos procedimentos a serem seguidos para alcançá-los. A sequência de atividades foi a forma que escolhemos para chegar aos objetivos da pesquisa.

4.1. NATUREZA E DELINEAMENTO DE PESQUISA

A abordagem metodológica do presente trabalho é qualitativa, descritiva e analítica. É qualitativa pelo caráter exploratório, onde o foco está na interpretação dos sentidos das manifestações escritas e faladas dos alunos e os objetivos não estão na identificação de quantos Eventos ocorrem, mas no seu conteúdo, tanto do ponto de vista da qualidade dos conceitos matemáticos envolvidos, como da forma como são apresentados. É descritiva, porque a descrição do observado, na concepção do pesquisador, mesmo repleta de subjetividades, constitui o material de análise de como os alunos argumentam e chegam às soluções dos problemas relacionados aos polígonos regulares. É analítica porque tenta explicar as manifestações, justificando a natureza dos dados e fatos com informações e procedimentos da metodologia de Análise de Conteúdo.

4.2. OS LOCAIS DE DESENVOLVIMENTO

Para a realização da pesquisa foi selecionada uma turma do oitavo ano de um estabelecimento estadual de Ensino Fundamental – Anos Finais, do Município de Caibi-SC, denominado simbolicamente como Colégio A.

O Colégio A localiza-se na Linha Planaltina, interior do Município de Caibi, a turma é composta por 12 alunos. Durante a pandemia, 11 alunos realizaram as Atividades de forma online utilizando celulares e apenas um aluno fez com material impresso, retirado na escola.

De acordo com a última avaliação institucional realizada, a maioria dos alunos são filhos de agricultores, cujos pais em sua maioria encerraram os estudos ao concluir os anos iniciais do ensino fundamental. A maioria é descendente de famílias italianas e alemãs, cuja religião predominante é a católica, são moradores da comunidade local e de oito comunidades vizinhas. A grande maioria das famílias, declarou ter renda mensal entre um e quatro salários mínimos. A maioria dos alunos utiliza o transporte escolar para se deslocar até a escola.

4.3. CATEGORIAS DE ANÁLISE

Este trabalho será uma observação dos alunos com situações problema propondo a eles que argumentem e expliquem como foi o trajeto para chegar a solução, com o mínimo possível de intervenção do professor, que deverá servir somente como mediador e incentivador na construção dos argumentos, as soluções apresentadas serão recolhidas, com identificação por nomes fictícios a fim de preservar a sua identidade, para que sejam analisadas posteriormente com o objetivo de mostrar que argumentação é válida e pode ser sim utilizada desde os primeiros anos de escolaridade, tornando a aprendizagem significativa, mais próxima da realidade e assim perceber as deficiências da aprendizagem que serão organizadas, conforme o tipo de situação problema.

TIPOS DE INTERAÇÕES:

A1: Aluno\professor: oral;

A2: Aluno\professor: escrita;

A3: Aluno\aluno: oral;

A4: Aluno\aluno: escrita;

A5: Coletiva induzida pelo professor: oral;

A6: Coletiva induzida pelo professor: escrita

Para fazer as análises, foi dividido em 6 tipos de interações: A1(Aluno\professor: oral), essa interação ocorreu na aula online onde o aluno e o professor dialogaram sobre o conceito de polígonos, de como chegar ao número de diagonais e de como encontrar a medida do ângulo interno de um polígono regular, A2(Aluno\professor: escrita), essa interação ocorreu logo após a aula online, onde o aluno tinha Atividades enviadas na plataforma, A3(Aluno\aluno: oral), ocorreu na aula online, ao mesmo tempo que o professor dialogava com os alunos, os alunos também conversavam entre si, A4(Aluno\aluno: escrita), nessa interação os alunos trocaram informações, visto que eles tem o livro didático, A5(Coletiva induzida pelo professor: oral), nessa interação o professor dava dicas e sugestões direcionadas ao alcance do objetivo da atividade, A6(Coletiva induzida pelo professor: escrita), enviada na plataforma o desenvolvimento da atividade escrita.

TIPOS DE LINGUAGEM DA ARGUMENTAÇÃO DO ALUNO:

B1: Linguagem natural.

B2: Linguagem matemática na forma de desenhos ou esquemas.

B3: Linguagem matemática na forma de símbolos e texto lógico.

Os tipos de linguagens da argumentação dos alunos foram divididos em três tipos: B1(linguagem natural), linguagem que os alunos utilizam no seu dia a dia, a mesma que conversam em casa com a família e com os colegas de aula; B2(linguagem matemática na forma de desenhos ou esquemas), eles formaram figuras com palitos e barbante, desenharam algumas figuras, que na oportunidade fotografaram e enviaram; B3(linguagem matemática na forma de símbolos e texto lógico) linguagem mais elaborada com termos mais adequados e utilizando símbolos matemáticos.

Quadro 1 – Etapas da argumentação (segundo Toulmin).

Código	**Código de Toulmin**	**Categorias de análise do processo de argumentação**
C1	**D**	**Dados:** 1. Empíricos: papel, palitos, borrachas, barbante, pedras, tampinhas, materiais didáticos, ...

Código	Código de Toulmin	Categorias de análise do processo de argumentação
		2. Pictóricos: desenhos, gráficos, croquis, ... 3. Medidas 4. Outros conceitos, definições, propriedades já admitidas como verdadeiras
C2	**C**	**Elaboração da proposição** 1. Definição 2. Propriedade 3. Hipótese
C3	**B**	**Apoio das garantias** 1. Casos particulares que confirmam ou negam a proposição 2. Conceitos e/ou proposições matemáticas já demonstradas
C4	**W**	**Garantias ou justificativas** 1. Referência em texto, livro, internet... 2. Referência em pessoas: colegas, pais, professor, ... 3. Dados, fatos, ... 4. Referências lógicas: EX. se a >b e b > c então a > c.
C5	**Q**	**Qualificadores (grau de confiança)** 1. Caso particular 2. Verificação para alguns casos 3. Generalização: empírica ou formal
C6	**R**	**Refutação** 1. Contraexemplo 2. Erros de processo 3. Contradição com proposições já demonstradas
C7	**C**	**Conclusão** 1. Argumentação concreta (objetos) 2. Argumentação pictórica (desenhos, esquemas...) 3. Argumentação em linguagem natural (escritas, falas) 4. Argumentação matemática (demonstração)

Fonte: A Autora (2021)

PROCESSO DE APRENDIZAGEM: Segundo a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel.

D – Identificação do(s) subsunçor(es) associado ao processo de argumentação e a transformação desse.

D1. Ausência de aprendizagem (quando não há manifestações coerentes).

D2. Aprendizagem mecânica (quando o aluno apenas repete o que ouviu ou foi trabalhado).

D3. Aprendizagem conceitual limitada (quando o aluno identifica os conceitos, mas não é capaz de melhorar suas concepções, fazer inferências ou utilizá-los em situações novas).

D4. Aprendizagem conceitual (quando o aluno identifica os conceitos, é capaz de fazer inferências e utilizá-los em situações novas).

5. DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS: ARGUMENTAÇÃO E A APRENDIZAGEM

Nesta seção são apresentados os resumos das manifestações individuais sobre cada Evento, a análise das formas de interação, linguagem, argumentação e aprendizagem.

5.1. EVENTO 1: DEFINIÇÃO DE POLÍGONO

Em Ausubel (1978) é evidente o posicionamento do autor por uma didática escolar de instruções simples e objetivas, as vezes em oposição declarada ao ensino por descoberta, que conduzam o aluno à significação dos conceitos, do modo a otimizar o aproveitamento do tempo e o rendimento em aprendizagem. Isso não significa apresentar os conceitos e os significados e cobrar a memorização dos mesmos, prática essa criticada pelo referido autor. Por esse motivo, os Eventos foram planejados com Atividades de apresentação de informações novas, assimilação/significação dessas e sistematização.

A sequência de Atividades foi planejada para ser aplicada nas aulas presenciais, mas que devido a pandemia, foram aplicadas de forma online pelo Google Meet e pela plataforma fornecida pelo estado de SC.

A ordem da Atividade 1 foi a construção de figuras com material concreto (palito de picolé, palito de dente, palito de fósforo e barbante, **B2**) para desencadear a tarefa principal (definição do polígono) e introduzir conceitos básicos (figura plana, lados, ângulos, reta e segmento de reta). Os alunos criaram, fotografaram e enviaram as figuras pela plataforma. O diálogo da professora (**A1**) com os alunos, viabilizou a retomada de palavras em linguagem natural (**B1**) (subsunçores) e a transformação dessas para novos significados no vocabulário da matemática (linha reta > segmento de reta > lado, **B2**). Esse momento foi apenas o início do processo de transformação da linguagem: **B1** > **B2** > **B3**.

A Atividade 2 foi um trabalho individual no qual cada aluno teve a oportunidade de pensar, pesquisar e criar (elaboração das figuras). Esse momento não tem interações sociais, mas tem pesquisa em internet, reflexão e construções pessoais de refinamento da linguagem (**B2**);

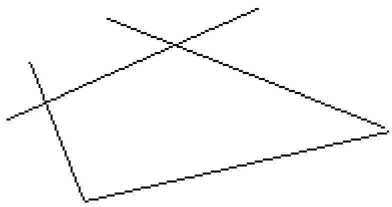
A Atividade 3 ocorreu em uma sala de aula virtual, do tipo plenária de socialização dos trabalhos individuais, conversa sobre as figuras elaboradas, resolução de dúvidas com a mediação da professora (diferenciação de linhas retas e curvas, linhas abertas e fechadas e exploração do significado da palavra POLÍGONO). Com os diálogos (alunos/alunos e alunos/professora), retornam as interações sociais (**A3** e **A5**) em linguagem natural (**B1**), mas com termos matemáticos em processo de significação (**B2**).

A Atividade 4 é de sistematização com registro escrito. Teve a função de organizar as ideias na direção da definição de polígono, o que ocorreu individualmente (**A1**), em linguagem natural escrita, mas com termos cheios de significados matematizados (**B1** e **B2**).

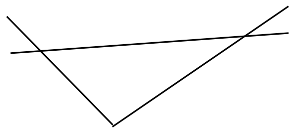
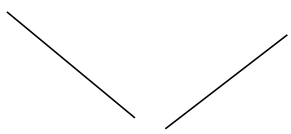
Para a análise das categorias de argumentação e aprendizagem foi elaborado o Quadro 2 com as definições de polígonos produzidas pelos alunos e as análises preliminares individuais.

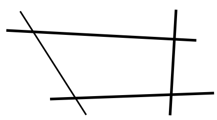
Quadro 2 - Análise dos conceitos de polígono produzidos pelos alunos.

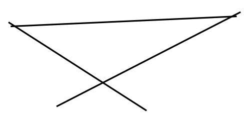
Aluno	Proposição	(C) ARGUMENTAÇÃO	(D) APRENDIZAGEM
Aluno 1	“Possuem lados que formam ângulos (lados retos)”	C1.4 – Conceitos de lado (retos) e ângulo C2.3 – Conceito com base em atributos particulares C3.1 – Provavelmente o aluno tem a imagem de alguns polígonos e descreveu o que considerou importante. C4.1/2 – Deve ter sido influenciado pelas orientações de aula. Talvez já domine, mesmo que precariamente, os conceitos de lado e ângulo. C5.1/2 – A proposição resiste/verdadeira para	D3 – Existe uma noção dos conceitos de lado e ângulo (subsunçores). - Informações novas (provavelmente o nome polígono) foram acrescentadas e resultaram em uma noção de polígono, que está em formação. - A pergunta C6.1 faria o aluno revisar seu texto, e desencadear uma aprendizagem do

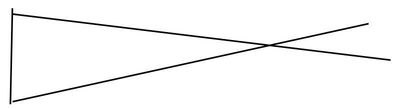
Aluno	Proposição	(C) ARGUMENTAÇÃO	(D) APRENDIZAGEM
		polígonos conhecidos, mas outras figuras com esses atributos podem não ser polígonos (condição necessária, mas não suficiente) C6.1 – Dois segmentos de reta em sequência têm ângulos e lados. Formam um polígono? C7.2 – A pergunta C6.1 geraria uma reflexão e possível melhoria no conceito.	conceito; despertar o cuidado com a elaboração de uma opinião/proposição e com a precisão da linguagem.
Aluno 2	"Polígonos tem que ser planos e com linhas retas e fechadas"	C1.4 – Conceitos de planos, linha reta e fechadas C2.3 – Conceito com base em atributos particulares C3.1 - Provavelmente o aluno tem a imagem de alguns polígonos e descreveu o que considerou importante. C4.1/2 – Deve ter sido influenciado pelas orientações de aula. Talvez já domine, mesmo que precariamente, os conceitos de figura plana e lado. Ele deve ter noção do significado de "linhas retas e fechadas" C5.1/2 – A proposição resiste/verdadeira para os polígonos. C6.1 – linhas retas em sequência, ou com as extremidades duas a duas em comum, poderiam ajudar a formulação do conceito.  C7.2 – A sugestão C6.1 poderia descartar a hipótese de linhas retas quaisquer formando uma região fechada.	D3 - Existe uma noção dos conceitos de plano, linhas retas fechadas (subsunçores). - O aperfeiçoamento do significado de "linhas retas e fechadas" poderia desenvolver o cuidado com a elaboração de uma opinião/proposição e com a precisão da linguagem.
Aluno 3	"Figura fechada, todos os	C1.4 – Conceitos de figura fechada, lado retos, ângulo, vértices	D3 – Existe uma noção dos conceitos de figura fechada, lado

Aluno	Proposição	(C) ARGUMENTAÇÃO	(D) APRENDIZAGEM
	lados retos, tem que formar vértices e tem que formar ângulo”	C2.3 – Conceito com base em atributos particulares C3.1 – Provavelmente o aluno tem a imagem de alguns polígonos e descreveu o que considerou importante, além de lembrar de outros estudos. C4.1/2 – Deve ter sido influenciado pelas orientações de aula. Talvez já domine, mesmo que precariamente, os conceitos de lado e ângulo. C5.1/2 – A proposição resiste/verdadeira para polígonos conhecidos. C6.1 – Verificar a redundância: “tem que formar vértices e tem que formar ângulo”; Dizer que a figura tem lados retos e é fechada já garante a existência de vértices e ângulos? C7.2/ – A pergunta C6.1 geraria uma reflexão e possível melhoria no conceito.	retos, ângulo, vértices (subsunçores). - Informações novas (provavelmente o nome polígono) foram acrescentadas e resultaram em uma noção de polígono, que está em formação. - A pergunta C6.1 levaria a uma definição mais elegante e ao entendimento do que é redundância em argumentação.
Aluno 4	Polígonos são figuras planas que tem o mesmo número de lados e de ângulos, são formados por linhas retas, tem ângulos internos e externos e são figuras fechadas	C1.4 – Conceitos de figuras planas, lados, ângulos, linhas retas e fechadas. C2.3 – Conceito com base em atributos particulares. C3.1 – Provavelmente o aluno tem a imagem de alguns polígonos e descreveu o que considerou importante. C4.1/2 – Deve ter sido influenciado pelas orientações de aula. Talvez já domine, mesmo que precariamente, os conceitos de figura plana, lado e ângulo (interno e externo). Ele deve ter noção do significado de “linhas retas e fechadas”. C5.1/2 – A proposição resiste/verdadeira para os polígonos. C6.1 – linhas retas em sequência, ou com as extremidades duas a duas em	D3 – Existe uma noção dos conceitos de figura fechada, plana, lado retos, ângulo, (subsunçores). - Informações novas (provavelmente o nome polígono) foram acrescentadas e resultaram em uma noção de polígono, que está em formação. - A dica C6.1 levaria a uma definição mais elegante e ao entendimento do que é redundância em argumentação.

Aluno	Proposição	(C) ARGUMENTAÇÃO	(D) APRENDIZAGEM
		comum, poderiam ajudar a formulação do conceito. Verificar a redundância: ter o mesmo número de lados e ângulos, sempre vai acontecer se for um polígono. O mesmo acontece quando ela diz que tem ângulos internos e externos, essa informação é desnecessária para a definição.  C7.2/3 – A dica C6.1 geraria uma reflexão e possível melhoria no conceito.	
Aluno 5	Polígonos são figuras com linhas retas, que não se cruzam, são planas e fechadas, elas têm o mesmo número de lados e de ângulos, um pentágono possui 5 lados e 5 ângulos	C1.4 – Conceitos de figuras planas, lados, ângulos, linhas retas e fechadas. C2.3 – Conceito com base em atributos particulares. C3.1 – Provavelmente o aluno tem a imagem de alguns polígonos e descreveu o que considerou importante, além de lembrar de outros estudos. C4.1/2 – Deve ter sido influenciado pelas orientações de aula. Talvez já domine, mesmo que precariamente, os conceitos de lado e ângulo. C5.1/2 – A proposição resiste/verdadeira para polígonos conhecidos. Citou um exemplo o pentágono possui 5 lados e 5 ângulos. C6.1 – linhas retas em sequência, ou com as extremidades duas a duas em comum, poderiam ajudar a formulação do conceito. As linhas retas não se cruzam? 	D3 – Existe uma noção dos conceitos de lado, ângulo, linhas retas, figuras planas e fechadas (subsunçores). - Informações novas (provavelmente o nome polígono) foram acrescentadas e resultaram em uma noção de polígono, que está em formação. A pergunta C6.1 ajudaria na definição mais apropriada sobre polígono. E verificar as informações que se repetem na definição.

Aluno	Proposição	(C) ARGUMENTAÇÃO	(D) APRENDIZAGEM
		C7.2/3 – A pergunta C6.1 geraria uma reflexão e possível melhoria no conceito.	
Aluno 6	Polígonos são figuras planas formadas por linhas retas. São figuras fechadas com ângulo interno e externo tendo assim o mesmo número de lados e ângulos	C1.4 – Conceitos de figuras planas, lados, ângulos, linhas retas e fechadas, ângulo interno e externo. C2.3 – Conceito com base em atributos particulares. C3.1 – Provavelmente o aluno tem a imagem de alguns polígonos e descreveu o que considerou importante, além de lembrar de outros estudos. C4.1/2 – Deve ter sido influenciado pelas orientações de aula. Talvez já domine, mesmo que precariamente, os conceitos de lado e ângulo. C5.1/2 – A proposição resiste/verdadeira para polígonos conhecidos. C6.1 – linhas retas em sequência, ou com as extremidades duas a duas em comum, poderiam ajudar a formulação do conceito. Verificar a redundância: ter o mesmo número de lados e ângulos, sempre vai acontecer se for um polígono. O mesmo acontece quando ela diz que tem ângulos internos e externos, essa informação é desnecessária para a definição.  C7.2/3 – A dica C6.1 geraria uma reflexão e possível melhoria no conceito.	D3 – Existe uma noção dos conceitos de lado, ângulo, figuras planas, linhas retas, figura fechada (subsunçores). - Informações novas (provavelmente o nome polígono) foram acrescentadas e resultaram em uma noção de polígono, que está em formação. Com a dica C6.1 poderia melhorar a formulação do conceito e cuidar para não repetir as mesmas informações.
Aluno 7	Polígonos são figuras planas, formada por linhas retas, tendo o mesmo	C1.4 – Conceitos de figuras planas, lados, ângulos, linhas retas e fechadas, ângulos internos e externos. C2.3 – Conceito com base em atributos particulares.	D3 – Existe uma noção dos conceitos de lado, ângulo, figuras planas, linhas retas, figura fechada (subsunçores).

Aluno	Proposição	(C) ARGUMENTAÇÃO	(D) APRENDIZAGEM
	número de lados e ângulos. São figuras fechadas, com ângulos internos e externos	C3.1 – Provavelmente o aluno tem a imagem de alguns polígonos e descreveu o que considerou importante, além de lembrar de outros estudos. C4.1/2 – Deve ter sido influenciado pelas orientações de aula. Talvez já domine, mesmo que precariamente, os conceitos de lado e ângulo. C5.1/2 – A proposição resiste/verdadeira para polígonos conhecidos. C6.1 – linhas retas em sequência, ou com as extremidades duas a duas em comum, poderiam ajudar a formulação do conceito. Verificar a redundância: ter o mesmo número de lados e ângulos, sempre vai acontecer se for um polígono. O mesmo acontece quando ela diz que tem ângulos internos e externos, essa informação é desnecessária para a definição.  C7.2/3 – A dica C6.1 geraria uma reflexão e possível melhoria no conceito.	- Informações novas (provavelmente o nome polígono) foram acrescentadas e resultaram em uma noção de polígono, que está em formação. Com a dica C6.1 poderia melhorar a formulação do conceito e cuidar para não repetir as mesmas informações.
Aluno 8	Polígonos são figuras formadas por linhas retas, e são figuras planas, tem o mesmo número de lados e ângulos. Figuras com ângulos internos e externos	C1.4 – Conceitos de figuras planas, lados, ângulos, linhas retas, fechadas, ângulos internos e externos. C2.3 – Conceito com base em atributos particulares. C3.1 – Provavelmente o aluno tem a imagem de alguns polígonos e descreveu o que considerou importante, além de lembrar de outros estudos. C4.1/2 – Deve ter sido influenciado pelas orientações de aula. Talvez já domine, mesmo que precariamente, os conceitos de lado e ângulo.	D3 – Existe uma noção dos conceitos de lado, ângulo, figuras planas, linhas retas, figura fechada (subsunçores). - Informações novas (provavelmente o nome polígono) foram acrescentadas e resultaram em uma noção de polígono, que está em formação. Com a dica C6.1 poderia melhorar a formulação do

Aluno	Proposição	(C) ARGUMENTAÇÃO	(D) APRENDIZAGEM
		C5.1/2 – A proposição resiste/verdadeira para polígonos conhecidos. C6.1 – linhas retas em sequência, ou com as extremidades duas a duas em comum, poderiam ajudar a formulação do conceito. Verificar a redundância: ter o mesmo número de lados e ângulos, sempre vai acontecer se for um polígono. O mesmo acontece quando ela diz que tem ângulos internos e externos, essa informação é desnecessária para a definição.  C7.2/3 – A dica C6.1 geraria uma reflexão e possível melhoria no conceito.	conceito e cuidar para não repetir as mesmas informações.
Aluno 9	Eu acho que um polígono seria uma forma geométrica feitos com linhas retas	C1.4 – Conceitos de linhas retas. C2.3 – Conceito com base em atributos particulares. C3.1 – Provavelmente o aluno tem a imagem de alguns polígonos e descreveu o que considerou importante, além de lembrar de outros estudos. C4.1/2 – Deve ter sido influenciado pelas orientações de aula. Talvez já domine, mesmo que precariamente, o conceito de linha reta. C5.1/2 – A proposição resiste/verdadeira para polígonos conhecidos, mas outras figuras com esses atributos podem não ser polígonos (condição necessária, mas não suficiente) C6.1 – linhas retas em sequência, ou com as extremidades duas a duas em comum, que formam uma figura	D3 – Existe uma noção do conceito de linhas retas (subsunçores). - Informações novas (provavelmente o nome polígono) foram acrescentadas e resultaram em uma noção de polígono, que está em formação. Com a dica C6.1 poderia melhorar a formulação da definição, acrescentando informações como por exemplo

Aluno	Proposição	(C) ARGUMENTAÇÃO	(D) APRENDIZAGEM
		fechada, poderiam ajudar a formulação do conceito. Somente com linhas retas forma um polígono?  C7.2/3 – A pergunta C6.1 geraria uma reflexão e possível melhoria no conceito.	

Fonte: A Autora (2021)

A proposta de definir polígono não tem as mesmas características da investigação da verdade de um teorema. É um processo de construção de conceito e como tal, envolve outros conceitos e as conexões coerentes entre esses. É também uma tarefa de refinamento progressivo da linguagem. Nesse sentido, é também um processo argumentativo no qual ocorrem questionamentos se o texto proposto tem os elementos necessários e suficientes, de modo a evitar interpretações alternativas ou equivocadas. Com esse entendimento, as manifestações dos alunos foram analisadas quanto à argumentação.

As Atividades não foram propostas aos alunos com orientações explícitas de execução de etapas de argumentação. Ao elaborar definições de polígono foram usados conceitos matemáticos nas tentativas de compor um texto coerente, justificando as escolhas de maneira informal. Mesmo assim, pode-se fazer uma leitura relacionando as ações às etapas de Toulmin. Os “dados” (**C1**) são os exemplos de polígonos conhecidos pelos alunos ou apresentados pela professora na forma de imagens mentais (na Atividade 1) com descrições em linguagem natural, desenho e como material concreto na Atividade 2 (**C1.1**). Além disso, os conceitos de lados, ângulos, linha reta, figura fechada e plana também foram informações utilizadas. A “elaboração da proposição” ou definição (**C2.1**), foi considerada como hipótese, por ser uma proposição em elaboração, que ainda requer uma confirmação. As propostas foram limitadas pelas restrições dos significados dos termos empregados, mas continham alguns elementos essenciais. Como “garantias”, os alunos citaram casos particulares de alguns polígonos (**C3.1**) e a referência dos significados das palavras obtida em livros, internet e também as informações da aula online (**C4.1 e C4.2**). Quanto aos “qualificadores” o aluno 5 usou um caso particular e citou o pentágono (**C5.1**). Porém, leituras mais atentas das definições, mostraram as limitações, apresentando contra-exemplos (**C6.1**) que levaram a refutar a proposta ou melhorá-la. O mesmo ocorreu com a presença de informações redundantes (**C6.2**), como o caso dos alunos 4, 5, 6, 7 e 8 que colocaram em sua definição “figuras com o mesmo número de lados e de ângulos”, ou inócuas, como “figuras com ângulos internos e externos” colocadas pelos alunos 4, 6, 7 e 8. Essas informações não contribuem muito na definição de polígonos, mas na visão deles era importante colocar.

Noções de lados, ângulos, linha reta, figura fechada e plana certamente já faziam parte da cultura matemática dos alunos. Lados, ângulos e linhas retas têm significados físicos em objetos reais como o retângulo de uma face da caixa de sapatos, o vidro de uma janela ou o desenho de uma estrela. A ideia de figura plana parece natural nesses exemplos, assim como a noção de que uma bola (esfera) não é uma figura plana. Figuras planas abertas ou fechadas são conceitos que requerem um pouco mais de abstração. Assim como os anteriores, é necessário pensar as figuras em duas dimensões. O retângulo do vidro da janela é uma das faces do paralelepípedo que é a peça de vidro. Tais abstrações não foram e não são necessariamente explicitadas durante as aulas, por que existe uma espécie de acordo informal: o vidro é um retângulo. No entanto, é o aperfeiçoamento dos significados dessas palavras, termos e expressões que promovem a aprendizagem dos próprios conceitos e da linguagem matemática (**D4**). Assim, os significados iniciais de lados, ângulos, linha reta e figura de modo geral foram subsunçores para a abstração da ideia de figuras planas, esta fundamental para a definição de polígono. Se esse processo ocorre com domínio do significado tem-se uma aprendizagem conceitual significativa (**D4**). Se não, os alunos acabam decorando a definição para responder nas provas (**D2 e D3**).

Processo semelhante ocorreu com o significado da palavra *consecutivos* e da expressão *lados consecutivos*. Talvez alguns alunos já conhecessem a palavra em si, mas precisaram elaborar um significado de *um lado depois do outro ligados pelas extremidades*. Essa palavra foi bem discutida (**A5**) em classe para evitar o contra-exemplo de figuras com lados em cruzamento. A mediação da professora propondo essa palavra, acrescentou vocabulário matemático no conhecimento dos alunos, o qual resolveu a dificuldade de expressar a ideias de lados em sequência (função mediadora da linguagem na aprendizagem, **B3**). Novamente, os alunos que perceberam o sentido da palavra aprenderam significativamente (**D4**).

Se a professora tivesse fornecido diretamente a definição e os alunos passassem a usá-la para discernir polígonos de outras figuras, se teria um processo de aprendizagem do tipo Diferenciação Progressiva. Da mesma forma, provavelmente, os subsunçores mencionados viabilizariam a transformação dos conceitos necessários para a definição, evidentemente, as Atividades promovessem a significação de cada termo (**D4**). Um risco dessa opção didática é a mecanização da aprendizagem (**D2**). A opção de construção dos significados com desenhos e material concreto, discussão e sistematização, por sua vez, promoveu os significados de casos particulares para a generalização da definição, portanto, como uma aprendizagem significativa, do tipo Reconciliação Integradora (**D4**).

A constatação de que a dica **C6.1** poderia melhorar a formulação do conceito de polígono é recorrente na análise apresentada no Quadro 2. Isso mostra que a construção de conceitos é um processo de aprendizagem sempre em elaboração. Uma nova dica, o exame de uma situação particular, a descoberta de uma palavra com significado mais abrangente pode melhorar a formulação do conceito ao longo do tempo.

5.2. EVENTO 2: NÚMERO DE DIAGONAIS DE UM POLÍGONO REGULAR

Em Ausubel (1978) a compreensão de um conceito implica na posse de significados claros e precisos. Assim para saber se houve ou não aprendizagem significativa, a melhor forma é trabalhar com questões de maneira nova e não familiar, que requeira utilizar o conhecimento adquirido e não uma receita pronta. Por esse motivo, os Eventos foram planejados com Atividades de apresentação de informações novas, assimilação/significação dessas e sistematização.

A Atividade 6a foi o traçado das diagonais nas figuras, (**B2**) para estimular a tarefa (encontrar o número de diagonais) e introduzir conceitos de diagonais. A troca de informações da professora com os alunos (**A1**) e entre os alunos (**A3**), viabilizou a retomada de palavras em linguagem natural (**B1**) (subsunçores) e a transformação dessas em novos significados (reta que une os vértices, com exceção dos lados > diagonais, **B3**).

A Atividade 6b foi um trabalho individual no qual cada aluno teve a oportunidade de pensar e pesquisar (como chegar ao número de diagonais daqueles polígonos). Esse momento não tem interações sociais, mas tem pesquisa em internet, reflexão e construções pessoais de aperfeiçoamento da linguagem (**B2** e **B3**);

As Atividades 6c, 6d e 6e, ocorreram em uma sala de aula virtual, compartilhando o resultado dos trabalhos individuais, conversa sobre as algumas figuras, resolução de dúvidas com a mediação da professora (**A5**) (como encontrar o número de diagonais de um vértice para induzir o pensar em como encontrar o número de diagonais do polígono). Com os diálogos (alunos/alunos e alunos/professora), retornam as interações sociais (**A1** e **A3**) em linguagem natural (**B1**), mas com termos matemáticos em processo de significação (**B2**).

A Atividade 6f é de sistematização com registro escrito. Teve a função de organizar as informações de como chegar ao número de diagonais de um polígono, o que ocorreu individualmente (**A1**), em linguagem natural escrita, com o conhecimento de alguns termos matemáticos (**B1** e **B2**).

Para a análise das categorias de argumentação e aprendizagem foi elaborado o Quadro 3 com as maneiras de encontrar o número de diagonais de polígono produzidas pelos alunos e as análises preliminares individuais.

Quadro 3 - Análise dos registros sobre número de diagonais de polígonos.

Aluno	Proposição	(A) ARGUMENTAÇÃO	(B) APRENDIZAGEM
(Aluno 1)	Primeiro deve se marcar os vértices da forma geométrica, desse ponto deve se ligar aos outros pontos mais sem ser aquele que passa por cima das arestas. Ex: no quadrado tem 4 lados e vértices, 2 em cima e 2 embaixo, não pode ligar o	C1.2/4. Desenho das diagonais nas figuras. Conceito de vértices, aresta e lados. C2.3 – Conceito com base em atributos particulares. C3.1/2 Escreveu como chegar as diagonais de um polígono usando um caso particular. C4.1/2 – Deve ter sido influenciado pelas orientações de aula. Talvez já domine, mesmo que precariamente, os conceitos de lado e vértice.	D3 - Existe uma noção dos conceitos de vértices, arestas e lados (subsunçores). A pergunta C6.1 faria o aluno revisar seu texto, e desencadear uma aprendizagem do conceito; despertar o cuidado com a elaboração de uma opinião/proposição e com a precisão da linguagem.

Aluno	Proposição	(A) ARGUMENTAÇÃO	(B) APRENDIZAGEM
	direito de baixo com o esquerdo de baixo, e nem o direito de baixo com o direito de cima. Depois em vez de contar as linhas e no canto o total de vértices ex: pentágono tem 5 e multiplica pelo número de linha que tem em um só vértice,2 x 5 = 10 e divide por 2 no final.	C5.1 – A proposição é verdadeira para o caso particular. C6.1 – Poderia ter utilizado a relação entre o número de lados e o número de diagonais de um único vértice. Porque divide por 2 no final? C7. 2/3 - A pergunta C6.1 geraria uma reflexão e possível melhoria no conceito. Retirar o exemplo e generalizar.	
(Aluno 2)	Usarei de exemplo o pentágono. Pentágono tem 5 lados. Como vimos sempre que pegarmos o número de lados e subtraímos por 3 teremos o número de diagonais que saem de cada vértice. Então 5 – 3 é 2, então de cada vértice sai 2 diagonais, temos 5 lados então 5. 2 = 10, mas uma diagonal vale para 2 vértice, pegamos 10 e dividimos por	C1.2/4. Desenho das diagonais das figuras. Conceito de vértices, diagonais e lados. C2.3 – Conceito com base em atributos particulares. C3.1/2 Escreveu como chegar as diagonais de um polígono usando um caso particular. C4.1/2 – Deve ter sido influenciado pelas orientações de aula. Talvez já domine, mesmo que precariamente, os conceitos de diagonais, lados e vértice. C5.1 – A proposição é verdadeira para o caso particular. C6.1 – Podia ter generalizado e mostrado que isso vale para todos os polígonos regulares. C7.2/3 - A dica C6.1 geraria uma reflexão e	D3 - Existe uma noção dos conceitos de vértices, diagonais e lados (subsunçores). A pergunta C6.1 faria o aluno revisar seu texto, e desencadear uma aprendizagem do conceito; despertar o cuidado com a elaboração de uma opinião/proposição e com a precisão da linguagem.

Aluno	Proposição	(A) ARGUMENTAÇÃO	(B) APRENDIZAGEM
	2, que num total teremos 5 diagonais em um pentágono.	possível melhoria no conceito.	
(Aluno 3)	Algumas formas depois de algumas formas não dá mais pra contar as linhas, então existe uma fórmula de resolver, você pega o número de diagonais, diagonais x lados = resultado dividido por 2. Ex: eneágono diagonais 6 x 9 lados = 54: 2 = 27.	C1.2/4. Desenho das diagonais das figuras. Conceito de diagonais e lados. C2.3 – Conceito com base em atributos particulares. C3.1/2 Escreveu como chegar as diagonais de um polígono usando um caso particular. C4.1/2 – Deve ter sido influenciado pelas orientações de aula. Talvez já domine, mesmo que precariamente, os conceitos de lados e diagonais. C5.1 – A proposição é verdadeira para o caso particular. C6.1 – Iniciou a frase sem sentido. Quando fala de pegar o número de diagonais se refere ao total ou as diagonais de um vértice? Porque divide por 2? C7.2/3 - A pergunta C6.1 geraria uma reflexão e possível melhoria no conceito.	D3 - Existe uma noção dos conceitos de diagonais e lados (subsunçores). A pergunta C6.1 faria o aluno revisar seu texto, e desencadear uma aprendizagem do conceito; despertar o cuidado com a elaboração de uma opinião/proposição e com a precisão da linguagem.
(Aluno 4)	Como exemplo eu vou usar o pentágono, ele possui 5 lados\ 5 vértices então o número de diagonais por	C1.2/4. Desenho das diagonais das figuras. Conceito de vértices, diagonais e lados. C2.3 – Conceito com base em atributos particulares. C3.1/2 Escreveu como chegar as diagonais de	D3 - Existe uma noção dos conceitos de vértices, diagonais e lados (subsunçores). A pergunta C6.1 faria o aluno revisar seu texto, e desencadear uma aprendizagem do conceito; despertar o

Aluno	Proposição	(A) ARGUMENTAÇÃO	(B) APRENDIZAGEM
	vértice é 2. Podemos pegar o número de vértices que é 5 e fazer vezes 2 que é o número de diagonais por vértice, o que daria 10 e depois divide por 2, pois os lados não contam fazendo assim o pentágono ter 5 diagonais ao todo.	um polígono usando um caso particular. C4.1/2 – Deve ter sido influenciado pelas orientações de aula. Talvez já domine, mesmo que precariamente, os conceitos de lados, vértices e diagonais. C5.1 – A proposição é verdadeira para ocaso particular. C6.1 –Tomar cuidado com a redundância, no caso de um polígono ter 5 lados e 5 vértices. Como chegou na conclusão que se tem 5 lados, tem 2 diagonais por vértice? A justificativa do porquê dividir por 2, é porque os lados não contam? C7.2/3 - A pergunta C6.1 geraria uma reflexão e possível melhoria no conceito.	cuidado com a elaboração de uma opinião/proposição e com a precisão da linguagem.
(Aluno 5)	Para encontrar o número de diagonais de um polígono você tem que ver o número de lados da figura, depois subtrair o número de lados por 3. Depois do resultado dessa conta, é só pegar o resultado e multiplicar pelos cantos da figura,	C1.2/4. Desenho das diagonais das figuras. Conceito de cantos da figura (vértices), diagonais e lados. C2.3 – Conceito com base em atributos particulares. C3.2 Escreveu como chegar as diagonais de um polígono da forma como entendeu que daria certo. C4.1/2 – Deve ter sido influenciado pelas orientações de aula. Talvez já domine, mesmo que precariamente, os conceitos de lados e diagonais.	D3 - Existe uma noção dos conceitos de vértices, diagonais e lados (subsunçores). O aperfeiçoamento do significado de “cantos da figura” poderia desenvolver o cuidado com a elaboração de uma opinião/proposição e com a precisão da linguagem.

Aluno	Proposição	(A) ARGUMENTAÇÃO	(B) APRENDIZAGEM
	depois o resultado dividido por 2, então você terá o resultado.	C5.1/3 – A proposição é verdadeira para polígonos regulares. C6.1 –Subtrair o número de lados por 3, vale para todos os polígonos, para encontrar o número de diagonais de um vértice? Porque no final divide por 2? C7.2/3 - A pergunta C6.1 geraria uma reflexão e possível melhoria no conceito.	
(Aluno 6)	Para encontrar o número de diagonais de um polígono você deve: observar o número de lados da figura, depois fazer esse número subtraído por 3 (porque o número de lados -3 será sempre o número de diagonais que parte de cada vértice). Então o resultado dessa conta, pega o resultado e multiplica pelo número de cantos da figura, o resultado dessa conta, faça dividido	C1.2/4. Desenho das diagonais das figuras. Conceito de vértices, diagonais e lados. C2.3 – Conceito com base em atributos particulares. C3.2 Escreveu como chegar as diagonais de um polígono da forma como entendeu que daria certo. C4.1/2 – Deve ter sido influenciado pelas orientações de aula. Talvez já domine, mesmo que precariamente, os conceitos de lados, diagonais e vértices. C5.1/3 – A proposição é verdadeira para polígonos regulares. C6.1 –Porque no final divide por 2? C7.2/3 - A pergunta C6.1 geraria uma reflexão e possível melhoria no conceito.	D3 - Existe uma noção dos conceitos de vértices, diagonais e lados (subsunçores). O aperfeiçoamento do significado de “cantos da figura” poderia desenvolver o cuidado com a elaboração de uma opinião/proposição e com a precisão da linguagem.

Aluno	Proposição	(A) ARGUMENTAÇÃO	(B) APRENDIZAGEM
	por 2 e então você terá encontrado o número.		

Fonte: A Autora (2021)

Esse Evento é um processo de construção de fórmula e como tal, envolve conceitos, experimentos, observação de dados, inferência de conclusões e expressão dessas em linguagem matemática. Nesse sentido, é também um processo argumentativo no qual ocorreram questionamentos, dúvidas e verificações de hipóteses.

As Atividades foram propostas e modo a induzir os alunos a chegarem ao número de diagonais. Ao elaborar a fórmula para encontrar o número de diagonais de polígonos foram usados conceitos matemáticos, alguns ainda em linguagem natural (**B1**) e outros em linguagem matemática (**B3**). As manifestações evidenciam elementos do processo de argumentação de Toulmin. Os “dados” (**C1**) são os desenhos das diagonais nas figuras (**C1.2**) e os conceitos de vértices, diagonais, lados e arestas (**C1.4**). A “elaboração da proposição” (**C2.3**), foi considerada como hipótese, por estar em elaboração, que ainda requer uma confirmação. Como “garantias”, os alunos 1, 2 e 4 citaram casos particulares de alguns polígonos (**C3.1**) e escreveram como encontrar o número de diagonais para aquele polígono, para as “garantias ou justificativas” (**C4.1 e C4.2**) tiveram acesso a livros, internet e informações da aula. Quanto aos “qualificadores” os alunos 1, 2, e 4 usaram um caso particular (**C5.1**), os alunos 3, 5 e 6 escreveram na forma geral (**C5.3**), na linguagem materna (**B1**) e com alguns termos matemáticos (**B3**); a “refutação” não ocorreu nessa atividade. Mas a leitura dos modelos de como encontrar o número de diagonais de um polígono, mostraram as limitações, principalmente de linguagem e organização de ideias. A argumentação ocorreu, não seguindo as etapas, mas os elementos principais estavam presentes, sendo uma argumentação em linguagem natural (**C7.3**).

Semelhantemente ao Evento 1, os alunos já tinham noções de entes geométricos, tais como lados, vértices e diagonais. Lados têm significados em objetos reais como o retângulo do tampo de uma mesa, o quadrado da face de um relógio de parede ou desenho de um triângulo. Vértices também conhecido como *canto*, tem significados em objetos reais como o canto da trave de futebol, canto da mesa ou quina de uma porta. A diagonal é o termo menos comum na linguagem dos alunos, mais conhecida como uma reta transversal, oblíqua ou atravessada. No entanto, é o aperfeiçoamento dos significados dessas palavras, termos e expressões que promovem a aprendizagem dos próprios conceitos e da linguagem matemática (**D4**). Assim, os significados iniciais de lados, vértices e diagonais de modo geral, foram subsunçores na elaboração da fórmula de como eles encontram o número de diagonais do polígono regular. Se esse processo ocorre de forma geral, com justificativa e ordem dos passos, tem-se uma aprendizagem mais consistente (**D4**). Senão, os alunos acabam decorando a fórmula para responder nas provas (**D2**), não sendo capazes de utilizá-la em situações novas (**D3**).

Ainda em relação à palavra diagonal, talvez alguns alunos já conhecessem a palavra em si, mas precisaram elaborar um significado de que *é um segmento de reta entre dois vértices não consecutivos do polígono* (**A5**), para não ser confundida com outros elementos do polígono.

5.3. EVENTO 3: ÂNGULO INTERNO DE UM POLÍGONO REGULAR

Segundo Moreira (2010), são duas as condições para a aprendizagem ser significativa: o material (livros, aulas, aplicativos) de aprendizagem deve ser potencialmente significativo e o aprendiz deve apresentar uma predisposição para aprender. Isso não quer dizer que o livro ou a aula tem que ser significativos em si, mas sim, o aluno atribuir significados aos novos conhecimentos presentes nos materiais de aprendizagem, o que depende de um intercâmbio de significados, que pode ser bastante demorado. A disposição para aprender não é propriamente uma motivação e nem depende de o aluno gostar da matéria. O sujeito que aprende deve se predispor a relacionar interativamente os novos conhecimentos a sua estrutura cognitiva prévia, modificando-a, enriquecendo-a, elaborando-a e dando significados a esses conhecimentos. Por esse motivo, os Eventos foram planejados com Atividades de apresentação de informações novas e sistematização.

A Atividade 7 parte do desenho de um triângulo qualquer no caderno (**B2**), pede a medição dos ângulos e a soma das medidas dos ângulos internos. O diálogo da professora (**A1**) com os alunos, partiu da linguagem natural (**B1**) (subsunçores) e a transformação dessas para novos significados (cantos > ângulos, **B3**).

A Atividade 8 foi um trabalho coletivo **(A1, A3 e A5)** no qual cada aluno teve a oportunidade de verificar que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180 graus. Esse momento teve interações sociais.

A Atividade 9 ocorreu de forma individual, traçando as diagonais de um vértice para descobrir o número de triângulos que a figura contém (para encontrar a soma das medidas dos ângulos internos do polígono).

A Atividade 10(a, b, c, d, e) foi coletiva, com interações sociais (**A1**, **A3** e **A5**) em linguagem materna (**B1**), mostrando com desenhos (**B2**) e aprimorando a linguagem a cada aula, chegando mais próximo da linguagem matemática (**B3**).

A Atividade 10(f) é de sistematização com registro escrito. Teve o objetivo de organizar as informações de como chegar à medida do ângulo interno de um polígono regular, o que ocorreu individualmente (**A1**), em linguagem natural escrita, mas com termos matemáticos adquiridos nas interações sociais (**B1** e **B2**).

Para a análise das categorias de argumentação e aprendizagem foi elaborado o Quadro 4 com as maneiras de encontrar a medida do ângulo interno de um polígono regular produzidas pelos alunos e as análises preliminares individuais.

Quadro 4 – Análise dos registros sobre a medida do ângulo interno de um polígono regular.

Aluno	**Proposição**	**(A) Argumentação**	**(B) Aprendizagem significativa**
(Aluno 1)	Número de lados menos 2, vai formar o número de triângulos, cada triângulo vale 180, ou seja, 180 vezes o número de triângulos, o resultado dividido pelo número de lados.	C1.2/4. Traçado das diagonais de um vértice para saber quantos triângulos a figura contém. Conceito de triângulos e lados. C2.3 – Conceito com base em atributos particulares. C3.2 Escreveu como chegar as medidas do ângulo interno de um polígono usando a informação já demonstrada que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180 graus. C4.1/2 – Deve ter sido influenciado pelas	D3 - Existe uma noção dos conceitos de lados e sobre triângulos (subsunçores). A dica C6.1 faria o aluno revisar seu texto, e desencadear uma aprendizagem do conceito; despertar o cuidado com a elaboração de uma opinião/proposição e com a precisão da linguagem.

Aluno	Proposição	(A) Argumentação	(B) Aprendizagem significativa
		orientações de aula. Talvez já domine, mesmo que precariamente, os conceitos de lado e conheça triângulos. C5.1/2 – A proposição é verdadeira para polígonos regulares. C6.1 – Poderia ter colocado "para encontrar a medida do ângulo interno de um polígono regular". C7. 2/3 - A dica C6.1 geraria uma reflexão e possível melhoria no conceito. Retirar o exemplo e generalizar.	
(Aluno 2)	Você pega o ângulo interno total, exemplo do pentágono que tem 5 lados e tem um total de 540 graus de ângulo e divide pelo número de lados que vai dar o grau de cada ângulo que vai ser 108.	C1.2/4. Traçado das diagonais de um vértice para saber quantos triângulos a figura contém. Conceito de ângulos, pentágono e lados. C2.3 – Conceito com base em atributos particulares. C3.1/2 Escreveu como chegar à medida do ângulo interno de um polígono usando um caso particular e proposições já demonstradas. C4.1/2 – Deve ter sido influenciado pelas orientações de aula. Talvez já domine, mesmo que precariamente, os conceitos de lado e ângulo.	D3 - Existe uma noção dos conceitos de ângulos e lados (subsunçores). A pergunta C6.1 faria o aluno revisar seu texto, e desencadear uma aprendizagem do conceito; despertar o cuidado com a elaboração de uma opinião/proposição e com a precisão da linguagem. E fazer a generalização, pois com o exemplo, vale somente para este caso.

Aluno	Proposição	(A) Argumentação	(B) Aprendizagem significativa
		C5.1 – A proposição é verdadeira para o caso particular. C6.1 – Como se encontra o ângulo interno total? C7. 2/3 - A dica C6.1 geraria uma reflexão e possível melhoria no conceito. Retirar o exemplo e generalizar.	
(Aluno 3)	“Inicialmente encontre a soma dos ângulos internos, número de lados -2 x número de triângulo x 180 = soma total. Após fazer isso, pega a soma total e divide pela quantia de lados da figura, assim encontrando o resultado.	C1.2/4. Traçado das diagonais de um vértice para saber quantos triângulos a figura contém. Conceito de ângulos e lados. C2.3 – Conceito com base em atributos particulares. C3.2 Escreveu como chegar à medida do ângulo interno de um polígono usando proposições já demonstradas. C4.1/2 – Deve ter sido influenciado pelas orientações de aula. Talvez já domine, mesmo que precariamente, os conceitos de lado e ângulo. C5.1/2 – A proposição é verdadeira para polígonos regulares. C6.1 – Poderia ter colocado “para encontrar a medida do ângulo interno deum polígono regular”. C7. 2/3 - A dica C6.1 geraria uma reflexão	D3 - Existe uma noção dos conceitos de ângulos e lados (subsunçores). A dica C6.1 faria o aluno revisar seu texto, e desencadear uma aprendizagem do conceito; despertar o cuidado com a elaboração de uma opinião/proposição e com a precisão da linguagem.

Aluno	Proposição	(A) Argumentação	(B) Aprendizagem significativa
		e possível melhoria no conceito.	
(Aluno 4)	Número de lados x número de triângulos.	C1.2/4. Traçado das diagonais de um vértice para saber quantos triângulos a figura contém. Conceito de triângulos e lados. C2.3 – Conceito com base em atributos particulares. C3.2 Escreveu como chegar à medida do ângulo interno de um polígono usando proposições já demonstradas. C4.1/2 – Deve ter sido influenciado pelas orientações de aula. Talvez já domine, mesmo que precariamente, os conceitos de lado e conheço triângulo. C5.1 – A proposição não é verdadeira. C6.1 – O número de lados multiplicado pelo número de triângulos para encontrar o que? C7. 2/3 - A pergunta C6.1 geraria uma reflexão e possível melhoria no conceito.	D1 - Existe uma noção dos conceitos de lados (subsunçores). A pergunta C6.1 faria o aluno revisar seu texto, e desencadear uma aprendizagem do conceito; despertar o cuidado com a elaboração de uma opinião/proposição e com a precisão da linguagem.
(Aluno 5)	Você precisa pegar o número de lados por exemplo do octógono é 8 e tirar 2 que daria 6, e depois fazer 6 vezes 180 graus que daria 1080.Continuando com o exemplo do	C1.2/4. Traçado das diagonais de um vértice para saber quantos triângulos a figura contém. Conceito de ângulos, octógono e lados. C2.3 – Conceito com base em atributos particulares.	D3 - Existe uma noção dos conceitos de ângulos e lados (subsunçores). A dica C6.1 faria o aluno revisar seu texto, e desencadear uma aprendizagem do conceito; despertar o cuidado com a elaboração de

Aluno	Proposição	(A) Argumentação	(B) Aprendizagem significativa
	octógono, se a soma dos ângulos internos deu 1080 você divide essa soma por a quantidade de lados que seria 8 que dá 135, o valor da medida de cada ângulo interno.	C3.1/2 Escreveu como chegar a medida do ângulo interno de um polígono usando um caso particular e proposições já demonstradas. C4.1/2 – Deve ter sido influenciado pelas orientações de aula. Talvez já domine, mesmo que precariamente, os conceitos de lado e ângulos. C5.1/2 – A proposição é verdadeira para o caso particular. C6.1 – Poderia ter colocado “para encontrar a medida do ângulo interno deum polígono regular”. C7. 2/3 - A dica C6.1 geraria uma reflexão e possível melhoria no conceito. Retirar o exemplo e generalizar.	uma opinião/proposição e com a precisão da linguagem. E fazer a generalização, pois com o exemplo, vale somente para este caso.
(Aluno 6)	Ver os lados e diminuir 2, aí multiplica por 180 e divide pelo número de lados.	C1.2/4. Traçado das diagonais de um vértice para saber quantos triângulos a figura contém. Conceito de lados. C2.3 – Conceito com base em atributos particulares. C3.2 Escreveu como chegar a medida do ângulo interno de um polígono usando proposições já demonstradas. C4.1/2 – Deve ter sido influenciado pelas	D3 - Existe uma noção do conceito de lados (subsunçores). A dica C6.1 faria o aluno revisar seu texto, e desencadear uma aprendizagem do conceito; despertar o cuidado com a elaboração de uma opinião/proposição e com a precisão da linguagem.

Aluno	Proposição	(A) Argumentação	(B) Aprendizagem significativa
		orientações de aula. Talvez já domine, mesmo que precariamente, os conceitos de lado. C5.1/2 – A proposição é verdadeira para polígonos regulares. C6.1 – Poderia ter colocado “para encontrar a medida do ângulo interno de um polígono regular”. C7. 2/3 - A dica C6.1 geraria uma reflexão e possível melhoria no conceito.	
(Aluno 7)	Você pega o número de lados e diminui 2. Depois só pegar o resultado vezes 180 (que é a soma dos ângulos internos do triângulo, e se não for um triângulo basta traçar as diagonais de um vértice e ver quantos triângulos há dentro). Pega o resultado e divide por o número de lado.	C1.2/4. Traçado das diagonais de um vértice para saber quantos triângulos a figura contém. Conceito de ângulos, triângulo e lados. C2.3 – Conceito com base em atributos particulares. C3.2 Escreveu como chegar a medida do ângulo interno de um polígono usando proposições já demonstradas. C4.1/2 – Deve ter sido influenciado pelas orientações de aula. Talvez já domine, mesmo que precariamente, os conceitos de lado e ângulo. C5.1/2 – A proposição é verdadeira para polígonos regulares. C6.1 – Poderia ter colocado “para encontrar a medida	D3 - Existe uma noção dos conceitos de ângulos e lados (subsunçores). A dica C6.1 faria o aluno revisar seu texto, e desencadear uma aprendizagem do conceito; despertar o cuidado com a elaboração de uma opinião/proposição e com a precisão da linguagem.

Aluno	Proposição	(A) Argumentação	(B) Aprendizagem significativa
		do ângulo interno de um polígono regular”. C7. 2/3 - A dica C6.1 geraria uma reflexão e possível melhoria no conceito.	

Fonte: A Autora (2021)

Esse Evento, semelhantemente ao Evento 2, é um processo de construção de fórmula, portanto envolve conceitos, experimentos, indução e processos argumentativos. Os “dados” (**C1**) são os exemplos de polígonos apresentados pela professora (na Atividade 10) (**C1.2**) e os conceitos de lados, ângulos e triângulos também foram informações utilizadas (**C1.4**). A “elaboração da proposição” ou definição (**C2.3**), foi considerada como hipótese, por ser uma proposição em elaboração, que ainda requer uma confirmação. Como “garantias”, os alunos 2 e 5 citaram casos particulares de alguns polígonos (**C3.1**), os alunos 1, 3, 4, 6 e 7 utilizaram proposições já demonstradas e a referência dos significados das palavras obtida em livros, internet e também as informações da aula (**C4.1 e C4.2**). Quanto aos “qualificadores” os alunos 2 e 5 usaram um caso particular (**C5.1**). Não houve “refutações” nessa atividade. A argumentação ocorreu, não seguindo as etapas, mas os elementos principais estavam presentes, sendo uma argumentação em linguagem natural (**C7.3**) com apoio de desenhos (**C7.2**) argumentação pictórica.

Os conceitos de ângulos e triângulos certamente já faziam parte da cultura matemática dos alunos e por isso os significados iniciais de modo geral, foram subsunçores para a construção da fórmula.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para dar conta do objetivo de analisar as relações entre a argumentação e os processos de aprendizagem de matemática presentes na experiência de ensino de geometria vivenciada, buscou-se identificar como os alunos argumentam seguindo o modelo de Toulmin e verificar se houve Aprendizagem Significativa do conteúdo de Polígonos Regulares.

A sequência de Atividades foi aplicada de modo remoto, com aulas de participação virtual coletiva (meet) e as produções dos alunos foram enviadas por meio de fotos. Nas primeiras aulas percebeu-se que os alunos estavam tímidos, não participaram muito, não se sentiram confortáveis com a situação, alguns desligavam a câmera e o áudio, mas com o passar do tempo foram se habituando e começaram a envolver-se, talvez por estarem acostumados com o ensino presencial na sala de aula.

As aulas online foram importantes para que ocorresse as interações, pois as Atividades foram planejadas pela professora para que houvesse uma troca de informações e ideias. As intervenções **A1** e **A2** foram as da professora no processo de ensino, aplicando Atividades planejadas, com objetivos claros de conduzir os alunos ao conceito de polígonos, às fórmulas das diagonais e dos ângulos internos, propiciando sínteses conceituais, orientando raciocínios, provocando a elaboração de novos significados e favorecendo a argumentação. As interações **A3** e **A5** foram sociais, nas quais houve muito diálogo e confronto de ideias, o que ajudou a organizar as informações, sanar dúvidas, além de aumentar o repertório de palavras e frases, contribuindo assim para que ocorresse a aprendizagem.

A evolução da linguagem seguiu basicamente a ordem **B1**>**B2**>**B3**, pois as Atividades foram propostas em linguagem natural, seguindo para a representação em desenhos, materiais didáticos e finalmente em linguagem matemática na forma de símbolos. No entanto, a elaboração da definição de polígono e das fórmulas ocorreu com o uso simultâneo de linguagem natural (**B1**) e representação concreta (**B2**) por poucas interações alunos/alunos, devido às condições de aulas remotas, mas bastantes interações alunos/material (supostamente significativo, no sentido ausubeliano) alunos/professora, na forma de aula-seminário e atendimento individual. Na construção das fórmulas, particularmente, merecem destaque as interações alunos/professora (**A1** e **A2**) nos momentos de efetivar a representação matemática das conclusões manifestadas em discurso oral (**B2** para **B3**) nas Atividades. Nesses processos de interações e ações individuais de cada aluno, a linguagem natural é extremamente importante, pois é através dela que os significados pré-existentes dos conceitos matemáticos, os subsunçores, são expressos e se transformam na medida em que agregam novos entendimentos.

A prática da argumentação sobre a coerência e verdade das próprias ideias não foi natural nas primeiras aulas. A introdução de um modelo novo de comportamento, tirou o aluno da zona de conforto da recepção e execução de ordens, colocando-o a refletir sobre o tema abordado, escrever uma resposta que não é um cálculo ou um número e sim um texto, explicando conceitos e justificando procedimentos. Esse modelo, não reduz a responsabilidade do professor pela condução do processo de ensino, mas coloca-o como um mediador, um orientador das ações dos alunos na direção da significação dos conceitos.

As argumentações dependem fundamentalmente da disponibilização do espaço de interações em aula. A discussão entre os alunos e o acompanhamento da professora viabilizaram as sínteses e a construção das proposições, de modo significativo. O modelo de Toulmin é apenas um esquema referencial para analisar os argumentos dos alunos. Isso não significa que os alunos deveriam segui-lo ou que toda argumentação em nível escolar, tenha que ter obrigatoriamente todos os passos, rigorosamente. As argumentações dos alunos mostraram partes daquelas do modelo de Toulmin, de maneira natural durante os diálogos ou de maneira induzida pelo questionamento da professora. Isso tudo ocorreu sem o rigor da verificação da verdade das fontes, mas com a garantia da fonte, seja ela a própria professora ou informações dos materiais didáticos. Esse entendimento leva a concluir que a construção dos significados (**D**) dos conteúdos matemáticos ocorre por diferentes interações sociais (**A**) e em um processo de transformação da linguagem (**B**). A argumentação (**C**) está nesse processo, como uma prática de sustentação da coerência das proposições.

Evidentemente, nem toda aprendizagem é decorrente de processos argumentativos. Na leitura de um teorema e sua aplicação em um exercício, por exemplo, ocorre a aprendizagem do próprio teorema, de símbolos e há transferência dos significados dos conceitos envolvidos no teorema, sobre o problema a resolver, mesmo sem qualquer argumentação. A demonstração da fórmula das diagonais de polígonos, nesse estudo, foi argumentativa e, se alguém a entendeu, é porque atribuiu os significados coerentes dos conceitos envolvidos (aprendizagem significativa, **D4**). No entanto, a demonstração não é uma condição necessária (um caminho único) para que os significados dos termos dessa fórmula sejam compreendidos e ela seja aplicada na solução de problemas. Provavelmente, essa hipótese seja uma aprendizagem do tipo **D2** ou **D3**, mas não proveio de um processo argumentativo. Pode ser até **D4**, uma aprendizagem significativa, pois durante a leitura, o aluno pode ter utilizado algum subsunçor e entendido o teorema. Essa possibilidade, enfraquece a tese de que aprendizagem tenha um vínculo necessário com a argumentação.

A argumentação de uma proposição pode ter vários caminhos[1], cada um com uma linguagem e conceitos prévios. A soma dos ângulos internos dos triângulos pode ser argumentada com recortes e o acoplamento dos ângulos ou com o teorema das retas paralelas cortadas por uma transversal. Utilizar a argumentação no ensino, potencializa a aprendizagem no sentido da significação e principalmente, desenvolve o método de fazer matemática justificando a veracidade das proposições. Assim, a argumentação pode não ser uma condição necessária para a aprendizagem, mas sim, uma postura epistemológica que a qualifica. Ou seja, estudar proposições com a preocupação de argumentar, pode levar a aprendizagens mais consistentes do que aprendizagens mecânicas ou ingênuas (aquelas que aceitam a veracidade sem verificação).

A análise das manifestações dos alunos mostrou que os processos de argumentação, por mais elementares que sejam, podem desencadear ações que produzam significados para os conceitos e proposições, além de praticar a linguagem matemática, seja ela natural ou simbólica e com isso, tornar a aprendizagem significativa, no sentido ausubeliano. Para que tais processos ocorressem na experiência didática, foram necessárias ações individuais tais como a investigação, a reflexão, o estudo, a organização de informações que forneceram subsídios para a argumentação (garantias (**C4**) e qualificadores (**C5**)) e ações sociais entre colegas e professora (**A**), com finalidade principal de troca de informações e esclarecimento de dúvidas, que resultaram em aprendizagem (**D3** e **D4**). Assim, ficou evidente a importância da conjugação entre a linguagem e as interações sociais no planejamento

---

[1] O Teorema de Pitágoras, apenas para exemplificar, tem vários tipos de demonstrações, tanto geométricas como algébricas. No site http://www.ime.unicamp.br/~apmat/5-demonstracoes-do-teorema-de-pitagoras são encontradas algumas delas.

e execução das Atividades de ensino e suas contribuições nos processos argumentativos e de aprendizagem.

Uma vez que a construção do conhecimento não é um processo finito, pois sempre está em formação, certamente os conceitos estudados nas Atividades sofreram transformações e poderão se constituir em subsunçores de novos conhecimentos. Em trabalhos futuros, a relação entre argumentação e aprendizagem, poderá ser analisada com um enfoque individual, na forma de estudos de caso.

REFERÊNCIAS

AGUILAR JUNIOR, C. A.; NASSER, L**. Estudo sobre a Visão do Professor em Relação à Argumentação e Prova Matemática na Escola**. Bolema, Rio Claro (SP), v 28, n. 50, p. 1012-1031, dez. 2014.

Ausubel (1978) AUSUBEL, David P. **Aquisição e Retenção de Conhecimentos:** Uma Perspectiva Cognitiva. Tradução: Lígia Teopisto. Lisboa: Plataño, 2003.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. 37f. Secretaria de Ensino Fundamental – SEF/MEC – Brasília, Brasil. 1997.

CARVALHO, S. A.; RIPOLL, C. C**. O pensamento matemático na Escola Básica.** Zeteriké – FE/Unicamp – v. 21, n. 40 – jul/dez. 2013.

MOREIRA, Marco Antonio. **A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula**. Brasília. Editora Universidade de Brasília, 2006.

MOREIRA, Marco Antonio. **O que é afinal aprendizagem significativa**. Instituto de Física – UFRGS. 2010.

NASCIMENTO, S. S.; VIEIRA, R. D**.** Contribuições e limites do padrão de argumento de Toulmin aplicado em situações argumentativas de sala de aula de ciências. **Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências**, v. 8, n. 2, 2008.

NUNES, J. M. V.; ALMOULOUD, S. A. **Argumentação no ensino de matemática: perspectiva metodológica**. REMATEC, Natal (RN), Ano 8, n.13, Mai-Ago, 2013.

NUNES, J. M. V; ALMOULOUD. S.A. O modelo de Toulmin e a análise da prática da argumentação em matemática. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v. 15, n. 2, p. 487-512, 2013.

PASSOS SÁ, L.; KASSEBOEHMER, A. C.; LINHARES QUEIROZ, C. Esquema de argumento de Toulmin como instrumento de ensino: explorando possibilidades. **Revista Ensaio**. Belo Horizonte. v. 16. n. 03. p. 147-170. set-dez. 2014.

TOULMIN, S. E. **Os Usos do Argumento**. Trad. Reinaldo Guarany e Marcelo Brandão Cipolla. 2 Ed. São Paulo: Martins Fontes, 2006.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. d. A. **Fundamentos de metodologia científica**. São Paulo: Atlas, 2003.

APÊNDICE A – Sequência de Atividades

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES

Escola de Ensino Fundamental Humberto de Alencar Castelo Branco

Turma: 8º ano

Conteúdo: Polígonos regulares

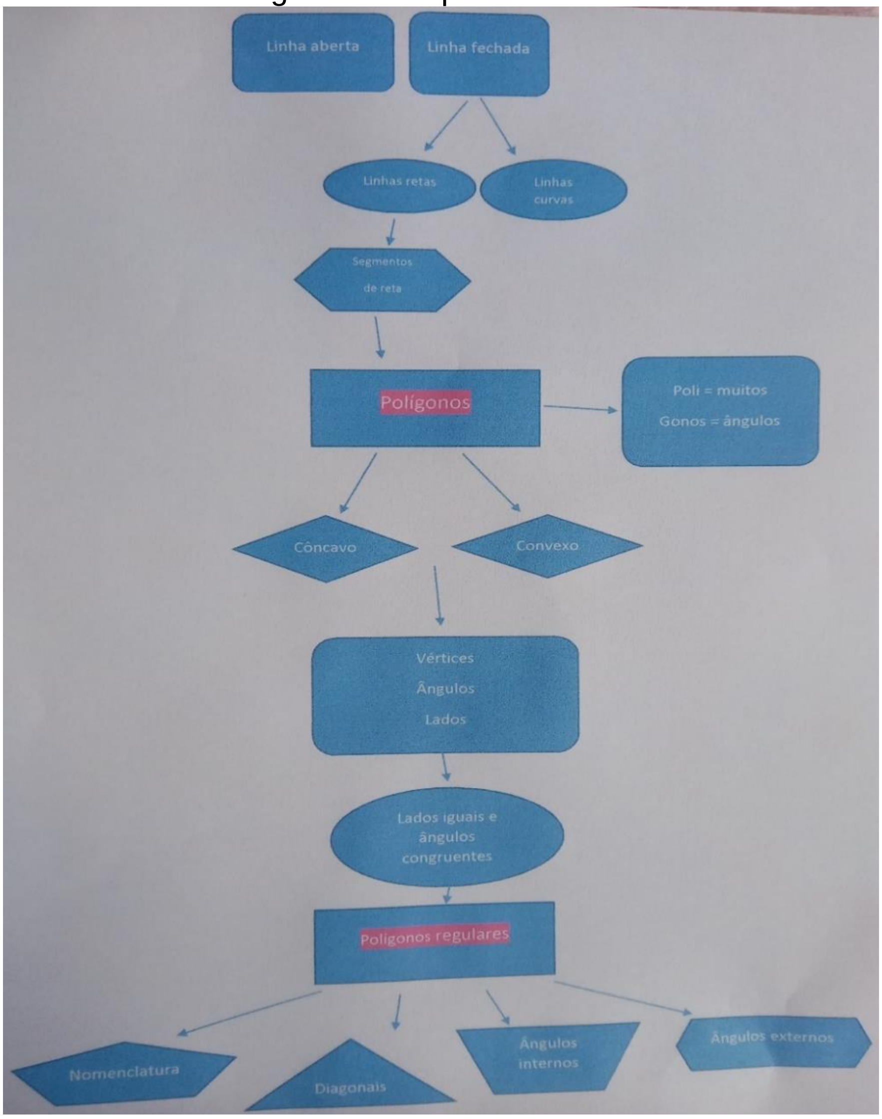
Professora: Franciele Simionato Rigo

Competências Geral:

Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias.

Objeto de Aprendizagem:

Figura 5 – Mapa conceitual.

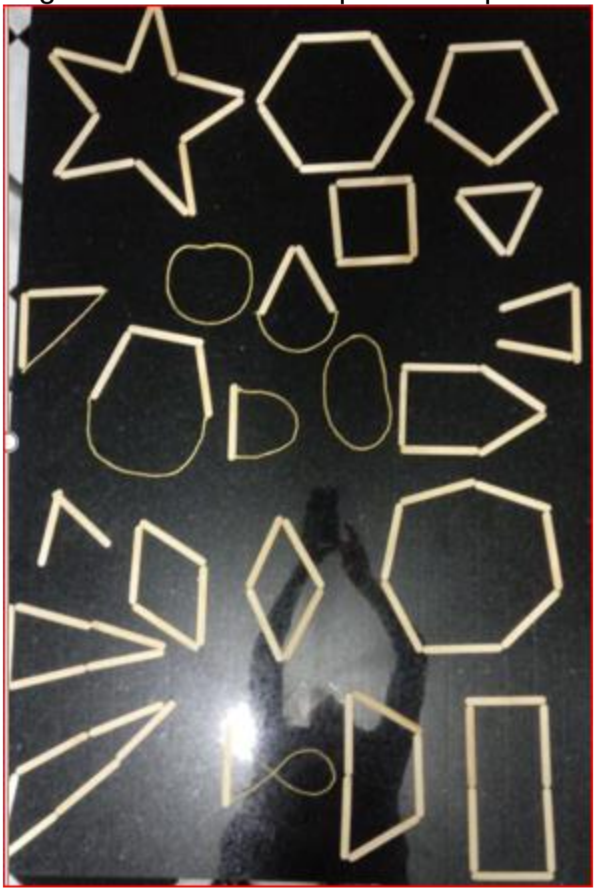


Fonte: A Autora (2021)

Atividade 1: Formar figuras com esses materiais.

Materiais: palito de picolé e pedaços de barbante.

Figura 6 – Figuras formadas com palitos de picolé e barbante.



Fonte: A autora (2021)

Atividade 2:

a) Quais figuras são formadas por linhas retas?
b) E quais são formadas por linhas curvas?
c) E por linhas fechadas?
d) E por linhas abertas?

Atividade 3: Polígonos e seus elementos

a) Ao formar um polígono, qual material precisamos? Possíveis respostas: palito, segmento de reta ou lados.
b) Como você chama quando se encontram dois lados de um polígono? Possíveis respostas: canto, quina, cruzamento, ponto.

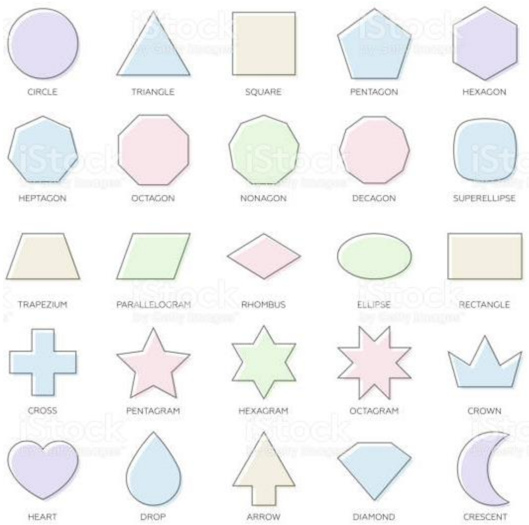
c) Como você chama a abertura entre dois lados de um polígono? Possíveis respostas: giro, canto da trave de futebol.

d) Transformar a linguagem materna em linguagem matemática.

Atividade 4: Polígono e não polígono

a) Separe os polígonos das outras figuras. Justifique sua resposta.

Figura 7 – Polígonos e não polígonos.



Fonte: https://pt.vecteezy.com/arte-vetorial/615883-icone-de-forma-geometrica-de-vetor-heptagon

b) Diferenciar polígonos côncavos e polígonos convexos.

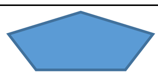
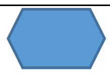
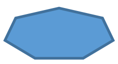
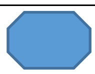
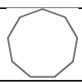
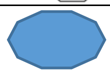
Usando o significado da palavra polígono, identificar polígono e não polígono.

Figura 8 – Definição de Polígono.

Fonte: http://ceidetires1ceb.blogspot.com/2015/05/explorando-as-figuras-geometricas-no.html

Atividade 5:

Quadro 5 - Polígonos regulares (nomenclatura).

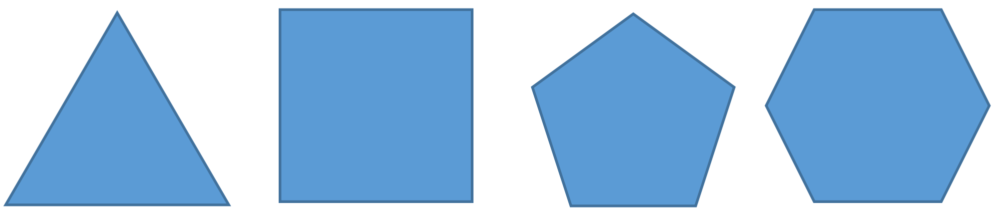
Polígono	Número de lados	Nome
	3	**triângulo (tri = três)**
	4	**quadrilátero (quadri = quatro)**
	5	**pentágono (penta = cinco)**
	6	**hexágono (hexa = seis)**
	7	**heptágono (hepta = sete)**
	8	**octógono (octo = oito)**
	9	**eneágono (enea = nove)**
	10	**decágono (deca = dez)**

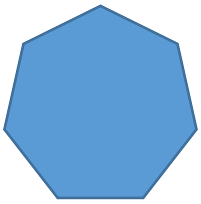
Fonte: A Autora (2021)

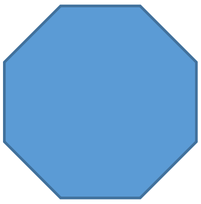
Atividade 6: Diagonais de um polígono

Sequência da atividade:

a) Desenhe as diagonais dos polígonos regulares de 3 lados até o que tem 8 lados.







b) Determine o número de diagonais para cada polígono. (Sugestão: conte o número de diagonais para cada vértice.)
c) Encontre o número de diagonais do eneágono e do decágono.
d) Escreva uma fórmula para calcular o número de diagonais.
e) Existe relação entre o número de lados do polígono e o número de diagonais de um dos vértices. Em caso afirmativo, diga qual é essa relação.

Na discussão, observar se algum aluno conseguiu encontrar outro modo de encontrar o número de diagonais sem fazer o desenho.

f) Relatar escrevendo em forma de texto como encontrar o número de diagonais de um polígono regular.

Atividade 7: (**investigação matemática**)

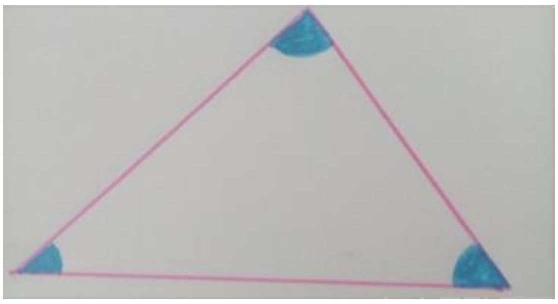
Ângulo interno e externo

A soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é a mesma? (medição)

Atividade 8: Ângulos internos de um polígono regular

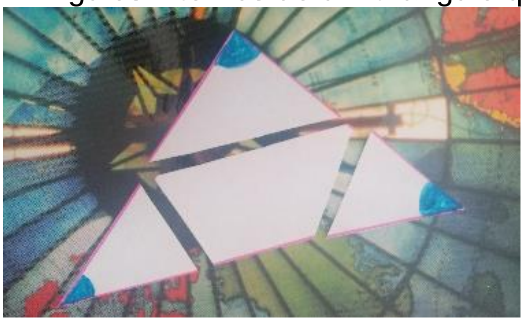
a) Desenhar um triângulo qualquer em uma folha, pintar os ângulos do triângulo, recortar ele da folha, cortar somente os ângulos e juntar os três. Como na figura abaixo.

Figura 9 – Ângulos internos de um triângulo qualquer 1.



Fonte: A autora (2021)

Figura 10 – Ângulos internos de um triângulo qualquer 2.

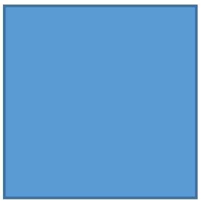


Fonte: A autora (2021)

b) Ao juntar os três ângulos o que você pode identificar? Observe os trabalhos de seus colegas.
c) Qual sua conclusão sobre essa atividade?

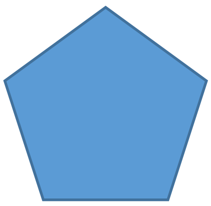
Atividade 9: QUADRILÁTEROS

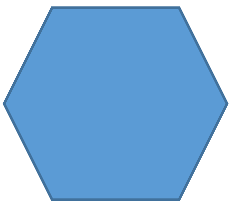
Trace as diagonais de um dos vértices do quadrado e descubra quantos triângulos a figura contém.



Atividade 10 – outros polígonos

a) Observe um pentágono regular e um hexágono regular





b) De um dos vértices trace as diagonais. E conte quantos triângulos estão inseridos em cada figura. Existe uma relação entre o número de lados do polígono e o número de triângulos?

c) Em caso afirmativo, escreva em forma de texto qual é essa relação.

d) Construa uma tabela como no modelo abaixo:

Quadro 6 – Soma das medidas dos ângulos internos.

Nome do polígono	Desenhar o polígono	Número de lados	Número de triângulos formados	Soma das medidas dos ângulos internos
Triângulo				
Quadrilátero				
Pentágono				
Hexágono				
Heptágono				
Octógono				
Eneágono				
Decágono				

Fonte: A Autora (2021)

e) Descreva uma outra maneira de chegar à soma das medidas dos ângulos internos de um polígono regular.

f) Descrever como chegar à medida dos ângulos internos de um polígono regular.

Referências da sequência de Atividades

file:///C:/Users/USUARIO/Downloads/VERS%C3%83O%20WEB%20-%20CURRICULO%20BASE%20DA%20EDUCACAO.pdf

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. A conquista da matemática: 8^{0} ano: ensino fundamental: anos finais/ José Ruy Giovanni Júnior, Benedicto Castrucci. 4 ed. São Paulo. FTD. 2018.

http://basenacionalcomum.mec.gov.br/

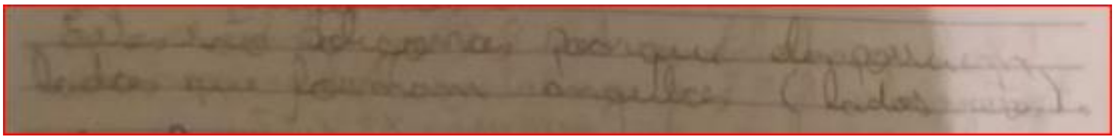
http://ceidetires1ceb.blogspot.com/2015/05/explorando-as-figuras-geometricas-no.html

https://pt.vecteezy.com/arte-vetorial/615883-icone-de-forma-geometrica-de-vetor-heptagon

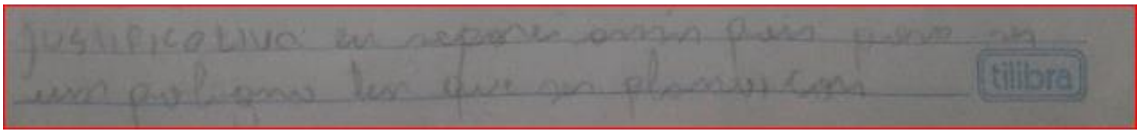
https://www.tudodesenhos.com/d/eneagono

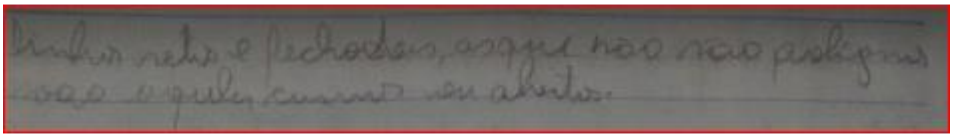
APÊNDICE B – Definição de polígonos dos alunos do oitavo ano

Guilherme

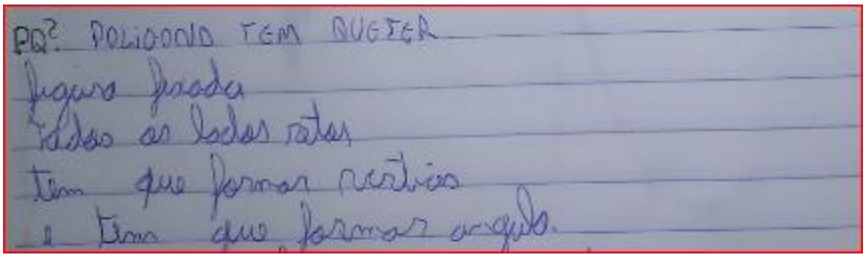

São todos polígonos porque eles possuem lados que formam ângulos (lados retos).

Jean

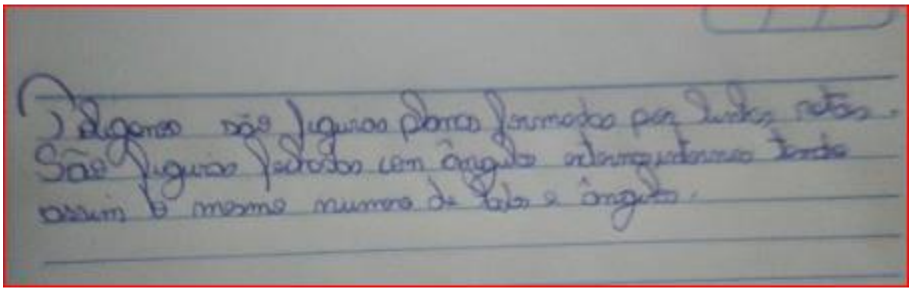

Justificativa: eu respondi assim pois para ser um polígono tem que ser planas com


linhas retas e fechadas, as que não são polígonos são aquelas curvas ou abertas.

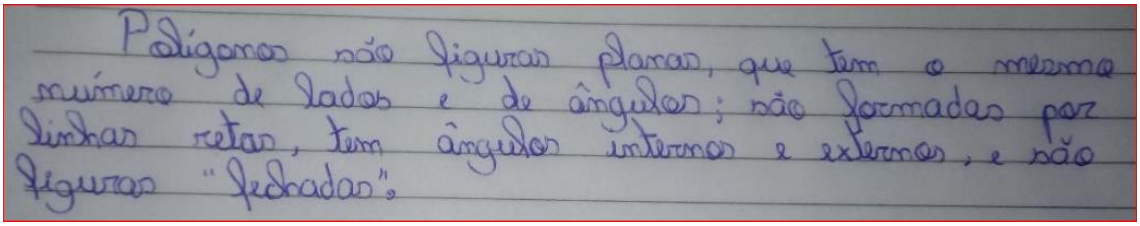
Silonei


PQ? POLIGONO TEM QUE SER
figura fechada
todos os lados retos
tem que formar vértices
e tem que formar angulo.

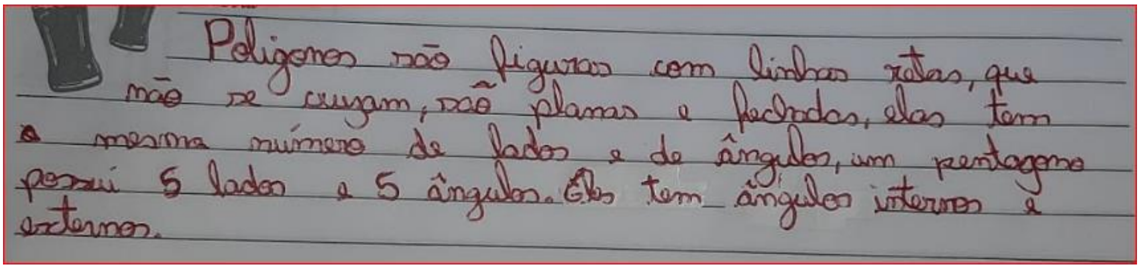
Tamires


Polígonos são figuras planas formadas por linhas retas. São figuras fechadas com ângulos internos e externos tendo assim o mesmo numero de lados e ângulos.

Bruna

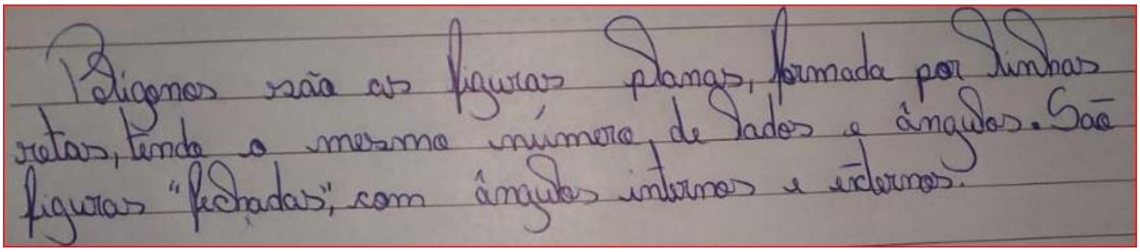

Polígonos são figuras planas, que tem o mesmo número de lados e de ângulos; são formadas por linhas retas, tem ângulos internos e externos, e são figuras "fechadas".

Jamile



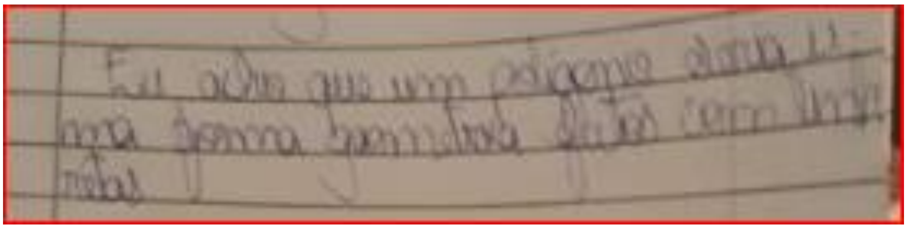
Polígonos são figuras com linhas retas, que não se cruzam, são planas e fechadas, elas tem o mesmo número de lados e de ângulos, um pentagono possui 5 lados e 5 ângulos. Eles tem ângulos internos e externos.

Aline



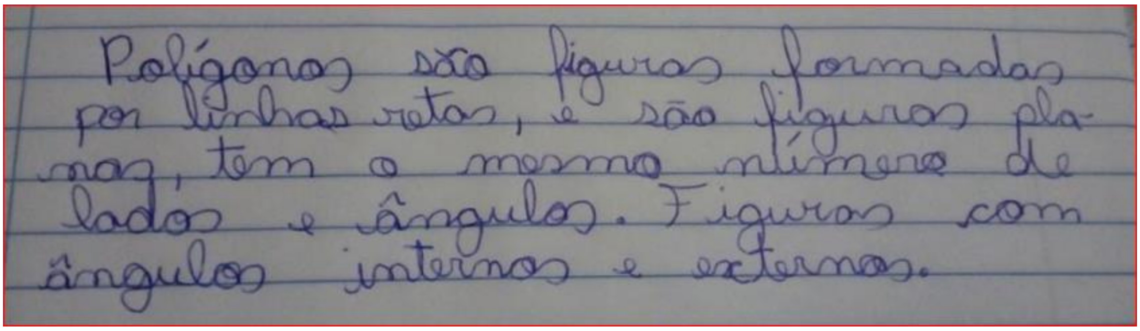
Polígonos são as figuras planas, formada por linhas retas, tendo o mesmo número de lados e ângulos. São figuras "fechadas", com ângulos internos e externos.

João



Eu acho que um polígono [illegible] uma forma formada feitos com linhas retas

Gabrieli



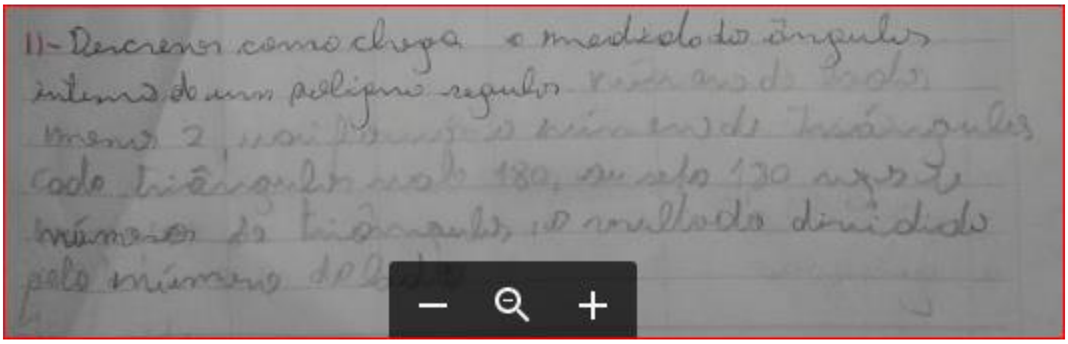
Polígonos são figuras formadas por linhas retas, e são figuras planas, tem o mesmo número de lados e ângulos. Figuras com ângulos internos e externos.

Figuras 11 – Definição de polígonos dos alunos do oitavo ano

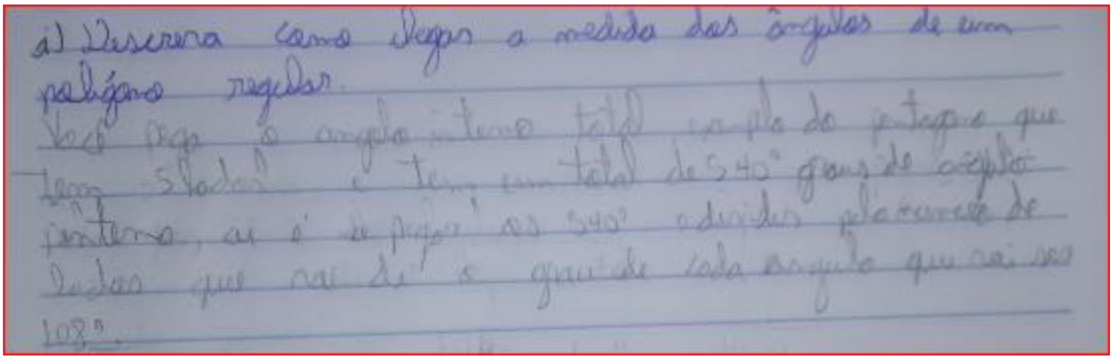
APÊNDICE C – Como encontrar a medida do ângulo interno de um polígono regular

Como encontrar a Medida do ângulo interno de um polígono regular, segundo os alunos do oitavo ano da Escola Humberto:

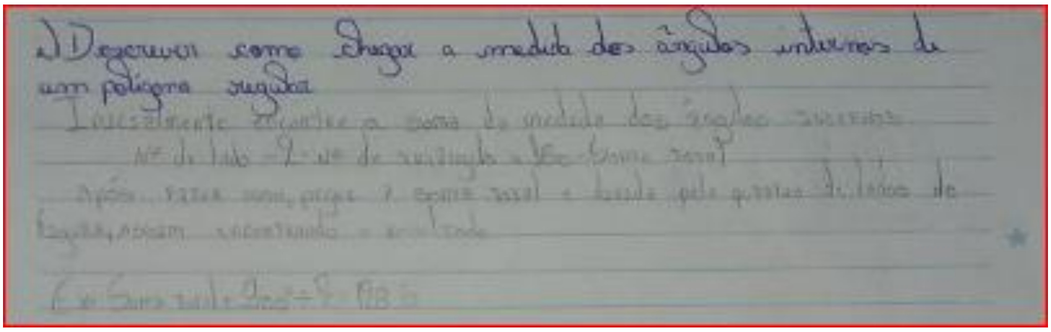
Jean



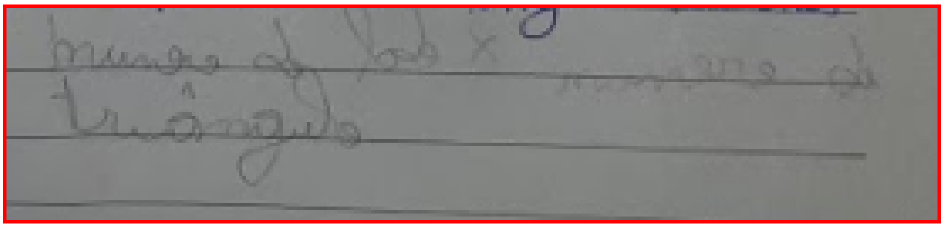
Silonei



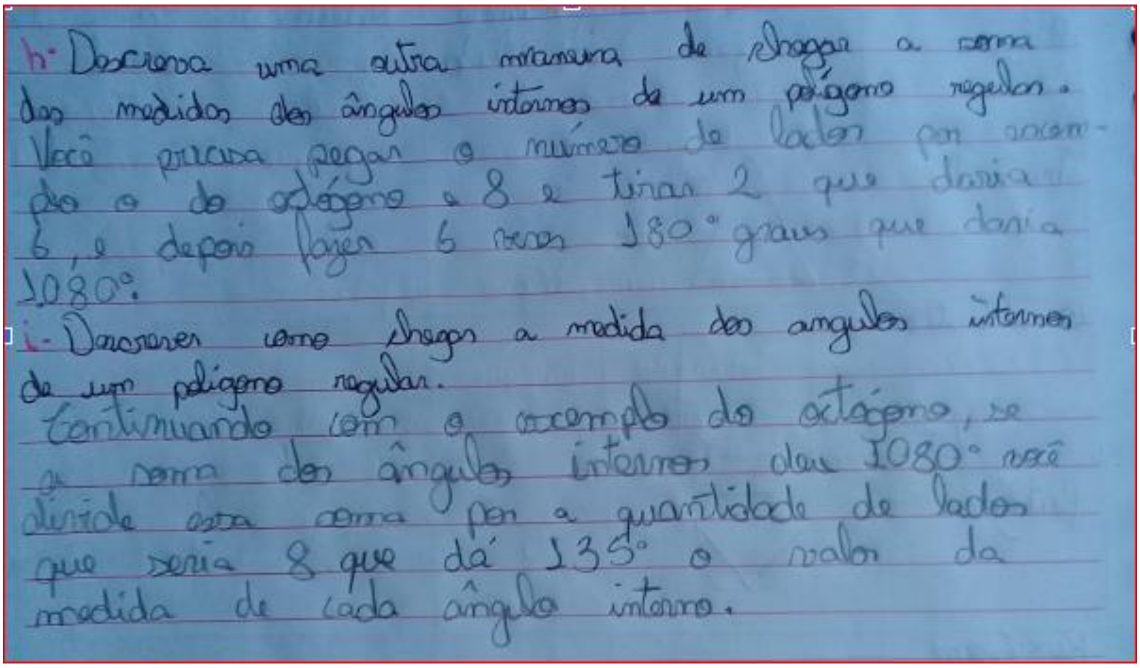
Aline



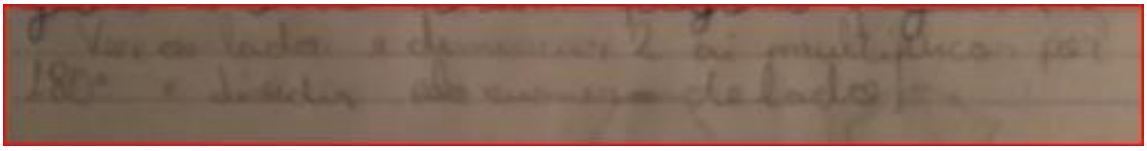
Tamires



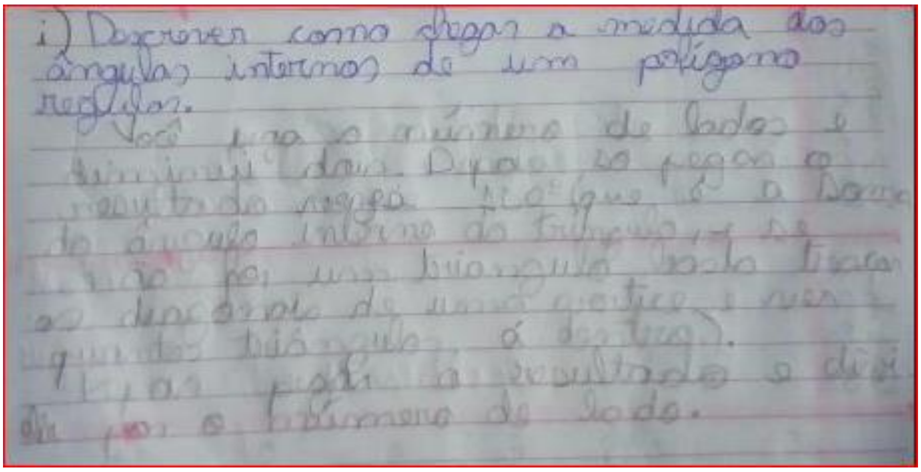
Jamile


h- Descreva uma outra maneira de chegar a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono regular.
Você precisa pegar o número de lados por exemplo o do octógono é 8 e tirar 2 que daria 6, e depois fazer 6 vezes 180° graus que daria 1080°.
i- Descrever como chegar a medida dos angulos internos de um polígono regular.
Continuando com o exemplo do octógono, se a soma dos ângulos internos dar 1080° você divide esta soma por a quantidade de lados que seria 8 que dá 135° o valor da medida de cada ângulo interno.

Guilherme


Vê os lados e diminui 2 aí multiplica por 180° e divide pelo numero de lados

Gabrieli


i) Descrever como chegar a medida dos ângulos internos de um polígono regular.
Você [illegible] o número de lados e diminui dois. Depois se pegar o resultado [illegible] 180° (que é a soma do ângulo interno do triângulo, e se não for um triângulo basta tirar as diagonais de um só vértice e ver quantos triângulos é dentro). [illegible] o resultado e divi dir por o número de lado.

Figuras 12 - Como encontrar a medida do ângulo interno de um polígono regular