



PROFMAT

**UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM REDE NACIONAL
PROFMAT**

ALESSANDRO RIBAS

**REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS NO ESTUDO DE
TRIGONOMETRIA POR MEIO DE METODOLOGIAS ATIVAS NO ENSINO REMOTO**

**CHAPECÓ
2021**

ALESSANDRO RIBAS

**REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS NO ESTUDO DE
TRIGONOMETRIA POR MEIO DE METODOLOGIAS ATIVAS NO ENSINO REMOTO**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, da Universidade Federal da Fronteira Sul – UFFS como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática sob a orientação do Prof. Dr. Vitor José Petry

**CHAPECÓ
2021**

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL

Rodovia SC 484, km 02
CEP: 89801-001
Caixa Postal 181
Bairro Fronteira Sul
Chapecó – SC
Brasil

Bibliotecas da Universidade Federal da Fronteira Sul - UFFS

Ribas, Alessandro
REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS NO ESTUDO DE
TRIGONOMETRIA POR MEIO DE METODOLOGIAS ATIVAS NO ENSINO
REMOTO / Alessandro Ribas. -- 2021.
100 f.

Orientador: Doutor em Matemática Aplicada Vitor José
Petry

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal da
Fronteira Sul, Programa de Pós-Graduação Profissional
em Matemática em Rede Nacional, Chapecó, SC, 2021.

1. Representações semióticas. 2. Ensino remoto. 3.
Trigonometria. 4. GeoGebra. 5. Sala de aula invertida.
I. Petry, Vitor José, orient. II. Universidade Federal
da Fronteira Sul. III. Título.

Elaborada pelo sistema de Geração Automática de Ficha de Identificação da Obra pela UFFS
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).



ALESSANDRO RIBAS

**REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS NO ESTUDO DE
TRIGONOMETRIA POR MEIO DE METODOLOGIAS ATIVAS NO ENSINO REMOTO**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal da Fronteira Sul – UFSS, para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Vítor José Petry

Aprovado em: 08/03/2021

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Vítor José Petry – UFSS



Prof.ª Dr.ª Olga Harumi Saito – UTFPR



Prof.ª Dr.ª Lúcia Mercocini – UFSS

Chapecô/SC, março de 2021

Obs.: De acordo com o Ofício-Circular nº 8/2020 – PROGRAD/UFSS, em função da pandemia da COVID-19, o presidente assina “em todos os espaços de assinaturas, sendo o presidente representante dos demais participantes da banca.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar a Deus por permitir viver todos os momentos da vida, com bênçãos de saúde e amor.

Ao grande amor da minha vida, pelas palavras de incentivo e carinho, pelo enorme apoio para que essa importante etapa da minha vida fosse cumprida.

Aos meus filhos Nícolas e Matheus para os quais a dedicação como exemplo para que sejam muito felizes em suas vidas.

Aos meus pais Paulo e Anna pela dádiva da vida.

A todos os familiares pela compreensão da ausência para realização desse almejado curso e pelo apoio incondicional para que pudesse chegar até o final.

A todos os professores do PROFMAT da Universidade Federal Fronteira Sul (UFFS) campus de Chapecó pois, mais do que ensinamentos, deixaram em nós marcas de amizade e admiração.

Ao professor Vitor José Petry, que com tanta compreensão e sabedoria orientou a realização desta pesquisa e escrita desta dissertação

À Sociedade Brasileira de Matemática e à parceria com a UFFS que na busca da melhoria do Ensino de Matemática na Educação Básica viabilizaram a implementação do PROFMAT.

A Matemática é uma ciência poderosa e bela,
problematiza ao mesmo tempo a harmonia divina do
universo e a grandeza do espírito humano.

Francisco Gomes Teixeira

RESUMO

Neste trabalho é apresentada uma pesquisa desenvolvida a partir da aplicação de uma sequência didática com alunos do segundo ano do Ensino Médio, tendo como objeto de estudos, a trigonometria. As sequências didáticas foram elaboradas e aplicadas com uma adaptação da metodologia de ensino híbrido da sala de aula invertida. Essa adaptação se deu pela necessidade de desenvolver o trabalho de forma remota. Os roteiros de estudos propostos para o desenvolvimento das atividades assíncronas continham videoaulas, Objetos Virtuais de Aprendizagem (OVA) interativos e orientações visando a elaboração de alguns OVA pelos próprios alunos, usando o *software* GeoGebra, dentre outras atividades. Com a pesquisa, buscou-se compreender como a metodologia usada contribui para o desenvolvimento de habilidades para o registro e o trânsito entre diferentes representações semióticas, visando identificar elementos que caracterizassem a ocorrência de aprendizagem de conteúdos relacionados ao objeto de estudos. Assim, fundamentou-se o trabalho na Teoria de Registro das Representações Semióticas do psicólogo e professor Raymond Duval, tendo como documento norteador da condução das atividades, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). A coleta de dados ocorreu, com base nas observações do professor pesquisador através do diário de campo, das atividades realizadas pelos alunos, da aplicação de questionário, e relatos dos alunos durante as aulas síncronas. A análise dos dados se deu de forma textual discursiva a partir das categorias estabelecidas. Com base nesta análise, observou-se o desenvolvimento de habilidades de registros e de trânsito entre diferentes representações de um mesmo objeto, sugerindo a ocorrência de aprendizagem. Foram identificados aspectos que sugerem contribuições dos OVA nesse processo.

Palavras-chave: Representações semióticas; Ensino remoto; Trigonometria; GeoGebra.

ABSTRACT

This work presents a research developed from the application of a didactic sequence with second year High School students, having trigonometry as the object of this study. The didactic sequences were developed and applied with the hybrid teaching methodology of flipped classroom adaptation. This adaptation was due to the need to develop the work remotely. The study scripts, proposed for the development of asynchronous activities, contained video classes, interactive virtual learning objects (OVA) and guidelines aimed at the elaboration of some OVA by the students themselves, and using the GeoGebra *software*, among other activities. With the research, we sought to understand how the applied methodology contributes to the development of skills for the registration and transit between different semiotic representations, aiming to identify elements that characterize the occurrence of the learning of contents related to the object of study. Thus, based on the Theory of Registration of Semiotic Representations of the psychologist and professor Raymond Duval, and having as a guiding document for the conduct of activities, the National Common Curricular Base (BNCC). Data collection took place based on the observations of the researcher professor through the field diary, the activities carried out by the students, the application of a questionnaire, and students' reports during synchronous classes. Data analysis took place in a discursive textual form based on the established categories. Based on this analysis, the development of recording and transit skills between different representations of the same object was observed, suggesting the occurrence of learning. Aspects that suggest OVA contributions in this process were identified.

Keywords: Semiotic representations; Remote teaching; Trigonometry; GeoGebra.

LISTA DE FIGURAS

Figura 01 – Tabela das razões digitadas pelos alunos.....	48
Figura 02 – Tabela de valores construída pelo(a) aluno(a) A27.....	52
Figura 03 – Resolução do(a) aluno(a) A03.....	54
Figura 04 – Resolução do(a) aluno(a) A17.....	55
Figura 05 – Print de Resolução de exercício pelo professor.....	65

LISTA DE QUADROS

Quadro 01 – Triângulos retângulos semelhantes construídos pelos alunos.....	46
Quadro 02 – Representações feitas pelos alunos na resolução do problema 14 proposto.....	49
Quadro 03 – Construções feitas pelos alunos de arcos trigonométricos.....	51
Quadro 04 – Percepções dos alunos sobre os benefícios do uso do GeoGebra nas aulas de trigonometria	56
Quadro 05 – Resoluções dos alunos que tiveram dificuldades	60

LISTA DE TABELAS

Tabela 01 – Relação entre graus e radianos.....	41
Tabela 02 – Comprometimento com a devolução das atividades.....	61

LISTA DE SIGLAS

ATD – Análise Textual Discursiva

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

ENEM – Exame Nacional do Ensino Médio

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

OCDE – Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico

OVA – Objetos Virtuais de Aprendizagem

OVE – Objetos Virtuais de Ensino

Pisa – Programa Internacional de Avaliação de Estudantes

PNE – Plano Nacional de Educação

PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

TDIC – Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação

TRRS – Teoria dos Registros de Representação Semiótica

UFFS – Universidade Federal da Fronteira Sul

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	14
2	MARCO TEÓRICO	18
2.1	DOCUMENTOS NORTEADORES DO ENSINO MÉDIO NO BRASIL	18
2.2	A TEORIA DE REGISTRO DAS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS	21
2.3	O ENSINO HÍBRIDO	25
2.3.1	A Sala de Aula Invertida	27
2.4	TECNOLOGIAS DIGITAIS DE INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO (TDIC)	29
2.4.1	Ferramentas do Google	31
2.5	OBJETOS VIRTUAIS DE APRENDIZAGEM (OVA)	32
3	METODOLOGIA	34
4	DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS E APLICADAS	38
4.1	SEMANA 01.....	39
4.2	SEMANA 02.....	39
4.3	SEMANA 03.....	40
4.4	SEMANA 04.....	40
4.5	SEMANA 05.....	41
4.6	SEMANA 06.....	42
4.7	SEMANA 07.....	42
4.8	SEMANA 08.....	43
4.9	SEMANA 09.....	43
4.10	SEMANA 10.....	44
5	ANÁLISE DE DADOS	45
5.1	REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS	45
5.2	INTERAÇÃO DOS ALUNOS COM OS OBJETOS VIRTUAIS DE APRENDIZAGEM	55
5.3	COMPROMETIMENTO NA REALIZAÇÃO DAS ATIVIDADES E DESENVOLVIMENTO DA AUTONOMIA.....	61
5.4	PERCEPÇÕES DOS ALUNOS COM RELAÇÃO AOS RECURSOS DIDÁTICOS UTILIZADOS E EM RELAÇÃO À ADAPTAÇÃO DA METODOLOGIA DA SALA DE AULA INVERTIDA.	63
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	68
	REFERÊNCIAS.....	71

APÊNDICE A – Formulário de solicitação de autorização dos pais para usos de imagens das atividades realizadas	75
APÊNDICE B – Orientações das Atividades Semanais.....	76
APÊNDICE C – Orientação para construção de triângulos semelhantes	86
APÊNDICE D – Orientações da atividade de construção de arcos.....	87
APÊNDICE E – Atividade Função Cosseno	90
APÊNDICE F – Entrevista Final.....	99

1 INTRODUÇÃO

Ser professor de Matemática na Educação Básica, principalmente na sua fase final é ao mesmo tempo um grande privilégio e um enorme desafio. Conforme a nova Base Nacional Comum Curricular (BNCC), “o Ensino Médio deve atender as necessidades de formação geral indispensáveis ao exercício da cidadania e construir aprendizagens sintonizadas com as necessidades, as possibilidades e os interesses dos estudantes e, também, com os desafios da sociedade contemporânea.” (BRASIL, 2018, p. 464-465)

Os processos de ensino-aprendizagem devem estar em constante e contínua transformação; pois com o rápido avanço tecnológico exige-se que a formação do aluno seja adequada e condizente com o mundo que ele vive. Neste sentido, Gabriel (2013) aborda a necessidade de os professores conhecerem as características dessas gerações digitais e contarem com suporte e apoio dos atores envolvidos no processo de ensino-aprendizagem para poderem desenvolver metodologias que sejam adequadas aos seus comportamentos, interesses, equipamentos que utilizam, modo como aprendem e a maneira como se relacionam com o mundo.

Neste contexto o Ensino de Matemática tem algumas desvantagens, pois muitas vezes é apenas um instrumento que é necessário para compreender fenômenos das mais diversas áreas do conhecimento e sua aplicação nem sempre é tão imediata. Assim é necessário que o professor tenha a sua disposição várias metodologias que se complementem para que o conteúdo seja trabalhado e compreendido pelos alunos, como pode se perceber na BNCC no Ensino Médio, de acordo com a qual, o foco é a construção de uma visão integrada da Matemática aplicada à realidade, em diferentes contextos. Consequentemente, quando a realidade é a referência, é preciso levar em conta as vivências cotidianas dos estudantes do Ensino Médio – impactados de diferentes maneiras pelos avanços tecnológicos, pelas exigências do mercado de trabalho, pelos projetos de bem viver dos seus povos, pela potencialidade das mídias sociais, entre outros.

O educando do Ensino Médio brasileiro passa por uma série de angústias, precisa enfrentar o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e/ou vestibular para ter acesso as faculdades e universidades, precisa decidir qual carreira seguir no Ensino Superior após os três anos. Sente necessidade de estar ativo nas redes sociais, o que lhe toma um grande tempo, é onde muitas vezes começam os relacionamentos e diante de tantas preocupações ainda precisa manter seu foco em estudar Matemática.

Buscar um bom caminho para o Ensino de Matemática é sempre o que buscou o autor desta pesquisa que é professor de Matemática no Ensino Médio a cerca de 25 anos e foi com este objetivo que voltou aos bancos escolares no curso de mestrado PROFMAT realizado na UFFS no período de

2018 a 2021. Cativar o aluno a aprender Matemática é um desafio diário e o aprendizado do curso e da pesquisa realizada para desenvolvimento da dissertação vem ao encontro dessa busca incessante.

Considerando este cenário da Educação Matemática brasileira, esta pesquisa foi desenvolvida no segundo ano do Ensino Médio, tendo como objetos de estudo os conteúdos relacionados a trigonometria. Iniciou-se retomando conceitos prévios do Ensino Fundamental sobre a trigonometria em triângulos, principalmente do triângulo retângulo, para na sequência abordar o estudo da circunferência trigonométrica, por fim abordar as funções trigonométricas.

Como o conteúdo é denso, são 2 a 3 meses de ensino, onde é necessário que o professor utilize de várias ferramentas, estratégias de ensino para que os alunos continuem tendo foco na aprendizagem e consigam compreender e relacionar os conteúdos para que haja aprendizagem. Optou-se por usar a metodologia de ensino híbrido da sala de aula invertida apresentada por Bergmann e Sams (2019). Em função da suspensão das atividades presenciais nas escolas devido a pandemia de Covid-19, foi necessária uma adaptação dessa metodologia, de forma que as atividades previstas para serem desenvolvidas de forma presencial, passaram a ocorrer nos encontros remotos síncronos, enquanto as atividades a distância, permaneceram dessa forma, nas chamadas atividades assíncronas.

Visando um ferramental teórico para identificar a ocorrência de aprendizagem, foi usada a teoria de registros das representações semióticas. Segundo o criador da teoria o professor Raymond Duval (2009): “Tais registros constituem os graus de liberdade de que um sujeito pode dispor para objetivar a si próprio uma ideia ainda que confusa, um sentimento latente, para explorar informações ou simplesmente para poder comunicá-la ao seu interlocutor.” (p. 37).

Sobre o Ensino de Matemática Duval enfatiza a importância das representações conforme destacado a seguir:

O objetivo prioritário do Ensino de Matemática deve ser o de fazer com que os alunos entrem na maneira de pensar e trabalhar que é específica da Matemática. É a condição cognitiva para compreender Matemática e saber como utilizar, em situações da realidade, os conhecimentos apreendidos. Para atender este objetivo, atividades específicas devem ser elaboradas em função das variáveis cognitivas que correspondem a maneira de ver, designar, definir, raciocinar que cada registro permite pôr em prática. O reconhecimento espontâneo de um mesmo objeto em representações distintas é o primeiro umbral a ser superado para que o aluno não se sinta perdido em uma atividade de sala de aula. (DUVAL, 2018, p. 25)

O autor desta pesquisa é professor de Matemática das três turmas de segundo ano do Ensino Médio em uma escola privada no município de Passo Fundo no estado do Rio Grande do Sul onde o trabalho foi aplicado. Com a pesquisa desenvolvida buscou-se responder ao seguinte problema de investigação: como as metodologias de ensino híbrido contribuem para o desenvolvimento das diversas formas de representações semióticas visando proporcionar aprendizagem no Ensino de

Matemática, mais especificamente no conteúdo de trigonometria. Para tanto buscou-se entender como e quais representações semióticas os alunos conseguem expressar, compreender como ocorreu a conversão entre as diferentes formas de representação de um mesmo objeto de estudo matemático, analisar como os alunos interagem com os objetos de aprendizagem; averiguar se o uso das tecnologias de informação e comunicação instigam o interesse do aluno; verificar como que atividades práticas em grupo ou individuais ajudam a melhor compreensão dos conteúdos, perceber quais estratégias pedagógicas melhor ajudam o estudante na compreensão dos conteúdos desenvolvidos.

O principal objetivo desta pesquisa é verificar como os alunos fizeram as representações semióticas dos objetos de estudo desenvolvidos e se ocorreu a conversão entre diferentes formas de representação no ensino de trigonometria. Como facilitador dos processos de representação foram usados alguns Objetos Virtuais de Aprendizagem (OVA), disponíveis em *websites*, além da criação e desenvolvimento de outros objetos de aprendizagem pelos alunos.

Aliado ao objetivo principal buscou-se verificar também como ocorreu a interação e a aceitação dos alunos ao utilizar e manusear *softwares* tecnológicos, destacando neste aspecto que o principal recurso tecnológico utilizado foi o *software* GeoGebra, seja ele instalado no computador ou como um aplicativo de celular.

Buscou-se também identificar quais aspectos são dificultadores, para os alunos, na resolução de problemas matemáticos envolvendo o conteúdo de trigonometria, além da tentativa de constatar o nível de comprometimento destes com a resolução das atividades.

Por fim, considerou-se importante também, saber como os educandos perceberam o uso dos objetos virtuais de aprendizagem no processo de ensino, bem como identificar se os *softwares* foram facilitados do processo de aprendizagem.

Para a coleta de dados foram utilizados diferentes instrumentos, com destaque para os diários de bordo com os registros das aulas realizadas através de anotações realizadas pelo autor da pesquisa no tocante aos fatos relevantes ocorridos durante a aplicação da pesquisa. Devido ao cenário de pandemia as aulas síncronas foram todas gravadas e ficaram disponíveis no repositório da escola, o que permitiu a consulta a este material para averiguar situações que eventualmente não tenham sido consideradas no diário. Também foram coletadas as atividades desenvolvidas e propostas pelo autor e suas devolutivas feitas pelos alunos. Ao final da aplicação, foi realizado um questionário com questões abertas e questões fechadas aos participantes, com a finalidade de coletar suas percepções acerca das questões elencadas. A análise dos dados se deu na forma textual discursiva a partir de categorias definidas a priori, buscando responder ao problema e objetivos da pesquisa.

A estruturação desta dissertação foi disposta em capítulos que foram inter-relacionados com esta parte introdutória. No segundo capítulo faz-se referência ao documento norteador oficial das aulas no Ensino Médio, a nova BNCC e apresentam-se os referenciais teóricos utilizados para o desenvolvimento da pesquisa, com destaque à teoria de registro das representações semióticas do psicólogo e professor Raymond Duval, a metodologia ativa de ensino híbrido, das quais a mais utilizada na pesquisa foi a adaptação da metodologia da sala de aula invertida e as tecnologias digitais de informação e comunicação que foram usadas para a visualização e criação de alguns objetos virtuais de aprendizagem.

O terceiro capítulo foi destinado à caracterização da pesquisa desenvolvida, onde foi evidenciando tratar-se de uma pesquisa qualitativa e pesquisa-ação e o que este tipo de pesquisa busca apresentar. Nesse capítulo também foi definida que a análise textual discursiva como forma de análise dos resultados, apresentando-se as categorias estabelecidas a priori para esta análise.

Optou-se por abrir um capítulo quatro para descrever a organização das atividades que foram elaboradas e como sua aplicação foi desenvolvida ao longo de dez semanas. Cabe ressaltar que, tendo em vista o cenário de pandemia, e que as aulas passaram a ser na modalidade de ensino remoto, adaptações tiveram que ser realizadas para o melhor andamento das aulas e da pesquisa.

A análise dos resultados da pesquisa foi desenvolvida no capítulo cinco através da análise textual discursiva, buscando responder ao problema proposto pela pesquisa bem como atender aos objetivos definidos para o desenvolvimento dela, e usando para isso as categorias de análise definidas a priori. Por fim, são apresentadas as considerações finais do trabalho.

2 MARCO TEÓRICO

No presente trabalho considera-se que a estrutura Matemática para o Ensino Médio tem como principal base legal a BNCC lançada em 2018; tendo a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) apresentada pelo filósofo, psicólogo e professor Raymond Duval como teoria educacional que fundamenta teoricamente a pesquisa desenvolvida.

No desenvolvimento da pesquisa foram usadas Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC), como um apoio tecnológico para o desenvolvimento de metodologias ativas de aprendizagem usando uma adaptação ao modelo de sala de aula invertida em função da problemática mundial ocorrida em 2020 devido a pandemia obrigando as aulas serem remotas a partir de meados do mês de março.

2.1 DOCUMENTOS NORTEADORES DO ENSINO MÉDIO NO BRASIL

No ano de 2018 o Ministério da Educação do Brasil aprovou a nova BNCC que é um “documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de **aprendizagens essenciais** que todos os alunos devem desenvolver ...” (BRASIL, 2018, p.7).

Uma das preocupações no processo de ensino-aprendizagem é o compromisso com a educação integral. Neste sentido no documento afirma-se que:

A sociedade contemporânea impõe um olhar inovador e inclusivo a questões centrais do processo educativo: o que aprender, para que aprender, como ensinar, como promover redes de aprendizagem colaborativa e como avaliar o aprendizado.

No novo cenário mundial, reconhecer-se em seu contexto histórico e cultural, comunicar-se, ser criativo, analítico-crítico, participativo, aberto ao novo, colaborativo, resiliente, produtivo e responsável requer muito mais do que o acúmulo de informações. Requer o desenvolvimento de competências para aprender a aprender, sabe lidar com a informação cada vez mais disponível, atuar com discernimento e responsabilidade nos contextos das culturas digitais, aplicar conhecimentos para resolver problemas, ter autonomia para tomar decisões, ser proativo para identificar os dados de uma situação e buscar soluções, conviver e aprender com as diferenças e as diversidades. (BRASIL, 2018, p. 14)

Tendo em vista o mundo tecnológico em que os estudantes estão inseridos em 2020 a BNCC (2018), dá uma real importância a inserção das TDIC, buscando aproveitar que o estudante brasileiro tem cada vez mais a possibilidade de usar diversos equipamentos eletrônicos que permitem interagir com as mais diversas plataformas digitais através do amplo acesso à internet. Se por um lado os jovens buscam ser protagonistas da cultura digital, por outro lado essa mesma cultura induz ao

imediatismo que por vezes permite análises menos rigorosas, reduzindo o poder de argumentação dos alunos. Nesse sentido a nova BNCC destaca que:

Todo esse quadro impõe à escola desafios ao cumprimento do seu papel em relação à formação das novas gerações. É importante que a instituição escolar preserve seu compromisso de estimular a reflexão e a análise aprofundada e contribua para o desenvolvimento, no estudante, de uma atitude crítica em relação ao conteúdo e à multiplicidade de ofertas midiáticas e digitais. Contudo, também é imprescindível que a escola compreenda e incorpore mais as novas linguagens e seus modos de funcionamento, desvendando possibilidades de comunicação (e de manipulação), e que eduque para usos mais democráticos das tecnologias e para uma participação mais consciente na cultura digital. Ao aproveitar o potencial de comunicação do universo digital, a escola pode instituir novos modos de promover a aprendizagem, a interação e o compartilhamento de significados entre professores e estudantes. (BRASIL, 2018, p. 61)

Tendo em vista que a pesquisa foi desenvolvida com estudantes de Ensino Médio no campo da Matemática o documento afirma que “[...] no Ensino Médio o foco é a construção de uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade, em diferentes contextos[...]” (BRASIL, 2018, p. 528) e salienta que quanto as responsabilidades devem: “promover ações que ampliem o letramento matemático iniciado na etapa anterior [...] estimular processos mais elaborados de reflexão e abstração que deem sustentação a modos de pensar que permitam aos estudantes formular e resolver problemas em diversos contextos com mais autonomia e recursos matemáticos.” (BRASIL, 2018, p. 528 – 529).

Quanto ao letramento matemático a Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) no relatório de participação do Brasil no Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa) define que:

Letramento matemático é a capacidade de formular, empregar e interpretar a Matemática em uma série de contextos, o que inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticos para descrever, explicar e prever fenômenos. Isso ajuda os indivíduos a reconhecer o papel que a Matemática desempenha no mundo e faz com que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias. (BRASIL, 2020-a, p. 100)

O relatório desenvolvido pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) destaca que “[...] o Plano Nacional de Educação (PNE) estabelece uma meta de melhoria do desempenho dos alunos no Pisa, tomando como instrumento externo de referência internacionalmente reconhecido (Lei 13005) [...]” (BRASIL, 2020-a, p. 18); quanto à participação dos alunos observa-se que “em 2018, 79 países participaram do Pisa, sendo 37 deles membros da OCDE e 42 países/economias parceiras, [...] os 10691 alunos brasileiros representaram cerca de 3 milhões de jovens de 15 anos inscritos nas escolas do País.” (BRASIL, 2020-a, p. 18 e 19).

O desempenho dos estudantes brasileiros no Pisa de 2018, foi muito baixo como destaca notícia do INEP que analisa os resultados apontados pelo relatório da OCDE: “Quando comparado com os países da América do Sul analisados pelo Pisa, o Brasil é pior país em Matemática, empatado estatisticamente com a Argentina, com 384 e 379 pontos, respectivamente.... Matemática: OCDE 489, Brasil 384; faixa do Brasil no ranking: 69º e 72º” (BRASIL, 2020-b). Na mesma reportagem faz-se um alerta muito preocupante:

Matemática – 68,1% dos estudantes brasileiros estão no pior nível de proficiência em matemática e não possuem nível básico, considerado como o mínimo para o exercício pleno da cidadania. Mais de 40% dos jovens que se encontram no nível básico de conhecimento são incapazes de resolver questões simples e rotineiras. Apenas 0,1% dos 10.961 alunos participantes do Pisa apresentou nível máximo de proficiência na área. (BRASIL, 2020-b).

De forma a melhorar o desempenho dos alunos brasileiro a BNCC define que: “[...] para o Ensino Médio na área de Matemática e suas Tecnologias deve ser garantido o desenvolvimento de competências¹ específicas.”, tais como:

COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DE MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS PARA O ENSINO MÉDIO

1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.
2. Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.
3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.
5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas. (BRASIL, 2018, p. 531)

1. competência é definida como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho. (BRASIL, 2018, p. 8).

2.2 A TEORIA DE REGISTRO DAS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

Tendo em vista o objeto de estudo da pesquisa em voga ser no conteúdo de trigonometria e suas diferentes formas de representação, adotou-se como principal fundamentação teórica as ideias referenciadas pelo psicólogo, filósofo e Professor Emérito da Université du Littoral Côte d'Opale/França Dr. Raymond Duval. Em uma de suas obras afirma que “as dificuldades de compreensão na aprendizagem da Matemática não estão relacionadas aos conceitos, mas a variedade de representações semióticas utilizadas e o uso “confuso” que fazem delas. [...]” (DUVAL, 2013, p. 15).

A respeito das funções cognitivas Duval afirma

O funcionamento cognitivo do pensamento humano se revela inseparável da existência de uma diversidade de registros semióticos de representação. Se é chamada “semiose” (signo, marca distintiva) a apreensão ou a produção de uma representação semiótica, e “noesis” (Platão emprega este termo para evocar as coisas que são próprias em despertar o ato de conceber pelo pensamento) a apreensão conceitual de um objeto, é preciso afirmar que a noesis é inseparável da semiose. (DUVAL, 2012, p. 270)

Sendo mais pontual em relação ao que se refere ser importante para transpor os empecilhos para a produção de significados ao estudar Matemática, Duval esclarece que:

O paradoxo cognitivo do pensamento matemático, e as dificuldades que resultam para sua aprendizagem se dão pelo fato de que não há noesis sem semiose enquanto houver vontade de ensinar Matemática, como se a semiose fosse uma operação desprezível em relação a noesis. No entanto, é essencial, na atividade Matemática, poder mobilizar muitos registros de representação semiótica (figuras, gráficos, escrituras simbólicas, língua natural etc.) no decorrer de um mesmo passo, poder escolher um registro no lugar de outro. E, independentemente de toda comodidade de tratamento, o recurso a muitos registros parece mesmo uma condição necessária para que os objetos matemáticos não sejam confundidos com suas representações e que possam também ser reconhecidos em cada uma de suas representações. (DUVAL, 2012, p. 270)

De acordo com a TRRS, Duval estabelece que para um sistema semiótico possa ser um registro de representação, deve permitir as três atividades cognitivas fundamentais ligadas a semiose que são: a formação de representações num registro semiótico particular identificável, o tratamento das representações e pôr fim a conversão de representações e mudança de registro.

Para Duval as representações semióticas são conscientes e externas. Consciente por apresentar caráter intencional, isto é, permite ao indivíduo dar significação (possibilidade de tomar consciência) na determinação dos objetos. Externa por ser produzida por um sujeito ou sistema e preencher as funções de comunicação, objetivação e tratamento. Há uma grande variedade de exemplos de formas

de representações semióticas: figuras, esquemas, gráficos, expressões simbólicas, expressões linguísticas, entre outras.

Destaca-se a ideia de que

A formação de uma representação semiótica é o recurso a um (ou a muitos) signo(s) para atualizar a atenção voltada para um objeto ou para se substituir essa atenção. Salvo os casos de idiosincrasia, os signos utilizados representam pertencem a um sistema semiótico já constituído e já utilizado por outros: a língua materna, um código icônico de representação gráfica ou artística, uma língua formal etc. Os atos mais elementares de formação são, conforme os registros, a designação nominal de objetos, a reprodução do seu contorno produzido, a codificação de relações ou de certas propriedades de movimento. [...]” (DUVAL, 2009, p. 54 – 55)

Para a formação de representações semióticas deve seguir as regras de determinação de unidades elementares, suas possíveis combinações das unidades elementares para formar unidades de nível superior, e as condições para que uma representação de ordem superior seja uma produção pertinente e completa.

A segunda atividade cognitiva, segundo Duval, a ser desenvolvida para que ocorra o registro é o tratamento que “é uma transformação de representação interna em registro.” (DUVAL, 2009, p. 57). A partir de uma representação inicial efetiva-se uma transformação, para obter uma representação terminal. A paráfrase, a anamorfose são alguns exemplos de tratamento. Quanto às atividades matemáticas determina-se que:

O cálculo é um tratamento interno ao registro de uma escritura simbólica de algarismos e de letras: ele substitui novas expressões em expressões dadas no mesmo registro de escritura de números. Contudo, o termo “cálculo em Matemática é colocado numa aceitação mais ampla: é chamado de cálculo todo processo de transformação de escritura de números combinando atividade de tratamento e de conversão. (DUVAL, 2009, p. 57)

A terceira e última atividade cognitiva ligada a semiose, segundo Duval é a conversão e “converter é transformar a representação de um objeto de uma situação ou de uma informação dada num registro em uma representação desse mesmo objeto, dessa mesma situação num novo registro.” (DUVAL, 2009, p. 58). As representações de números na forma decimal, fracionária e em notação científica são três formas distintas de registro de um mesmo objeto e a transformações entre estas diferentes formas de representação é um exemplo da atividade de conversão. Para Menoncini e Moretti (2018) “a conversão transforma uma representação produzida num registro em representação em outro registro. Esta transformação modifica a forma do objeto matemático [...]” (p. 19).

Quanto a apreensão de uma representação através de gráficos Duval (2011) propõe que “[...] a significação dos gráficos cartesianos e por consequência sua leitura, depende da percepção dessa

articulação. Quando o gráfico representa grandezas heterogêneas, a abordagem de interpretação global se desdobra em uma interpretação das grandezas presentes.” (p. 111)

A competência 4 da BNCC reproduz de maneira semelhante a TRRS de Duval:

As habilidades vinculadas a essa competência específica tratam da utilização das diferentes representações de um mesmo objeto matemático na resolução de problemas em vários contextos, como os socioambientais e da vida cotidiana, tendo em vista que elas têm um papel decisivo na aprendizagem dos estudantes. Ao conseguirem utilizar as representações Matemáticas, compreender as ideias que elas expressam e, quando possível, fazer a conversão entre elas, os estudantes passam a dominar um conjunto de ferramentas que potencializa de forma significativa sua capacidade de resolver problemas, comunicar e argumentar; enfim, ampliam sua capacidade de pensar matematicamente. Além disso, a análise das representações utilizadas pelos estudantes para resolver um problema permite compreender os modos como o interpretaram e como raciocinaram para resolvê-lo. Portanto, para as aprendizagens dos conceitos e procedimentos matemáticos, é fundamental que os estudantes sejam estimulados a explorar mais de um registro de representação sempre que possível. Eles precisam escolher as representações mais convenientes a cada situação, convertendo-as sempre que necessário. A conversão de um registro para outro nem sempre é simples, apesar de, muitas vezes, ser necessária para uma adequada compreensão do objeto matemático em questão, pois uma representação pode facilitar a compreensão de um aspecto que outra não favorece. (BRASIL, 2018, p. 538)

Para Duval (2016), “do ponto de vista matemático, um só registro é objetivamente necessário; as operações semióticas de substituição do registro permitirão justificar um procedimento que conduz a um resultado novo ou demonstrar uma conjectura” continua afirmando que “esse registro é um dos diferentes registros de cálculo: numérico: numérico, literal, algébrico, vetorial, diferencial, integral, etc.” (p. 17). Afirma ainda que “...a possibilidade de mobilizar um segundo registro é necessária para que um problema possa ser resolvido, quer dizer, em qual registro a solução Matemática pode ser obtida, ou para demonstrar uma conjectura,” (DUVAL, 2016 p. 17). Sobre as formas de registro ele vai além, sugerindo que “enquanto um permite efetuar a atividade Matemática de resolução de um problema, ou demonstrar uma conjectura, os outros preenchem uma função heurística, ou permitem que se controlem intuitivamente a pertinência de resultados obtidos.” (DUVAL, 2016, p. 18). Sobre os registros Duval (2016) ainda conclui que “somente fazendo corresponder as unidades de sentido, que são próprias aos diferentes níveis de organização dos conteúdos respectivos de duas representações semióticas, é que se torna possível reconhecer se elas representam o mesmo objeto.” (p.22).

Um dos mais importantes fatores de assimilação dos conteúdos estudados em Matemática reside nas dificuldades encontrada na conversão das representações semióticas. Neste sentido, Duval afirma ser “necessário poder reconhecer o mesmo objeto nas duas representações” e que se “apenas uma das duas representações é dada, *é preciso poder pensar, espontaneamente, a substituição na outra representação por essa que é dada.*” Este exercício intelectual é fundamental para a resolução

de problemas, pois “para começar a procurar a solução é preciso de imediato converter as representações iniciais dos dados do problema apresentados em um registro, em representações de um outro registro e, com isso, poder trabalhar e avançar à solução do problema” (DUVAL, 2018, p. 9).

O autor continua afirmando que o maior obstáculo nesta conversão (ou trânsito) entre diferentes formas de representação é pelo fato de não se ver elementos comuns entre duas diferentes formas de representação, ou seja, para identificar que “duas representações se referem ao mesmo objeto e podem ser substituídas uma pela outra, segundo o princípio da equivalência semântica, [...] não existe outra possibilidade de reconhecer que não seja por meio de uma correspondência, termo a termo, entre os conteúdos de dois registros diferentes ” (DUVAL, 2018, p. 9). Dessa forma, o autor argumenta que o maior obstáculo para a aprendizagem da Matemática é a dificuldade nas conversões das representações semióticas, o que justifica a abordagem dada em alguns momentos, de se considerar algum objeto apreendido, quando o aluno demonstra habilidade de representá-lo pelo menos em duas formas distintas, conseguindo transitar entre estas formas. Os obstáculos apontados, são de acordo com Duval manifestados de duas formas. A primeira forma, é a “incapacidade de reconhecer em uma das representações – um enunciado, uma equação, uma figura, um gráfico, etc. – as unidades a serem postas em correspondência com as unidades da outra representação.” Como consequência dessa incapacidade, aponta que isso “leva a um bloqueio e a um abandono rápido das atividades de busca para resolver um problema ou a erros que apontam confusões ininterpretáveis” (DUVAL, 2018, p. 9).

Já a segunda e mais frequente forma de manifestação desses obstáculos, é “o falso reconhecimento das unidades discursivas, figurais ou simbólicas a serem postas em correspondência.” Segundo o autor, este “falso reconhecimento é tão entranhado, como seria na realidade, um bom reconhecimento caso não estivesse no domínio da Matemática, o que conduz a erros sistemáticos e contumazes encontrados em todos os níveis de ensino.” (DUVAL, 2018, p. 10). Assim, argumenta que estes falsos reconhecimentos tornam incompreensíveis a explicação Matemática dos objetos de estudo, provocando cada vez mais dificuldades no processo de aprendizagem.

Superar o obstáculo da conversão é que faz com que o aprendizado em Matemática de fato ocorra. Para isso, Duval argumenta que os alunos “precisam reconhecer as correspondências, termo a termo, que existem entre as unidades que constituem os conteúdos respectivos de um largo espectro de representações: imagens, esquemas, figuras geométricas, gráficos, expressão linguística, expressão literal, etc.” O autor segue ao afirmar que é necessário

construir situações de aprendizagem nas quais os alunos possam comparar as variações de conteúdo das representações em um registro A com variações correlatas de conteúdo das representações em um registro B: é a única maneira de aprender a discernir as unidades a serem postas em correspondência e tornar-se capaz de reconhecer, rapidamente, e duas representações quaisquer sendo dadas em dois registros são, ou não são, duas representações equivalentes de um mesmo objeto. (DUVAL, 2018, p. 12)

Quanto aos objetivos da Educação Matemática Duval (2018) conclui que: “o objetivo prioritário deve ser o de fazer com que os alunos entrem na maneira de pensar e trabalhar que é específica da Matemática e saber como utilizar, em situações da realidade, os conhecimentos apreendidos.” (p. 25). No que tange a TRRS, o autor enfatiza que: “a teoria dos registros não é uma teoria geral e fechada, ela é primeiramente, um instrumento para analisar as atividades elaboradas pelo professor assim como as produções dos alunos. ...” (DUVAL, 2018, p. 26). Por fim designa que “...os professores devem, então como médicos em uma consulta com pacientes, diagnosticar as incompreensões persistentes que se escondem nos erros locais ou nos bloqueios e procurar encontrar tarefas ou exercícios que vão ajudar os alunos a superar esses bloqueios.” (DUVAL, 2018, p.26).

2.3 O ENSINO HÍBRIDO

Christensen, Horn e Staker (2013) conceituam o ensino híbrido como “um programa de educação formal no qual um aluno aprende, pelo menos em parte, por meio do ensino online, com algum elemento de controle do estudante sobre o tempo, lugar, modo e/ou ritmo do estudo, e pelo menos em parte em uma localidade física supervisionada, fora de sua residência.” (p.7).

Os autores, afirmam que na Educação Básica norte-americana existem 4 categorias principais de ensino híbrido o modelo de rotação, o modelo flex, o modelo à la carte e o modelo virtual enriquecido.

O modelo de rotação ocorre quando os alunos revezam a realização de uma variedade de atividades previamente organizadas e propostas, sendo pelo menos uma delas on-line. O roteiro para realização das atividades pode ser fixo ou não, dependendo da organização feita pelo professor. As atividades podem incluir, lições em grupos pequenos ou turmas completas, trabalhos em grupo, tutoria individual, entre outros.

Destacam-se quatro submodelos de rotação, o modelo de rotação por estações, que é quando os alunos revezam a prática das atividades propostas numa mesma sala de aula. O modelo de laboratório rotacional que é quando ocorre a rotação entre a sala de aula, um laboratório educacional, e/ou laboratório aprendizado para o ensino on-line. O modelo da sala de aula invertida ocorre quando o aluno faz estudo do conteúdo em casa através de vídeo aulas, leituras etc., ... O momento presencial

da sala de aula é reservado para discussão para dirimir dúvidas do conteúdo para realização de exercícios de fixação, entre outras atividades. Por fim no quarto e último, o submodelo de rotação individual quando o aluno tem um roteiro individualizado a ser cumprido, sendo que não necessariamente ele precise participar de todas as estações ou modalidade propostas.

No modelo flex os alunos recebem uma lista de atividades, principalmente on-line a serem cumpridas e ficam os momentos off-line para o professor tirar dúvidas advindas do processo. Para o modelo à la carte, os alunos têm uma diversidade de atividades e conteúdo a serem estudados e ele, aluno, vai definir quais tópicos ou cursos vai realizar de acordo com os objetivos traçados. Para o modelo virtual enriquecido os alunos dividem o seu tempo entre a sala de aula presencial e o aprendizado remoto com acesso à conteúdos de lições online.

A principal característica que a pesquisa apontada por Christensen, Horn e Staker (2013) é que o ensino híbrido “[...] usa o ensino online como uma inovação sustentada para ajudar a sala de aula tradicional a atender melhor às necessidades de seus alunos existentes, de acordo com as dimensões de desempenho que a sociedade tem valorizado historicamente [...]” (p. 30); e uma de suas importantes conclusões prevê que: à medida que o ensino online assume a função de entregar conteúdo e instrução, isto liberará as escolas para se focarem em ter um bom desempenho nas outras funções.” (CHRISTENSEN, HORN E SATAKER, 2013, p. 38). Sobre esse tema Duval enfatiza: “[...] a função de ensinar não é mais transmitir diretamente os saberes, mas organizar ou de “gerir” o trabalho dos alunos em sala de aula para que eles possam adquirir os saberes e para “dar sentido” a essas aquisições.” (DUVAL, 2015, p. 3).

Por fim, é muito importante salientar o que afirma Moran (2018): “o mundo é híbrido e ativo, o ensino e a aprendizagem, também, com muitos caminhos e itinerários que precisamos conhecer, acompanhar, avaliar e compartilhar de forma aberta, coerente e empreendedora.” (p. 11). Acreditando que essas mudanças estão gradativamente acontecendo e ficando claras, Moran considera que:

O modelo híbrido, misturado, com foco em valores, competências amplas, projetos de vida, metodologias ativas, personalização e colaboração com tecnologias digitais. O currículo é mais flexível, com tempos e espaços integrados, combinados, presenciais e virtuais, nos quais nos reunimos de várias formas, em grupos e momentos diferentes, de acordo com a necessidade, com muita flexibilidade, sem os horários rígidos e o planejamento engessado. (MORAN, 2019, p. 42)

Fica evidente que uma das principais característica das metodologias de ensino híbrido é que, conforme afirma Schneider (2019) o aluno deixa ser o expectador para ser o protagonista do seu processo de aprendizagem; adequando-se aos objetivos da pesquisa.

2.3.1 A Sala de Aula Invertida

Com o advento da pandemia de Covid-19 no início do ano de 2020 e com as aulas tendo de ser ministradas remotamente, optou-se pelo que pareceu inicialmente mais coerente para aplicação da pesquisa que foi usar uma adaptação do modelo híbrido da sala de aula invertida, que Moran (2018) caracteriza como: “... uma estratégia ativa e um modelo híbrido, que otimiza o tempo da aprendizagem do professor. O conhecimento básico fica a cargo do aluno – com curadoria do professor – e os estágios mais avançados tem interferência do professor e, também um forte componente grupal.” (p.13).

Bergmann e Sams (2016) descrevem como transformaram a sala de aula em uma sala de aula invertida; a partir da elaboração de vídeos com os conteúdos a serem trabalhados para que os alunos assistissem antes da aula (mostrando inicialmente aos alunos como assistir aos vídeos de maneira eficaz), e no momento da sala de aula o tempo de explanação do conteúdo se restringe a tirar dúvidas sobre o vídeo (sugerindo que o tempo de exposição dos conteúdos se reduziu drasticamente de 40 min para 10 min aproximadamente). De acordo com os autores isto propiciou um tempo muito maior para o que consideram a parte mais importante, que é acompanhar os alunos nas resoluções dos exercícios em sala de aula. Enfatizam que é nesse momento que surgem as dúvidas e o professor pode efetivamente ajudar o aluno.

Os professores Bergmann e Sams (2016) destacam os principais benefícios da inversão da sala de aula. A inversão fala a língua dos estudantes de hoje, pois, de maneira geral, vai usar os instrumentos tecnológicos e as tecnologias digitais para contribuição do aprendizado, usando muitas vezes as redes sociais como forma de comunicação entre os alunos e entre professor e aluno.

A inversão da sala de aula ajuda os estudantes ocupados, pois como o conteúdo em si é transmitido por meio de vídeos on-line, eles podem optar por acelerar o próprio ritmo e avançar o programa a ser estudado. Ela ajuda os alunos que enfrentam dificuldades, pois quando adotar o modelo da sala de aula invertida, o papel do professor muda: passando ter um tempo maior para atender os alunos, permitindo ao professor se dedicar mais aos alunos com dificuldades.

Segundo os autores a inversão da aula também auxilia os alunos com diferentes habilidades a se superarem, pois, todos os alunos, mas principalmente os com necessidades especiais podem assistir aos vídeos tantas vezes quantas forem necessárias. Assim cria condições para que os alunos pausem e voltem. Como o conteúdo é em vídeo os alunos têm essa opção para repetir algo que não tenha ficado claro, bem como parar o vídeo para, por exemplo, anotar algo que seja relevante.

A inversão intensifica a relação aluno-professor, pois a inversão cria condições para que os professores explorem a tecnologia e melhorem a interação com os alunos. Os autores acreditam com

convicção que a inversão da sala de aula promove a fusão ideal da instrução on-line e da instrução presencial, que está ficando conhecida como sala de aula “híbrida”.

Para os autores a inversão da sala de aula também possibilita que os professores conheçam melhor seus alunos, pois com a diminuição do tempo de aula expositiva e, conseqüentemente, havendo mais tempo para atendimentos individualizados, aumenta interação professor-aluno, e aumenta a interação aluno-aluno, pois alunos com maior facilidade podem auxiliar alunos com algumas dificuldades.

Tendo em vista o aumento do tempo de interação com os alunos, a sala de aula invertida, segundo Bergmann e Sams (2016), permite a verdadeira diferenciação, ou seja, o professor consegue saber quais alunos tem facilidade, quais não tem facilidade, permitindo focar nestes que precisam maior ajuda, para, pelo menos, compreender os aspectos indispensáveis para progredir ao próximo conteúdo. Salientam também que esta metodologia altera a forma de comunicação com os pais, pois os questionamentos que eram sobre comportamento e comprometimento ficam de lado, já que estes “problemas” passa a ser percebidos em casa. Sugerem que o foco da conversa com os pais passa a ser mais pedagógico, pois o que se vai querer saber é se os alunos-filhos estão aprendendo ou não e o que se pode fazer para que apreendam.

Segundo Valente (2018) “para a implantação da abordagem da sala de aula invertida, dois aspectos são fundamentais: a produção de material para o aluno trabalhar on-line e o planejamento das atividades de material para o aluno trabalhar na sala de aula presencial.” (p. 31). Quanto ao primeiro aspecto salienta que os materiais on-line, a maior parte das estratégias implantadas são vídeos que o professor grava a partir das aulas presenciais ou com *softwares*, e geralmente disponibilizados em *websites* para que os alunos possam assistir. Acrescenta que TDIC oferecem outros recursos a serem explorados pedagogicamente, como animações, ou mesmo uso de laboratórios virtuais, que o aluno pode acessar e complementar com as leituras ou mesmo com os vídeos mais pontuais que ele assiste. No que se refere ao segundo aspecto as aulas presenciais, o autor afirma que: “o mais importante é o professor esclarecer os objetivos a serem atingidos com sua disciplina e propor atividades que sejam coerentes e que auxiliem os alunos no processo de construção do conhecimento.” (VALENTE, 2018, p. 31).

Sobre as principais características da sala de aula invertida, fica evidenciado pelas suas principais características em confronto ao ensino “tradicional”, que:

[...] O que era feito em classe (explicação do conteúdo), agora é feito em casa, e o que era feito em casa (aplicação, atividades sobre o conteúdo) agora é feito em sala de aula. [...] Podemos considerar algumas maneiras de aperfeiçoar esse modelo, envolvendo a descoberta e a experimentação como proposta inicial para os estudantes, ou seja, oferecer a possibilidade

de interação com o fenômeno antes do estudo da teoria (que pode acontecer com vídeos, leituras etc.) [...] (BACICH; NETO; TREVISANI, 2019, p. 56).

Ao implementar a sala de aula invertida, Bergmann e Sams (2016) destacam que este modelo de aprendizagem “[...] cria condições para que capacitasse os alunos a aprender mais conteúdo, com mais profundidade, em um ambiente interativo, de relacionamentos fecundos, que os ajude a alcançar o sucesso.” (p. 104).

2.4 TECNOLOGIAS DIGITAIS DE INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO (TDIC)

Sobre o uso das TDIC na educação, Almeida e Valente destacam que elas:

propiciam a reconfiguração da prática pedagógica, a abertura e plasticidade do currículo e o exercício da coautoria de professores e alunos. Por meio da mediação das tecnologias de informação e comunicação, o desenvolvimento do currículo se expande para além das fronteiras espaço-temporais da sala de aula e das instituições educativas; supera a prescrição de conteúdos apresentados em livros, portais e outros materiais; estabelece ligações com os diferentes espaços do saber e acontecimentos do cotidiano; e torna públicas as experiências, os valores e os conhecimentos, antes restritos ao grupo presente nos espaços físicos, onde se realizava o ato pedagógico. (ALMEIDA; VALENTE, 2012, p. 60).

Sabedores de que o acesso à internet, e *websites*, através dos mais diversos equipamentos eletrônicos, principalmente os smartphones, tornou-se uma realidade para a maioria dos estudantes, é necessário que cada vez mais as escolas se adequem e utilizem as Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) em prol da educação. Neste sentido destaca Almeida (2018):

A intensa expansão do uso social das tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC) sob a forma de diferentes dispositivos móveis conectados à internet sem fio, utilizados em diferentes espaços, tempos e contextos, observada na segunda década do século XXI, gerou e continua gerando mudanças sociais que provocam a dissolução de fronteiras entre espaço virtual e espaço físico e criam um espaço híbrido de conexões. Na convergência entre espaços presenciais e virtuais surgem novos modos de expressar pensamentos, sentimentos, crenças e desejos, por meio de uma diversidade de tecnologias e linguagens midiáticas empregadas para interagir, criar, estabelecer relações e aprender. Essas mudanças convocam participação e colaboração, requerem uma posição crítica em relação à tecnologia, à informação e ao conhecimento, influenciam a cultura levando à emergência da cultura digital. (ALMEIDA; 2018, p. IX - Apresentação).

Como a maioria dos estudantes está marcado pelo amplo desenvolvimento tecnológico da contemporaneidade em que estão inseridos, a BNCC dá uma grande importância a implementação e uso das TDIC nas escolas de Ensino Médio. Tendo em vista a vasta pluralidade de informações produzidas pela humanidade estar armazenada digitalmente e que a maioria das futuras profissões

envolverá a computação e as tecnologias digitais, é necessário, por parte das instituições educacionais propiciar ao estudante preparo para se adequar as rápidas transformações causadas pela fluidez e dinamicidade do avanço tecnológico que vai impactar as próximas gerações.

Na BNCC (Brasil, 2018) observa-se a preocupação em atender o estudante de Ensino Médio nas diferentes dimensões que caracterizam a computação e as tecnologias digitais, que são o pensamento computacional, o mundo digital e a cultura digital. O primeiro, “envolve as capacidades de compreender, analisar, definir, modelar, resolver, comparar e automatizar problemas e suas soluções, de forma metódica e sistemática, por meio do desenvolvimento de algoritmos;” (p. 474). Quanto ao mundo digital, o documento afirma que “envolve as aprendizagens relativas às formas de processar, transmitir e distribuir a informação de maneira segura e confiável em diferentes artefatos digitais – tanto físicos (computadores, celulares, tablets etc.) como virtuais (internet, redes sociais e nuvens de dados, entre outros)” (p. 474), salientando a importância contemporânea de saber “codificar, armazenar e proteger a informação”. No que se refere à cultura digital, o documento afirma que:

envolve aprendizagens voltadas a uma participação mais consciente e democrática por meio das tecnologias digitais, o que supõe a compreensão dos impactos da revolução digital e dos avanços do mundo digital na sociedade contemporânea, a construção de uma atitude crítica, ética e responsável em relação à multiplicidade de ofertas midiáticas e digitais, aos usos possíveis das diferentes tecnologias e aos conteúdos por elas veiculados, e, também, à fluência no uso da tecnologia digital para expressão de soluções e manifestações culturais de forma contextualizada e crítica. (BRASIL, 2018, p. 474)

Portanto, de acordo com a BNCC para o Ensino Médio, “o foco passa a estar no reconhecimento das potencialidades das tecnologias digitais para a realização de uma série de atividades relacionadas a todas as áreas do conhecimento, a diversas práticas sociais e ao mundo do trabalho.” (BRASIL, 2018, p. 474).

A educação tem sofrido mudanças nas últimas décadas, sobre isso Duval (2015) destaca que “a mais poderosa mudança tecnológica é a "digital" que universalizou, em todos os domínios, a “ação interativa com um monitor”. Um comando, reduzido a um clique, em uma lista de opções ou o toque de um ícone, exhibe, no monitor, as imagens ou informações que se quer.” (p. 3).

Usar as TDIC em sala de aula tornou-se uma necessidade, de acordo com Santos (2019) “os alunos do século XXI, das chamadas gerações Y, Z, aprendem por múltiplos canais de informação, utilizam várias ferramentas que dinamizam o aprendizado e querem poder instrumentalizar seu ensino com a tecnologia que já utilizam [...]” (p. 106); o que é corroborado por Baccich et al (2019) quando afirmam que as “crianças e jovens estão cada vez mais conectados às tecnologias digitais,

configurando-se como uma geração que estabelece novas relações com o conhecimento e que, portanto, requer que transformações aconteçam na escola.” (p. 47).

Sobre a importância do uso das TIC Teixeira (2005) coloca que: “é fundamental que iniciativas na área de informática educativa sejam baseadas na lógica das redes, a fim de que representem, sobretudo, processos de inclusão digital e, como tal, indissociáveis da filosofia de *software* livre e de sua efetiva utilização.” (p. 99), o que é reforçado por Scheffer et al (2018), quando declara que “assim, as tecnologias informáticas presentes no contexto escolar contribuem no processo de ensino aprendizagem são torná-lo mais atraente, crítico, dinâmico e significativo, além de servir ao professor como mecanismo enriquecedor da Prática Pedagógica.” (p.32), pois:

Quando a informática passa a integrar o ambiente escolar em um processo de interação que envolve o estudante, professor e tecnologias, ela passa a despertar a sensibilidade dos professores quanto à existência de diferentes opções de representação Matemática, o que é fundamental para a ocorrência de representação Matemática para a ocorrência de construções, análises e estabelecimento de relações (SCHEFFER, 2017, p.30).

2.4.1 Ferramentas do Google

Tendo em vista o cenário mundial de pandemia que ocorreu no ano de 2020, a escola onde foi aplicada a pesquisa utilizou como base para o desenvolvimento das atividades escolares remotas as ferramentas do Google. Trata-se de um dos ambientes virtuais de aprendizagem conforme destacam Sunaga e Carvalho (2019) ao afirmar que “o Google também, tem investido na criação de ferramentas voltadas à educação. Recentemente criou o Google for Education ... que apresenta os mesmos recursos do Google Apps for Business (formulários, planilhas, arquivos de texto, entre outros.) mas voltado para o uso em escolas” (p. 148).

Destaca-se a seguir os principais recursos utilizados da plataforma Google For Education no decorrer da aplicação da pesquisa.

Com o Google Drive pode-se armazenar todos os seus arquivos em nuvem, acessando-os a qualquer hora e em qualquer lugar no seu computador e em dispositivos móveis. Também é possível controlar como e por quem estes materiais podem ser compartilhados.

O Google Classroom (Google Sala de Aula) serve para ajudar alunos e professores a organizar as tarefas e melhorar a comunicação professor-aluno-professor. Com ele, os professores podem criar turmas, distribuir tarefas, dar notas, enviar feedbacks e ver todas as atividades desenvolvidas em um único lugar.

O Google Meet é indicado para fazer videoconferências confiáveis de forma simples. Você pode fazer reuniões com até 250 participantes e gravar as videochamadas no Google Drive para os membros da equipe que não puderem participar.

O Google Docs possui várias ferramentas para criar documentos, apresentações, planilhas e formulários. Você pode criar, editar e colaborar de onde estiver, assim como converter em vários formatos e acessar em outros *softwares*.

2.5 OBJETOS VIRTUAIS DE APRENDIZAGEM (OVA)

Willey (2000) define objetos de aprendizagem como “qualquer recurso digital que possa ser reutilizado para o suporte ao ensino” (p. 3). Quanto a importância do seu uso em sala de aula, destaca-se que “... é possível afirmar que o uso de OVA para trabalhar conceitos matemáticos, em particular os relacionados à geometria, constituem-se um importante elemento de interatividade motivação dos alunos, fatores estes considerados essenciais para que ocorra a aprendizagem de fato.” (PETRY; BINOTTO; SCHWENDLER, 2018, p. 92).

Sobre o uso de TDIC e OVA, Santos (2019) afirma que: “Há muito material interessante na internet que pode ser usado na sala de aula para ampliar o aprendizado dos alunos.” (p. 105). Destacam a existência muitas videoaulas e ferramentas para serem usadas de forma on-line (como jogos, quizzes, testes) com potencial de ajudar o aluno a aprender no seu próprio ritmo. Porém questionam a capacidade de se conseguir trazer essas ferramentas para serem usadas de forma satisfatória nas escolas. Borges e Scheffer (2018) afirmam que: “[...] a sequência de atividades com os OVE (Objetos Virtuais de Ensino) contribui com a aprendizagem Matemática, tanto do ponto de vista do aperfeiçoamento da linguagem, quanto da elaboração de conceitos, ou como partes do referido processo de produção do conhecimento.” (p. 75). Já Kleemann e Petry (2020), afirmam que:

OVA constituem-se como importantes elementos auxiliares no processo de aprendizagem de conteúdos da Matemática, contribuindo principalmente na motivação e interação dos alunos, especialmente pela possibilidade de visualização gráfica/geométrica dos objetos estudados, necessitando, porém, uma complementação através de sistematizações e da formalização dos conceitos neles abordados. (p. 739).

Observa-se nas citações acima diferentes denotações atribuídas por diferentes autores (objetos de aprendizagem, objetos virtuais de aprendizagem e objetos virtuais de ensino), porém, todos com a mesma conotação no entendimento do autor deste trabalho.

O *software* mais utilizado para a elaboração de OVA nos trabalhos consultados, e que também foi usado nas atividades desenvolvidas esta pesquisa foi o GeoGebra(<https://www.geogebra.org/classic>). Trata-se de um *software* livre de geometria dinâmica desenvolvido por Markus Hohenwarter para ser utilizado em ambiente de sala de aula, com início do projeto em 2001 na University of Salzburg e tem continuado o desenvolvimento na Florida Atlantic University.

Sobre a funcionalidade e utilidade do GeoGebra, Petla destaca que:

O GeoGebra é um programa de geometria dinâmica. Você pode realizar construções utilizando pontos, vetores, segmentos, retas, seções cônicas bem como funções e alterar todos esses objetos dinamicamente após a construção estar finalizada, explorando a parte geométrica do *software*. (PETLA, 2008, p. 20)

O programa além de reunir as ferramentas tradicionais de geometria, com as mais avançadas da álgebra e do cálculo possui a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, duas representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si: sua representação geométrica e sua representação algébrica.

Esta possibilidade de integrar em um mesmo *software* ferramentas de geometria e álgebra configura ao GeoGebra a capacidade de mostrar lado a lado dois registros de representação semiótica de um mesmo objeto matemático, o que para este trabalho lhe confere posição de destaque no campo de *softwares* educacionais aliado ainda a condição de ser um *software* livre e multiplataforma.

O GeoGebra é uma ferramenta muito útil permitindo aliar representações geométricas e algébricas dos objetos de estudo, permitindo um trânsito fácil entre estas diferentes representações. Porém, é importante destacar que, como qualquer ferramenta tecnológica, sua eficácia no processo de aprendizagem depende muito da forma como é utilizado, sendo necessário o desenvolvendo atividades que propiciem o aluno melhorar os seus conhecimentos acadêmicos, pois, “apesar do GeoGebra fornecer condições que permitem a elaboração de situações que favorecem a construção de conhecimentos pelo aluno, ele, sozinho, não pode ensinar coisa alguma. Para que haja aprendizagem efetiva com este recurso, é necessário a elaboração de situações de uso.” (ARAÚJO E NÓBRIGA, 2010, prefácio).

Scheffer e Binotto (2016) ao desenvolverem atividades no GeoGebra afirmam que “o que se pode notar é que o trabalho prático em trigonometria e geometria ganhou sentido quando foi proposto com a utilização de um *software* dinâmico, que possibilita inúmeras modificações e representações na tela, elevando assim as condições de análise e maior clareza para o ensino de trigonometria ...” (p. 91).

3 METODOLOGIA

Pode-se conceituar que “metodologia é uma preocupação instrumental. Trata das formas de se fazer ciência. Cuida dos procedimentos, das ferramentas, dos caminhos. A finalidade da ciência é tratar a realidade teórica e praticamente. Para atingirmos tal finalidade, colocam-se vários caminhos.” (DEMO, 1985, p. 19).

Para Demo (1985): “pesquisa é a atividade científica pela qual descobrimos a realidade. Partimos do pressuposto de que a realidade não se desvenda na superfície. Não é o que aparenta à primeira vista. Ademais, nossos esquemas explicativos nunca esgotam a realidade, porque esta é mais exuberante que aqueles.” (p. 23); Marconi e Lakatos (2017) complementam que “a pesquisa, portanto, é um procedimento formal, com método de pensamento reflexivo, que requer tratamento científico e se constitui no caminho para conhecer a realidade ou para descobrir verdades parciais.” (p. 269). Essa ideia é corroborada por Prodanov e Freitas:

A pesquisa científica é a realização de um estudo planejado, sendo o método de abordagem o problema o que caracteriza o aspecto científico da investigação. Sua finalidade é descobrir respostas para questões mediante a aplicação do método científico. A pesquisa sempre parte de um problema, de uma interrogação, uma situação para a qual o repertório de conhecimento disponível não gera resposta adequada. Para solucionar esse problema, são levantadas hipóteses que podem ser confirmadas ou refutadas pela pesquisa. Portanto, toda pesquisa se baseia em uma teoria que serve como ponto de partida para a investigação. No entanto, lembre-se de que essa é uma avenida de mão dupla: a pesquisa pode, algumas vezes, gerar insumos para o surgimento de novas teorias, que, para serem válidas, devem se apoiar em fatos observados e provados. Além disso, até mesmo a investigação surgida da necessidade de resolver problemas práticos pode levar à descoberta de princípios básicos. (PRODANOV; FREITAS, 2013, p. 43)

A pesquisa que foi desenvolvida nessa dissertação é caracterizada como qualitativa e pesquisa-ação.

Sobre as características da pesquisa qualitativa, pode-se afirmar que “... por um lado, que ela compreende atividades de investigação que podem ser denominadas específicas. E, por outro, que todas elas podem ser caracterizadas por traços comuns.” (TRIVIÑOS, 1987, p.120); o que pode ser reforçado, pois “o termo qualitativo implica uma partilha densa com pessoas, fatos e locais que constituem objetos de pesquisa, para extrair desse convívio os significados visíveis e latentes que somente são perceptíveis a uma atenção sensível.” (CHIZZOTTI, 2006, p. 28).

Uma das características da pesquisa qualitativa, é que “o uso de teoria é muito mais variado. [...] toda uma seção da proposta deve ser dedicada à explicação da teoria para o estudo. [...] o investigador pode gerar uma teoria durante o estudo e colocá-la no final do projeto, como ocorre na teoria baseada na realidade.” (CRESWELL, 2007, p. 130).

Corroborando, para Creswel a definição de pesquisa qualitativa é:

[...] um meio para explorar e para entender o significado que os indivíduos ou os grupos atribuem a um problema social ou humano. O processo de pesquisa envolve as questões e os procedimentos que emergem, os dados epicamente coletados no ambiente do participante, a análise dos dados indutivamente construída a partir das particularidades para os temas gerais e as interpretações feitas pelo pesquisador acerca do significado dos dados. O relatório final escrito tem uma estrutura flexível. Aqueles que se envolvem nessa forma de investigação apoiam uma maneira de encarar a pesquisa que honra um estilo indutivo, um foco no significado individual e na importância da interpretação da complexidade de uma situação. (CRESWELL, 2010, p. 26).

E ainda completa, afirmando que:

Os métodos qualitativos mostram uma abordagem diferente da investigação acadêmica do que aquela dos métodos da pesquisa quantitativa. A investigação qualitativa emprega diferentes concepções filosóficas; estratégias de investigação; e métodos de coleta, análise e interpretação dos dados. Embora os processos sejam similares, os procedimentos qualitativos baseiam-se em dados de texto e imagem, têm passos singulares na análise dos dados e se valem de diferentes estratégias de investigação. (CRESWELL, 2010, p. 206).

Como aplicação da pesquisa foi realizada pelo autor em turmas da qual é docente titular do componente curricular de Matemática, pode-se dizer que trata de uma pesquisa-ação, pois “a pesquisa-ação acontece quando há interesse coletivo na resolução de um problema ou suprimento de uma necessidade [...]. Pesquisadores e pesquisados podem se engajar em pesquisas bibliográficas, experimentos etc., interagindo em função de um resultado esperado.” (PRODANOV; FREITAS, 2013, p. 65). Os autores também afirmam que:

[...] nesse tipo de pesquisa, os pesquisadores e os participantes envolvem-se no trabalho de forma cooperativa. A pesquisa-ação não se refere a um simples levantamento de dados ou de relatórios a serem arquivados. Com a pesquisa-ação, os pesquisadores pretendem desempenhar um papel ativo na própria realidade dos fatos observados. (PRODANOV; FREITAS, 2013, p. 65).

Os principais aspectos da pesquisa-ação segundo Thiollent (2009), são a interação entre pesquisadores e pessoas implicadas na situação investigada, da interação resultam os problemas e as soluções abordadas na pesquisa, o objeto de pesquisa é uma situação social, o objetivo da pesquisa é resolver ou esclarecer a situação observada, há um acompanhamento das decisões tomadas durante o processo e pretende-se aumentar o conhecimento ou “nível de consciência” das pessoas e grupos considerados.

Para apresentar a análise de dados de uma pesquisa qualitativa, para trabalhos com características em que esta dissertação se adequa, Moraes e Galiuzzi (2006) propõe a utilização da

Análise Textual Discursiva (ATC) e explicam que a ATC transita entre a análise de conteúdo e análise do discurso.

Para Lüdke e André (1986) “a tarefa de análise implica, num primeiro momento, a organização de todo o material, dividindo-o em partes, relacionando essas partes e procurando identificar nele tendências e padrões relevantes” (p. 45). Estas partes, são usualmente chamadas de categorias de análise. Moraes e Galiuzzi (2006) complementam afirmando que “a análise textual discursiva constitui um processo recursivo continuado para uma maior qualificação do que foi produzido.” (p. 122)

No que se refere as categorias destacadas para a análise textual discursiva, Moraes e Galiuzzi reiteram que:

Assim, é ilusão pensar que é obrigação do pesquisador captar o significado que os sujeitos da pesquisa pretenderam atribuir a suas afirmativas. Na leitura sempre ocorre transformação e atualização. Processo necessariamente inseguro e impreciso, implicando a inserção e mergulho do pesquisador para participar das reconstruções de modo rigoroso e original. O processo não para aí. A partir da unitarização criam-se as condições para a categorização, com emergência de novos entendimentos e sentidos. As categorias vão emergindo, inicialmente imprecisas e inseguras, mas gradativamente sendo explicitadas com rigor e clareza. (MORAES; GALIAZZI, 2006, p. 125).

A seguir estão relacionadas as categorias de análise abordados na pesquisa:

i) identificação de diferentes formas de representações semióticas e aspectos que sugerem a efetivação da aprendizagem dos objetos de estudo, considerando as habilidades de trânsito entre mais de uma forma de representação de um mesmo objeto;

ii) aspectos relativos à interação dos alunos com os objetos virtuais de aprendizagem e identificação de dificuldades apresentadas na resolução das atividades e na compreensão dos objetos de estudo;

iii) aspectos relativos ao comprometimento dos alunos na realização das atividades e no desenvolvimento de sua autonomia para a organização dos seus estudos, principalmente nos momentos assíncronos;

iv) percepções dos alunos com relação aos recursos didáticos utilizados e em relação à adaptação da metodologia da sala de aula invertida.

Para a coleta de dados foram utilizados diferentes instrumentos, com destaque para os diários de bordo com os registros das aulas. Devido ao cenário de pandemia as aulas síncronas foram todas gravadas e ficaram disponíveis no repositório da escola (com a finalidade de dar acesso aos estudantes também em horários distintos), o que permitiu a consulta a este material para averiguar situações que eventualmente não tenham sido consideradas no diário. Também foram coletadas as atividades

desenvolvidas e propostas pelo autor e suas devolutivas feitas pelos alunos. Ao final da aplicação, foi aplicado um questionário com questões abertas e questões fechadas aos participantes, com a finalidade de coletar suas percepções acerca das questões elencadas. A análise dos dados se deu na forma textual discursiva a partir de categorias definidas a priori, buscando responder ao problema e objetivos da pesquisa.

4 DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS E APLICADAS

A pesquisa foi realizada no ano de 2020. Inicialmente estava prevista para ser realizada no período de abril a junho com 3 turmas do segundo ano do Ensino Médio de um Escola da rede privada da cidade de Passo Fundo - RS. Entretanto em função do cenário de pandemia ocorrido, optou-se por prorrogar a aplicação para os meses seguintes, acreditando que as aulas presenciais pudessem ser retomadas.

Diante do cenário da pandemia a Escola adotou aulas na modalidade remota e ficou definido que toda semana cada área do conhecimento disponibilizaria para a Coordenação Pedagógica da Escola e para os alunos via Portal Acadêmico e Google Sala de Aula o plano de estudos semanal com carga horária de atividades com no mínimo de 50% das atividades na forma síncrona e o restante com atividades assíncronas. Tendo em vista a proposição da Escola adequou-se a pesquisa com Sequências Didáticas que contemplassem a demanda solicitada. Dessa forma, fez-se uma adaptação da metodologia ativa da sala de aula invertida, de modo que as atividades de estudo prévio previstas nesta metodologia para serem desenvolvidas a distância, passaram para nas atividades assíncronas. Já as atividades que de acordo com a referida metodologia ativa ocorreriam de forma presencial, passaram a ser desenvolvidas de forma remota, nas aulas síncronas.

Para as aulas de Matemática a que se refere esta pesquisa estavam destinadas 4(quatro) horas aulas semanais de 50 minutos. Com a nova organização pelo menos 2(duas) delas devem ser síncronas e realizadas pelo Google Meet, sendo as demais de maneira assíncrona.

Considerando a etapa de adaptação às novas circunstâncias, foi alterado o cronograma de atividades, e tendo em vista que não houve possibilidade de retorno as atividades presenciais até o mês de julho decidiu-se que a aplicação seria feita na modalidade de ensino remoto nos meses de agosto a novembro.

Os encaminhamentos para os alunos foram feitos via Portal Acadêmico e Google Sala de Aula, sendo este último a principal forma de comunicação entre professores e alunos adotada pela escola. As devolutivas feitas pelos alunos são também via Gogle Sala de Aula, e foram usados o Google formulários, Google Documentos e o Google Planilhas como opções de encaminhamento de atividades.

Para uma melhor compreensão e apresentação das atividades desenvolvidas na pesquisa, optou-se pela abertura deste capítulo, com a finalidade de esclarecer o que foi proposto e realizado semanalmente durante o período de aplicação.

4.1 SEMANA 01

Desenvolvida no período de 11 a 17 de agosto de 2020. Na atividade assíncrona inicial buscou-se verificar como e quanto os alunos lembravam ou conheciam sobre o tópico semelhança de triângulos, para isso foi proposto aos alunos que assistissem ao vídeo sobre semelhança de triângulos (link no plano de estudos no Apêndice B), seguido de uma lista de exercícios para que respondessem sobre o assunto, além de questionamento sobre compreensão do vídeo e da retomada do conteúdo.

Quanto as aulas síncronas, na primeira foi realizada uma retomada e discussão sobre os aspectos abordados no vídeo, principalmente buscando atender as dúvidas trazidas pelos alunos, no que tange aos tipos de triângulo e casos de semelhança de triângulos. Foi apresentado o GeoGebra que posteriormente seria usado para o desenvolvimento da segunda atividade assíncrona. Na segunda aula síncrona fez-se a correção dos exercícios que os alunos desenvolveram ou deveriam ter desenvolvido de maneira assíncrona e foi orientada a construção de triângulos semelhantes usando o GeoGebra (Apêndice C), atividade esta que deveria ser realizada de maneira assíncrona.

Para a segunda atividade assíncrona foi proposta a construção de triângulos retângulos no GeoGebra, sendo para cada aluno definido um ângulo agudo para ser seu “ângulo agudo de referência”. Foi solicitado que alterassem as dimensões dos lados de maneira a tomar 4 triângulos semelhantes, mantendo inalterados o ângulo agudo de referência e o ângulo reto, caracterizando o caso de semelhança AA (ângulo, ângulo) e de cada um deles estabelecer as razões entre os respectivos lados, identificados anteriormente como cateto adjacente, cateto oposto, em relação ao ângulo agudo de referência, e a hipotenusa do triângulo retângulo. O objetivo dessa atividade foi de os alunos verificarem as relações trigonométricas do seno, cosseno e tangente em um triângulo retângulo.

4.2 SEMANA 02

As atividades da semana 2 (18 a 24 de agosto de 2020) estão no Apêndice B, sendo que para a primeira aula assíncrona foi solicitado aos alunos que assistissem a dois vídeos. O primeiro sobre as razões trigonométricas seno, cosseno e tangente – Trigonometria no Triângulo Retângulo e o segundo sobre os arcos notáveis, usando os preceitos da sala de aula invertida.

Na primeira aula síncrona da semana, foi realizada a conclusão da atividade de construção dos triângulos semelhantes da semana anterior; foi solicitado aos alunos que preenchessem a planilha do Google com os resultados obtidos com as razões pré-estabelecidas cada aluno com o seu “ângulo agudo de referência”. Além do objetivo de que os alunos identificassem as razões trigonométricas, também era objetivo verificar se os alunos conseguiam perceber que a tabela construída era uma parte

da tabela trigonométrica. Para finalizar a aula estabelecemos a partir dos vídeos e da atividade as razões seno, cosseno e tangente dos ângulos agudos de um triângulo acutângulo.

A segunda aula assíncrona foi expositiva-dialogada para falar que a tangente de um ângulo agudo pode ser determinada dividindo-se o seno pelo cosseno do respectivo ângulo; o seno de um ângulo agudo é o mesmo valor que o cosseno do complemento do ângulo referenciado e de forma análoga o cosseno de um ângulo agudo tem o mesmo valor do seno do complemento do ângulo agudo referenciado, sendo que conhecendo uma das razões trigonométricas e utilizando o Teorema de Pitágoras, podemos determinar as demais razões trigonométricas.

A última aula assíncrona desta semana foi reservada para que os alunos estudassem para avaliação que seria realizada na semana seguinte.

4.3 SEMANA 03

As atividades da semana 03 foram desenvolvidas de 25 a 31 de agosto de 2020, e para primeira aula assíncrona desta semana foi encaminhada uma lista de exercícios para que os alunos resolvessem e trouxessem dúvidas para a aula síncrona.

Nesta semana além das 4 (quatro) aulas semanais ocorreu uma avaliação que a escola denomina Avaliação Multidisciplinar de Matemática (avaliação de final de trimestre), que ocorreu em dia distinto das aulas regulares. A aplicação é realizada para todos os alunos da escola ao mesmo tempo em data pré-estabelecida pela coordenação escolar. Para esta prova estavam elencados os conteúdos de Análise Combinatória, Probabilidade e Trigonometria em Triângulos.

Considerando que os alunos trouxeram muitas dúvidas, as duas aulas síncronas foram de resolução de exercícios, e ficou combinado que a segunda assíncrona seria para que os alunos completassem as resoluções e postassem no Google Sala de Aula, para avaliação do professor e para ser usada na análise da pesquisa.

4.4 SEMANA 04

Nesta semana (1º. a 7 de setembro de 2020) estava ocorrendo na escola avaliações de outras áreas do conhecimento, sendo assim a primeira atividade assíncrona foi para concluir os exercícios de trigonometria no triângulo e trabalhar na preparação para as avaliações. No dia da primeira aula síncrona ocorreu avaliação de outra disciplina, sendo assim a coordenação pedagógica da escola

orientou que fosse encaminhada lista de exercícios extra, pois alguns alunos ainda estavam realizando avaliação de outra disciplina enquanto outros acessaram a aula on-line e realizaram a atividade.

Na segunda aula síncrona foi feita a orientação (Apêndice D) para construção de arcos de circunferência, e medição do raio e comprimento do arco de cada construção, podendo essa construção ser realizada manualmente usando régua, transferidor e compasso ou usando o GeoGebra. Para dirimir dificuldades de construção e medição via GeoGebra o professor (autor da pesquisa) realizou um exemplo de construção junto com os alunos, usando o compartilhamento de tela do computador. Foi solicitado aos alunos que efetuassem o quociente do comprimento do arco pelo raio, para que na semana seguinte pudéssemos estabelecer a medida do ângulo em radianos e a relação para transformação de medida de ângulos de graus para radianos e radianos para graus.

A segunda atividade assíncrona foi de concluir a atividade de construção dos arcos e postar no Google Sala de Aula.

4.5 SEMANA 05

Ocorreu no período de 08 a 15 de setembro de 2020 e teve como orientação (Apêndice B) para a primeira atividade assíncrona da semana: assistir ao vídeo: Arcos: medidas e comprimento – grau e radiano.

Na primeira aula síncrona foi solicitado aos alunos que falassem ou escrevessem no chat os valores da atividade de construções dos arcos, objetivando que logo percebessem que independentemente do comprimento do raio (R) e do respectivo comprimento do arco (L), o quociente entre o comprimento do arco e o raio será constante para o mesmo ângulo, sendo que esta constante é a medida do ângulo em radianos.

Ao construir a Tabela 01 com alguns dos valores direcionados os alunos conseguiram ver com facilidade a relação diretamente proporcional entre as medidas dos ângulos em graus e dos ângulos em radianos. Nesta mesma aula foram resolvidos alguns exemplos de transformação de medidas dos ângulos de graus para radianos e de radianos para graus.

Tabela 01 – Relação entre Graus e Radianos

Ângulo em Graus	Ângulo em Radianos = L / R
57,3°	1
90°	1,57
180°	3,14

360°	6,28
-------------	------

Fonte: Autor.

Na segunda aula síncrona foram realizados exercícios de fixação de transformação das medidas de ângulos, ficando como orientação para a aula assíncrona que concluíssem os exercícios enviando para avaliação e análise do professor.

4.6 SEMANA 06

Nesta semana (15 a 21 de setembro de 2020) foram 3 aulas síncronas e apenas 1 aula assíncrona (Apêndice B). Na aula assíncrona foram disponibilizados os vídeos circunferência trigonométrica e arcos côngruos.

As duas primeiras aulas síncronas foram realizadas no mesmo dia. Nesse dia foram retomados os assuntos dos vídeos através de aula expositiva-dialogada atendendo as principais dúvidas dos alunos, e foram realizados exemplos e exercícios sobre circunferência trigonométrica e arcos côngruos, bem como as primeiras determinações positiva e negativa.

A terceira aula síncrona foi destinada a demonstrar as simetrias do seno e do cosseno na circunferência trigonométrica usando a construção do autor no GeoGebra, ficando assim definido como encontrar o seno e o cosseno de qualquer ângulo na circunferência trigonométrica.

4.7 SEMANA 07

Na semana 07 a aplicação ocorreu de 22 a 28 de setembro de 2020, e para a atividade assíncrona inicial foi solicitado aos alunos, conforme o plano de estudos da semana (Apêndice B), que assistem aos quatro vídeos: seno e cosseno na circunferência trigonométrica, calculando senos, cossenos e tangentes na circunferência trigonométrica.

Na primeira aula síncrona foi definido como determinar a tangente de qualquer ângulo na circunferência trigonométrica, atendendo as principais dúvidas dos vídeos. Já na segunda aula síncrona foram resolvidos exemplos e exercícios sobre a determinação de seno, cosseno e tangente de ângulos quaisquer.

Concluir os exercícios e postar no Google Sala de Aula foram as solicitações para a última aula assíncrona da semana.

4.8 SEMANA 08

No período de 29 de setembro a 10 de outubro de 2020 as aulas foram destinadas a revisão e aplicação de simulado anual com peso de 40% da nota do trimestre. Como a semana de 11 a 18 de outubro de 2020 foi de recesso escolar, a aplicação das atividades da semana 08 acabou acontecendo de 19 a 26 de outubro de 2020.

A primeira atividade assíncrona ficou destinada a assistir aos vídeos sobre relação fundamental da trigonometria e relação entre seno, cosseno e tangente na circunferência trigonométrica conforme orientação do Apêndice B.

As duas aulas síncronas foram destinadas a explicação dos assuntos tratados nos vídeos, usando OVA criados pelo professor no GeoGebra, exemplos de exercícios dos dois tópicos cujos vídeos foram assistidos pelos alunos dirimindo dúvidas trazidas pelos estudantes.

Fazer registro dos tópicos estudados e resolver exercícios do livro didático foram as atividades orientadas para a segunda atividade assíncrona.

4.9 SEMANA 09

Desenvolvida de 27 de outubro a 02 de novembro de 2020, teve sua postagem via Google Sala de Aula e Portal Acadêmico (Apêndice B) para atividade assíncrona inicial a orientação aos alunos foi de assistir aos vídeos cotangente, secante e cossecante, e relações decorrentes da relação fundamental da trigonometria.

Buscando esclarecer as dúvidas dos vídeos as aulas síncronas objetivaram estabelecer as relações trigonométricas inversas, a cotangente, a secante e a cossecante, bem como desenvolver exemplos e exercícios sobre o tema. Como facilitador foram utilizados objetos virtuais de aprendizagem do GeoGebra, disponibilizados em <https://www.geogebra.org/m/bcjkem7b> e em <https://www.geogebra.org/m/gcnxqh8e>.

Para conclusão das atividades da semana foi solicitado aos alunos que concluíssem e enviassem a lista de exercícios do livro didático que foi proposta.

4.10 SEMANA 10

As atividades da semana 10 ocorreram de 03 a 09 de novembro de 2020, e a aula assíncrona inicial proposta (Apêndice B) foi destinada para os alunos assistirem aos três vídeos: Movimentos Periódicos, Função Seno e Função Cosseno como forma de introdução a esse novo tópico de estudo.

As aulas síncronas foram de análise e construção da função seno, sendo que para isso foram usados os OVA com gráficos desenvolvidos no GeoGebra por (Bruginski, 2014), disponíveis em <https://www.geogebra.org/m/nsV2DSZx>; <https://www.geogebra.org/m/D3ptUrfe> e <https://www.geogebra.org/m/RjkUwUUK>. Além da interação com os OVA, foram construídos diversos gráficos usando o GeoGebra <https://www.geogebra.org/classic/fmwffbgb>, mostrando o comportamento da função seno quando são alterados os parâmetros a , b , c e d na função na forma $f(x) = a + b \cdot \text{sen}(c \cdot x + d)$; bem como a análise do domínio, da imagem, da amplitude e do período da função. Nesta atividade, os alunos tiveram a oportunidade de visualizar diferentes representações da função, estabelecendo principalmente as relações entre as representações algébrica e geométrica.

A segunda atividade assíncrona consistiu em construção de gráficos da função cosseno pelos alunos (Apêndice E), de maneira que os mesmos, conseguissem reforçar as alterações que os parâmetros a , b , c e d causam na função cosseno na forma $f(x) = a + b \cdot \text{cos}(c \cdot x + d)$. Também foram orientados a observar e fazer a análise do domínio, da imagem, da amplitude e do período da função. Como atividade final desta pesquisa, foi solicitado que respondessem sobre o andamento das aulas de trigonometria (Apêndice F).

5 ANÁLISE DE DADOS

A aplicação das atividades descritas nesta pesquisa, foram desenvolvidas nas três turmas do segundo ano do Ensino Médio, do Colégio Notre Dame Passo Fundo no município de Passo Fundo - RS, totalizando 90 alunos, e o autor da pesquisa era o professor dessas três turmas. Contudo, para a análise textual discursiva que é apresentada na sequência, optou-se por um corpus, de forma que foram considerados apenas os dados coletados em uma das turmas. O principal critério para a escolha foi a maior interação dos alunos nas aulas síncronas.

Antes do início das atividades, foi encaminhado aos pais ou responsáveis uma solicitação de autorização para uso das imagens das atividades resolvidas e demais dados coletados durante a pesquisa, informando que a identidade dos alunos seria mantida em sigilo. A turma escolhida para proceder a coleta e análise de dados, contava com vinte e sete alunos, dos quais, vinte autorizaram o uso de todos os dados coletados, um pai manifestou que não autorizaria o uso dos dados produzidos por seu filho e seis não retornaram ao pedido de autorização. Respeitando às manifestações (ou falta de manifestação em alguns casos) dos pais e/ou responsáveis, optou-se em analisar os dados coletados relativos a estes vinte alunos. Com a finalidade de preservar a identidade dos participantes, sua identificação ao longo do texto, quando necessária para o desenvolvimento da análise, é feita a atribuição aleatória de um número aos vinte participantes, sendo a representação feita pela letra A seguido de um número de 01 até 20. Assim, por exemplo A08, significa uma referência ao aluno 08, nesta atribuição aleatória.

Passa-se na sequência para a análise textual discursiva, conforme proposto por Moraes e Galiazzi (2006), considerando cada uma das categorias estabelecidas para esta análise.

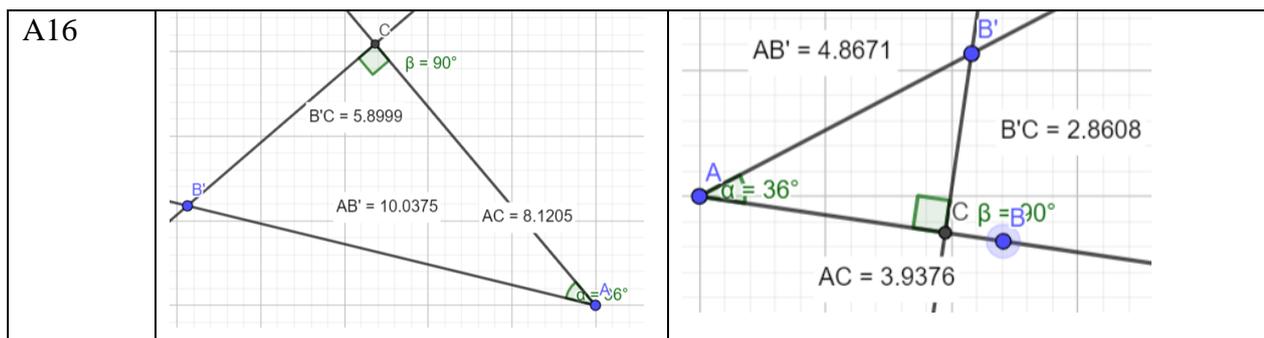
5.1 REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

Nesta seção tem-se por finalidade a identificação de diferentes formas de representações semióticas observadas a partir da coleta de dados em diferentes atividades aplicadas na pesquisa. Para Duval (2009, p. 40) “a noção de representação é tão essencial em psicologia quanto a de comportamento para estudar a aquisição dos conhecimentos, sendo que os modos como funcionam permitem que sejam tratados ou aprendidos.” Buscou-se identificar também aspectos que sugerem a efetivação da aprendizagem dos objetos de estudo, considerando as habilidades desenvolvidas para transitar entre mais de uma forma de registro de representação de um mesmo objeto de estudos.

Na devolutiva da atividade de construção de triângulos semelhantes pode-se verificar que todos os alunos que entregaram a atividade, conseguiram representar os triângulos retângulos semelhantes, a partir das orientações dadas (Apêndice C). No Quadro 01, podem ser observadas as representações apresentadas pelos alunos A03, A04 e A06. Nessa mesma atividade ao responderem sobre o que conseguiram perceber a partir dos dados coletados, 16 alunos escreveram que conseguiram perceber a semelhança dos triângulos construídos, observando que os valores dos quocientes entre os lados homólogos (mesmo que alguns não tenham usado essa denotação) eram os mesmos. Com isso, observa-se que estes alunos conseguiram estabelecer as razões de semelhança, entre estes lados, indicando a habilidade de transitar da representação geométrica, usando o GeoGebra, para a forma de representação da proporcionalidade na forma textual.

Quadro 01: Triângulos retângulos semelhantes construídos pelos alunos

Aluno(a)	Construção de triângulos semelhantes	
A03	<p> $AB' = 2$ $B'C = 0.908$ $CA = 1.782$ $\alpha = 27^\circ$ $\beta = 90^\circ$ </p>	<p> $AB' = 3.8175$ $B'C = 1.7331$ $CA = 3.4014$ $\alpha = 27^\circ$ $\beta = 90^\circ$ </p>
A04	<p> $AB' = 5.159$ $B'C = 4.5967$ $AC = 2.3421$ $\alpha = 63^\circ$ $\beta = 90^\circ$ </p>	<p> $AB' = 8.9202$ $B'C = 7.9479$ $AC = 4.0497$ $\alpha = 63^\circ$ $\beta = 90^\circ$ </p>



Fonte: Autor.

Após a percepção das razões de semelhança, já durante a aula síncrona, fez-se a construção coletiva de uma tabela, usando uma ferramenta do Google Tabelas, onde cada aluno teve a oportunidade de inserir em uma linha da tabela, os dados relativos à sua construção. Um print dessa tabela é mostrado na Figura 01. A partir desta construção conseguiram identificar uma correspondência entre o “ângulo de referência” usado e o valor da razão entre os lados de um mesmo triângulo. Novamente aí existe a percepção de elementos que evidenciam a capacidade de estabelecer relações entre a representação geométrica e a representação algébrica e/ou por linguagem escrita. Nesta atividade alguns alunos observaram que os lados representavam os catetos oposto e adjacente do “ângulo de referência” e a hipotenusa do triângulo retângulo. Cabe ressaltar que mais alunos obtiveram os resultados corretos das razões, mas acabaram não apresentando seus dados na tabela, alguns por não terem participado da aula síncrona e outros, por simplesmente não terem acessado a tabela, não tendo sido discutidas suas razões.

Dois alunos (A02 e A15) conseguiram identificar que as razões encontradas representam o seno, o cosseno e a tangente do ângulo agudo, evidenciando que conseguiram fazer a conversão entre a representação gráfica dos triângulos e a representação das razões trigonométricas. Observa-se que estes alunos, além da habilidade de transitar entre as diferentes formas de representação, conseguiram estabelecer relações com os objetos de estudos que lhes foram apresentados em anos anteriores (nono ano do Ensino Fundamental). Há ainda a hipótese de que tenham realizado uma pesquisa na busca de uma explicação para a situação observada.

Deve-se considerar ainda a habilidade que todos demonstraram de, a partir de uma sequência de informações em linguagem escrita (dada nas orientações repassadas aos alunos), fazer a representação do objeto de estudo na forma geométrica na tela do seu computador. Diante dos elementos apresentados, de forma geral, observa-se indícios da ocorrência da aprendizagem, visto que a maioria dos alunos conseguiu estabelecer as principais relações inerentes ao objeto de estudo, transitando entre duas ou mais formas de representação.

Figura 01: Tabela das razões digitadas pelos alunos

Nome	Ângulo	B'C/AB'	AC/AB'	B'C/AC
A01	25	0,4226	2,1444	0,4663
A03	27	0,4539	0,891	0,5095
A05	28	0,469468	0,882944	0,53170732
A09	31	0,515479878	0,857585139	0,601083033
A11	32	0,5299	0,848	0,6248
A14	35	0,5735	0,8191	0,6956
A20	38	0,614	0,787	0,78
Autor	43	0,682	0,7314	0,9325
Autor	44	0,6946	0,7193	0,9657
A10	59	0,857	0,515	1,66
A08	60	0,866	0,5	1,732
A07	61	0,8746	0,4848	1,804
A06	62	0,8829	0,4694	1,8807
A19	63	0,891	0,431	2,0067
A17	64	0,8987	0,4383	2,05
A02	65	0,906	0,422	2,144

Fonte: Autor.

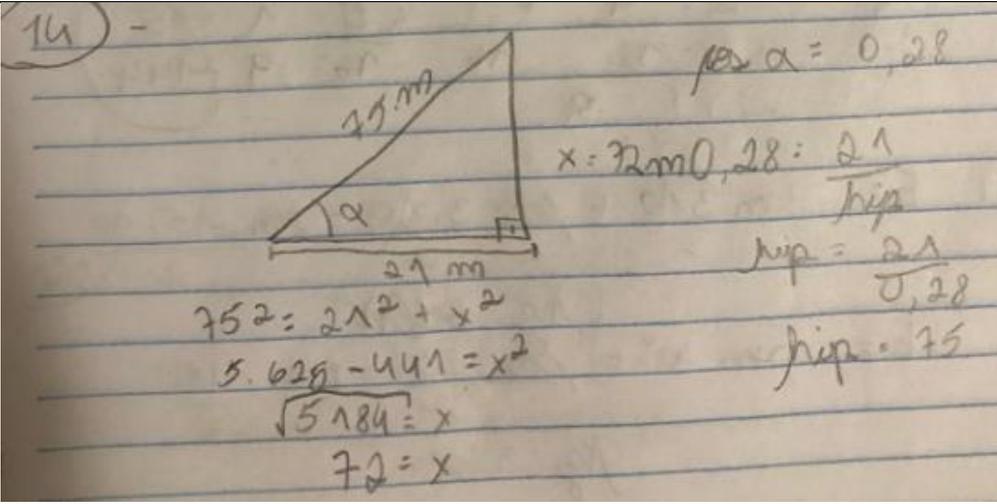
Em uma das atividades propostas com a finalidade de consolidar a aprendizagem em relação ao objeto de estudo acima discutido, foi proposta a questão que segue: “Quando os raios solares formavam ângulos agudos de medida α com um terreno plano e horizontal, um edifício vertical, com base no terreno, projetava uma sombra com 21 m de comprimento, inteiramente contida no terreno. Dado que $\cos \alpha = 0,28$, qual é a altura do edifício?”

Dos 20 (vinte) alunos que participaram da pesquisa, 17 (dezessete) conseguiram resolver corretamente a questão e os outros 3 (três) alunos não entregaram a atividade, sendo que 11 (onze) alunos optaram por resolver a atividade de forma manuscrita e fotografar para fazer a entrega, enquanto os demais optaram por digitar a resolução da atividade, 5 (cinco) alunos fizeram a representação geométrica da situação descrita em linguagem escrita apresentada no problema e a respectiva conversão para representação algébrica seguida da resolução da equação resultante, como pode ser observado na resposta do aluno A02, no Quadro 02. Nota-se nestes casos a importância do trânsito entre três diferentes formas de representação, visto que a correta resolução do problema, necessitavam de uma representação diferente da exposta no enunciado do exercício. A representação geométrica serviu para estes, como uma forma auxiliar (ou intermediária) nesta passagem da representação em linguagem escrita (no enunciado do problema) para a representação algébrica,

usada para a resolução. Quanto aos demais, 7 (sete) alunos, representaram apenas a forma algébrica sem apresentar a representação geométrica, o que não descarta a possibilidade de terem feito tal representação em algum rascunho, ou mesmo em um exercício mental.

Todos os 6 (seis) alunos que digitaram as resoluções, optaram em responder à questão diretamente no Google Documento disponibilizado. Nestes casos, apresentaram apenas a representação na forma algébrica, como é o caso do aluno A03 (Quadro 02) indicando (pelo menos nos registros observados) o trânsito direto da representação em linguagem escrita para a representação algébrica, embora não se descarte a possibilidade de terem usado uma representação geométrica como forma intermediária neste trânsito, e apenas não terem descrito isso na devolutiva da questão. De qualquer forma, observa-se novamente a importância da habilidade de transitar entre as diferentes formas de representações semióticas para compreender o problema e construir sua solução, indicando assim evidências da ocorrência da aprendizagem.

Quadro 02: Representações feitas por alunos na resolução do problema 14 proposto

Aluno(a)	Representações das resoluções do exercício
A02	 <p>Handwritten student work for problem 14. The work includes a diagram of a right-angled triangle with a hypotenuse of 75m and a leg of 21m. The angle α is at the vertex between the 21m leg and the hypotenuse. The other leg is labeled x. To the right, there is a calculation: $\text{res } \alpha = 0,28$, $x = 72m \cdot 0,28 = 21$, and $\text{hip} = 75$. Below the triangle, the Pythagorean theorem is used: $75^2 = 21^2 + x^2$, $5.625 - 441 = x^2$, $\sqrt{5184} = x$, and $72 = x$.</p>

A03	<p>sombra = 21m (CA) $0,28 = \frac{21}{Hip}$</p> <p>altura do edifício? <u>$0,28Hip = 21$</u></p> <p>$\cos \alpha = 0,28$ $Hip = 75m$ (raios solares)</p> <p>$\cos \alpha = \frac{CA}{Hip}$ $hip^2 = cat^2 + cat^2$</p> <p> $75^2 = 21^2 + cat^2$</p> <p> $5625 = 441 + cat^2$</p> <p> $5184 = cat^2$</p> <p> $cat = 72m$</p> <p style="text-align: right; color: red;">Altura do prédio = 72m</p>
-----	--

Fonte: Autor.

Na atividade de construção de arcos de circunferência, dos 14 (quatorze) alunos que devolveram a atividade proposta, apenas 1 (um) fez de maneira manual, enquanto a maioria 13 (treze) alunos apresentaram a representação usando o *software* GeoGebra, ou seja, uma representação computacional, que de acordo com Duval

são todas aquelas cujos significantes, de natureza homogênea, não requerem visão de objeto, e que permitem uma transformação algorítmica de uma sucessão de significantes em uma outra. Essas representações traduzem a informação externa a um sistema sob uma forma que a deixa acessível, recuperável e combinável no interior desse sistema. No que concerne ao sujeito humano, essas representações internas não são representações conscientes. (DUVAL, 2009, p. 47).

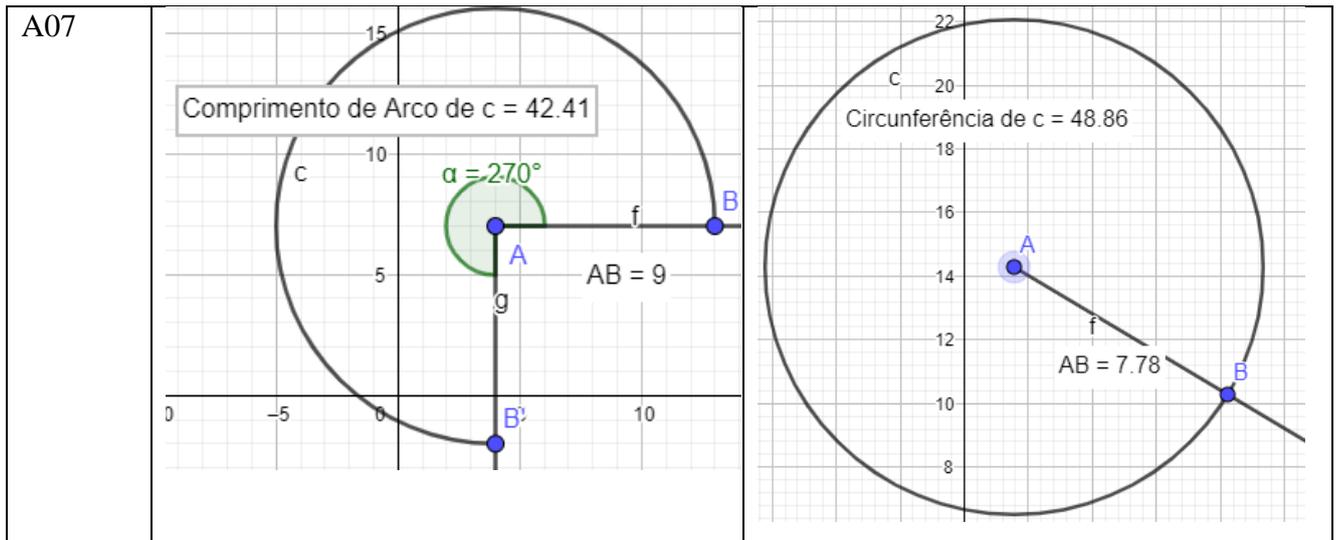
As imagens do Quadro 03 mostram que os alunos conseguiram executar os passos de construção dos arcos de acordo com os ângulos em graus pré-estabelecidos na orientação (Apêndice D), bem como a medição do comprimento do arco e o raio usando o *software* GeoGebra. Portanto conseguiram gerar representações geométricas dos arcos construídos bem como registro das medições solicitadas em forma de tabela.

Ao completar a tabela solicitada na atividade os alunos precisaram efetuar a divisão do comprimento do arco pelo valor do raio, fazendo o tratamento das medidas obtidas, conforme ilustrado na Figura 02 que mostra um print da tabela apresentada pelo aluno A08. Quando perguntados sobre o significado do quociente poucos responderam, 4 (quatro) alunos registaram que para ângulos menores que $57,3^\circ$ os quocientes eram menores que 1 e para ângulos maiores que $57,3^\circ$ os quocientes maiores que 1. O aluno A04 afirmou que “uma relação, de que conforme o tamanho do grau a medida muda.”. O aluno A17 foi além ao afirmar que “podemos estabelecer a relação de que

as medidas de arcos em graus, são diretamente proporcionais às medidas em radiano, proporcionadas a partir da divisão L/R.”

Quadro 03: Construções feitas pelos alunos de arcos trigonométricos

Aluno(a)	Arcos construídos pelos alunos	
A01		
A03		
A04		



Fonte: Autor.

Observa-se novamente a habilidade de transitar da representação geométrica (mesmo que feitas a partir de um *software* computacional ou no aplicativo do celular), para uma representação algébrica, ao estabelecer uma relação de proporcionalidade, ou mesmo para a representação em linguagem escrita. Ao estabelecerem estas relações e apresentarem suas representações em diferentes formas, observa-se novamente aspectos indicadores da ocorrência da aprendizagem, segundo os critérios assumidos a partir da TRRS.

Figura 02: Tabela de valores construída pelo(a) aluno(a) A08

3) Complete a tabela a seguir:

Ângulo	Comprimento Arco (L)	Raio (R)	L / R
30°	4,19	8	0,52
57,3°	8	8	1
60°	8,38	8	1,04
90°	17,28	11	1,57
120°	8,38	4	2,09
180°	15,71	5	3,14
270°	14,14	3	4,71
360°	18,85	3	6,28

Fonte: Autor.

Ao analisar as respostas das devolutivas feitas pelos alunos, pôde-se perceber que nem todos conseguem perceber sozinhos a relação biunívoca entre as medidas dos ângulos em graus e em radianos. Observou-se ainda a partir da manipulação dos objetos de aprendizagem por eles construídos no GeoGebra, que mantendo fixo o ângulo central, ao mudar o valor do raio, o comprimento do arco muda proporcionalmente, uma vez que os quocientes do comprimento do arco pelo raio são os mesmos apesar de raios diferentes. A partir desta constatação, foi estabelecida uma relação para transformação das medidas dos ângulos em graus para as medidas dos respectivos ângulos em radianos. Mesmo que tenha sido uma construção coletiva, a manipulação dos OVA por eles produzidos, permitiram a representação geométrica de múltiplas situações distintas, dando base para a observância de padrões que levaram à conclusão de se tratar de grandezas proporcionais, permitindo assim estabelecer a representação do objeto de estudo na forma de linguagem textual e em seguida, na forma algébrica. Vale ressaltar a importância da condução e dos questionamentos realizados pelo professor para direcionar as observações dos alunos ao objeto de aprendizagem em questão, mediando as atividades para o que considera importante que seja observado em cada uma das representações.

A respeito da conversão de representações e mudança de registro, o professor Raymond Duval, afirma que:

Converter é transformar a representação de um objeto, de uma situação ou de uma informação dada num registro de uma representação desse mesmo objeto, dessa mesma situação ou da mesma informação num outro registro. As operações que designamos habitualmente pelos termos “tradução”, “ilustração”, “transposição”, “interpretação”, “codificação”, etc. são representações que a uma representação de um registro dado fazem corresponder uma outra representação num registro. A conversão é então uma **transformação externa em relação ao registro da representação de partida**. (DUVAL, 2009, p. 58 e 59).

Nas aulas síncronas realizadas sobre a função seno foram construídos, usando o *software* GeoGebra, uma série de gráficos, a fim de exemplificar os fatores que modificam o traçado do gráfico. bem como a interferência de cada um dos coeficientes a , b , c e d nos gráficos da função seno na forma $f(x) = a + b \cdot \text{sen}(c \cdot x + d)$ construídos.

Após esta análise e discussão, os alunos foram orientados a trabalhar com a representação geométrica da função cosseno (Apêndice E), considerando também as variações obtidas conforme discussão anterior, identificando os respectivos domínios, imagens, amplitude e período, a partir de construções no GeoGebra identificando as respectivas interferências de a , b , c e d nos gráficos da função cosseno na forma $f(x) = a + b \cdot \text{cos}(c \cdot x + d)$ construídos.

Analisando as devolutivas realizadas por 13 (treze) alunos pode-se perceber que todos eles realizaram a construção dos gráficos solicitados, e conseguiram responder corretamente sobre as

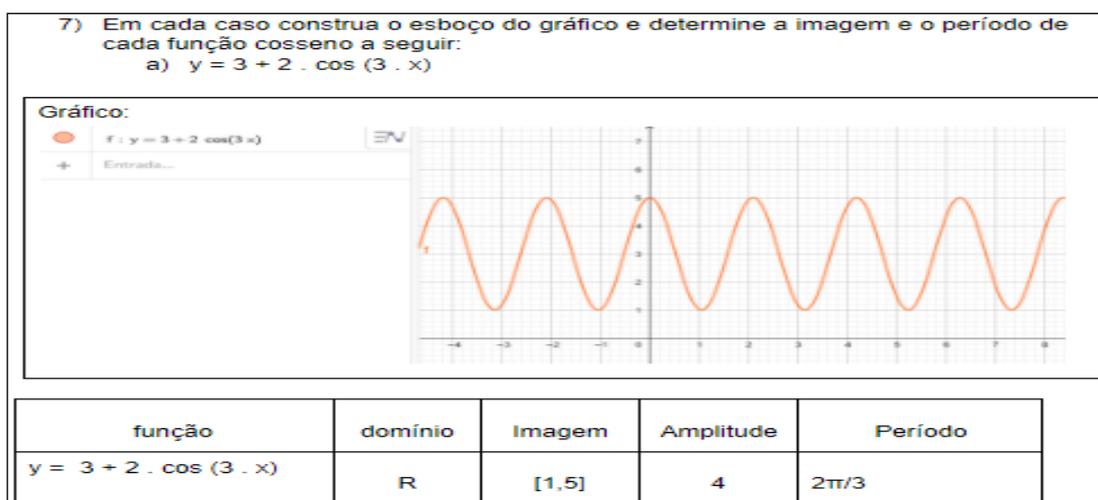
interferências gráficas que os valores de a , b , c e d causam nas funções. Como exemplo o aluno A09 relatou que “ b vai indicar o valor da amplitude na imagem, se o valor de b for negativo, inverte o sentido do gráfico e o b também interfere na imagem”, já para o aluno A16, o valor de “ b aumenta a amplitude e interfere na imagem.”

Em relação ao coeficiente a , destaca-se o que afirma o aluno A16 de que “o valor de a interfere na imagem, deslocando o eixo para cima ou para baixo”, em consonância o aluno A14 afirma que “o valor de a causa o deslocamento vertical da função.” O valor do coeficiente c , segundo o aluno A02 “muda o período da função.” Já o aluno A03 afirma que a interferência do valor de d é vista por meio de deslocamentos horizontais no gráfico, para a esquerda ou para a direita, os quais, por sua vez, não alteram os valores de domínio, imagem, amplitude ou período.

Observa-se novamente a habilidade de analisar o trânsito entre diferentes formas de representação do objeto de estudo (entre forma geométrica e algébrica), nitidamente favorecida pelo uso do GeoGebra, e a partir dessa análise, estabelecer as conexões entre cada uma dessas formas de representação, estabelecendo, na forma de representação textual, uma relação entre cada coeficiente da representação algébrica com suas respectivas representações geométricas. Há dessa forma, evidências da ocorrência da aprendizagem, de acordo com os critérios assumidos neste trabalho para tal identificação.

As representações enviadas pelos alunos na devolutiva da atividade da função cosseno, e suas variações, são exemplificadas na Figura 03.

Figura 03: Resolução do(a) aluno(a) A03

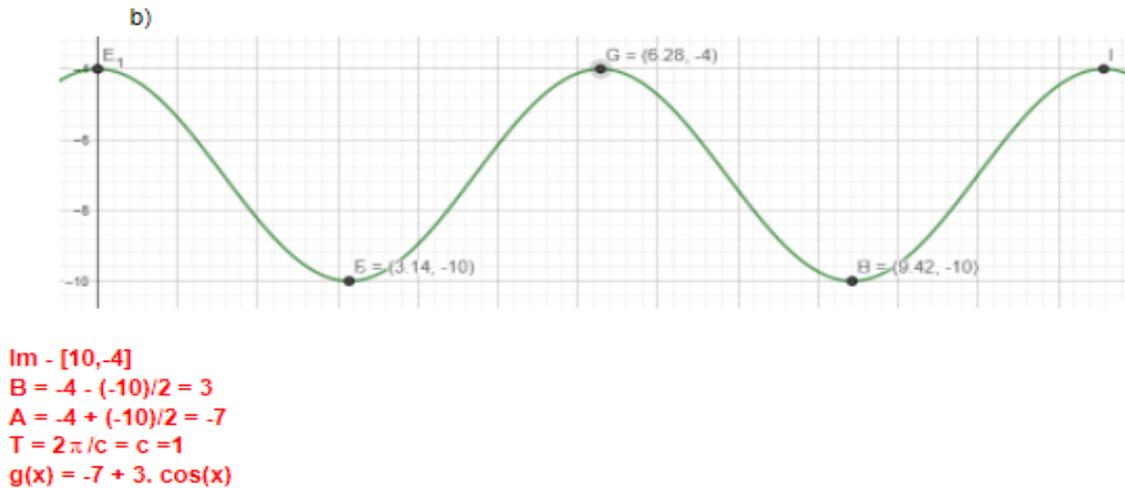


Fonte: Autor.

Nesta mesma atividade da função cosseno, também foram propostos exercícios como o da devolutiva da Figura 04, em que a partir da representação na forma algébrica, os alunos deviam fazer

a conversão e trânsito para a forma algébrica. O exemplo da resolução exposta na Figura 04, identifica a proposição da TRRS, dando evidência de ocorrência de aprendizagem conforme a teoria de Duval.

Figura 04: Resolução do(a) aluno(a) A17



Fonte: Autor.

Cabe ressaltar que a atividade da função cosseno teve um baixo índice de devolução, mesmo com a prorrogação do prazo de entrega. Alguns alunos destacaram que atividade era extensa e cansativa, outros que como já tinham nota suficiente para aprovação no ano letivo optaram por não entregar algumas atividades, dentre elas, esta foi uma das escolhidas para não ser realizada.

Vários exemplos na pesquisa elucidam evidências de aprendizagem de acordo com a Teoria de Registro das Representações Semióticas, pois os alunos conseguiram identificar representações em um determinado sistema semiótico, efetivaram o tratamento desta representação e realizaram a conversão d/o objeto de estudo para uma nova representação em um outro sistema semiótico, efetivando o trânsito entre duas ou mais representações. “Dito de outro modo, eles (os alunos) precisam reconhecer as correspondências, termo a termo, que existem entre as unidades que constituem os conteúdos respectivos de um largo espectro de representações: imagens, esquemas, gráficos, expressão linguística, expressão literal, etc.” (DUVAL, 2018, p.12).

5.2 INTERAÇÃO DOS ALUNOS COM OS OBJETOS VIRTUAIS DE APRENDIZAGEM

Na atividade de construção de triângulos semelhantes, os alunos foram questionados sobre suas percepções iniciais e quais dificuldades tiveram para trabalhar com o GeoGebra, considerando que esta foi a primeira atividade que desenvolveram com o referido *software*. Foi proposta uma questão aberta, de forma que as respostas foram bastante variadas. Oito alunos afirmaram gostar (ou

adorar) trabalhar com o GeoGebra, e que não encontraram dificuldades ao usar o referido *software*. Alguns alunos destacaram algumas dificuldades, como por exemplo, os alunos A04 e A12 que se manifestaram dizendo que tiveram “um pouco de dificuldades para montar o triângulo.”. O aluno A14 reclama que “foi muito confuso os atalhos, apesar de cada ferramenta ser clara quanto ao seu objetivo, é muito difícil a compreensão dos pedidos do professor, prejudicando com que coloquemos em prática o trabalho.” Já o aluno A19 declara ter um “pouco de dificuldade para montar os gráficos, pois eram detalhes que tinham que cuidar e muitos passos.”. O aluno A03 afirma que “depois da explicação detalhada e visual do professor não apresentei nenhuma dificuldade para trabalhar com o GeoGebra (mas apenas depois da explicação).”.

Destaca-se aqui que na visão do autor é salutar que cada aluno desenvolva e crie seus próprios objetos virtuais de aprendizagem, pois isto permite o desenvolvimento da autonomia do estudante e que as situações de aprendizagem se desenvolvam de maneira a compreender e interiorizar os conteúdos estudados.

Na entrevista final os alunos foram instigados a responder duas perguntas quanto ao uso do GeoGebra nas aulas de trigonometria. A primeira referiu-se aos fatores que dificultaram o uso do *software*, onde pôde-se observar pelas respostas que novamente oito alunos se manifestaram, afirmando não terem encontrado nenhum problema para a utilização do *software*. Dentre os demais, seguem algumas respostas que representam de forma genérica as principais dificuldades relatadas. O aluno A01 disse ter “dificuldade em botar os números nas retas, pois nunca mexi com esse tipo de aplicativo”, enquanto A10 afirma que “minha única dificuldade foi perceber que existem vários tipos de GeoGebra, e o que utilizamos em aula é o GeoGebra Classic, e eu demorei para perceber isso”. O aluno A16 alega ter “dificuldades em fazer sem ajuda, mas com um passo a passo conseguia.”

Na segunda questão os alunos foram instigados a expressar suas percepções quanto aos benefícios de usar o GeoGebra nas aulas de trigonometria e as respostas dos alunos são bem ecléticas conforme pode-se perceber no Quadro 04.

Quadro 04 – Percepções dos alunos sobre os benefícios do uso do GeoGebra nas aulas de trigonometria

Aluno(a)	Resposta do aluno(a)
A01	Tem muitos benefícios, pois ele mostra as relações Matemáticas na prática.
A02	Maior praticidade em resolver problemas que envolviam gráficos ou formas geométricas.
A03	A exemplificação das situações mostradas facilitou a compreensão no estudo da Trigonometria.

A04	Foi uma boa forma de conseguir entender melhor na prática a matéria, montando triângulos.
A05	mais fácil de compreender gráficos e trigonometria, ajudou bastante.
A06	Facilidade e praticidade para realizar as questões.
A09	entender bem as relações do seno, cosseno e tangente.
A10	A precisão na hora de construir qualquer coisa, e a praticidade, pois as medidas são automáticas.
A13	acredito que seja mais rápido do que desenhar um gráfico no caderno.
A15	Entender visualmente como funciona o conteúdo.
A16	Eu achei muito prático, inovador e melhor para fazer os exercícios.
A17	O GeoGebra traz diversos benefícios nas atividades de Trigonometria pois ele mostra na prática infinitas situações que podem nos ser apresentadas.
A18	A praticidade do aplicativo ajuda muito nas resoluções, você ocupa metade do tempo em cada questão de trigonometria, realmente foi um app muito amigo em Matemática durante o ano e com certeza nos próximos anos.
A19	Pratico, mas difícil ao mesmo tempo.
A20	Contribuiu, de um modo geral, significativamente na busca de conhecimento para os estudantes.

Fonte: Autor.

Analisando as respostas apresentadas pelos alunos, observa-se uma clara percepção desses de que o uso dos recursos tecnológicos favorece a representação geométrica de múltiplos objetos em pouco tempo, evidenciando sua praticidade, agilidade e precisão na forma de representação. Isso facilita avaliar diferentes situações em menos tempo. Também permite estabelecer conjecturas de forma mais rápida e produtiva, facilitando o estabelecimento de relações que permitem melhor transitar entre a representação geométrica e algébrica, como o que ocorreu, por exemplo, nas funções trigonométricas, em que os alunos conseguiram perceber a influência de diferentes parâmetros nos respectivos gráficos, nos conjuntos do domínio e da imagem, na amplitude dos gráficos e no período das funções. Possibilitou ainda a obtenção da lei de formação (representação algébrica) a partir da representação geométrica.

Considerando tratar-se de um *software* livre, com opção de ser usado como aplicativo para o celular, identificou-se a disposição dos alunos em continuar a usá-lo, mesmo após a aplicação da pesquisa, o que sugere que em suas percepções, trata-se de um aparato tecnológico que traz contribuições para o desenvolvimento do seu conhecimento. Ressalta-se, no entanto, a importância de o professor mediar as discussões e propor sequências didáticas e exercício adequados de forma a explorar as potencialidades das representações proporcionadas na interação com o *software*. Isso é fundamental para que ocorra a formalização dos conceitos abordados, de forma a garantir a devida

relação entre os diferentes aspectos presentes em cada forma de representação, permitindo “discernir as unidades a serem postas em correspondência” para “reconhecer, rapidamente, se duas representações quaisquer sendo dadas em dois registros são, ou não são, duas representações equivalentes de um mesmo objeto” (DUVAL, 2018, p. 12). Esta percepção corrobora com o pensamento de Petry, Binotto e Schwendler (2018), ao afirmarem que

os OVA se constituem em elementos auxiliares no processo de aprendizagem de conteúdos de Matemática, contribuindo na motivação e interação dos alunos e permitindo uma visualização gráfica/geométrica dos objetos estudados, necessitando, porém, uma complementação através de sistematizações e principalmente no desenvolvimento de habilidades de representação descritiva desses objetos. (p.92)

Na visão do autor o uso do GeoGebra nas aulas síncronas foi marcante de forma positiva ajudando para uma explanação mais didática e mais qualificada dos objetos de estudo em voga, pois conforme Bruginski (2014) destaca sobre o uso do GeoGebra na construção dos gráficos, “essas tabelas surgem como uma oportunidade de atrair a atenção dos educandos para as funções trigonométricas.” (p. 52). As construções são rápidas e totalmente eficazes, prendendo a atenção dos estudantes, evidenciando que o uso de OVA qualificados, é capaz de contribuir significativamente nos processos de ensino-aprendizagem. Como o uso de equipamentos eletrônicos (celulares, computadores, tablets, ...) é realidade dos estudantes no Brasil, mais ainda nas instituições privadas, “se não ocorrer a união dos recursos tecnológicos com a realidade do aluno, é natural que ele perca a afeição pela matéria.” (BRUGINSKI, 2014, p. 52).

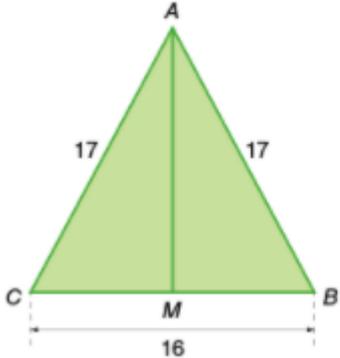
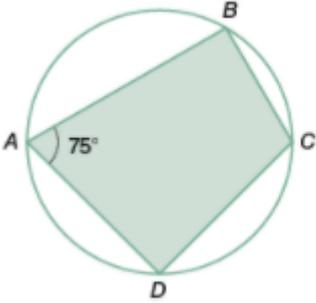
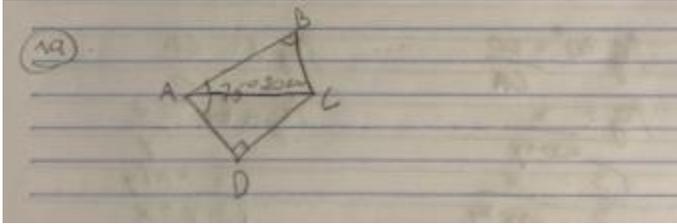
No questionário aplicado no final da pesquisa, alguns alunos evidenciaram a importância do uso das tecnologias digitais, a exemplo do aluno A03 ao afirmar que “o ano letivo de 2020 certamente foi diferente dos demais. Muitas vezes foi preciso ir além do que era apresentado pelo professor, pois, principalmente em Matemática, a aprendizagem se tornou mais difícil. Contudo, com o auxílio das tecnologias foi possível analisarmos mais facilmente algumas situações - na parte gráfica da trigonometria, por exemplo.” Para o aluno A19, “foi um ano muito difícil para todos, ninguém esperava ter que assistir às aulas de frente para um computador, mas acho que os professores souberam nos acolher bem nesse ano [...] o app GeoGebra também foi um grande amigo dos estudantes. Nas avaliações o professor pedia que enviassem o cálculo das questões com certeza fez com que muitos alunos se esforçassem mais e não só chutassem as questões. Entre outros benefícios.” Pode-se claramente perceber que na visão dos educandos o uso de OVA e sua construção são fatores que contribuem para o melhor andamento dos processos de ensino e aprendizagem.

Em relação às dificuldades apresentadas na resolução de atividades e de compreensão dos objetos de estudos abordados, identificou-se ao longo do processo situações de alguns alunos que

demoraram certo tempo para compreender a resolução de alguns exercícios. A principal dificuldade observada consistia na interpretação do enunciado do problema. Caracteriza-se nestes casos, uma dificuldade de transitar entre uma representação na linguagem escrita para uma representação geométrica, seguida para uma representação algébrica, onde se faria a resolução do problema, como ilustram alguns exemplos do Quadro 05. Essa situação foi observada em diferentes situações, sendo identificada em relatos nas repostas ao questionário, mas principalmente ao longo da aplicação da pesquisa, onde alguns alunos não conseguiam resolver determinada atividade nos momentos assíncronos, trazendo as dificuldades para discussão e resolução conjunta nos momentos síncronos. Também surgiram situações com expressões dos alunos do tipo “não entendi a questão 4”, ou, “o professor poderia resolver a questão 7, que eu não entendi.” Situações desse tipo, mostram dificuldades apresentadas por alguns alunos ao longo do processo, em que eles chegam a olhar para algum problema e não conseguem ter uma ideia clara de como agir para encontrar a solução. Isto mostra uma dificuldade para estabelecer uma segunda representação do objeto de estudo, e principalmente, de transitar da representação posta para uma outra forma de representação. Nestes momentos, mostrou-se necessária a intervenção do professor (ou em alguns momentos, a ajuda de algum colega) para uma orientação na busca de uma representação viável para a obtenção da solução ao problema em tela. Isso mostra a importância do momento presencial, ou do momento síncrono (no caso desta aplicação), em que são feitas as socializações das aprendizagens e das dificuldades que são inerentes e partes do processo de aprendizagem. As dificuldades, neste caso, serviram de parâmetro para orientar as ações na aula síncrona, bem como definir quais exercícios que necessitariam ser resolvidos de forma coletiva, direcionando dessa forma as ações do professor ao longo das aulas síncronas. Essa é uma das características marcantes nas metodologias ativas, em particular, da sala de aula invertida, pois as atividades desenvolvidas sem a presença do professor, com anotações e identificação de dificuldades por parte dos alunos, servirão como base para a condução das atividades presenciais (no caso da adaptação feita nesta pesquisa, nas atividades síncronas).

Pode-se dizer ao analisar anotações do diário de bordo e pela consulta aos vídeos das aulas síncronas gravadas, que situações de dificuldade de resolução de algumas atividades ocorreram em todas as atividades propostas, onde comumente se destacam as dificuldades de interpretação do problema. Às vezes pode ser um detalhe simples que passa despercebido, outras pode ser que a proposição do problema matemático solicitado seja bastante complexo ou algum deslize no desenvolvimento do cálculo matemático (às vezes os alunos erram cálculos simples, geralmente acontecem por distração), como mostram os exemplos do Quadro 05.

Quadro 05: Resoluções de alunos que tiveram dificuldades

Aluno(a)	Representações das resoluções do exercício
A16	<p>6) No triângulo isósceles ABC abaixo, M é ponto médio do lado BC. Calcule o comprimento da mediana AM: AM = 50.</p> 
A04	<p>4) As quatro teclas reproduzidas ao lado movimentam um ponto na tela de um computador. A cada digitação das teclas ↑ ou ↓, o ponto se movimenta verticalmente 6 mm, para cima ou para baixo, respectivamente; e a cada digitação das teclas ← ou →, o ponto se movimenta horizontalmente 1,6 mm, para a esquerda ou para a direita, respectivamente. Indicando por P a posição inicial do ponto na tela e por Q a posição do ponto após digitar dez vezes a tecla → e duas vezes a tecla ↑, calcule a distância, em milímetro, entre os pontos P e Q.</p> <p>_____.</p> <p>Quais dificuldades você teve para responder o formulário? tive dificuldades de entender e resolver a questão 4.</p> <p>_____</p>
A02	<p>19) Na figura, o quadrilátero ABCD está inscrito na circunferência de diâmetro AC, com $AC = 20$ cm. Dado que $m(\widehat{BAD}) = 75^\circ$ e $AD = CD$, calcule a área do quadrilátero.</p>  

Fonte: Autor.

Analisando algumas das questões, escolhidas aleatoriamente, nas quais os alunos não conseguiram a correta resolução, percebe-se, por exemplo, que o(a) aluno(a) A16 respondeu um valor

aleatório, não percebeu que os triângulos ACM e ABM eram retângulos e bastava aplicar o Teorema de Pitágoras. O(A) aluno(a) A04, que alegou “ter dificuldade de entender e resolver a questão 4”, deveria ter percebido que a partir do ponto P fez um deslocamento de 10 unidades para direita (\rightarrow) que corresponderia a 16 mm até um ponto aleatório R, de R faz um deslocamento de 2 unidades para cima (\uparrow) equivalente a 12 mm e, como deslocamento para direita é perpendicular a deslocamento para cima, tínhamos que o PRQ é retângulo em R e bastava utilizar o Teorema de Pitágoras.

Para que o aluno(a) A02 pudesse resolver a questão 19, era preciso usar alguns teoremas da geometria, a saber, quando um triângulo está inscrito numa semicircunferência, será um triângulo retângulo em que o diâmetro é a hipotenusa, e se um triângulo é isósceles, os ângulos da base são congruentes, logo, pela imagem e sabendo, pelo enunciado que AC é diâmetro, temos que o triângulo ABC é retângulo em B, que o triângulo ADC é retângulo em D e é também isósceles, logo o ângulo $\angle CAD$ é de 45° , conseqüentemente $\angle BAC$ é de 30° , e a partir disso usar as razões trigonométricas para determinar os catetos e a área do quadrilátero. Era uma questão que precisava de várias informações que não estavam todas visivelmente declaradas, era, portanto, necessária muita análise e interpretação para chegar até a resolução correta.

De maneira geral pode-se dizer, que tiveram alguns alunos, nem sempre os mesmos, que enfrentaram algumas dificuldades na resolução de um ou outro exercício, mas que, de maneira geral através do modelo adaptado da sala de aula invertida, conseguiu-se dirimir a maior parte delas.

5.3 COMPROMETIMENTO NA REALIZAÇÃO DAS ATIVIDADES E DESENVOLVIMENTO DA AUTONOMIA

No que se refere a este tópico de análise, optou-se por fazer inicialmente uma tabela (Tabela 02) registrando a quantidade de alunos, com respectivo percentual (dentro os sujeitos da pesquisa), que fizeram as devolutivas das atividades, conforme roteiros e prazos estabelecidos.

Tabela 02 – Comprometimento com a devolução das atividades

ATIVIDADE	Alunos(as) que entregaram	Porcentagem
Revisão – semelhança de triângulos	18	90%
Construção de triângulos semelhantes	19	95%
Exercícios trigonometria no triângulo	17	85%
Exercícios trigonometria no triângulo (3/set/2020)	18	90%
Construção de arcos	14	70%

Circunferência trigonométrica	15	75%
Razões trigonométricas inversas	15	75%
Função cosseno	13	65%
Entrevista final	15	75%

Fonte: Autor.

Pela Tabela 02 percebe-se que a quantidade de devolutivas feitas pelos alunos variaram de 13 a 19. Cabe ressaltar que vários fatores precisam ser relatados pelas percepções do autor. Como a aplicação da pesquisa ocorreu na própria aula do professor da turma (também autor da pesquisa), a maioria das atividades foi considerada como parte integrante da avaliação dos alunos na disciplina de Matemática, sendo que, mesmo os alunos que não participaram como sujeitos desta pesquisa (suas produções e percepções não foram considerados nesta análise) deveriam fazer a entrega das atividades para comporem sua avaliação na disciplina de Matemática (esta situação não se aplica a entrevista final). Como a maior parte da aplicação ocorreu no terceiro trimestre, alguns alunos já tinham acumulado notas quase que suficientes nos primeiros dois trimestres para obterem sua aprovação, o que para alguns destes trouxe a percepção de que “já estou aprovado, e então não preciso mais fazer todas as atividades”. Assim, alguns deram maior prioridade para as atividades em outras disciplinas em que se encontravam com maiores dificuldades. Porém, mesmo destes, houve a participação em muitos dos momentos das aulas.

Outro fato a ressaltar, é que tendo em vista o cenário de pandemia devido ao Covid-19, e a mudança para o ensino remoto, alguns estudantes acabaram tendo algumas dificuldades para a realização das atividades, como por exemplo, falta de equipamento tecnológico adequado e suficiente, dificuldade de acesso à internet, dificuldade com sites e *softwares* educativos, entre outros.

Essa problemática toda, acabou gerando algumas dificuldades na realização da pesquisa, principalmente nos prazos de entrega. Muitas atividades acabaram sendo devolvidas pelos alunos, com um prazo bastante superior ao que previamente tinha se estabelecido e organizado, sendo que a orientação pedagógica foi de receber as atividades em qualquer época, sem prejuízo de nota.

Pelos dados apresentados na Figura 02, pelos menos 14 alunos tinham realizado a tarefa assíncrona de conclusão da construção dos triângulos semelhantes e determinação das razões trigonométricas. Porém, quando os alunos na pesquisa final responderam sobre quando realizavam as atividades e leitura sugeridas, as repostas dos 15 alunos ficaram assim divididas: 5 alunos faziam antes da aula síncrona, 2 após a aula síncrona e 8 em uma outra data. Acredita-se que em suas repostas, alguns dos alunos que responderam que faziam em outra data, isto se aplica a algumas atividades, enquanto outras foram desenvolvidas e entregues nos prazos estabelecidos.

Fica evidenciando que alguns alunos conseguiram se adaptar e se organizar muito bem, outros enfrentaram algumas dificuldades, e outros tiveram grandes dificuldade de organização e adaptação a forma de ensino remoto que precisou ser implementada. Para exemplificar, o aluno A18 entregou 2 atividades das nove propostas, por outro lado, o aluno A09 entregou todas as 9 atividades propostas na pesquisa. Caracteriza-se aí uma situação, dentre várias outras, em que os alunos conseguiram estabelecer uma rotina de estudos e de desenvolvimento das atividades nos momentos assíncronos. Isso mostra a autonomia desenvolvida para a partir das atividades e roteiros propostos, organizar seus estudos nos momentos propostos pela metodologia da sala de aula invertida, como a parte à distância.

Já em relação aos alunos que mostraram falta de autonomia e/ou dificuldade para desenvolver as atividades nos momentos assíncronos para preparar as atividades para as aulas síncronas, há de se considerar que a aplicação de metodologias ativas requer um período de adaptação. Considerando que boa parte das escolas ainda atua predominantemente com metodologias mais tradicionais, há uma cultura nos próprios alunos, que esperam que o professor passe o conteúdo, para depois eles fazerem os exercícios. Nas metodologias ativas, em particular, na adaptação proposta neste trabalho, essa ordem fica invertida. Isso constitui-se como um fator complicador para a organização de alguns. Somado a isso, o fato de as aulas serem totalmente remotas, também foi uma novidade para os alunos, e ninguém da comunidade escolar estava preparado para esta situação.

Apesar de algumas dificuldades, já apontadas, há indícios de que a metodologia utilizada permitiu novos desafios, e de certa forma, contribuiu para o desenvolvimento da autonomia, mesmo que de forma parcial. Isso se confirma, uma vez que em várias atividades, a resolução e devolutiva foi feita rapidamente, principalmente nas que precisavam utilizar ou construir OVA, embora, em outras, a devolutiva foi feita por alguns alunos, só no final do trimestre, quando a nota trimestral estava por ser fechada.

5.4 PERCEPÇÕES DOS ALUNOS COM RELAÇÃO AOS RECURSOS DIDÁTICOS UTILIZADOS E EM RELAÇÃO À ADAPTAÇÃO DA METODOLOGIA DA SALA DE AULA INVERTIDA.

Nesta seção apresentam-se algumas percepções dos alunos sujeitos da pesquisa acerca dos recursos didáticos usados durante a aplicação da pesquisa e em relação à metodologia da sala de aula que foi adaptada para a realidade do ensino remoto. Em relação à necessidade do ensino remoto, observa-se que enquanto alguns conseguiram uma rápida adaptação, outros apresentaram certa dificuldade, principalmente de manter o foco e a concentração. O aluno A09, por exemplo, declara

que “foi um ano bem bom, [...] a maioria dos conteúdos foi bem tranquilo quanto a forma de aprendizagem. Outro ponto positivo foi o auxílio que aquelas vídeo aulas nos forneceram.” Já o aluno A02 afirma que “o ano de 2020 foi um ano de muito aprendizado tanto para os professores quanto para os alunos, pelo menos na minha experiência eu tive que me adaptar a cada matéria” e acrescenta que foi necessário “adquirir um método para estudar e aprender e isso foi o mais positivo pra mim.” Conclui sua percepção, afirmando: “eu aprendi o meu jeito de estudar, e eu vou levar isso para minha vida, sem falar que a adaptação da escola foi boa [...]. Eu achei muito legal o fato de a gente já saber o que vai estudar na semana pois assim a gente podia se organizar melhor.” O aluno A11 afirma que: “Eu particularmente me adaptei bem e tive um melhor desempenho e aprendizado. Sempre tive dificuldade em Matemática, mas esse ano me superei e estudei mais.”

Observa-se nos depoimentos dos alunos A09 e A02, exemplos de quem conseguiu se adaptar relativamente bem ao momento vivenciado durante a pandemia e que buscaram se organizar para acompanhar as aulas, com destaque à percepção de necessidade de estabelecer sua rotina e organização do seu método próprio de estudo. Isso mostra indicativos do desenvolvimento de autonomia para organizar a forma mais adequada de aprender. Destaca-se também a importância atribuída às vídeo aulas que auxiliaram na aprendizagem dos conteúdos. A oportunidade de terem contato com o conteúdo antes de discuti-lo em sala de aula (ou no caso desta pesquisa, na aula remota síncrona) foi apontado como algo que facilita a aprendizagem, situação também corroborada pela percepção do aluno A10, ao afirmar que “essas vídeo aulas ajudam bastante para já chegar na aula meio que sabendo um pouco mais do conteúdo em si”. A possibilidade de assistir os vídeos e mesmo as aulas síncronas em outro momento para rever algum tópico não compreendido também foi destacado pelos alunos, com mostra a percepção do aluno A20 ao afirmar que: “acredito que as aulas gravadas no Meet ajudaram no momento das atividades.”

Em relação à percepção do aluno A11, apesar de uma aparente adaptação, e da observância de alguns elementos que sugerem a ocorrência da aprendizagem ao longo do desenvolvimento das atividades, há de se refletir com base nesta afirmação se o desempenho em termos de nota obtida na disciplina, exclusivamente por meio de atividades avaliativas remotas, reflete de fato uma aprendizagem mais efetiva, como foi o entendimento desse aluno.

Em contraposição, às percepções anteriores, o aluno A15, afirma ter achado “difícil acompanhar os cálculos no Word, e tirar dúvidas no Google Meet, na frente de todos os colegas é um pouco desconfortável.”

Para compreender melhor essa percepção, é importante informar que em parte das aulas expositivas, realizadas de maneira síncrona pelo Google Meet, o professor (autor da pesquisa) usou como quadro o programa de edição de texto Microsoft Word, principalmente pelo fato de permitir o

uso das ferramentas do *equation*, para apresentar a resolução de cálculos matemáticos de maneira eficaz conforme ilustra Figura 05. Há de se considerar que esta não é a forma mais ágil de se apresentar a resolução de exercício durante uma aula, porém foi, entre as que estavam disponíveis, a que melhor permitiu a exposição dos equacionamentos matemáticos envolvidos nas resoluções dos exercícios. Foi a forma encontrada para substituir o quadro no momento das aulas síncronas. Isso também é consequência da necessidade de adaptação rápida a uma situação totalmente nova, sem ter a disponibilidade de ferramentas tecnológicas adequadas para o ensino remoto.

Figura 05: Print de resolução de exercício pelo professor

The screenshot shows a digital math tool interface. At the top, there is a toolbar with various mathematical symbols and functions. Below the toolbar, a question is displayed: "46) Quais são os valores de $\text{sen } \alpha$ e $\text{cos } \alpha$ tal que $\text{tg } \alpha = \frac{3}{4}$ e $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$?" Below the question, the solution steps are shown: $46) \text{tg } \alpha = \frac{\text{sen } \alpha}{\text{cos } \alpha}$, $\frac{3}{4} = \frac{\text{sen } \alpha}{\text{cos } \alpha}$, $\frac{3}{4} \cdot \text{cos } \alpha = \text{sen } \alpha$, $\left(\frac{3}{4} \cdot \text{cos } \alpha\right)^2 + \text{cos}^2 \alpha = 1$, and $\frac{9}{16} \text{cos}^2 \alpha + 1 \cdot \text{cos}^2 \alpha = 1$. The last two equations have yellow highlights under the $\text{cos}^2 \alpha$ terms. A search bar with the placeholder "Digite a equação aqui." is also visible.

Fonte: Autor.

Quanto às evidências de que alguns alunos tiveram dificuldade de adaptação ao ensino remoto, e desta dificuldade, resultou menor interação com os objetos, tem-se ainda o relato do aluno A01: “Esse ano, para mim foi muito desgastante e cansativo. Por outro lado, achei esse ano fácil em alguns aspectos, como por exemplo nas provas, atividades e trabalhos. Tínhamos suporte como os livros e a internet. Entretanto tem seu lado negativo, que no caso não tive um bom progresso no meu aprendizado, pois durante as aulas tive muita enxaqueca e olhos vermelhos, e não consigo aprender através de uma tela.” No contexto das dificuldades, o aluno A20 também afirma que “o aprendizado em 2020 foi mais desafiador pois estando em casa, existem muitas distrações, e ao mesmo tempo, existe uma dificuldade de separar os momentos em que estamos estudando ou não, por estarmos no mesmo ambiente todos os dias.” Evidencia-se neste depoimento, certa dificuldade para a organização do espaço e do tempo de estudo, sem a supervisão direta do professor, situação bem característica observada em diferentes momentos do ensino remoto.

Apesar das dificuldades apontadas por alguns, em suas percepções, através das observações feitas ao longo da pesquisa, identificou-se que a maioria dos alunos conseguiu estabelecer contato com os objetos de estudo (seja através das vídeo aulas, ou do desenvolvimento de atividades, como a interação com os OVA disponibilizados, ou a elaboração dos seus próprios OVA). Um exemplo dessa situação pode ser verificado ao analisar que 14 dos 20 alunos registraram suas razões trigonométricas na Figura 01, mostra que pelo menos estes tinham realizado a atividade assíncrona proposta, visando a adaptação da metodologia da sala de aula invertida.

Estas evidências mostram que foi possível trabalhar com a adaptação da sala de aula invertida, que trouxe ganhos consideráveis de aprendizagem conforme indicam os precursores Bergmann e Sams. Alguns fatores dificultaram para um melhor andamento do modelo, para alguns alunos, conforme sugerem relatos e registros abordados, porém, isto não invalida de forma alguma os aspectos positivos observados.

Na percepção dos alunos, dentre os recursos utilizados, um dos que mais contribuiu na aprendizagem, foi a possibilidade de construção e interação com os OVA, usando o GeoGebra. Alguns aspectos dessa percepção já foram apresentados na seção 5.2, ao tratar da interação com os OVA, porém, retomados no que tange especificamente às percepções dos alunos quanto aos possíveis benefícios dessa interação para a aprendizagem. Essas percepções são identificadas em depoimentos, como o do aluno A17 que afirma que “[...]houve vários pontos positivos os quais contribuíram para o aprendizado. Um deles foi a questão dos aplicativos online, nos ajudando muito a visualizar as questões Matemáticas na prática. (ex: GeoGebra).” O aluno A20 afirmou que “o uso do GeoGebra tornou mais significativo o uso de funções conectada à realidade, os estudantes adquiriram habilidades no trabalho com gráficos de funções, contribuindo para o entendimento do que é uma função e suas múltiplas formas de representá-las e interpretá-las.” Já o aluno A18 argumenta que “a praticidade do aplicativo ajuda muito nas resoluções, você ocupa metade do tempo em cada questão de trigonometria, realmente foi um app muito amigo em Matemática durante o ano e com certeza nos próximos anos.” Observa-se aqui um indicativo de que a interação com OVA é algo que deve ser mantido para as aulas de Matemática, independente do ensino ser presencial ou remoto.

Quando questionados sobre aspectos vivenciados no ensino remoto, a serem levados para o ensino presencial, em seu retorno, novamente nas percepções dos alunos, o uso do *software* foi mencionado diversas vezes, como no depoimento do aluno A17, ao afirmar que “devemos manter o uso do GeoGebra e do classroom na minha opinião” e do Aluno A15 ao afirmar que “O GeoGebra e o Khan Academy foram ótimos”, dando indicativos do desejo que continuem a ser usados. As vídeo aulas também foram citadas diversas vezes, como algo a ser mantido na volta ao ensino presencial,

como no depoimento do aluno A06 ao afirmar “eu acho que os vídeos orientados para assistirmos ajudaram muito e devem ser mantidos”.

Observa-se nas percepções dos alunos, as contribuições de alguns aspectos característicos das metodologias ativas, entre elas da sala de aula invertida (mesmo de forma adaptada) e seus desejos de continuidade desses aspectos, mesmo que no retorno do ensino presencial.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa foi desenvolvida com os alunos das turmas de segundo ano do Ensino Médio do Colégio Notre Dame Passo Fundo, uma escola privada no município de Passo Fundo no estado do Rio Grande do Sul onde buscou-se responder ao seguinte problema de investigação: como as metodologias de ensino híbrido contribuem para o desenvolvimento das diversas formas de representações semióticas visando proporcionar aprendizagem no Ensino de Matemática, mais especificamente no conteúdo de trigonometria.

Para responder à problemática apontada buscou-se entender como e quais representações semióticas os alunos conseguem expressar, compreender, e como ocorreu a conversão entre as diferentes formas de representação de um mesmo objeto de estudo matemático. Na análise pôde-se perceber várias situações que evidenciam a aprendizagem dos estudantes, atendendo a ideia central da TRRS, que segundo Duval (2016), preconiza que

para poder fazer Matemática, ou utilizar, ou saber utilizar conhecimentos matemáticos, é preciso transpor os dois patamares cognitivos da compreensão: o reconhecimento imediato de um mesmo objeto matemático em duas representações semióticas diferentes; e a conscientização da maneira específica que cada registro pode se transformar em novas representações, as representações semióticas produzidas.” (p. 37-38)

Como papel de facilitador dos processos de representação dos objetos de estudo de trigonometria, destacou-se alguns OVA, disponíveis em *websites*, além da criação e desenvolvimento de outros objetos de aprendizagem pelos alunos e pelo professor. Destaca-se neste aspecto que o principal recurso tecnológico utilizado foi o GeoGebra, seja ele instalado no computador ou como um aplicativo de celular.

Sobre o uso dos OVA, percebe-se pela visão do autor e dos seus alunos, que permitiu, em várias situações da pesquisa, assumir o papel de facilitador dos processos de ensino e de aprendizagem, agilizou o andamento das explanações de conteúdo, ajudou na ilustração dos objetos de estudo, bem como na compreensão, por parte dos alunos, das explicações e dos objetos de estudo sobre trigonometria em voga, possibilitando mais facilmente perceber e apresentar registros de representação semiótica, evidenciando elementos que sugerem a ocorrência de aprendizagem.

Sabedores que o uso de equipamentos eletrônicos é inerente ao ser humano no ano de 2020, a ponto de se poder dizer “que o adolescente não vive sem ele”, o celular, a inserção e o uso TDIC nas escolas passa a ser fundamental, pois esta pesquisa e muitas outras, apontam que seu uso de maneira coerente desperta um maior interesse, por parte dos alunos. O uso de OVA qualificados e

condizentes com os objetos de estudo que estão sendo desenvolvidos, potencializa o desenvolvimento dos processos de ensino e de aprendizagem.

No que se refere aos aspectos dificultadores para os alunos, na resolução de problemas matemáticos envolvendo o conteúdo de trigonometria, pode-se afirmar que as dificuldades se mantiveram as mesmas, naturais e normais de alunos que estão resolvendo exercícios e problemas de conteúdos de Matemática, se comparados com as aulas presenciais. Às vezes, alguns alunos apresentam a falta de correta interpretação dos problemas propostos, e por vezes cometem erros básicos de operações matemáticas, normalmente por distração na hora da resolução.

Quanto ao nível de comprometimento dos alunos com a resolução das atividades, pode-se dizer que foi satisfatório tendo em vista que aproximadamente 80% das atividades solicitadas foram entregues pelos estudantes, cabendo ressaltar que com advento da pandemia causada pelo COVID-19, as aulas passaram a ser no modelo remoto, causando algumas dificuldades para a pesquisa e para o andamento do ano letivo em que a pesquisa foi realizada. Tendo em vista diversas dificuldades apontadas pelos estudantes e relatadas no corpo da pesquisa, tais como, alunos entregando as atividades fora do prazo, alguns às vésperas do fechamento do trimestre, alunos com dificuldade de acesso à internet, alunos que não assistiam todas as aulas síncronas, tendo em vista que as aulas ficaram gravadas e ficavam disponíveis para o estudante assistir posteriormente.

No ensino remoto, por determinação dos órgãos educacionais e orientados pela administração da escola, foram combinados que, das 4 (quatro) aulas semanais, pelo menos 2 (duas) seriam síncronas e as outras 2 (duas) seriam assíncronas, sendo propício a usar o ensino híbrido, a partir de uma adaptação da sala de aula invertida. Os apontamentos realizados na análise sugerem tratar-se de boa alternativa para o desenvolvimento das aulas e dos conteúdos, potencializando que os momentos síncronos sejam de real aprendizado. Observou-se que mesmo com uma forma totalmente nova e emergencial de ensino, muitos dos alunos tiveram uma adaptação muito rápida, conseguindo assimilar bem as mudanças metodológicas propostas. Entretanto outros tiveram dificuldades de adaptação, o que reforça a ideia de que o uso de metodologias ativas, mesmo com inúmeros indicativos de benefícios para a ocorrência da aprendizagem, requer também de um tempo de adaptação, e por que não dizer, de mudança de cultura de todos os envolvidos, do professor, que passa a ser mais orientador, e do aluno que acaba tendo que assumir maior protagonismo na condução dos seus estudos, a partir de roteiros e materiais sugeridos pelo professor.

Ao final dessa pesquisa entende-se que ensino híbrido, da forma como foi aplicado, mostrou-se como uma alternativa que potencializa os momentos de interatividade, pois a aula passa a ser menos expositiva, passando a ser um momento de troca de ideias, mediadas pelo professor. Os modelos híbridos colocam o aluno como protagonista do seu processo de aprendizagem.

A trajetória profissional de cada professor vai sendo marcada, desenvolvida e moldada por suas vivências e aprendizagens que vão acontecendo no decorrer da sua caminhada. Pode-se dizer que esse passo dado pelo autor, cursar o mestrado do PROFMAT, na UFFS campus Chapecó deixou marcas que fizeram deste autor (professor de Matemática) um ser humano melhor, mas mais do que isso, estar mais bem municiado de instrumentos, principalmente os OVA e o uso do GeoGebra, capazes de fazer da docência em Matemática uma atividade cada vez mais prazerosa por estar preparado a desenvolver e potencializar nos educandos a sua capacidade de aprendizagem.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, Maria Elizabeth Bianconcini de. Apresentação. In: BACICH, Lilian; MORAN, José. **Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática**. Porto Alegre: Penso, 2018. p. IX a XIII.
- ALMEIDA, Maria Elizabeth Bianconcini de; VALENTE, José Armando. Integração currículo e tecnologias e a produção de narrativas digitais. **Currículo sem Fronteiras**, v. 12, n. 3, p. 57-82, 2012.
- ARAÚJO, Luís Cláudio Lopes de; NÓBRIGA, Jorge Cássio Costa. **Aprendendo Matemática com o GeoGebra**. São Paulo: Editora Exato, 2010.
- BACICH, Lilian; TANZI NETO, Adolfo; TREVISANI, Fernando de Mello. Ensino Híbrido: personalização e tecnologia na educação. In: BACICH, Lilian; TANZI NETO, Adolfo; TREVISANI, Fernando de Mello. (Org.). **Ensino Híbrido: Personalização e Tecnologia na Educação**. Porto Alegre: Penso, 2019. p. 47-65.
- BERGMANN, Jonathan; SAMS, Aaron. **Sala da aula invertida: uma metodologia ativa de aprendizagem**. Tradução Afonso Celso da Cunha Serra. Rio de Janeiro: LTC, 2019.
- BORGES, Pedro Augusto Pereira; SCHEFFER, Nilce Fátima. Contribuições de Objetos Virtuais para a Aprendizagem de Conceitos de Geometria. In: SCHEFFER, Nilce Fátima; COMACHO, Eliziane; CENCI, Danuza. (Orgs.). **Tecnologias da informação e comunicação na Educação Matemática: articulação entre pesquisa, objetos de aprendizagem e representações**. Curitiba: Editora CRV, 2018. p. 63-77.
- BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em 20 de dezembro de 2020.
- BRASIL, Ministério da Educação. **Brasil no Pisa 2018**. Brasília, DF, 2020-a. Disponível em: https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes_e_examens_da_educacao_basica/relatorio_brasil_no_pisa_2018.pdf. Acesso em 20 de dezembro de 2020.
- BRASIL, Ministério da Educação. **Pisa 2018 revela baixo desempenho escolar em Leitura, Matemática e Ciências no Brasil**. Brasília, DF, 2020-b. Disponível em: <https://www.gov.br/mec/pt-br/assuntos/noticias/pisa-2018-revela-baixo-desempenho-escolar-em-leitura-matematica-e-ciencias-no-brasil>. Acesso em 20 de dezembro de 2020.
- BRUGINSKI, Willian José. **Desenvolvimento de planilhas dinâmicas utilizando o software GeoGebra para o estudo de funções trigonométricas**. Dissertação (Mestrado profissional em Matemática em rede nacional = PROFMAT) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2014.
- CHIZZOTTI, Antonio. **Pesquisa qualitativa em ciências humanas e sociais**. Petrópolis – RJ: Editora Vozes, 2006.

CHRISTENSEN, Clayton M.; HORN, Michael B.; STAKER, Heather. **Ensino Híbrido, uma Inovação Disruptiva**. EUA: Clayton Christensen Institute. Traduzido para o Português por Fundação Lemann e Instituto Península. 2013. Disponível em: https://porvir.org/wp-content/uploads/2014/08/PT_Is-K-12-blended-learning-disruptive-Final.pdf. Acesso em 17 de janeiro de 2021.

CRESWELL, John W. **Projeto de Pesquisa: método qualitativo, quantitativo e misto**. Tradução: Luciana de Oliveira Rocha. Porto Alegre: Artmed, 2007.

CRESWELL, John W. **Projeto de Pesquisa: método qualitativo, quantitativo e misto**. Tradução: Magda Lopes. Porto Alegre: Artmed, 2010.

DEMO, Pedro. **Introdução à metodologia da ciência**. São Paulo: Editora Atlas, 1985.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais (Sémiosis et Pensée Humaine: Registres Sémiotiques et Apprentissages Intellectuels): (fascículo I)**. Tradução: Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu de Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

DUVAL, Raymond. Gráficos e equações: a articulação de dois registros. Tradução: Méricles Thadeu Moretti. **Revemat**, v. 6, n. 2, p. 96-112, 2011.

DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução: Méricles Thadeu Moretti. **Revemat**, v. 07, n. 2, p. 266-297, 2012.

DUVAL, Raymond. Entrevista: Raymond Duval e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Concedida a FREITAS, J. L. M. de; REZENDE, V. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 2, n. 3, p. 10-34, 2013.

DUVAL, Raymond. Questões epistemológicas e cognitivas para pensar antes de começar uma aula de Matemática. Tradução: Méricles Thadeu Moretti. **Revemat**, v. 10, n. 1, p. 1-23, 2015.

DUVAL, Raymond. Mudanças, em curso e futuras, dos sistemas educacionais: desafios e marcas dos anos 1960 aos anos ... 2030. Tradução: Méricles Thadeu Moretti. **Revemat**, v. 11, n. 2, p. 1-78, 2016.

DUVAL, Raymond. Como analisar a questão crucial da compreensão em Matemática. Tradução: Méricles Thadeu Moretti. **Revemat**, v. 13, n. 2, p. 1-27, 2018.

GABRIEL, Martha. **Educ@r: A (r)evolução digital na educação**. São Paulo: Saraiva, 2013.

KLEEMANN, Robson; PETRY, Vitor José. Proposta metodológica para trabalho interdisciplinar entre Matemática e Física: potencialidades e contribuições. **Acta Latinoamericana de Matemática Educativa**, v. 33, n. 1, p. 729-740, 2020

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: Editora Pedagógica Univesistária, 1986.

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Fundamentos de metodologia científica**. São Paulo: Editora Atlas, 2017, 8ª. Edição.

MENONCINI, Lucia; MORETTI, Mércles Thadeu. A articulação e a coordenação dos registros discursivo e figural no ensino da geometria. In: SCHEFFER, Nilce Fátima; COMACHO, Eliziane; CENCI, Danuza. (Orgs.). **Tecnologias da informação e comunicação na Educação Matemática:** articulação entre pesquisa, objetos de aprendizagem e representações. Curitiba: Editora CRV, 2018. p. 19-30.

MORAES, Roque; GALIAZZI, Maria do Carmo. Análise Textual Discursiva: Processo Reconstrutivo de Múltiplas Faces. **Ciência e Educação.** v. 12, n. 1, p. 117-128, 2006.

MORAN, José. Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda. In: BACICH, Lilian; MORAN, José. **Metodologias ativas para uma educação inovadora:** uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre: Penso, 2018. p. 02 a 25.

MORAN, José. Educação Híbrida: Um conceito-chave para educação, hoje. In: BACICH, Lilian; TANZI NETO, Adolfo; TREVISANI, Fernando de Mello. (Org.). **Ensino Híbrido:** Personalização e Tecnologia na Educação. Porto Alegre: Penso, 2019. p. 27-45.

PETLA, Revelino José. **GeoGebra: possibilidades para o Ensino de Matemática.** União da Vitória -PR: Secretaria da Educação e do Esporte, 2008.
Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1419-6.pdf>, acesso em 20 de dezembro de 2020.

PETRY, Vitor José; BINOTTO, Rosane Rosatto; SCHWENDLER, Denise. O uso de objetos virtuais de aprendizagem no estudo de elementos de geometria plana. In: SCHEFFER, Nilce Fátima; COMACHO, Eliziane; CENCI, Danuza. (Orgs.). **Tecnologias da informação e comunicação na Educação Matemática:** articulação entre pesquisa, objetos de aprendizagem e representações. Curitiba: Editora CRV, 2018. p. 31-45.

PRODANOV, Cleber Cristiano; FREITAS, Ernani Cesar. **Metodologia do trabalho científico:** métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico. Novo Hamburgo: Feevale, 2013, 2ª. Edição.

SUNAGA, Alexsandro, CARVALHO, Camila Sanchez de. As tecnologias digitais no ensino híbrido. In: BACICH, Lilian; TANZI NETO, Adolfo; TREVISANI, Fernando de Mello. (Org.). **Ensino Híbrido:** Personalização e Tecnologia na Educação. Porto Alegre: Penso, 2019. p. 141-154.

SCHEFFER, Nilce Fátima; BINOTTO, Rosane Rossato. **Aprender e ensinar trigonometria e geometria analítica:** com *software* GeoGebra. Porto Alegre: Evangraf, 2016.

SCHEFFER, Nilce Fátima. **Tecnologias digitais e representação Matemática de movimentos corporais.** Curitiba: Appris, 2017.

SCHEFFER, Nilce Fátima; COMACHIO, Eliziane; CENCI, Danuza; HEINECK, Angélica Elis. Uma interação com objetos virtuais de aprendizagem na discussão de conceitos geométricos. In: SCHEFFER, Nilce Fátima; COMACHO, Eliziane; CENCI, Danuza. (Orgs.). **Tecnologias da informação e comunicação na Educação Matemática:** articulação entre pesquisa, objetos de aprendizagem e representações. Curitiba: Editora CRV, 2018. p. 31-45.

SCHNEIDER, Fernanda. Otimização do espaço escolar por meio do modelo de ensino híbrido. In: BACICH, Lilian; TANZI NETO, Adolfo; TREVISANI, Fernando de Mello. (Org.). **Ensino Híbrido:** Personalização e Tecnologia na Educação. Porto Alegre: Penso, 2019. p. 67-80.

SANTOS, Glauco de Souza. O ensino híbrido veio para ficar. In: BACICH, Lilian; TANZI NETO, Adolfo; TREVISANI, Fernando de Mello. (Org.). **Ensino Híbrido: Personalização e Tecnologia na Educação**. Porto Alegre: Penso, 2019. p. 103-120.

TEIXEIRA, Adriano Canabarro. **Formação docente e inclusão digital: a análise do processo de emersão tecnológica de professores**. Tese (Doutorado em Informática na Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Instituto de Informática da UFRGS, Programa de Pós- graduação em Informática na Educação, Porto Alegre, 2005.

THIOLENT, Michel. **Metodologia da pesquisa-ação**. São Paulo: Editora Cortez, 2009, 17ª. Edição.

TRIVIÑOS, Augusto Nivaldo Silva. **Introdução à pesquisa em ciência sociais: a pesquisa qualitativa em educação**. São Paulo: Editora Atlas, 1987.

VALENTE, José Aramando. A sala de aula invertida e a possibilidade do ensino personalizado: uma experiência com a graduação em midialogia. In: BACICH, Lilian; MORAN, José. **Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática**. Porto Alegre: Penso, 2018. p. 26 a 44.

WILEY, D. A. **Connecting learning objects to instructional design theory: A definition, a metaphor, and a taxonomy**. Brigham Young University, Provo, Utah, USA, 2000. In D. A. Wiley (Ed.), *The Instructional Use of Learning Objects: Online Version*. Disponível em: <http://reusability.org/read/chapters/wiley.doc>. Acesso em: 20 dezembro 2020.

APÊNDICE A – Formulário de solicitação de autorização dos pais para usos de imagens das atividades realizadas

AUTORIZAÇÃO PARA USO DE IMAGENS DAS ATIVIDADES REALIZADAS

***Obrigatório**

Endereço de e-mail *

Seu e-mail

Nome do Responsável:

Sua resposta

Nome do Aluno:

Sua resposta

Turma:

() 2A

() 2B

() 2C

O Responsável acima, autoriza o professor pesquisador Alessandro Ribas a utilizar imagens das atividades desenvolvidas pelo Aluno acima com a finalidade exclusiva de ilustrar situações referentes a aplicação do projeto de pesquisa realizada para a elaboração da dissertação de mestrado, com título provisório “Trigonometria: uma proposta de ensino híbrido” e eventuais publicações de artigos científicos relacionados a essa pesquisa. **OBSERVAÇÃO:** Em hipótese alguma será referenciado o nome do aluno.

() AUTORIZO.

() NÃO AUTORIZO.

APÊNDICE B – Orientações das Atividades Semanais

Orientações das Atividades Semanais – Semana 01

PLANO DE AULA
Área do conhecimento: Matemática
Série: 2ª série
Data: 11 a 17 de agosto de 2020
Carga horária semanal: 4 horas/aula de 50 minutos

Objetos do Conhecimento
1. Trigonometria
1.1 Estudo da Trigonometria no Triângulo Retângulo
1.2 Transformações Trigonométricas

Metodologia
<p>Aula 01 – Assistir ao vídeo: “Semelhança de triângulos”: https://www.youtube.com/watch?v=vc9xrDFx7J4.</p> <p>– Responder o formulário: Introdução a Trigonometria: https://docs.google.com/document/d/1alSCZ13nXGVHDXOV6R1TPC91xo8LQXjSScdccX1LIUE/edit.</p> <p>Aula 02 – Aula on-line pelo Google Meet: Compreender a ideia de triângulos semelhantes.</p> <p>Aula 03 – Aula on-line pelo Google Meet: Apresentar Aplicativo GeoGebra – e encaminhar a construção de triângulos semelhantes pelo aplicativo.</p> <p>Aula 04 – Construir triângulos semelhantes e enviar via Google Documento: https://docs.google.com/document/d/1DhLW8ektDmAD27aTIhIjGhDX6R2oYnR_eEvAkACT20/edit.</p>

Referências
1. BRASIL, Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular . Brasília, DF, 2018.
2. PAIVA, Manoel. Matemática . Volume 2 – parte 1. Editora Moderna. São Paulo. 2015.
3. IEZZI, Gelson et al. Matemática . Volume único. São Paulo: Atual, 2011.
4. DANTE, Luiz Roberto. Projeto VOAZ Matemática . Vol. Único. 1ª ed. São Paulo: Ática, 2012.

Orientações das Atividades Semanais – Semana 02

PLANO DE AULA
Área do conhecimento: Matemática
Série: 2ª série
Data: 18 a 24 de agosto de 2020
Carga horária semanal: 4 horas/aula de 50 minutos

Objetos do conhecimento
<p>1. Trigonometria</p> <p>1.1 Estudo da Trigonometria no Triângulo Retângulo</p> <p>1.1.1 A origem da trigonometria</p> <p>1.1.2 O triângulo fundamental</p> <p>1.1.3 Seno, cosseno e tangente de um ângulo agudo</p> <p>1.2 Transformações Trigonométricas</p> <p>1.2.1 Relação entre o seno, o cosseno e a tangente de um ângulo agudo</p> <p>1.2.2 Relação entre o seno e o cosseno de ângulos complementares</p> <p>1.2.3 A trigonometria e o teorema de Pitágoras</p> <p>1.2.4 Ângulos notáveis</p>

Metodologia
<p>Aula 01 – Assistir aos vídeos:</p> <p>1) “Razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente) – trigonometria no triângulo retângulo”: https://www.youtube.com/watch?v=4sTUs4Il3dI</p> <p>2) “Arcos notáveis”: https://www.youtube.com/watch?v=LxHY-bj3pSU&t=34s</p> <p>Aula 02 – Aula on-line pelo Google Meet: Seno, cosseno e tangente de ângulos agudos.</p> <p>Aula 03 – Aula on-line pelo Google Meet: Complementos sobre a trigonometria no triângulo retângulo.</p> <p>Aula 04 – Resolver e enviar exercícios resolvidos via Google Documento.</p>

Orientações das Atividades Semanais – Semana 03

PLANO DE AULA
Área do conhecimento: Matemática
Série: 2ª série
Data: 25 a 31 de agosto de 2020
Carga horária semanal: 4 horas/aula de 50 minutos

Objetos do conhecimento
<p>1. Trigonometria</p> <p>1.1 Estudo da Trigonometria no Triângulo Retângulo</p> <p>1.1.1 A origem da trigonometria</p> <p>1.1.2 O triângulo fundamental</p> <p>1.1.3 Seno, cosseno e tangente de um ângulo agudo</p> <p>1.2 Transformações Trigonométricas</p> <p>1.2.1 Relação entre o seno, o cosseno e a tangente de um ângulo agudo</p> <p>1.2.2 Relação entre o seno e o cosseno de ângulos complementares</p> <p>1.2.3 A trigonometria e o teorema de Pitágoras</p> <p>1.2.4 Ângulos notáveis</p>

METODOLOGIA
<p>Avaliação Multidisciplinar de Matemática.</p> <p>Aula 01 – Resolver exercícios de trigonometria no triângulo retângulo.</p> <p>Aula 02 – Aula on-line pelo Google Meet: Resolução de exercícios.</p> <p>Aula 03 – Aula on-line pelo Google Meet: Resolução de exercícios.</p> <p>Aula 04 – Concluir exercícios e enviar via Google Sala de Aula.</p>

Orientações das Atividades Semanais – Semana 04

PLANO DE AULA
Área do conhecimento: Matemática
Série: 2ª série
Data: 01 a 07 de setembro de 2020
Carga horária semanal: 4 horas/aula de 50 minutos

Objetos do conhecimento
<p>2. Trigonometria</p> <p>2.1 Estudo da Trigonometria no Triângulo Retângulo</p> <p>2.1.1 A origem da trigonometria</p> <p>2.1.2 O triângulo fundamental</p> <p>2.1.3 Seno, cosseno e tangente de um ângulo agudo</p> <p>2.2 Transformações Trigonométricas</p> <p>2.2.1 Relação entre o seno, o cosseno e a tangente de um ângulo agudo</p> <p>2.2.2 Relação entre o seno e o cosseno de ângulos complementares</p> <p>2.2.3 A trigonometria e o teorema de Pitágoras</p> <p>2.2.4 Ângulos notáveis</p>

Metodologia
<p>Aula 01 – Concluir exercícios de trigonometria no triângulo retângulo.</p> <p>Aula 02 – Aula on-line pelo Google Meet: exercício extra Atividade Diversificada: https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSeO1HBnYhiOHLN6HRoCk42zk_g38dUDiU9VmayKqsiPyIN48A/viewform.</p> <p>Aula 03 – Aula on-line pelo Google Meet: Mostrar a explicar atividade de construção de arcos.</p> <p>Aula 04 – Enviar Google Documento com medição dos ângulos: https://docs.google.com/document/d/1jsp1qox3N8P-BSJEq18JEX-tngIwWV1UoSXirXAkI2c/edit.</p>

Orientações das Atividades Semanais – Semana 05

PLANO DE AULA
Área do conhecimento: Matemática
Série: 2ª série
Data: 08 a 14 de setembro de 2020
Carga horária semanal: 4 horas/aula de 50 minutos

Objetos do Conhecimento
<p>2. Trigonometria</p> <p>1.3 Unidades de Medida de um Arco e de um Ângulo</p> <p>1.3.1 Grau</p> <p>1.3.2 Radiano</p> <p>1.3.3 Transformações de unidades</p> <p>1.3.4 Circunferência trigonométrica</p> <p>1.3.5 Arcos côngruos</p>

Metodologia
<p>Aula 01 – Assistir ao vídeo: “Arcos: medidas e comprimento – Grau e Radiano”: https://www.youtube.com/watch?v=X_HPmZ1eOaY&t=8s</p> <p>Aula 02 – Aula on-line pelo Google Meet: Grau ↔ Radiano.</p> <p>Aula 03 – Aula on-line pelo Google Meet: Exercícios transformação de unidades medida de ângulo: Grau ↔ Radiano.</p> <p>Aula 04 – Fazer anotações do conteúdo e concluir exercícios do livro didático.</p>

Orientações das Atividades Semanais – Semana 06

PLANO DE AULA
Área do conhecimento: Matemática
Série: 2ª série
Data: 15 a 21 de setembro de 2020
Carga horária semanal: 4 horas/aula de 50 minutos

Objetos do Conhecimento
<p>3. Trigonometria</p> <p>1.3 Unidades de Medida de Arco e de um Ângulo</p> <p>1.3.1 Grau</p> <p>1.3.2 Radiano</p> <p>1.3.3 Transformações de unidades</p> <p>1.3.4 Circunferência trigonométrica</p> <p>1.3.5 Arcos côngruos</p> <p>1.3.6 Seno e cosseno de um arco trigonométrico</p>

METODOLOGIA
<p>Aula 01 – Assistir aos Vídeos:</p> <p>1) “Circunferência Trigonométrica”: https://www.youtube.com/watch?v=8gwCPpp_Ujo;</p> <p>2) “Arcos Côngruos”: https://www.youtube.com/watch?v=EhhEHt4mBrk.</p> <p>Aula 02 – Aula on-line pelo Google Meet: Circunferência trigonométrica usando o OVA: https://www.geogebra.org/m/dpKxFjqz</p> <p>Aula 03 – Aula on-line pelo Google Meet: Arcos côngruos.</p> <p>Aula 04 – Aula on-line pelo Google Meet: Simetrias do seno e do cosseno no círculo trigonométrico.</p>

Orientações das Atividades Semanais – Semana 07

PLANO DE AULA
Área do conhecimento: Matemática
Série: 2ª série
Data: 22 a 28 de setembro de 2020.
Carga horária semanal: 4 horas/aula de 50 minutos

Objetos do conhecimento
<p>4. Trigonometria</p> <p>1.4 Unidades de Medida de Arco e de um Ângulo</p> <p>1.4.1 Circunferência trigonométrica</p> <p>1.4.2 Arcos côngruos</p> <p>1.4.3 Seno e cosseno de um arco trigonométrico</p> <p>1.4.4 Relação trigonométrica fundamental</p> <p>1.4.5 Tangente de um arco trigonométrico</p> <p>1.4.6 Tangente como razão do seno pelo cosseno</p>

Metodologia
<p>Aula 01 – Assistir aos vídeos:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) “Seno e Cosseno na Circunferência Trigonométrica” em: https://www.youtube.com/watch?v=th2Mi82serM; 2) “Calculando Senos” em: https://www.youtube.com/watch?v=8gwCPpp_Ujo; 3) “Calculando Cossenos” em: https://www.youtube.com/watch?v=BYu9za81pD4&t=69s; 4) Tangente na circunferência trigonométrica, em: https://www.youtube.com/watch?v=TQO34tILYKE&t=35s. <p>Aula 02 – Aula on-line pelo Google Meet: Tangente na circunferência trigonométrica.</p> <p>Aula 03 – Aula on-line pelo Google Meet: Exemplos e exercícios sobre redução ao 1º. quadrante.</p> <p>Aula 04 – Concluir as resoluções dos exercícios e postar Google Documento no Google Sala de Aula: https://docs.google.com/document/d/1se-HE6XaaiIjmLZfXtUt1ht60lZJsGnaGGPv0CR8uFM/edit</p>

Orientações das Atividades Semanais – Semana 08

PLANO DE AULA
Área do conhecimento: Matemática
Série: 2ª série
Data: 19 a 26 de outubro de 2020
Carga horária semanal: 4 horas/aula de 50 minutos

Objetos do conhecimento
<p>5. Trigonometria</p> <p>1.4 Unidades de Medida de um Arco e de um Ângulo</p> <p>1.4.1 Seno e cosseno de um arco trigonométrico</p> <p>1.4.2 Redução ao primeiro quadrante</p> <p>1.4.3 Relação fundamental da trigonometria</p> <p>1.4.4 Tangente no círculo trigonométrico</p> <p>1.4.5 Tangente como razão de seno pelo cosseno</p>

METODOLOGIA
<p>Aula 01 – Assistir aos vídeos:</p> <p>1) “Relação Fundamental da Trigonometria” em: https://www.youtube.com/watch?v=UGGn6Kgo6Ss&t=284s;</p> <p>2) “Relação entre o seno, o cosseno e a tangente na circunferência trigonométrica”: https://www.youtube.com/watch?v=BqDPW2Hq7EQ.</p> <p>Aula 02 – Aula on-line pelo Google Meet: Relação fundamental da trigonometria.</p> <p>Aula 03 – Aula on-line pelo Google Meet: Relação fundamental da trigonometria.</p> <p>Aula 04 – Fazer registro do conteúdo e exercícios do livro didático.</p>

Orientações das Atividades Semanais – Semana 09

PLANO DE AULA
Área do conhecimento: Matemática
Série: 2ª série
Data: 27 de outubro a 02 de novembro de 2020
Carga horária semanal: 4 horas/aula de 50 minutos

Objetos do conhecimento
<p>6. Trigonometria</p> <p>1.5 Unidades de Medida de um Arco e de um Ângulo</p> <p>1.5.1 Seno e cosseno de um arco trigonométrico</p> <p>1.5.2 Redução ao primeiro quadrante</p> <p>1.5.3 Relação fundamental da trigonometria</p> <p>1.5.4 Tangente na circunferência</p> <p>1.5.5 Tangente como razão do seno pelo cosseno</p> <p>1.6 Relações Trigonométricas Inversas</p> <p>1.6.1 Cotangente</p> <p>1.6.2 Secante</p> <p>1.6.3 Cossecante</p>

METODOLOGIA
<p>Aula 01 – Assistir aos vídeos:</p> <p>1) “Cotangente, secante e cossecante na Circunferência Trigonométrica” em: https://www.youtube.com/watch?v=Q3GU5qWQUT0;</p> <p>2) “Relações decorrentes da Relação Fundamental da Trigonometria” em: https://www.youtube.com/watch?v=N9HDKwDLWsI.</p> <p>Aula 02 – Aula on-line pelo Google Meet: Relações trigonométricas inversas.</p> <p>Aula 03 – Aula on-line pelo Google Meet: Relações trigonométricas inversas – exercícios.</p> <p>Aula 04 – Concluir os exercícios e postar via Google Sala de Aula.</p>

Orientações das Atividades Semanais – Semana 10

PLANO DE AULA
Área do conhecimento: Matemática
Série: 2ª série
Data: 03 a 09 de novembro de 2020
Carga horária semanal: 4 horas/aula de 50 minutos

Objetos do conhecimento
7. Trigonometria
1.7 Funções Trigonométricas
1.7.1 Função Seno
1.7.2 Função Cosseno

METODOLOGIA
<p>Aula 01 – Assistir aos vídeos:</p> <p>1) “Movimentos Periódicos” em: https://www.youtube.com/watch?v=A1BVYbXyunc;</p> <p>2) “A função seno” em: https://www.youtube.com/watch?v=o0xUiH93siU;</p> <p>3) “A função cosseno” em: https://www.youtube.com/watch?v=esmjzKWY-yU.</p> <p>Aula 02 – Aula on-line pelo Google Meet: Função seno.</p> <p>Aula 03 – Aula on-line pelo Google Meet: Variações da função seno.</p> <p>Aula 04 – Construir gráficos da função cosseno e postar atividade no Google Documento: https://docs.google.com/document/d/12zgxkhJHO1EwCKYgvj7huzh0eqAbyf2DMA7ynmwGqZc/edit</p>

Referências
1. BRASIL, Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular . Brasília, DF, 2018.
2. PAIVA, Manoel. Matemática . Volume 2 – parte 1. Editora Moderna. São Paulo. 2015.
3. IEZZI, Gelson et al. Matemática . Volume único. São Paulo: Atual, 2011.
4. DANTE, Luiz Roberto. Projeto VOAZ Matemática . Vol. Único. 1ª ed. São Paulo: Ática, 2012.

APÊNDICE C – Orientação para construção de triângulos semelhantes

Nome do(a) aluno(a): _____ Data: ____ / ____ / 2020. Turma: _____

PASSO A PASSO PARA CONSTRUIR TRIÂNGULOS RETÂNGULOS SEMELHANTES

1. Usar o programa GeoGebra:

1.1) para usar online: <https://www.geogebra.org/classic>;

1.2) para usar offline: baixar o aplicativo em: <https://www.geogebra.org/download?lang=pt>, versão GeoGebra Clássico 6;

2. Usando o comando  Semirreta ; construir uma semirreta a partir de um ponto A qualquer e passando por um outro ponto qualquer denominado de B

3. Construir o ângulo  Ângulo com Amplitude Fixa ; de x° (ver Tabela 01 a seguir) a partir do segmento AB (o sistema marcará o ponto B') para você representar/marcar a semirreta AB';

4. Com o comando  Retas Perpendiculares , criar uma reta perpendicular à semirreta AB clicando no ponto B' e na semirreta AB;

5. Criar o ponto C intersecção  Interseção de Dois Objetos da reta perpendicular ao segmento AB (clicando nela) e à semirreta AB (clicando nela);

6. Através do comando  Ângulo medir o ângulo ACB' de 90° ;

7. Utilizando o comando  Distância, Comprimento ou Perímetro , medir os segmentos AC; B'C; e AB'; (basta clicar nos vértices dos segmentos a serem medidos);

8. Usando o comando  Mover mover o ponto B alterar as dimensões do triângulo, formando vários triângulos semelhantes;

9. Escolher 4 desses triângulos (fazer um print (windows+shift+s) e colocar na Tabela 02 as imagens escolhidas) e fazer as razões entre os lados homólogos mostrando a semelhança;

10. Em cada um dos 4 triângulos escrever as razões: B'C/AB'; AC/AB'; B'C/AC.

Tabela 01: Ângulos x° para construir triângulos:

NOME DO ALUNO	ÂNGULO
Aluno(a) 01	25°
Aluno(a) 02	65°
Aluno(a) 03	26°
Aluno(a) 04	64°
Aluno(a) 05	27°
Aluno(a) 06	63°
Aluno(a) 07	28°
Aluno(a) 08	62°
...	...

Tabela 02: Print dos triângulos escolhidos:

Tabela 03: Estabelecendo as Razões:

Razão:	$B'C/AB'$	AC/AB'	$B'C/AC$	
Tr 1				
Tr 2				
Tr 3				
Tr 4				

O que você consegue perceber a partir dos dados coletados?

Quais dificuldades você teve para trabalhar com o GeoGebra?

Como essa atividade ajudou ou atrapalhou no aprendizado da trigonometria?

Nome:

Turma:

Traçando setores circulares:

1. Escolha um raio qualquer (precisa saber qual o tamanho do raio) e traçar setores circulares de acordo com ângulos:

- a. 30°
- b. $57,3^\circ$
- c. 60°
- d. 90°
- e. 120°
- f. 180°
- g. 270°
- h. 360°

PASSO**PASSO A PASSO PARA CONSTRUÇÃO DO ARCO (Manual):**

- I. Construir a semirreta AB a partir do ponto A;
- II. Usando o transferidor colocando o centro no ponto A e o ângulo 0° na semirreta AB marcar no ponto B' o ângulo em graus acima definido;
- III. Usando um compasso marcar o arco BB';
- IV. Usando uma régua medir o segmento $AB = AB' = \text{raio}$;
- V. Usando uma linha; ou um barbante; etc. ... medir o comprimento do arco AB.

PASSOS PARA CONSTRUÇÃO DO ARCO (GeoGebra):

- I) Usando o comando  Semirreta construir a semirreta AB a partir do ponto A;
- II) Selecionando o comando  Ângulo com Amplitude Fixa, clique no ponto B depois no ponto A digite o ângulo definido no item 1 (acima);
- III) O programa irá marcar o ponto B'; use o comando  Semirreta para construir a semirreta AB' a partir do ponto A;
- IV) Com o comando  Arco Circular clicar no centro A, nos pontos B e B' para marcar o arco BB' representado por c;
- V) Usando o comando  Distância, Comprimento ou Perímetro medir o segmento AB ou segmento AB', que é a medida do raio; e como o mesmo comando clicar sobre o "c" para medir o arco BB';
- VI) Usando o comando simultâneo (Windows + Shift + s) para copiar o arco com as medidas obtidas para a Tabela 01 abaixo;

Tabela 01: Anexar imagem dos arcos construídos:

Tabelas 02: Complete a tabela a seguir:

Ângulo	Comprimento Arco (L)	Raio (R)		L / R
30°				
57,3°				
60°				
90°				
120°				
180°				
270°				
360°				

4. Quais as dificuldades na construção dos arcos?

5. Na sua opinião essa atividade colaborou em algo no conhecimento da trigonometria?

6. Que relação podemos estabelecer entre a medida em graus e o resultado da divisão entre o comprimento do arco e o raio (L / R)?

APÊNDICE E – Atividade Função Cosseno

NOME DO ALUNO: _____

TURMA: _____ DATA: _____

A FUNÇÃO COSSENO

1. Acesse o aplicativo GeoGebra e construa o gráfico da seguinte função $f(x) = \cos(x)$:
- a. Copie o gráfico na tabela abaixo:

--	--

- b. Qual o domínio da função?
 c. Qual a imagem da função?
 d. Qual o período da função?
 e. Qual a amplitude da função?

2. Acesse o aplicativo GeoGebra e construa o gráfico das seguintes funções:

- a. $f(x) = \cos(x)$
 b. $g(x) = 2 \cdot \cos(x)$
 c. $h(x) = 3 \cdot \cos(x)$
 d. $p(x) = 5 \cdot \cos(x)$
 e. copie os gráficos gerados na tabela abaixo:

--

- f. complete a tabela abaixo:

Função	Domínio	Imagem	Amplitude	Período
$f(x) = \cos x$				
$g(x) = 2 \cdot \cos x$				
$h(x) = 3 \cdot \cos x$				
$p(x) = 5 \cdot \cos x$				
$r(x) = b \cdot \cos x$				

- g. Qual a interferência que o valor de b causa na função cosseno?

3. Acesse o aplicativo GeoGebra e construa o gráfico das seguintes funções:

- a. $f(x) = 2 \cdot \cos(x)$
 b. $g(x) = -2 \cdot \cos(x)$
 c. copie os gráficos gerados na tabela abaixo:

d. o que acontece quando o valor de b for negativo?

4. Acesse o aplicativo GeoGebra e construa o gráfico das seguintes funções:

- a. $f(x) = \cos(x)$
 b. $g(x) = 2 + \cos(x)$
 c. $h(x) = 5 + \cos(x)$
 d. $p(x) = -3 + \cos(x)$
 e. $r(x) = -4 + \cos(x)$
 f. copie os gráficos gerados na tabela abaixo:

g. complete a tabela abaixo:

Função	Domínio	Imagem	Amplitude	Período
$f(x) = \cos x$				
$g(x) = 2 + \cos x$				
$h(x) = 5 + \cos x$				
$p(x) = -3 + \cos x$				
$q(x) = -4 + \cos x$				
$r(x) = a + \cos x$				

h. Qual a interferência que o valor de a causa na função cosseno?

5. Acesse o aplicativo GeoGebra e construa o gráfico das seguintes funções:

- a. $f(x) = \cos(x)$
 b. $g(x) = \cos(2x)$
 c. $h(x) = \cos(3x)$
 d. $p(x) = \cos(4x)$
 e. $r(x) = \cos(\frac{1}{2}x)$
 f. copie os gráficos gerados na tabela abaixo:



g. complete a tabela abaixo:

Função	Domínio	Imagem	Amplitude	Período
$f(x) = \cos x$				
$g(x) = \cos (2 x)$				
$h(x) = \cos (3 x)$				
$p(x) = \cos (4 x)$				
$r(x) = \cos (\frac{1}{2} x)$				
$r(x) = \cos (c. x)$				

h. Qual a interferência que o valor de c causa na função cosseno?

6. Acesse o aplicativo GeoGebra e construa o gráfico das seguintes funções:

- $f(x) = \cos (x)$
- $g(x) = \cos (x+1)$
- $h(x) = \cos (x - 1)$
- $p(x) = \cos (x - 2)$
- copie os gráficos gerados na tabela abaixo:



f. complete a tabela abaixo:

Função	Domínio	Imagem	Amplitude	Período
$f(x) = \cos x$				
$g(x) = \cos (x + 1)$				

$h(x) = \cos(x - 1)$				
$p(x) = \cos(x - 2)$				
$r(x) = \cos(x + d)$				

g. Qual a interferência que o valor de d causa na função cosseno?

7. Em cada caso construa o esboço do gráfico e determine a imagem e o período de cada função cosseno a seguir:

a. $y = 3 + 2 \cdot \cos(3 \cdot x)$

Gráfico

Função	Domínio	Imagem	Amplitude	Período

b. $y = -4 + 5 \cdot \cos(2 \cdot x)$

Gráfico

Função	Domínio	Imagem	Amplitude	Período

c. $y = 20 + 30 \cdot \cos(x)$

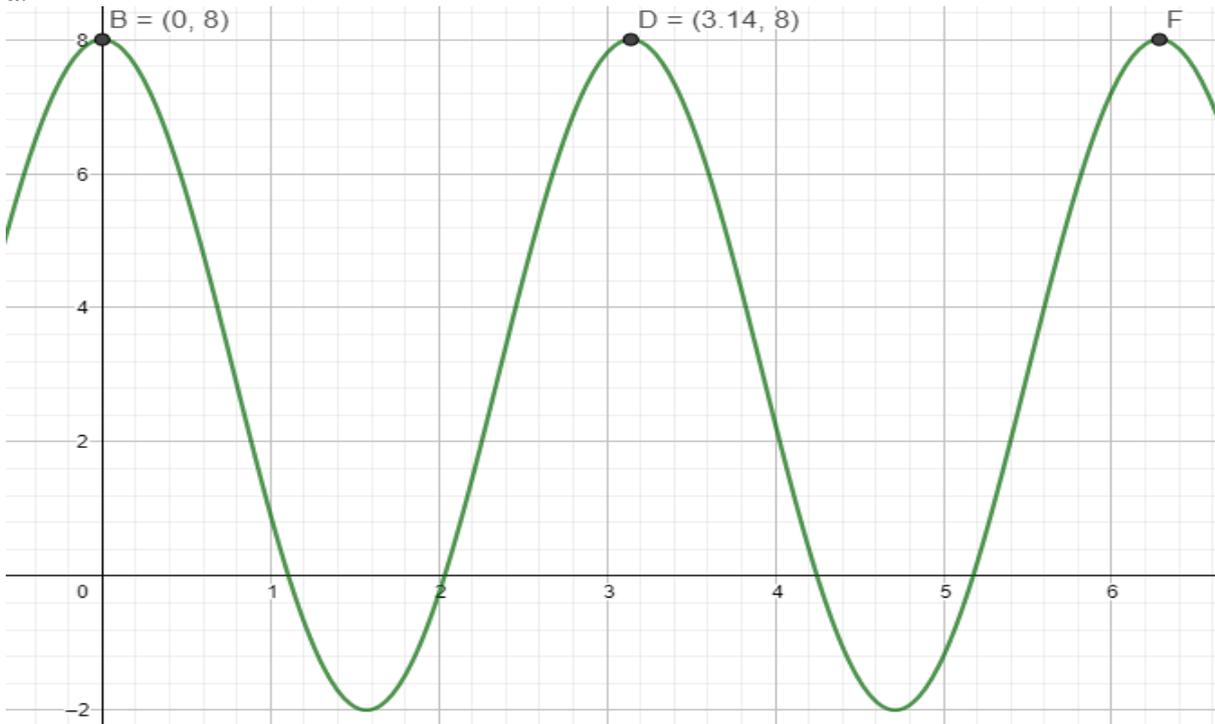
Gráfico

Função	Domínio	Imagem	Amplitude	Período

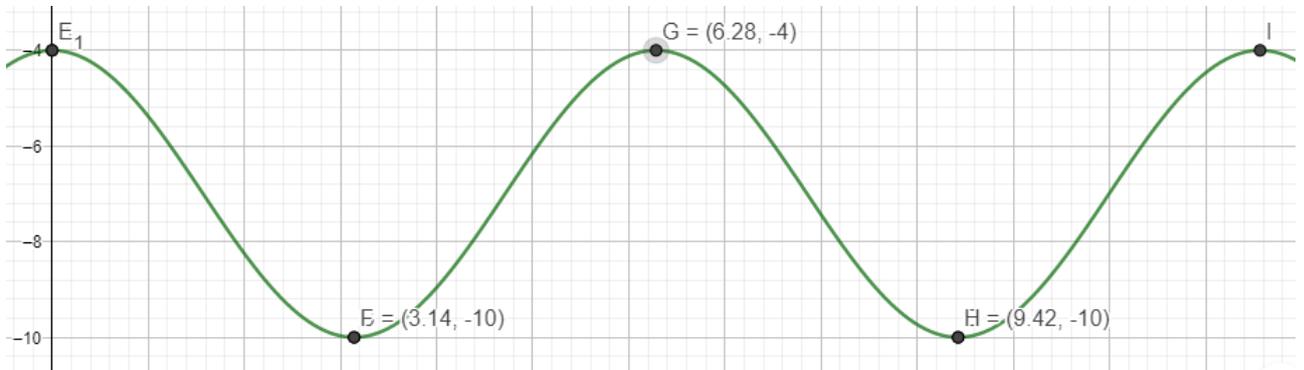
--	--	--	--	--

8. Determine a função representado pelo gráfico a seguir:

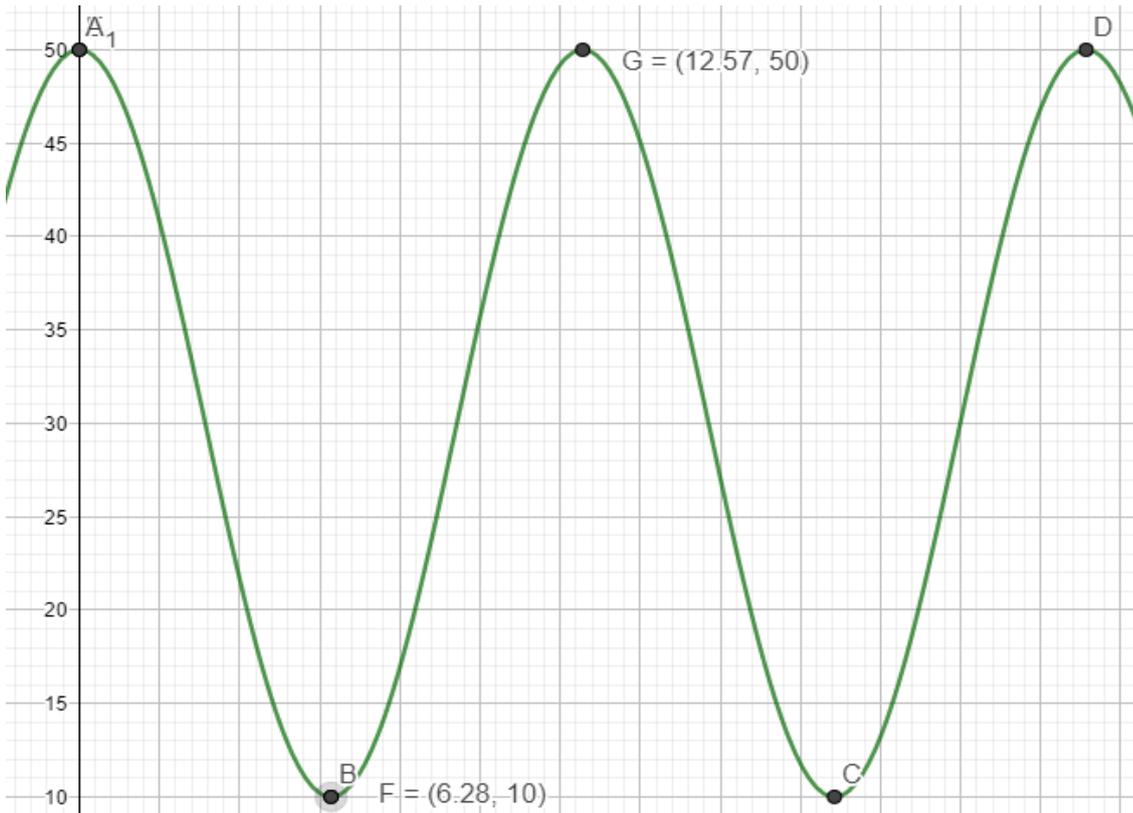
a.



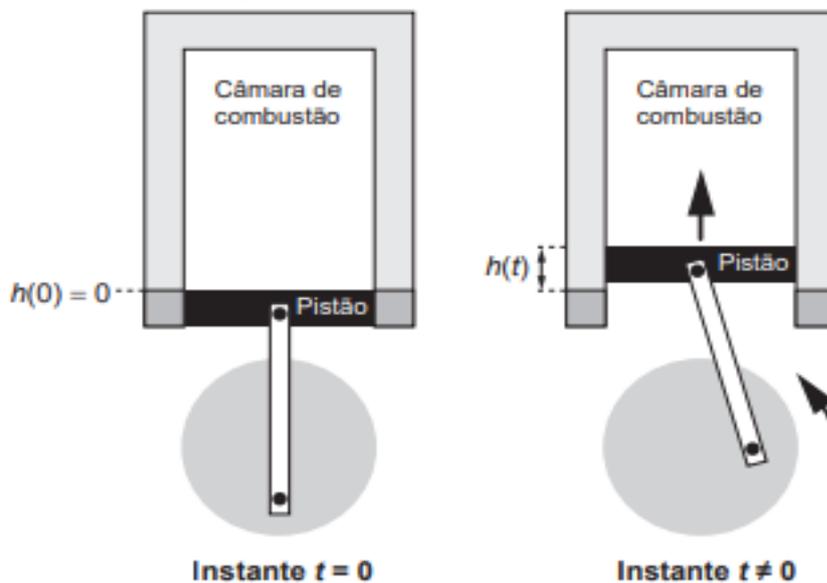
b.



c.



9. (ENEM 2019) Um grupo de engenheiros está projetando um motor cujo esquema de deslocamento vertical do pistão dentro da câmara de combustão está representado na figura.



A função $h(t) = 4 + 4\text{sen}\left(\frac{\beta t}{2} - \frac{\pi}{2}\right)$ definida para $t \geq 0$ descreve como varia a altura h , medida em centímetro, da parte superior do pistão dentro da câmara de combustão, em função do tempo t , medido em segundo. Nas figuras estão indicadas as alturas do pistão em dois instantes distintos. O valor do parâmetro β , que é dado por um número inteiro positivo, está relacionado com a velocidade de deslocamento do pistão. Para que o motor tenha uma boa potência, é necessário e suficiente que, em menos de 4 segundos após o início do funcionamento (instante $t = 0$), a altura da base do pistão alcance por três vezes o valor de 6 cm. Para os cálculos, utilize 3 como aproximação para π . O menor

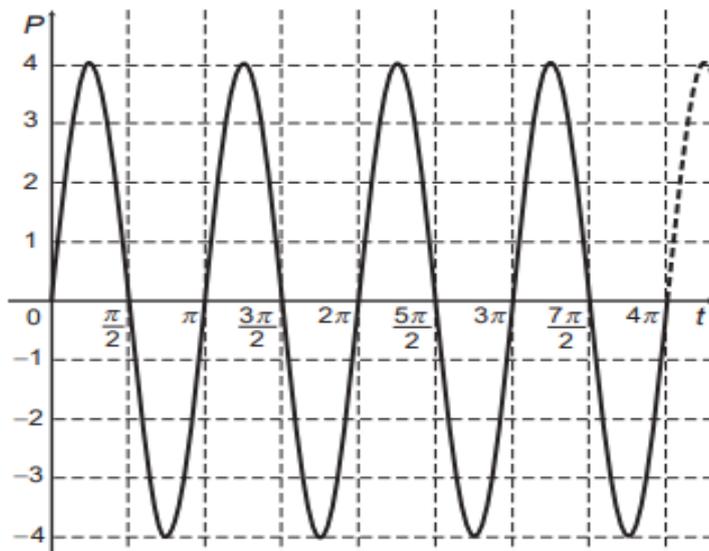
valor inteiro a ser atribuído ao parâmetro β , de forma que o motor a ser construído tenha boa potência, é:

- 1
- 2
- 4
- 5
- 8

10. (ENEM PPL 2019) -

Os movimentos ondulatórios (periódicos) são representados por equações do tipo $\pm A \text{sen}(wt + \theta)$, que apresentam parâmetros com significados físicos importantes, tais como a frequência $w = \frac{2\pi}{T}$, em que T é o período; A é a amplitude ou deslocamento máximo; θ é o ângulo de fase $0 \leq \theta < \frac{2\pi}{w}$, que mede o deslocamento no eixo horizontal em relação à origem no instante inicial do movimento.

O gráfico representa um movimento periódico, $P = P(t)$, em centímetro, em que P é a posição da cabeça do pistão do motor de um carro em um instante t , conforme ilustra a figura.

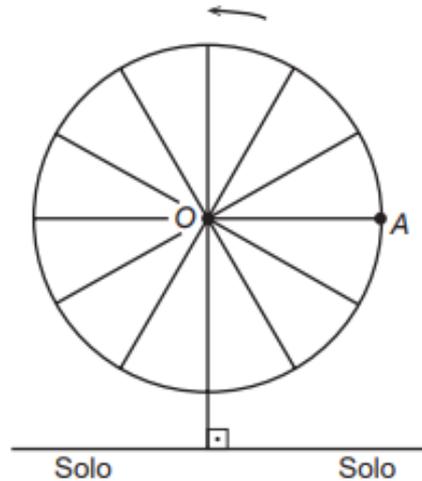


A expressão algébrica que representa a posição $P(t)$, da cabeça do pistão, em função do tempo t é

- $P(t) = 4 \text{sen}(2t)$
- $P(t) = -4 \text{sen}(2t)$
- $P(t) = -4 \text{sen}(4t)$
- $P(t) = 4 \text{sen}\left(2t + \frac{\pi}{4}\right)$
- $P(t) = 4 \text{sen}\left(4t + \frac{\pi}{4}\right)$

11. (ENEM 2018)

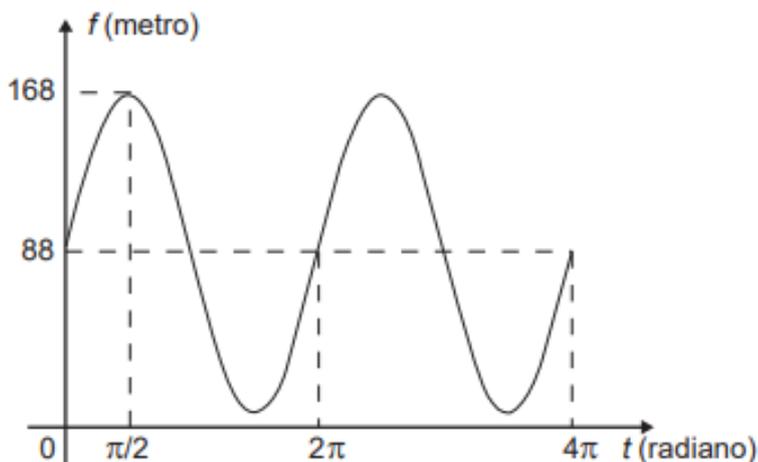
Em 2014 foi inaugurada a maior roda-gigante do mundo, a *High Roller*, situada em Las Vegas. A figura representa um esboço dessa roda-gigante, no qual o ponto *A* representa uma de suas cadeiras:



Disponível em: <http://en.wikipedia.org>. Acesso em: 22 abr. 2014 (adaptado).

A partir da posição indicada, em que o segmento *OA* se encontra paralelo ao plano do solo, rotaciona-se a *High Roller* no sentido anti-horário, em torno do ponto *O*. Sejam *t* o ângulo determinado pelo segmento *OA* em relação à sua posição inicial, e *f* a função que descreve a altura do ponto *A*, em relação ao solo, em função de *t*.

Após duas voltas completas, *f* tem o seguinte gráfico:



A expressão da função altura é dada por

- A** $f(t) = 80\text{sen}(t) + 88$
- B** $f(t) = 80\text{cos}(t) + 88$
- C** $f(t) = 88\text{cos}(t) + 168$
- D** $f(t) = 168\text{sen}(t) + 88\text{cos}(t)$
- E** $f(t) = 88\text{sen}(t) + 168\text{cos}(t)$

12) (ENEM 2017)

Um cientista, em seus estudos para modelar a pressão arterial de uma pessoa, utiliza uma função do tipo $P(t) = A + B\cos(kt)$ em que A , B e K são constantes reais positivas e t representa a variável tempo, medida em segundo. Considere que um batimento cardíaco representa o intervalo de tempo entre duas sucessivas pressões máximas.

Ao analisar um caso específico, o cientista obteve os dados:

Pressão mínima	78
Pressão máxima	120
Número de batimentos cardíacos por minuto	90

A função $P(t)$ obtida, por este cientista, ao analisar o caso específico foi

- A** $P(t) = 99 + 21\cos(3\pi t)$
- B** $P(t) = 78 + 42\cos(3\pi t)$
- C** $P(t) = 99 + 21\cos(2\pi t)$
- D** $P(t) = 99 + 21\cos(t)$
- E** $P(t) = 78 + 42\cos(t)$

APÊNDICE F – Entrevista Final**AVALIAÇÃO DAS AULAS DE TRIGONOMETRIA**

Seu endereço de e-mail será registrado quando você enviar este formulário.

NOME COMPLETO: (OPCIONAL)

Sua resposta

TURMA (opcional)

2A

2B

2C

1) Tendo em vista o cenário da pandemia e o ensino remoto, como foi o ano letivo de 2020? Quais os aspectos você julga que foram positivos para o aprendizado do componente curricular de Matemática?

2) Quais os aspectos que foram negativos para o aprendizado do componente curricular de Matemática?

3) Você assistia aos vídeos orientados?

Antes da aula on-line (síncrona).

Após a aula on-line.

Na véspera da prova.

Em outra data.

Nunca.

4) Você fez as leituras orientadas e resolveu as atividades propostas?

Antes da aula on-line (síncrona).

Após a aula on-line.

Na véspera da prova.

Em outra data.

Nunca.

5) Quais os horários que você utilizou para realizar as atividades propostas? (resolver exercícios, assistir vídeos orientados, leituras, ...)

6) Nas atividades em que usamos o GeoGebra, como você percebe as relações entre situações práticas do cotidiano e a sua forma de representá-las matematicamente seja geométrica (gráficos) e/ou algébrica (equação, inequação, ...). Que tipo de relação você julga existir?

7) Quais as dificuldades você teve ao utilizar o GeoGebra?

8) Quais os benefícios do uso do GeoGebra nas atividades de Trigonometria?

9) Se no próximo ano letivo tivermos que continuar como o ensino remoto (ou híbrido) de Matemática; cite o que você acha que foi bom e devemos manter; cite o que você acha que poderia ser diferente para melhorar o aprendizado de Matemática?