



UNIVERSIDADE FEDERAL FRONTEIRA SUL
CAMPUS DE REALEZA
CURSO DE LICENCIATURA EM FÍSICA

GISELE MAYARA RANDON PAVELLEGINI

ESTIMATIVA DO PERFIL DO CAMPO DE EXCITAÇÃO DE UM SENSOR
***FLUXGATE* ORTOGONAL CILÍNDRICO OPERADO EM SATURAÇÃO**
CONSTANTE

REALEZA 2018

GISELE MAYARA RANDON PAVELLEGINI

**ESTIMATIVA DO PERFIL DO CAMPO DE EXCITAÇÃO DE UM SENSOR
FLUXGATE ORTOGONAL CILÍNDRICO OPERADO EM SATURAÇÃO
CONSTANTE**

Trabalho de conclusão de curso graduação apresentado como requisito para obtenção do grau de licencianda em Física da Universidade Federal da Fronteira Sul.

Orientador(a). Prof. Dr. Tobias Heimfarth

Realeza-PR

2018

Bibliotecas da Universidade Federal da Fronteira Sul - UFFS

Pavellegini, Gisele Mayara Randon
ESTIMATIVA DO PERFIL DO CAMPO DE EXCITAÇÃO DE UM
SENSOR FLUXGATE ORTOGONAL CILÍNDRICO OPERADO EM
SATURAÇÃO CONSTANTE / Gisele Mayara Randon Pavellegini.
-- 2018.
46 f.

Orientador: Dr. Tobias Heimfarth.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) -
Universidade Federal da Fronteira Sul, Curso de ,
Realeza, PR , 2018.

1. Fluxgate. 2. Campo de excitação. I. Heimfarth,
Tobias, orient. II. Universidade Federal da Fronteira
Sul. III. Título.

GISELE MAYARA RANDON PAVELLEGINI

**ESTIMATIVA DO PERFIL DO CAMPO DE EXCITAÇÃO DE UM SENSOR *FLUXGATE*
ORTOGONAL CILÍNDRICO OPERADO EM SATURAÇÃO CONSTANTE**

Trabalho de conclusão do curso de graduação
apresentado como requisito para obtenção do
grau de Licenciada em Física da Universidade
Federal Fronteira Sul.

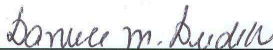
Este trabalho de conclusão de curso foi defendido e aprovado pela banca em:

10 / 12 / 2015

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Tobias Heimfarth – UFFS
Orientador



Profa. Dra. Danuce Marcelle Dudek – UFFS



Prof. Dr. Clóvis Caetano – UFFS

AGRADECIMENTOS

Ao meu professor orientador Tobias Heimfarth por todo apoio, paciência e amizade.

Ao meu namorado Felipe Burille pelo auxílio e apoio.

Aos técnicos, Hudson, Cleomar, Edson, Samuel e Edinéia pelo auxílio.

À todos os professores da graduação que contribuíram direta ou indiretamente nesta pesquisa e cujos ensinamentos foram muito além da Física.

Aos meus colegas da Agência do Trabalhador, Valnei, Denise e Syrley, que compreenderam as dificuldades em conciliar um curso de exatas com o trabalho e apoiaram minhas decisões.

Ao colega Jeiferson pelo auxílio nos detalhes finais deste trabalho.

RESUMO

Fluxgate é um dispositivo que mede a direção e magnitude de campos magnéticos. Neste trabalho estimamos o perfil do campo de excitação que passa pelo fio condutor responsável pela excitação de um sensor *fluxgate* operado em saturação constante. O *fluxgate* estudado possui um campo de excitação ortogonal. O fio condutor responsável pela excitação é composto de Cobre e o núcleo ferromagnético do sensor é composto de Níquel-Ferro. A partir das equações de Maxwell para campos *quasi*-estáticos determinamos as equações do campo elétrico e magnético analiticamente, todavia, essas equações são válidas somente para a região do Cobre e a corrente elétrica flui tanto pelo Cobre quando pelo Níquel-Ferro. Para solucionar esse problema utilizamos o método de integração numérico para determinar o perfil do campo de excitação no Cobre e no Níquel-Ferro. Com isso, foi possível comparar os dados numérico e analítico para o Cobre e obter uma solução numérica válida para o Níquel-Ferro. A permeabilidade magnética do material interfere no perfil do campo, diante disso, obtemos curvas para valores de permeabilidade diferentes. Houve uma boa conciliação entre os dados numérico e analítico para o Cobre o que validou os dados obtidos para o Níquel-Ferro. A curva que mostra o comportamento da corrente nas duas regiões foi obtida bem como o campo elétrico dentro do material. Também foram feitas medidas do campo de excitação para valores variados de permeabilidade relativa mostrando que em permeabilidades acima de 1000 o efeito pelicular concentra a corrente na região do Níquel-Ferro prejudicando severamente a excitação da parte central dessa região.

ABSTRACT

Fluxgate is a device that directs the direction and magnitude of magnetic fields. In this work, it is estimated the excitation field profile that passes through the conductive wire responsible for the excitation of a fluxgate sensor operated in constant saturation. The stream studied has an orthogonal field of excitation. The conductive wire responsible for the excitation is composed of Copper and the ferromagnetic core of the sensor is composed of Nickel-Iron. From Maxwell's equations for quasi-static fields determine as equations of the electric and analytical field, however, these equations are only for a region of Copper and an electric current when it is used by Nickel-Iron. To solve this problem it uses the numerical integration method to determine the profile of the excitation field in Copper and Nickel-Iron. With this, it was possible to compare numerical and analytical data for Copper and obtain a valid numerical solution for Nickel-Iron. A magnetic permeability of the material interferes in the field profile, on the other hand, obtaining curves for different permeability values. The consultation was done between numerical and analytical data for the Calculation of validated data for Nickel-Iron. The key that shows the behavior of the current in the two regions was reported as an electric field within the material. Measurements of the excitation field were also performed for varying permeability values, showing permeabilities above 1000 which affect the concentration of energy in the Iron region, severely damaging the excitation of the central part of this region.

Contents

1	INTRODUÇÃO	7
2	FUNDAMENTOS	10
2.1	MAGNETÔMETROS	10
2.2	MATERIAIS FERROMAGNÉTICOS	11
2.3	PRINCÍPIOS DE FUNCIONAMENTO	15
2.4	TIPOS DE FLUXGATES	18
2.5	<i>FLUXGATE</i> ORTOGONAL DE FLUXO SATURADO	19
2.6	O PERFIL DA CORRENTE	23
3	EQUAÇÃO DO CAMPO ELÉTRICO	24
4	TEORIA DO MÉTODO NUMÉRICO	34
4.1	MÉTODO DE INTEGRAÇÃO NUMÉRICO	34
5	RESULTADOS	38
6	CONCLUSÃO	42
	REFERÊNCIAS	42

1 INTRODUÇÃO

Fluxgate é um dispositivo que mede a direção e magnitude de campos magnéticos. Os sensores *fluxgate* são utilizados em diversas tecnologias como sistemas de navegação veicular, exploração espacial, exploração geofísica, mapeamento aéreo [1] e leituras biomagnéticas para exames não invasivos. Em física médica são utilizados para medir os campos do corpo, evitando intervenções invasivas. É possível, por exemplo, detectar o excesso de ferro no fígado de pessoas submetidas a transfusões de sangue, como hemofílicos e portadores de talassemia e anemia falciforme [2].

Estes dispositivos são sólidos sem partes móveis, confiáveis e robustos com consumo de energia baixo[1]. Seu funcionamento se baseia na modulação temporal da permeabilidade magnética no interior da bobina. Para isso é inserido um material ferromagnético, denominado núcleo do sensor, aplicando-se um campo excitatório para variar sua resposta magnética [3]. O *fluxgate* funciona como uma porta de fluxo magnético. Quando o núcleo não está saturado artificialmente pela bobina excitadora, o campo externo é atraído a passar pelo seu interior devido a sua alta permeabilidade. Quando saturado pelo campo excitatório, este mesmo núcleo se comporta como o meio externo (igual permeabilidade magnética) e o campo externo não é afetado. Este chaveamento do fluxo magnético pode ser feito por um campo de excitação paralelo (*fluxgate* paralelo) ao campo externo ou ortogonal (*fluxgate* ortogonal) [3].

Para gerar a excitação são utilizadas bobinas que podem ser posicionadas paralelamente ou ortogonalmente ao campo que se quer medir. A excitação pode ser feita por meio de funções periódicas como senoidal, triangular, quadrada ou por pulsos [3]. Nos *fluxgate* ortogonais uma corrente constante pode ser adicionada à excitação para que a permeabilidade seja modulada somente pela rotação dos spins de modo a suprimir o ruído de Barkauser operando-os em saturação constante.

A tendência das correntes alternadas, utilizadas na excitação, é se distribuir próximo a superfície do fio, fenômeno denominado de efeito pelicular, conseqüentemente o fio condutor responsável pela excitação do sensor fica sujeito a uma distribuição não uniforme da corrente [4]. O efeito pelicular ocorre em todos os condutores porém, a tendência da corrente se concentrar próxima à superfície do condutor é muito mais observada em materiais ferromagnéticos

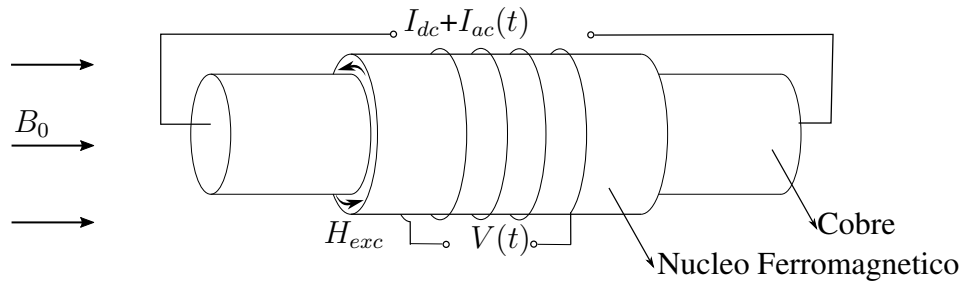


Figure 1: Esquema de um *fluxgate* ortogonal por rotação de magnetização. Um fio de Cobre em que foi eletrodepositado um núcleo de material ferromagnético. Aplica-se uma função $I_{dc} + I_{ac}(t)$ para gerar o campo de excitação H_{exc} que é ortogonal ao campo que se quer medir B_0 . O sinal do campo externo $V(t)$ é captado pela bobina.

[4].

Para otimizar o desempenho de um determinado tipo de *fluxgate* é necessário modelá-lo obtendo uma equação que descreva o seu funcionamento da melhor forma possível. Nesse sentido, quanto mais aproximado for o modelo do dispositivo real, mais adequada será essa equação.

Neste trabalho estimamos o perfil do campo de excitação H_{exc} , conforme Figura 1, que passa pelo fio condutor responsável pela excitação de um sensor *fluxgate* operado em saturação constante. Tendo em vista que o sensor é composto de dois materiais deve-se estimar a distribuição deste campo de excitação no Cobre e no material ferromagnético que constitui o núcleo, nesse caso o NiFe. Isso foi iniciado em [5], todavia, explicitaremos o método utilizado testando para outras permeabilidades.

Inicialmente aplica-se as equações de Maxwell para campos *quasi*-estáticos na determinação do campo elétrico e magnético dentro de um cilindro metálico, ou seja, para a região do Cobre. As soluções analíticas que foram encontradas são válidas somente para o Cobre todavia, a corrente flui tanto pelo Cobre quando pelo Níquel-Ferro. Para solucionar esse problema utilizamos o método de integração numérico para determinar o perfil do campo de excitação nos dois materiais. Com isso, foi possível comparar os dados numérico e analítico para o Cobre e obter uma solução numérica válida para o Níquel-Ferro.

Um dos fatores que influenciam a magnitude do efeito pelicular é a permeabilidade magnética, que depende do material e do seu estado de magnetização que por sua vez é função principalmente da amplitude da componente de excitação contínua. Desta forma, investigou-se

a distribuição do campo de excitação para diversos valores de permeabilidade dentro de uma faixa compatível com o material do núcleo.

2 FUNDAMENTOS

Este capítulo apresenta alguns fundamentos dos sensores magnéticos tipo *fluxgate* para o entendimento da pesquisa desenvolvida neste trabalho. Inicia com os tipos de magnetômetros para uma contextualização deste tipo de dispositivo, bem como dos materiais ferromagnéticos utilizados. Posteriormente serão abordados seus princípios de funcionamento, tipos de *fluxgate*, bem como a descrição do sensor estudado e uma discussão sobre o perfil da corrente dentro do condutor.

2.1 MAGNETÔMETROS

Os magnetômetros são dispositivos que medem a magnitude e direção de campos magnéticos [6]. Em função dessas características podemos dividi-los em dois grupos, conforme sua resposta ao caráter vetorial:

- Escalares que medem a intensidade total do campo magnético em que estão imersos;
- Vetoriais que medem a intensidade do campo magnético em uma direção particular.

Os magnetômetros existentes exploram vários conceitos físicos, a maioria baseada na conexão entre os fenômenos elétricos e magnéticos. Os sensores magnéticos possuem características específicas tais como, resolução, faixa de campo e largura de banda [3]. A tabela 1 apresenta alguns parâmetros de certos sensores.

Table 1: Tabela comparativa entre os principais parâmetros dos magnetômetros mais utilizados [10].

Magnetômetro	Faixa de Detecção (mT)	Resolução (nT)	Largura de Banda (Hz)
Bombeamento Ótico	0,01 a 0,1	0,005	dc a 5
Precessão de prótons	0,02 a 0,01	0,05	dc a 2
Bobina de Indução	10^{-10} a 10^6	variável	10^{-1} a 10^6
<i>Fluxgate</i>	10^{-4} a 0,5	0,01	dc a 2^3
SQUID	10^{-9} a 0,1	10^{-4}	dc a 5
Magnetoresistor	10^{-3} a 5	10	dc a 10^{-7}

Um sensor magnético pode ser caracterizado por alguns parâmetros como:

- Responsividade: A responsividade é a razão entre a intensidade do sinal de saída - diferença de potencial elétrico gerada - pelo de entrada - intensidade do campo magnético no

qual o sensor está imerso [3];

- A resolução é definida como a menor mudança na quantidade a ser medida que pode ser detectada [3];
- O ruído magnético: toda a eletrônica utilizada na excitação e coleta do sinal, assim como na extração da informação do campo externo gera ruído [3]. Este possui três componentes principais. O ruído térmico, associado à energia térmica do sistema de *spins*; o ruído de excesso, associado às variações de temperatura do material e o ruído de Barkausen, gerado quando há variação no estado magnético do material causado por um campo magnético externo e será discutido mais adiante.

Os sensores *fluxgate* trabalham com campos estáticos e alternados e tem responsividade para campo da ordem de 10^{-4} a 0,5 mT, conforme Tabela 1. Alcançam uma resolução de 0,01 nT e estabilidade de até 1 nT para períodos longos [1]. Atualmente seus principais concorrentes são os magnetoresistores que são menores, mais baratos e tendem a consumir menos energia, mas atingem menor resolução e são mais afetados por mudanças de temperatura [6].

Existem vários tipos de magnetômetros que são bem diferentes entre si nos aspectos de construção e custo. Para uma determinada aplicação é necessária uma comparação levando-se em conta, além dos aspectos já mencionados, o tamanho fixo, consumo de energia, estabilidade térmica e o preço.

2.2 MATERIAIS FERROMAGNÉTICOS

Na presença de um campo magnético a matéria se torna magnetizada, ou seja, há um alinhamento líquido dos dipolos magnéticos em determinada direção. Seja qual for a causa da magnetização, descreve-se o estado de polarização magnética pela grandeza vetorial \mathbf{M} [7].

Em geral, é necessário um campo magnético imposto de fora para dentro de modo a manter a magnetização. Os ferromagnetos não requerem campos externos para manter a magnetização pois cada dipolo tende a apontar na mesma direção que seus vizinhos. Esse alinhamento ocorre em áreas pequenas chamadas de domínios. O ruído de Barkausen é originado no deslocamento das paredes dos domínios magnéticos quando esta encontra defeitos na rede cristalina, como

defeitos pontuais e borda de grãos cristalinos. Isso provoca uma variação na magnetização abrupta levando ao ruído de Barkausen sendo este, a principal fonte de ruído magnético em um sensor *fluxgate*. Há um esquema da origem deste ruído ilustrado na Figura 2.

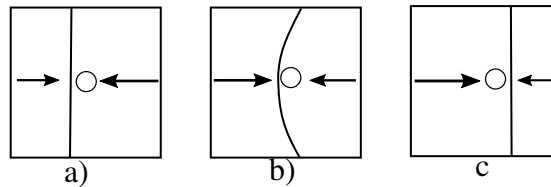


Figure 2: Salto de Barkhausen, representação de um domínio magnético e curva de magnetização. a) A parede do domínio crescente encontra um defeito e é bloqueada momentaneamente em b) até ter energia suficiente para ultrapassá-lo em c).

Quando coloca-se um pedaço de material ferromagnético em um campo magnético forte, o torque tende a alinhar os dipolos paralelamente ao campo. A maioria dos dipolos oferecerá uma resistência a esse alinhamento em função da "preferência" do dipolo de se alinhar com seus vizinhos. No entanto, no contorno entre os domínios, há a competição dos vizinhos e o torque colocará seu peso a favor do domínio paralelamente mais próximo ao campo. Esse domínio irá recrutar outros às custas dos que tiveram orientação menos favorável. O efeito líquido do campo magnético, então, é alterar os contornos dos domínios. Os domínios paralelos ao campo aumentam e são rotacionados na direção do campo, os outros domínios diminuem, resultando em uma magnetização líquida. A Figura 3 contém uma representação desse processo. Se o campo for forte o bastante um dos domínios assumirá o todo e o ferro será considerado saturado [7].

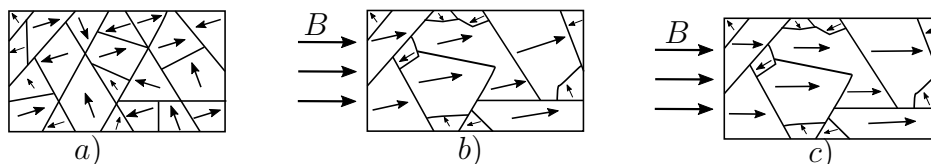


Figure 3: Em a) os domínios magnéticos em um material estão orientados aleatoriamente pois não há campo externo, em b) os domínios com orientação favorável ao campo externo, B , crescem resultando em uma magnetização líquida e em c) os domínios se alinham com o campo externo para o *fluxgate* saturado.

A mudança que ocorre nos domínios - aumento de domínios paralelos e rotação na direção do campo - não é totalmente reversível. Apesar de haver um retorno parcial dos domínios com orientação aleatória, restará a preponderância de domínios na direção original conforme ilustrado na Figura 3.

Em um sensor, usualmente, uma corrente é utilizada para gerar o campo de excitação ou seja, um campo magnético externo que irá gerar a magnetização. À medida que a corrente aumenta, o campo excitatório aumenta, os domínios se movimentam e a magnetização aumenta. Apesar de ser possível aplicar incrementos de corrente para aumentar o campo de excitação, chega um ponto onde eles não têm mais efeito pois o material chega ao ponto de saturação.

Quando reduzimos a corrente ocorre um retorno apenas parcial dos domínios, M diminui mas não vai a zero como no início, restando alguma magnetização residual. Para eliminar essa magnetização é necessário aplicar uma corrente contrária. Com a mudança da orientação da corrente mudamos também a orientação do campo externo até que M caia a zero. Se aumentarmos a corrente ainda mais, chegamos a saturação no outro sentido [7]. Esse caminho chama-se ciclo de histerese e pode ser visualizado na representação da Figura 4.

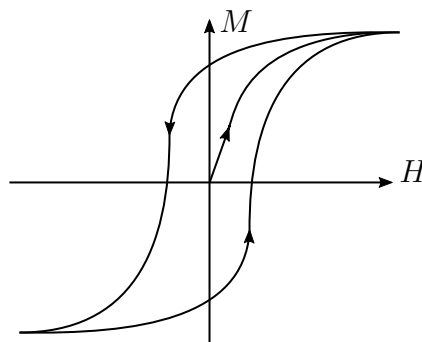


Figure 4: Curva de histerese. Inicialmente a magnetização M e o campo de excitação H são nulos. A medida que aumenta-se o campo H os domínios se movimentam e a magnetização aumenta. Podemos aumentar a corrente que gera o campo de excitação porém o valor da M não irá variar, significando que o material está saturado. Reduzindo o campo H ocorre um retorno parcial dos domínios, a magnetização diminui mas não vai a zero sendo necessário aplicar uma corrente contrária, se aumentamos a corrente ainda mais chegamos a saturação no outro sentido.

O campo H contém a informação sobre o campo gerado pelas correntes livres, não levando

em consideração a magnetização M . É este campo que determina o estado magnético do núcleo por meio da curva de magnetização. Pode-se escrever o campo H como:

$$H = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} - \mathbf{M}. \quad (1)$$

É comum traçar ciclos de histerese com gráficos de \mathbf{B} versus \mathbf{H} conforme Figura 5, contrariamente a \mathbf{M} versus \mathbf{I} . No entanto, na prática M é enorme se comparada a H , de forma que para todos os fins práticos \mathbf{B} é proporcional a \mathbf{M} [7].

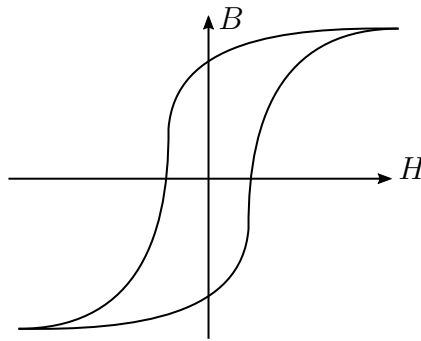


Figure 5: Campo magnético no interior de um material ferromagnético em função do campo H .

A relação entre B e H é medida saturando o material em uma direção e aumentando o campo H até a saturação na direção contrária. Esse processo resulta nas duas linhas defasadas que coincidem nas extremidades. Este comportamento é denominado como histerese.

A razão da utilidade de materiais ferromagnéticos em sensores *fluxgate* é que esses materiais possuem maior permeabilidade magnética do que paramagnetos. A permeabilidade fornece o grau de magnetização de um material em resposta a um campo magnético.

A susceptibilidade magnética é a resposta do material a um campo aplicado H . O núcleo do sensor deve ser feito de um material com grande susceptibilidade magnética, permitindo que o campo externo e o campo aplicado magnetizem o material com relativa facilidade e consequentemente ocorra a variação da permeabilidade no tempo. No entanto, é necessária baixa magnetização remanescente ou coercividade para que ocorra a fácil movimentação das paredes dos domínios com a mudança de intensidade e direção do campo de excitação [8]. Algumas ligas eletrodepositáveis de níquel e ferro apresentam essas propriedades e por isso, são em geral

utilizadas em núcleos. Exemplos comuns são o Permalloy (com 78,5% Ni e 21,5% Fe) e o Mumetal (com 77% NI, 16% Fe, 5% Cu e 2% Cr) [8].

2.3 PRINCÍPIOS DE FUNCIONAMENTO

A lei de Faraday;

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (2)$$

afirma que uma força eletromotriz (ε) é induzida quando o fluxo magnético (Φ) varia no tempo. Essa mesma lei também pode ser escrita conforme a equação (2), que contém sua forma integral;

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d}{dt} \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{a} \quad (3)$$

e descreve como uma variação num campo elétrico (\mathbf{E}) produz um campo magnético (\mathbf{B}), $d\mathbf{l}$ é o segmento diferencial do caminho de integração e $d\mathbf{a}$ é o elemento diferencial de área.

Um modo de se medir um campo magnético para uma bobina perfeitamente condutora com número de voltas n a partir de um campo elétrico [3] é utilizando a equação (3);

$$V = \frac{d}{dt}(nAB) \quad (4)$$

Onde A é área transversal que quando imersa em um campo magnético homogêneo B induz uma diferença de potencial V nas extremidades da bobina. É importante destacar que B é a componente do campo magnético paralelo ao eixo central.

Sensores *fluxgate* são sensores de indução que podem ser descritos a partir da equação (3) utilizando $B = \mu H$ como segue;

$$V = \frac{d}{dt}(nA\mu H) = nA\mu \frac{dH}{dt} + n\mu H \frac{dA}{dt} + nAH \frac{d\mu}{dt} \quad (5)$$

onde H é o campo auxiliar e μ é a permeabilidade magnética do meio. Bobinas de indução fazem uso do primeiro termo, bobinas rotatórias do segundo e sensores *fluxgate* do terceiro. Apesar de cada tipo de sensor ser baseado em um termo, não significa que os outros termos serão nulos [3].

A permeabilidade magnética $\mu = \frac{B}{H}$ não é constante. Se um campo excitatório $H_{exc}(t)$ for aplicado ao núcleo a permeabilidade varia $\mu = \mu(t)$. Para materiais com histerese, μ pode divergir para $H = 0$ porque $\mu = \frac{B}{H}$ tende a infinito se B não se anular na origem [3]. Além disso, os valores de $\mu = \frac{B}{H}$ não representam o quão permeável um material com histerese é a baixos valores de campo H [3]. Por esta razão é conveniente definir a permeabilidade diferencial:

$$\mu_d = \frac{dB}{dH} \quad (6)$$

Quando se aplica o campo excitatório $H_{exc}(t)$ no núcleo varia-se a permeabilidade diferencial $\mu_d = \mu_d(t)$ de acordo com a curva de chaveamento na Figura 6, produzindo uma diferença de potencial nos terminais da bobina que carrega a informação do campo externo [3].

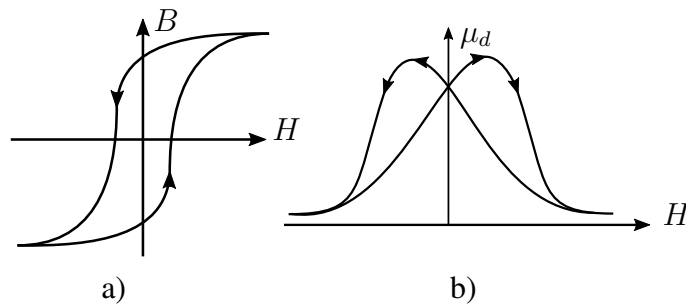


Figure 6: a) Campo magnético no interior de um material ferromagnético em função do campo H . Note que definindo $\mu = \frac{B}{H}$ a permeabilidade tende ao infinito se B não se anular na origem, e, b) curva de chaveamento do material. B não é função somente de H , mas do estado magnético anterior do material. Normalmente a relação entre B e H é medida partindo-se do material saturado em uma direção, e aumentando-se o campo H até a saturação na direção contrária. O resultado são duas curvas que coincidem somente nas extremidades, apresentando uma defasagem na região central. Este comportamento é conhecido como histerese. As setas indicam a direção de variação do campo H na medição de tais curva [3].

A Figura 7 ilustra o modelo de sensor mais simples. Destaca-se que o sinal de saída V contém, além do campo que se quer medir, o campo utilizado para excitar o núcleo e que geralmente é mais intenso.

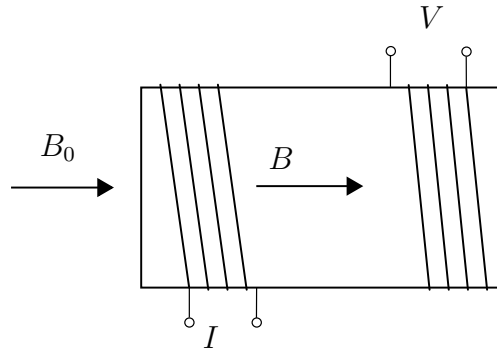


Figure 7: Representação de um *fluxgate* básico. Um núcleo de material ferromagnético envolto por uma bobina excitadora (esquerda) e outra coletora (direita). B_0 é o campo a ser medido, B é o campo dentro das bobinas, V é a tensão geradas nas extremidades da coletora e I a corrente aplicada à bobina excitadora.

A amplitude do sinal medido na bobina coletora é proporcional ao campo magnético externo que se quer medir. Descontando a componente gerada pelo campo de excitação escrevemos a equação para o *fluxgate* básico;

$$V = \frac{nAB(1 - D)}{[1 + D(\mu_{dr} - 1)]^2} \frac{d\mu_{dr}}{dt} \quad (7)$$

B é o campo externo dentro do núcleo do sensor, D é o fator de demagnetização, que depende da geometria do núcleo e $\mu_{dr} = \mu_d/\mu_0$, $\mu_d = dB/dH$ [9].

Funções periódicas, como senoidal, triangular, quadrada ou por pulsos podem ser usadas para a excitação do núcleo. As frequências variam de $1KHz$ à $100KHz$. A intensidade da excitação deve ser suficiente para garantir a saturação do núcleo, ou seja, todos os dipolos magnéticos alinhados com o campo aplicado [3]. Esse alinhamento é idealizado pois, na prática, a total saturação do material não ocorre.

Há várias técnicas de extração da informação do campo a partir do sinal medido, todavia, a maneira mais usual de determinar a informação do campo é analisando a amplitude do segundo harmônico. A permeabilidade magnética oscila com uma frequência duas vezes maior que a frequência de excitação [3] e a componente do sinal de saída devido ao campo externo também terá essa frequência duplicada.

Para obter a intensidade deste sinal é necessário aplicar uma operação matemática como a

transformada de Fourier, por exemplo, muito útil para tratar funções temporais contínuas. Esta transformada é aplicada de maneira numérica sobre o sinal captado. Isso facilita a separação entre a tensão induzida pelo campo excitatório e a decorrente do campo magnético de interesse [3]. É possível obter uma curva com os valores da intensidade do segundo harmônico em função do campo externo como a curva da Figura 8.

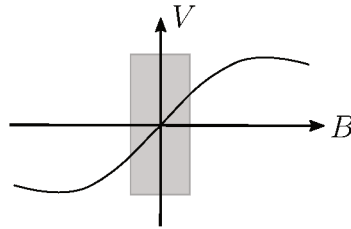


Figure 8: Exemplo de uma curva de resposta de um *fluxgate* . O intervalo destacado corresponde a região da curva em que a resposta é linear.

Assumindo que a resposta do sensor é linear, a responsividade é dada por um único valor obtido por meio do coeficiente angular da reta. A aproximação linear é válida para uma região perto da origem conforme Figura 8.

2.4 TIPOS DE FLUXGATES

O sensor mais básico, ilustrado na Figura 7, é composto de um material ferromagnético, o núcleo e duas espiras, uma em que passa a corrente aplicada e outra para a coleta do sinal. O sensor é excitado por uma corrente alternada que passa pela bobina de excitação.

De modo a diminuir a componente da excitação no sinal captado na bobina coletora utiliza-se *fluxgates* paralelos com dois núcleos. Estes são excitados com campos antiparalelos de modo que o fluxo resultante na bobina coletora seja nulo [10]. Em 1941 foi desenvolvido o *fluxgate* de Vacquier e em 1942 Förster criou uma variante onde separou a bobina coletora em duas e as ligou em série [3], conforme Figura 9.

A Figura 9 também mostra um tipo comumente usado chamado de sensor com núcleo em anel. Neste tipo de sensor há um núcleo ferromagnético em formato de anel que contém uma bobina de excitação enrolada e bobinas coletoras laterais [1].

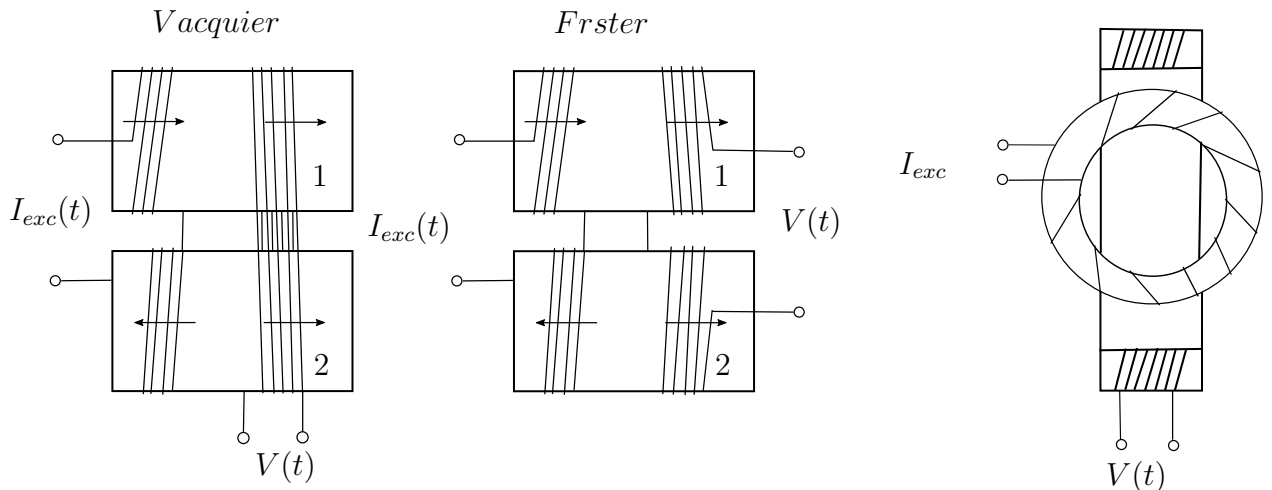


Figure 9: Esquema de um *fluxgate* de Vacquier e de Förster ambos com dois núcleos de material ferromagnético excitados em sentidos opostos por bobinas antiparalelas e com coletoras paralelas. O sensor com núcleo em anel possui uma bobina de excitação enrolada com bobinas coletoras laterais.

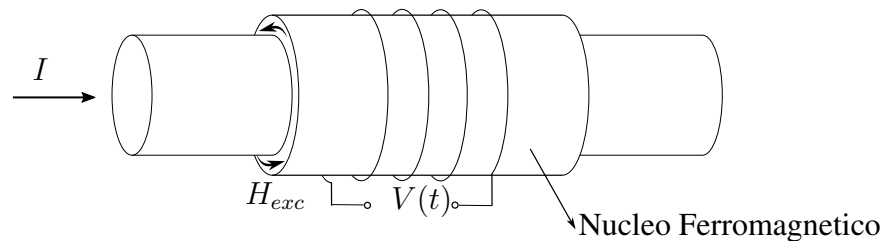


Figure 10: Fluxgate ortogonal. Um núcleo ferromagnético cilíndrico acoplado a um fio condutor por onde passa a corrente de excitação I que gera o campo de excitação H_{exc} .

Outro tipo é o *fluxgate* ortogonal que utiliza um campo de excitação perpendicular à normal da bobina coletora conforme Figura 10. O primeiro *fluxgate* ortogonal foi patenteado por Allredge [10] cujo núcleo ferromagnético cilíndrico foi acoplado a um fio onde passa a corrente que gera o campo de excitação.

2.5 FLUXGATE ORTOGONAL DE FLUXO SATURADO

O sensor estudado permite, de modo natural, acoplar o campo de excitação ao núcleo ferromagnético conforme Figura 11. Essa propriedade é explorada por uma geometria recorrente: um núcleo ferromagnético envolto por um solenóide em que passa uma corrente [5]. Desta maneira, idealmente, não há contaminação do sinal de saída pela excitação, tornando desnecessária a adição de um segundo núcleo. Existem geometrias para o núcleo bastante ade-

quadas a esse método de excitação como por exemplo a cilíndrica. Nesse caso a excitação pode ser feita por um fio retilíneo passando por dentro do núcleo [3].

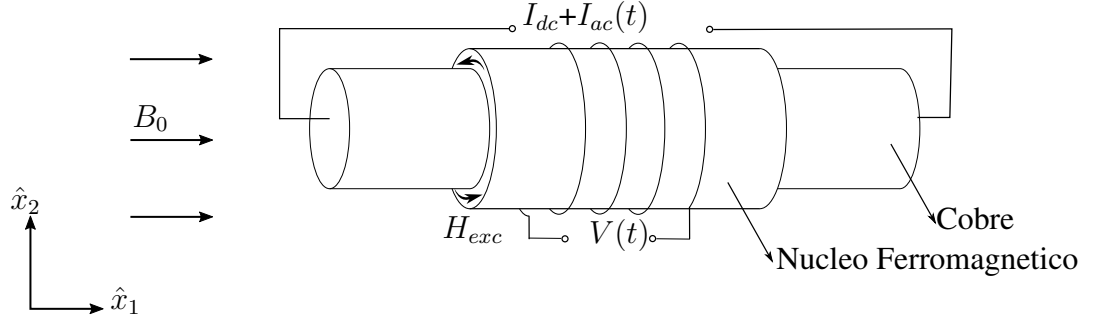


Figure 11: Esquema de um *fluxgate* ortogonal por rotação de magnetização. Aplica-se uma função $I_{dc} + I_{ac}(t)$ para gerar o campo de excitação H_{exc} que é ortogonal ao campo que se quer medir B_0 . O sinal do campo externo $V(t)$ é captado pela bobina.

O aspecto principal deste tipo de dispositivo é que o núcleo do sensor é mantido em permanente saturação devido a um campo de excitação constante H_{dc} enquanto um campo de excitação alternado H_{ac} muda a permeabilidade [5]. Adicionando uma componente contínua à excitação, o suficiente para manter o núcleo em saturação permanente, espera-se que o principal mecanismo de modulação de permeabilidade seja a rotação dos spins, livre do ruído de Barkausen. Observe que o substrato não ferromagnético - Cobre - evita as regiões de baixa excitação no centro do fio, o que é fundamental para manter o núcleo do sensor em saturação permanente [5].

Para medir o campo externo B na direção \hat{x}_1 , o material ferromagnético é excitado com uma componente contínua H_{dc} e uma componente alternada H_{ac} , as duas na mesma direção \hat{x}_2 e ortogonais a \hat{x}_1 . Para garantir uma saturação permanente a amplitude do campo de excitação deve respeitar:

$$H_{dc} - H_{ac} > H_{sat}, \quad (8)$$

onde H_{sat} é o campo de saturação do material do núcleo [5].

Tomando a figura 12, a permeabilidade na direção 1 definida é como:

$$\mu_1 = \frac{B_1}{H_1}, \quad (9)$$

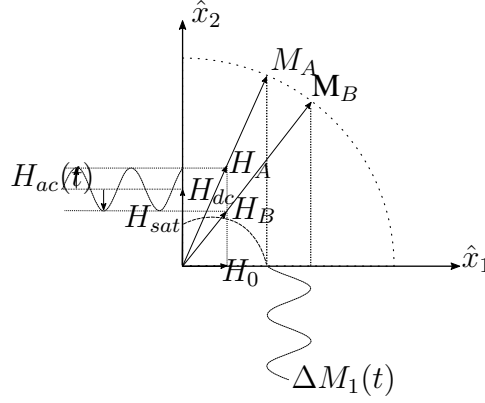


Figure 12: A excitação é feita na direção \hat{x}_2 , com duas componentes, contínua H_{dc} e alternada H_{ac} , de modo que permaneça sempre saturado. Para isso, a componente contínua precisa respeitar a relação onde $H_{dc} - H_{ac} > H_{sat}$ sendo a componente H_{ac} é uma função senoidal. A componente do campo externo na direção \hat{x}_1 rotaciona a magnetização e sua variação é feita pela componente alternada. Os extremos da função H_{ac} - máximo em A e mínimo em B - são os estados de magnetização A e B. A componente da magnetização na direção 1, que é a direção acoplada a bobina coletora varia continuamente entre esses dois extremos produzindo um fluxo magnético periódico gerando um sinal proporcional ao campo externo.

e varia porque $B_1 = \mu_0(H_1 + M_1)$, e M_1 varia. Considere um campo externo B_0 e os estados magnéticos do núcleo (A e B) associados aos extremos de H_{ac} . De A para B, a magnetização rotaciona aumentando sua projeção no eixo \hat{x}_1 [5]. Desconsiderando alguns detalhes, entre estes pontos(A e B) a variação da permeabilidade é:

$$\Delta\mu_1 = \mu_0(1 + \Delta M_1/H_0). \quad (10)$$

Anteriormente apresentamos o funcionamento do *fluxgate* como uma porta de fluxo magnético. Esta é a variação na permeabilidade que faz com que o campo externo seja atraído periodicamente para dentro das bobinas. Esse processo pode ser visualizado na Figura 12.

Uma relação do sinal de saída a partir dos parâmetros do dispositivo pode ser determinada se considerarmos: um núcleo isotrópico ou, ao menos com anisotropia em um eixo alinhando-se com um dos eixos principais do sensor; a modulação da permeabilidade é feita apenas por rotação da magnetização e ainda uma excitação e um campo externo espacialmente homogêneos [5]. A partir dessas considerações obtêm-se:

$$V = \frac{AB_{0,1}M_{sat}(1 - D_1)}{[H_{exc} + M_{sat}(D_1 + D_2)]^2} \frac{dH_{exc}}{dt}, \quad (11)$$

onde:

H_{exc} é o campo de excitação;

M_{sat} é a saturação de magnetização;

D_1 e D_2 são componentes do tensor de demagnetização;

A é o estado magnético do núcleo;

$$B_{0,1} = \mu_0 \mathbf{H}_0 \cdot \hat{x}_1.$$

Note, na equação para o *fluxgate* ortogonal, (11), que o campo de excitação H_{exc} e a responsividade do sensor V são inversamente proporcionais, ou seja, aumentando o campo de excitação diminui-se a responsividade e o ruído. Entretanto, há um valor para o campo H_{exc} em que a saturação é alta o suficiente para diminuir o ruído sem prejudicar a responsividade do *fluxgate*. Na prática busca-se o maior valor de campo H_{exc} possível para uma dada corrente.

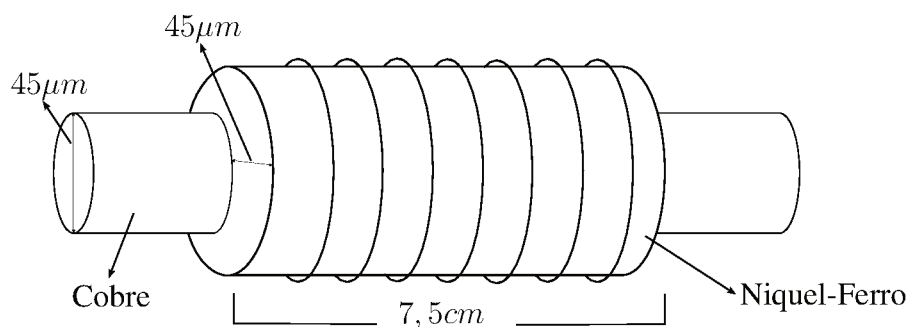


Figure 13: Esquema do sensor estudado. O fio de Cobre possui $45 \mu m$ de diâmetro, o núcleo ferromagnético possui uma camada de $45 \mu m$ de Níquel-Ferro. O solenóide chega a 7.5 cm .

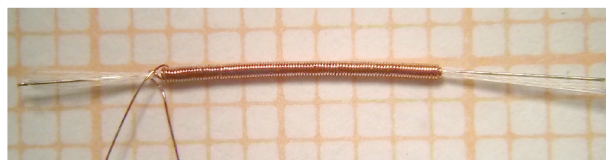


Figure 14: Fotografia do sensor estudado.

Fonte: HEIMFARTH, 2017,

O sensor estudado foi construído a partir de um fio de Cobre de $45 \mu m$ de diâmetro em que foi eletrodepositado $45 \mu m$ de NiFe chegando a $90 \mu m$ de diâmetro. O solenóide possui 200 voltas enroladas em duas camadas chegando a um comprimento de 7.5 cm [5]. A figura 13

ilustra o modelo estudado com as dimensões descritas nesta seção. É possível visualiza-lo na figura 14.

2.6 O PERFIL DA CORRENTE

Uma corrente contínua é distribuída uniformemente dentro de um fio condutor ou, de sua área de seção transversal. A tendência das correntes alternadas é se distribuir próximo a superfície do fio. O fenômeno da distribuição não uniforme da corrente alternada em um condutor é chamado de *skin effect*, ou efeito pelicular. O efeito pelicular ocorre em todos os condutores porém, a tendência da corrente se concentrar próxima à superfície do condutor, é muito mais observada em materiais ferromagnéticos [4].

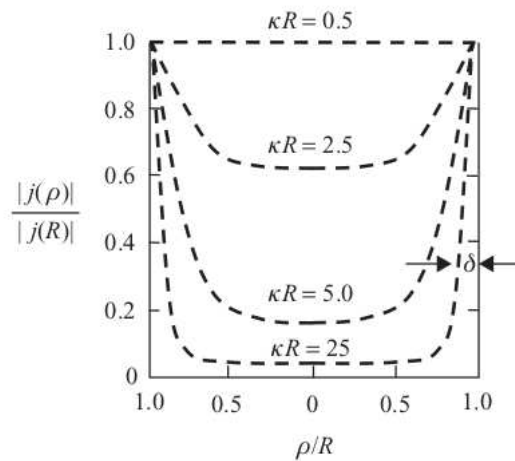


Figure 15: Magnitude da densidade de corrente $\frac{|j(\rho)|}{|j(R)|}$ normalizada em função do raio do fio $\frac{\rho}{R}$.

Fonte: ZANGWILL, 2012, adaptado de, KING, 1945.

A partir da Figura 2.6, pode-se compreender este efeito dentro do material. A primeira curva corresponde a um fio onde há uma corrente contínua. Em termos da frequência, esta curva corresponde a uma frequência nula, ou seja, igual a zero. À medida que aumenta-se a frequência a componente alternada começa a se distribuir nas extremidades do fio. Note que a densidade de corrente se concentra em uma fina camada do condutor cujo parâmetro δ é denominado de *skin depth* e fornece o quão profunda é a corrente em um condutor.

3 EQUAÇÃO DO CAMPO ELÉTRICO

Determinamos o campo elétrico em um fio cilíndrico longo cujo raio é R , condutividade (σ) e permeabilidade relativa (μ). Embora o fio possua duas camadas, inicialmente determinamos o campo elétrico somente para um cilindro de Cobre.

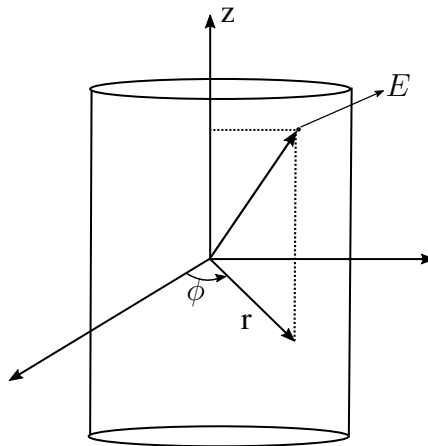


Figure 16: Coordenadas cilíndricas do condutor vistas lateralmente.

Partindo das equações de Maxwell no vácuo;

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho_f}{\varepsilon_0}, \quad (12)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (13)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (14)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}, \quad (15)$$

onde \mathbf{j} é a densidade de corrente, ρ_f é a densidade de carga, μ_0 é a permeabilidade no vácuo e ε_0 é a permissividade do vácuo.

Materiais condutores são caracterizados por sua condutividade elétrica, σ , que expressa a capacidade do meio em conduzir a corrente elétrica. A Lei de Ohm apresenta expressa esse

conceito matematicamente:

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}. \quad (16)$$

A densidade de carga na equação (12) pode ser aproximada para zero pois os acúmulos de carga se dissipam muito rapidamente de modo que os efeitos coulombianos de longas distâncias são negligenciáveis. Escrevemos a equação (15) para o caso *quasi*-magnetostático para materiais condutores [14] na forma;

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu \sigma \mathbf{E} \quad (17)$$

com μ sendo a permeabilidade do material. A equação 12 com $\rho_f = 0$ pode ser escrita como:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (18)$$

A equações mostram a dependência de \mathbf{B} com \mathbf{E} . Para desacoplar as equações aplicamos o rotacional na equação (17);

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{B}) = \nabla \times (\mu \sigma \mathbf{E}). \quad (19)$$

Usando o produto vetorial para o rotacional:

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{B}) - \nabla^2 \mathbf{B} = \mu \sigma \nabla \times \mathbf{E}. \quad (20)$$

Conforme equação (14) o divergente do campo magnético é zero, e obtemos:

$$-\nabla^2 \mathbf{B} = \mu \sigma \nabla \times \mathbf{E}, \quad (21)$$

onde $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ e a equação para o campo magnético fica:

$$\nabla^2 \mathbf{B} = -\mu \sigma \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}. \quad (22)$$

Da mesma forma podemos determinar uma equação para o campo elétrico livre da de-

pendência com \mathbf{B} a partir da equação (13);

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\nabla \times \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (23)$$

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{B} = -\frac{\partial}{\partial t}(\nabla \times \mathbf{B}), \quad (24)$$

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu\sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \quad (25)$$

Logo, procuramos os campos \mathbf{E} e \mathbf{B} dentro do material que obedecem a mesma equação diferencial(22) e (25) em um cilindro condutor mas com simetrias e condições de contorno distintas. A equação geral em coordenadas cilíndricas para o campo elétrico dentro do condutor é:

$$\mathbf{E} = E_r(r, \phi, z, t)\hat{r} + E_\phi(r, \phi, z, t)\hat{\phi} + E_z(r, \phi, z, t)\hat{z}. \quad (26)$$

Note, na Figura 16, que não há variação nas componentes do campo em função da coordenada ϕ em função da simetria cilíndrica em relação ao eixo central. Também se fixarmos as coordenadas r e ϕ do ponto e variarmos a coordenada z , considerando o fio finito, ou seja, com simetria de translação na direção z , é possível compreender que não haverá mudança no campo elétrico, ou seja, o campo não depende da coordenada z , o que nos deixa apenas com variação em r e o campo fica:

$$\mathbf{E} = E_r(r, t)\hat{r} + E_\phi(r, t)\hat{\phi} + E_z(r, t)\hat{z}. \quad (27)$$

O campo elétrico \mathbf{E} é proporcional a corrente I , logo se $I = -I$ e por sua vez $E_r = -E_r$. Como há simetria em relação a uma rotação em 180° em torno de um eixo perpendicular à \hat{z} , a operação $I = -I$ é análoga a esta rotação. Todavia a rotação não pode mudar a componente \hat{r} do campo e $E_r = -E_r$ se anula. A Figura 17 ilustra essa análise.

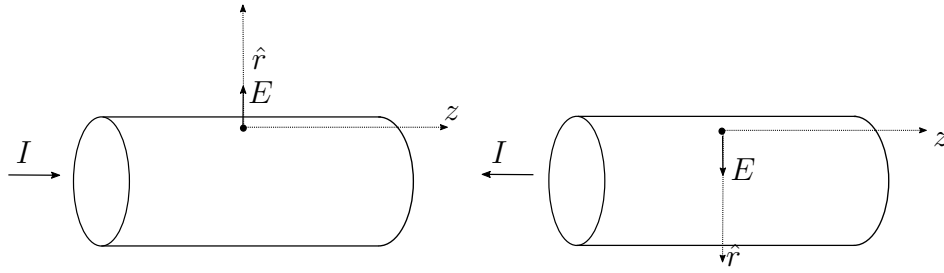


Figure 17: Campo elétrico no condutor. Note que invertendo a corrente ocorre uma mudança na componente \hat{r} do campo elétrico.

Procuramos uma solução em que haja uma corrente líquida atravessando o fio na direção z . Assumiremos $E_\phi = 0$ com o propósito, que sendo bem sucedida é garantia de ser a solução pelo Teorema da Unicidade (assumindo um potencial uniforme nas extremidades do fio). Sendo assim \mathbf{E} possui dependência em r no eixo \hat{z} .

A proposta de solução para o campo elétrico é:

$$\mathbf{E} = (E_{dc} + \tilde{E}_{ac}(r)e^{-i\omega t})\hat{z}. \quad (28)$$

Propomos uma equação parte real e parte imaginária para o campo elétrico. Note que a amplitude do campo elétrico alternado está ligado com o campo complexo pelo seu módulo, $E_{ac} = |\tilde{E}_{ac}|$.

A corrente tem sua forma complexa análoga à equação (28):

$$\tilde{I} = I_{dc} + \tilde{I}_{ac}e^{-i\omega t}, \quad (29)$$

com $I_{ac} = |\tilde{I}_{ac}|$ e $\tilde{I}_{ac} = I_{ac}e^{i\phi}$.

Substituindo a proposta de solução para o campo elétrico, (28), na equação (25):

$$\nabla^2 \left[(E_{dc} + \tilde{E}_{ac}(r)e^{-i\omega t})\hat{z} \right] = \mu\sigma \frac{\partial}{\partial t} \left[(E_{dc} + \tilde{E}_{ac}(r)e^{-i\omega t})\hat{z} \right]. \quad (30)$$

Abrindo o laplaciano em coordenadas cilíndricas e derivando o lado direito:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} \tilde{E}_{ac}(r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \tilde{E}_{ac}(r) \right) e^{-i\omega t} \hat{z} = \mu\sigma \left(-\tilde{E}_{ac}(r) i\omega e^{-i\omega t} \right) \hat{z}. \quad (31)$$

Eliminando os termos exponenciais obtemos:

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} \tilde{E}_{ac} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \tilde{E}_{ac} \right) \hat{z} = -i\omega\mu\sigma \tilde{E}_{ac} \hat{z}. \quad (32)$$

Note que no passo anterior, a multiplicação da equação por $e^{i\omega t}$ não altera o módulo da parte alternada do campo, ou seja:

$$|\tilde{E}_{ac} e^{-i\omega t}| = |\tilde{E}_{ac}| = E_{ac}. \quad (33)$$

Desta forma, o campo físico E_{ac} pode ser obtido tirando o módulo da solução da equação diferencial para \tilde{E}_{ac} . Reorganizando os termos da equação (32) obtemos uma equação diferencial que nos fornece o perfil do campo:

$$\frac{d^2}{dr^2} \tilde{E}_{ac} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \tilde{E}_{ac} + i\mu\sigma\omega \tilde{E}_{ac} = 0. \quad (34)$$

A constante $i\mu\sigma\omega$ é encontrada na literatura como κ^2 [14] ou ainda como:

$$\kappa = \frac{(1+i)}{\delta}, \quad (35)$$

e δ é:

$$\delta(\omega) = \sqrt{\frac{2}{\mu\sigma\omega}}. \quad (36)$$

Multiplicando a equação (34) por r^2 :

$$r^2 \frac{d^2 \tilde{E}_{ac}}{dr^2} + r \frac{d \tilde{E}_{ac}}{dr} + r^2 \kappa^2 \tilde{E}_{ac} = 0. \quad (37)$$

A equação 37 é uma EDO - equação diferencial ordinária - de 2ª ordem. A solução dessa equação é uma combinação linear de duas soluções linearmente independentes e cujas constantes tem seu valor determinado pelas condições de contorno. As duas soluções linearmente independentes são as Funções de Bessel $J_0(\kappa r)$ e $N_0(\kappa r)$ de primeira espécie e segunda espécie

e ordem zero [13]:

$$\tilde{\mathbf{E}}_{ac} = [A_1 J_{\nu=0}(kr) + A_2 N_{\nu=0}(kr)] \hat{z}. \quad (38)$$

A equação para o campo elétrico precisa compreender toda a região do fio, ou seja, de $r = 0$ até o raio final. Veja que calculando o limite:

$$\lim_{r \rightarrow 0} N_0(\kappa r) = \infty, \quad (39)$$

logo $A_2 = 0$ para que $N_0(\kappa r)$ seja anulado e o campo elétrico fica:

$$\tilde{E}_{ac} = A_1 J_0(\kappa r) \hat{z}. \quad (40)$$

Com essa informação podemos atualizar a equação (28), para o campo elétrico:

$$\tilde{\mathbf{E}} = (E_{dc} + A_1 J_0(\kappa r) e^{-i\omega t}) \hat{z}. \quad (41)$$

Para obter a constante A_1 é necessário definirmos o campo magnético no interior do condutor analogamente à equação para o campo elétrico:

$$\tilde{\mathbf{B}} = (\mathbf{B}_{dc} + \tilde{\mathbf{B}}_{ac} e^{-i\omega t}). \quad (42)$$

Substituindo a equação para o campo magnético, (42), na equação para o rotacional do campo elétrico, 13, ou Lei de Faraday:

$$\nabla \times (E_{dc} + \tilde{E}_{ac} e^{-i\omega t}) \hat{z} = -\frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{B}_{dc} + \tilde{\mathbf{B}}_{ac} e^{-i\omega t}). \quad (43)$$

Fazendo o rotacional em coordenadas cilíndricas obtemos:

$$-\frac{\partial}{\partial r} \tilde{E}_{ac} e^{-i\omega t} \hat{\phi} = \tilde{B}_{ac}(r) i\omega e^{-i\omega t} \hat{\phi}, \quad (44)$$

veja que o rotacional em coordenadas cilíndricas retornou a componente $\hat{\phi}$, de modo que, para manter a igualdade B também tem componente $\hat{\phi}$.

Eliminando os termos exponenciais e fazendo o produto escalar para $\hat{\phi}$:

$$\frac{d}{dr} \tilde{E}_{ac} = -\tilde{B}_{ac} i\omega. \quad (45)$$

Sabendo que $\frac{dJ_0}{dx}(x) = -J_1(x)$ é uma das propriedades da função de Bessel e derivando a equação (41):

$$\frac{\partial \tilde{E}_{ac}}{\partial r} = A_1 e^{-i\omega t} \frac{dJ_0(\kappa r)}{d\kappa r}, \quad (46)$$

$$\frac{\partial \tilde{E}_{ac}}{\partial r} = A_1 e^{-i\omega t} \frac{d}{dr}(\kappa r) \frac{dJ_0(\kappa r)}{d\kappa r}, \quad (47)$$

$$\frac{\partial \tilde{E}}{\partial r} = -A_1 e^{-i\omega t} \kappa J_1(\kappa r), \quad (48)$$

$$\frac{\partial \tilde{E}}{\partial r} = -A_1 e^{-i\omega t} \kappa J_1(\kappa r) = -\tilde{B}_{ac} i\omega. \quad (49)$$

Restaurando para a versão vetorial e isolando $\tilde{\mathbf{B}}_{ac}$:

$$\tilde{\mathbf{B}}_{ac} = \frac{A_1 \kappa}{i\omega} J_1(\kappa r) e^{-i\omega t} \hat{\phi}. \quad (50)$$

Essa equação também foi obtida em [14]. No caso simples de um fio homogêneo a constante A_1 pode ser obtida pela lei de Ampère aplicada a superfície:

$$\oint_P \tilde{\mathbf{B}} \cdot d\mathbf{l} = \mu \int_A \tilde{\mathbf{J}} \cdot d\mathbf{a}, \quad (51)$$

onde o segundo termo é,

$$\tilde{\mathbf{J}} = \sigma \tilde{\mathbf{E}} = \sigma (E_{dc} + E_{ac} e^{-i\omega t}) \hat{z}. \quad (52)$$

A integral do campo magnético de uma superfície cilíndrica em um caminho fechado é:

$$\tilde{B}2\pi r = \mu\sigma \left[\int \mathbf{E}_{dc} \cdot d\mathbf{a} + \int \tilde{\mathbf{E}}_{ac} \cdot d\mathbf{a}e^{-i\omega t} \right]. \quad (53)$$

Note que aqui obtemos o valor para \mathbf{E}_{dc} integrando a componente contínua do campo elétrico na área de seção transversal do condutor:

$$\sigma\mu \int E_{dc} \cdot da = \mu\sigma E_{dc}\pi r^2. \quad (54)$$

Comparando com a componente contínua da equação da corrente, (29):

$$I_{dc} = \mu\sigma E_{dc}\pi r^2. \quad (55)$$

Isolando a componente contínua do campo elétrico:

$$E_{dc} = \frac{I_{dc}}{\mu\sigma\pi r^2}, \quad (56)$$

essa equação posteriormente será utilizada para a determinação da componente contínua do campo magnético. Podemos determinar $\tilde{\mathbf{B}}$ de maneira análoga a partir da equação:

$$\tilde{B}2\pi R = \mu \int_A \tilde{\mathbf{J}} \cdot d\mathbf{a}, \quad (57)$$

onde $\int_A \tilde{\mathbf{J}} \cdot d\mathbf{a}$ é a corrente \tilde{I} aplicada pelo equipamento. Note que aqui usamos R que é o valor final do raio do condutor, diferente de r , que é a coordenada radial. Assim, obtemos o valor do campo especificamente para o raio(R) do condutor. A equação fica:

$$\tilde{B} = \frac{\mu\tilde{I}}{2\pi R}. \quad (58)$$

Escrevendo o campo magnético em termos das componentes alternada e contínua da corrente:

$$\tilde{\mathbf{B}} = \left[\frac{\mu}{2\pi R} I_{dc} + I_{ac}e^{-i\omega t} \right] \hat{\phi}. \quad (59)$$

Note que tomamos o módulo da corrente. Podemos fazê-lo sem alterar a parte alternada como já mencionado. A equação para o campo magnético proposta em (42), pode ser atualizada com a informação da componente alternada do campo magnético, proposta em (50). Obtemos:

$$\tilde{\mathbf{B}}(R) = \left[B_{dc} + \frac{A_1 \kappa}{i\omega} J_1(\kappa R) e^{-i\omega t} \right] \hat{\phi}. \quad (60)$$

A componente alternada na equação ((56), pode ser igualada com a componente alternada da equação anterior para que possamos isolar A_1 :

$$\frac{\mu I_{ac} e^{-i\omega t}}{2\pi R} = \frac{A_1 \kappa}{i\omega} J_1(\kappa R) e^{-i\omega t}. \quad (61)$$

Isolando A_1 :

$$A_1 = \frac{\mu I_{ac} i\omega}{J_1(\kappa R) \kappa 2\pi R}, \quad (62)$$

e atualizando a equação 60, para o campo magnético com a constante:

$$\tilde{\mathbf{B}} = \left[B_{dc} + \frac{\mu I_{ac}}{2\pi R} \frac{J_1(kr)}{J_1(\kappa R)} e^{-i\omega t} \right] \hat{\phi}. \quad (63)$$

Para determinar B_{dc} usamos a equação 56 e substituímos na componente contínua da equação 53:

$$\mathbf{B}_{dc} = \frac{\mu r}{2\pi R^2} I_{dc} \hat{\phi}. \quad (64)$$

Substituindo na componente contínua da equação 63 para o campo magnético:

$$\tilde{\mathbf{B}} = \frac{\mu I_{dc} r}{2\pi R^2} \hat{\phi} + \frac{\mu I_{ac}}{2\pi R} \frac{J_1(kr)}{J_1(kR)} e^{-i\omega t} \hat{\phi}. \quad (65)$$

Tomando a equação 41, substituindo A_1 e $E_{dc} = \frac{I_{dc}}{\mu\sigma\pi R^2}$, obtemos a equação para o campo elétrico:

$$\tilde{\mathbf{E}} = \frac{I_{dc}}{\mu\sigma\pi R^2} \hat{z} + \frac{\mu I_{ac} i\omega e^{-i\omega t}}{2\pi R k} \frac{J_0(kr)}{J_1(kR)} \hat{z}. \quad (66)$$

As equações 65 e 66, fornecem o campo magnético e elétrico dentro do condutor em um

cilindro de um único material. A região do Níquel-Ferro não inclui $r = 0$ e a consideração feita para N_0 não é válida, conseqüentemente nesta região a segunda espécie da função de Bessel na solução precisa ser considerada. Além disso, as constantes A_1 e A_2 precisariam ser recalculadas. Um modo de contornar esse problema é determinar o perfil da corrente numericamente.

4 TEORIA DO MÉTODO NUMÉRICO

Os Métodos Numéricos procuram desenvolver processos de cálculo a partir de operações aritméticas básicas de maneira a tornar problemas matemáticos mais facilmente solucionáveis. Os processos de cálculo são chamados de algoritmos e envolvem, em geral, um grande número de cálculos matemáticos [15].

Os métodos e técnicas computacionais são utilizados na resolução de problemas quando soluções analíticas são impraticáveis, imprecisas, ou ainda porque dispendem de muito tempo para sua execução. A dificuldade em encontrar a solução analítica de uma equação diferencial para um dado tempo, é o motivo principal para o emprego de métodos numéricos [15].

O desenvolvimento e aplicação dos métodos numéricos estão vinculados ao desenvolvimento computacional [16]. Os fatores mais relevantes para a escolha de um método de resolução geralmente envolvem três aspectos principais:

- Precisão desejada - quantidade de casas decimais utilizadas na resolução,;
- Capacidade do método em conduzir aos resultados desejados, ou seja, a velocidade de com que o método converge para o resultado;
- Esforço computacional utilizado (tempo de processamento, economia de memória necessária para a resolução) [16].

Há ainda que se destacar que o *software* utilizado tem efeito nas resoluções. Cada um pode empregar diferentes variantes para determinado método, influenciando na precisão [15].

4.1 MÉTODO DE INTEGRAÇÃO NUMÉRICO

O método analítico para a determinação do campo elétrico utiliza a solução para a equação de Bessel, (38). A solução proposta nesta equação é adequada para o campo dentro do material - Cobre - porque podemos anular $N(\kappa r) = 0$ já que a origem ($r = 0$) está incluída nesse intervalo. Calculando o limite de $N(\kappa r)$, equação (39), vemos que $N \rightarrow \infty$ quando $r = 0$ e portanto $A_2 = 0$. A partir dessas condições determinamos a equação (40) para um cilindro feito de Cobre.

No Níquel-Ferro não é mais possível fazer essa aproximação, pois a região do Níquel-Ferro não abrange a origem e a geometria passa de cilíndrica para uma casca cilíndrica. Consequentemente a equação (40) não é mais válida já que agora o termo $N(\kappa r)$ precisa ser considerado. Para contornar esse problema optamos por utilizar um método de integração numérico.

Os parâmetros relacionados ao Cobre são a condutividade $\sigma_1 = 5,96 \times 10^7 (\Omega - m)^{-1}$ e a permeabilidade relativa $\mu_1 = 1,25 \times 10^{-7} (H/m)$. Inicialmente consideramos $\mu_0 = 1$ devido a uma alta componente contínua na corrente de excitação. Primeiro calculamos a componente alternada do campo elétrico na região do Cobre que denominaremos \tilde{E}_c . Assumimos um valor inicial arbitrário para \tilde{E}_c em $r = 0$ e a primeira derivada nula neste ponto dado pela equação (32). A integração foi feita em um intervalo de 0 à $45 \mu m$, que é o valor do raio do condutor.

Calcula-se os valores da segunda derivada em um dado ponto r utilizando a equação diferencial para \tilde{E}_c :

$$\left. \frac{d^2 \tilde{E}_c}{dr^2} \right|_r = \left. \frac{d\tilde{E}_c}{dr} \right|_r \frac{1}{r} + \kappa_1 \tilde{E}_c(r), \quad (67)$$

onde κ_1 foi calculado a partir dos parâmetros do Cobre. A ideia é calcular o valor da função e da primeira derivada para o próximo ponto $r + dr$, calcular o valor da segunda utilizando a equação (67) e ir construindo a função de forma iterativa. Claro que é necessário saber os valores iniciais em $r = 0$ para iniciar o processo, como os já descritos.

A primeira derivada no ponto $r + dr$ pode ser obtida por meio de:

$$\left. \frac{d\tilde{E}_c}{dr} \right|_{r+dr} = \left. \frac{d\tilde{E}_c}{dr} \right|_r + \left. \frac{d^2 \tilde{E}_c}{dr^2} \right|_r dr \quad (68)$$

enquanto que a função neste mesmo ponto é dada por:

$$\tilde{E}_c(r + dr) = \tilde{E}_c(r) + \left. \frac{d\tilde{E}_c}{dr} \right|_{r+dr} dr. \quad (69)$$

Estes são os valores calculados para o campo elétrico dentro do condutor. A partir desses dados calculamos a corrente que passa no Cobre dentro de um dado r a partir da equação:

$$I_c(r) = \sum_{r'=0}^{r'=r} [\tilde{E}_c(r') 2\pi\sigma_1 dr], \quad (70)$$

este somatório esta escrito de forma simbólica, e a soma é feita para todos os pontos de campo calculados internamente a um dado valor r . Servirá para o cálculo do campo magnético, que em simetrias cilíndrica somente é influenciado pela corrente que passa internamente ao conto de interesse.

A segunda etapa para o Níquel-Ferro foi elaborada de maneira análoga ao que foi feito para o Cobre. Os parâmetros para o Níquel-Ferro são a condutividade $\sigma_2 = 4,76 \times 10^6 (\Omega - m)^{-1}$ e a permeabilidade do material saturado é $\mu_2 = 2,51 \times 10^{-5} (H/m)$. Aqui o somatório será feito entre $45 \mu m$ à $90 \mu m$.

Destaca-se alguns parâmetros iniciais para o Níquel-Ferro. O valor inicial da componente alternada do campo elétrico no Níquel-Ferro \tilde{E}_{nf} é o último valor obtido para o Cobre que denominaremos \tilde{E}_{cn} , de modo a manter a função contínua. A primeira derivada da função no ponto R_1 é determinada pela Lei de Faraday (45), com a mesma corrente da equação (70):

$$\left. \frac{d\tilde{E}_{nf}}{dr} \right|_{R_1} = \frac{\omega\mu_2}{2\pi R_1} I_c(R_1), \quad (71)$$

sendo μ_2 a permeabilidade do Níquel-Ferro e R_1 o raio do Cobre.

Para o calculo da corrente interna a um ponto na região do Níquel-Ferro utiliza-se o último valor para a corrente no Cobre. A equação para a corrente I_{nf} é:

$$I_{nf}(r) = I_c(R_1) + \sum_{r'=R_1}^{r'=R_2} [\tilde{E}_{nf}(r') 2\pi\sigma_2 dr]. \quad (72)$$

A partir dos valores da corrente foi possível determinar o perfil do campo de excitação conforme as equações (73) e (74):

$$H_c = \frac{I_c}{2\pi r}, \quad (73)$$

para o Cobre e:

$$H_{nf} = \frac{I_{nf}}{2\pi r} \quad (74)$$

para o Níquel-Ferro.

Esse conjunto de dados permitiu a construção dos gráficos que serão apresentados na seção subsequente.

5 RESULTADOS

A Figura 18 mostra o campo elétrico para o Cobre obtido por meio da equação (41) e pelo método numérico. Houve concordância entre as duas curvas com erro percentual máximo de 0,00045 %. Baseado neste resultado obteve-se a curva válida para o campo elétrico em função do raio para as duas regiões como pode ser visto na Figura 19.

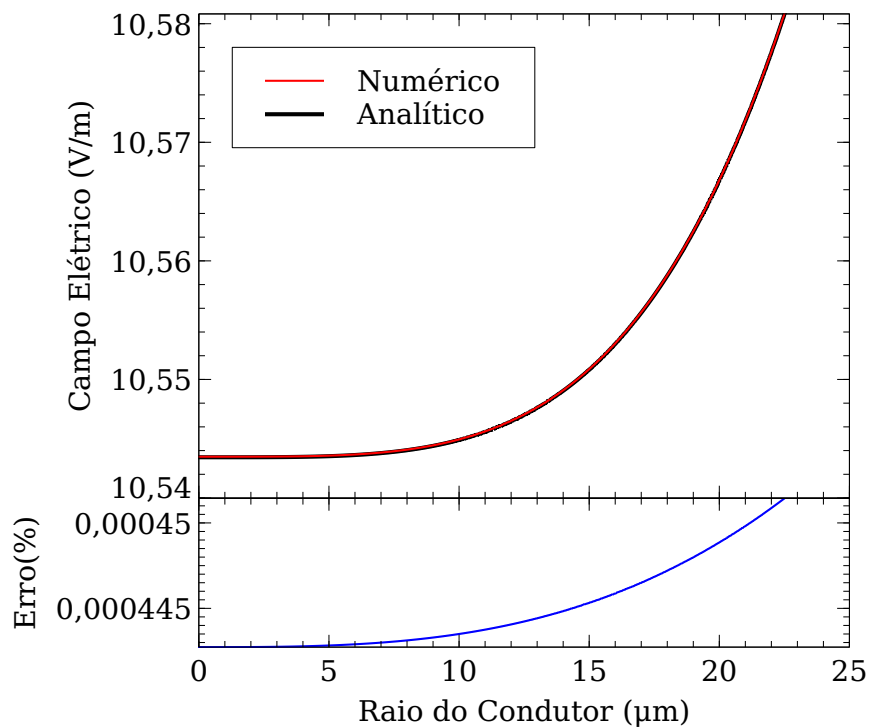


Figure 18: Comparação entre os métodos numérico e analítico na obtenção do campo elétrico para o Cobre.

Note na Figura 19, que o campo se mantém aproximadamente constante no Cobre e no Níquel-Ferro, com uma variação extremamente pequena em função do efeito pelicular. Neste caso utilizamos parâmetros ideais, ou seja, consideramos o material como totalmente saturado com permeabilidade relativa $\mu_r = 1$.

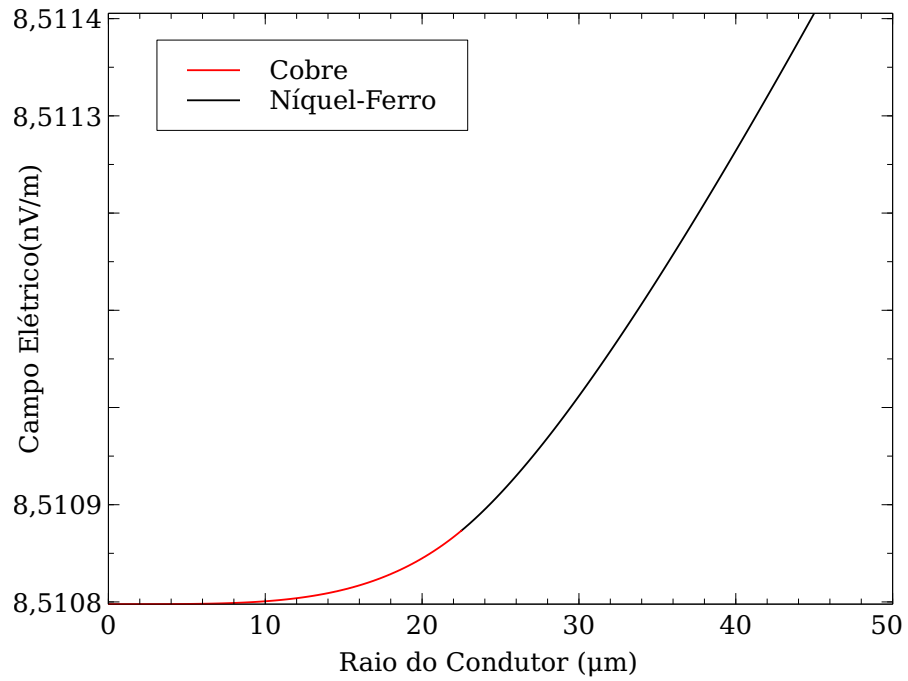


Figure 19: Campo elétrico em função do raio para o Cobre e o Níquel-Ferro.

A partir deste resultado definimos o campo de excitação para os dois materiais conforme Figura 20.

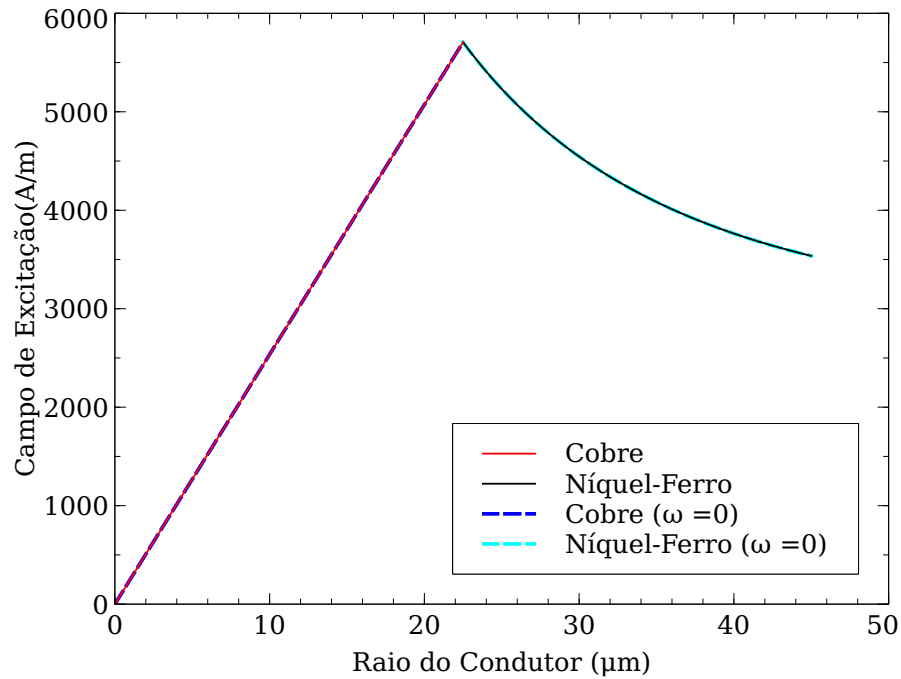


Figure 20: Perfil do campo de excitação. Foram plotados o perfil para permeabilidade ideal, $\mu_r = 1$ considerando o sensor totalmente saturado e também para a frequência $\omega = 0$, ou seja, sem o efeito pelicular.

A Figura 20 contém o perfil do campo de excitação. A maior parte da corrente passa pelo Cobre em função da maior condutividade do Cobre. A resistividade do Níquel-Ferro é alta e conseqüentemente a quantidade de corrente que passa por esse material é menor, mas não nula. A corrente que passa no NiFe deixa o campo H_{exc} nesta região com o comportamento de $\frac{1}{r}$ esperado para regiões fora do fio. Com a frequência, $\omega = 0$, o efeito pelicular é nulo pois resta apenas a componente contínua da corrente. A curva para a permeabilidade relativa ideal ($\mu_r = 1$) e para a frequência nula mostram que a contribuição do efeito pelicular para o campo de excitação é muito pequena. A influência de uma permeabilidade diferente de 1 pode ser vista na Figura 21.

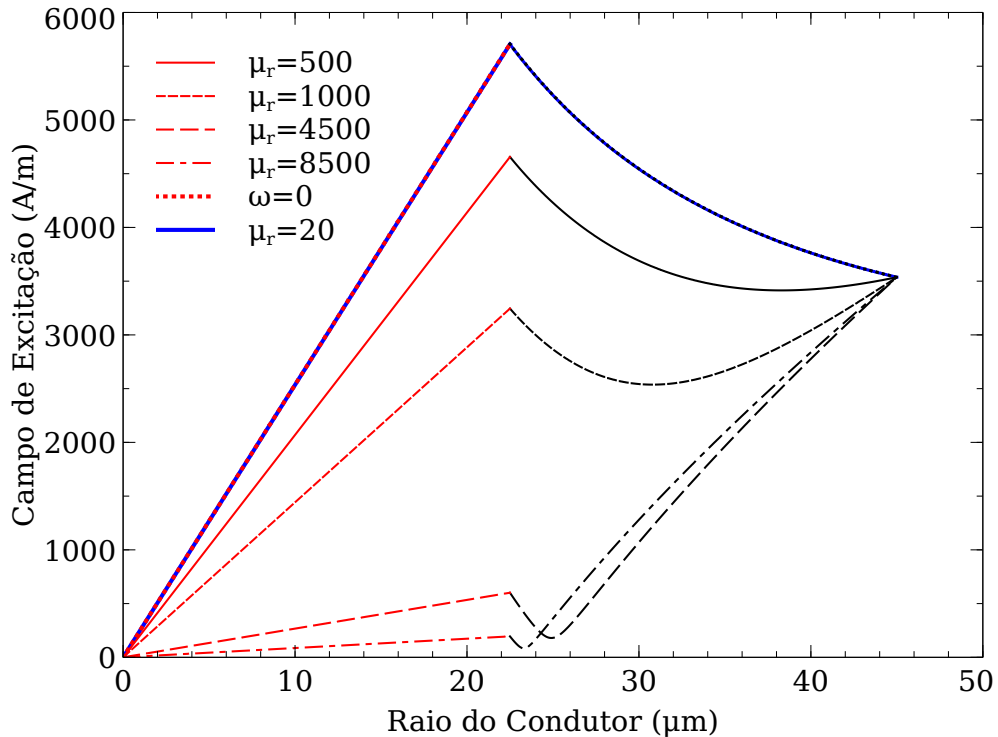


Figure 21: Curvas do campo de excitação para diferentes valores de permeabilidade em função do raio do condutor. A parte da curva em vermelho corresponde a distribuição do campo de excitação no Cobre. Em preto corresponde ao NiFe. Note que a mudança na permeabilidade do NiFe influencia a distribuição do campo nos dois materiais.

Nos casos em que a permeabilidade $\mu_r > 500$ a corrente flui em maior quantidade pelo Níquel-Ferro. O ideal seria passar um campo no Níquel-Ferro de modo a obter uma excitação uniforme, do contrário, a região central do NiFe pode ter uma excitação menor o que resulta em ruídos no sensor.

Para permeabilidades abaixo de aproximadamente $\mu_r = 500$ a excitação em todo o núcleo não atinge valores menores que a extremidade externa ($r=R$), que é independente de μ_r , e obtêm-se bons resultados para a excitação. Acima disso $500 < \mu_r < 1000$, as partes mais internas do núcleo tem excitação inferior e em casos extremos ($\mu > 1000$) a maior parte da corrente flui pelo Níquel-Ferro prejudicando severamente a excitação das regiões centrais do núcleo.

6 CONCLUSÃO

Buscando uma modelização mais adequada do campo de excitação do sensor foram aplicadas as equações de Maxwell para o interior de um cilindro metálico. Obteve-se a equação de Bessel conforme a literatura e partindo daí foi possível determinar as equações para o campo elétrico e magnético para a região do Cobre. A análise para a componente contínua e alternada do campo elétrico e conseqüentemente do campo de excitação pode ser feita separadamente. Neste trabalho buscamos analisar a componente alternada.

Como o problema envolve duas regiões com materiais e parâmetros diferentes não foi possível determinar analiticamente o campo de excitação para a região do Níquel-Ferro. Optou-se pela determinação numérica desses dados.

As curvas que foram determinadas por meio dos dois métodos para o campo elétrico foram comparadas apresentando erro percentual máximo de 0,00045 %. A partir disso foi possível validar os dados obtidos para o campo elétrico pelo método numérico para o Níquel-Ferro. O campo elétrico se mantém aproximadamente constante para o Cobre e o efeito pelicular é mínimo.

A partir do cálculo do campo elétrico foi possível obter o campo de excitação do sensor para várias permeabilidades diferentes. Diante disso, pode-se averiguar a influência da permeabilidade na distribuição do campo de excitação em função do raio, sendo os valores de μ_r abaixo de 500 os que se mostraram mais adequados. Para ($\mu > 1000$) o efeito pelicular concentra a maior parte da corrente no Níquel-Ferro.

Uma utilidade imediata deste trabalho é usar estas curvas de excitação para simular por meio da equação (11) a resposta do sensor e verificar qual a permeabilidade que melhor se ajusta aos dados experimentais para um sensor específico uma vez que a medição direta é difícil de ser feita.

References

- [1] P.Ripka, "Review of fluxgate sensors", *Sensors and Actuator A: Physical*, vol.33, pp. 129-141, June 1992.

- [2] T.C. dos Santos, *Ligas magnéticas NiFe e NiFeCo eletrodepositadas, voltadas para aplicações em micro-sensores magnéticos tipo fluxgate lanar*. Mater's dissertation, Aug. 2007.
- [3] T.Heimfarth, "*Desenvolvimento de sensores magnéticos tipo fluxgate miniaturizados utilizando ligas ferromagnéticas eletrodepositadas.*" Phd's thesis, Universidade de São Paulo, 2014.
- [4] P. Zoya and P. Branko D., "Chapter 20 - The Skin Effect", in *Modern Introductory Electromagnetics*, New Jersey, Prentice Hall, 2000, p.382.
- [5] T. Heimfarth, M. Mulato, "Detail characterization and modeling of a miniature orthogonal fluxgate sensor in magnetization rotation mode", *Sensors and Actuators*, vol. 30, pp.7, April 2017.
- [6] T. Heimfarth, *Microsensores magnéticos tipo fluxgate planar utilizando ligas de NiFe eletrodepositadas*. Master's dissertation, Feb. 2010. 50
- [7] D.J. Griffiths, *Introduction to Electrodynamics*. Benjamin Cummings, 3 ed., Jan. 1999.
- [8] L. Pinho, *Materiais Magnéticos e suas aplicações*. Mater's dissertation, Jan. 2009.
- [9] F.Primdahl, "The fluxgate magnetometer", *Journal of Physics E: Scientific Instruments*, vol. 12, pp. 241-253, Apr. 1979.
- [10] P.Ripka, *Magnetic Sensors and Magnetometers*. Artech House Publishers, Jan. 2001.
- [11] C.Clement, "Skin Effect in Electrical Conductors: Any Commercially Viable Solution?", *University of Aberdeen*, Outubro 2014.
- [12] V. Mathew, P. Arun, "The skin effect: a fresh look", *Physics Education*, vol.52, pp. 4, July. 2017.
- [13] G.S. Smith, "A simple derivation for the skin effect in a round wire", *European Journal of Physics*, vol.35, pp.13, January 2014.
- [14] A. Zangwill, *Modern Electrodynamics*. Cambridge University Press, 2013.

- [15] M. Monteiro, "Métodos Numéricos: exercícios resolvidos aplicados à Engenharia e outras Ciências", Universidade do Minho, Fev. 2012.
- [16] A. Cherri, A. Viana, *et al.* " Métodos Numéricos Computacionais", Departamento de Computação, Faculdade de Ciências, UNESP - Bauru.