



**UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL - PROFMAT**

CAMILA DALTOÉ

**A COMBINAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA E DA METODOLOGIA
ATIVA DA SALA DE AULA INVERTIDA COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO E
APRENDIZAGEM EM UM CURSO TÉCNICO EM AGROPECUÁRIA**

**CHAPECÓ
2022**

CAMILA DALTOÉ

**A COMBINAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA E DA METODOLOGIA
ATIVA DA SALA DE AULA INVERTIDA COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO E
APRENDIZAGEM EM UM CURSO TÉCNICO EM AGROPECUÁRIA**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, da Universidade Federal da Fronteira Sul – UFFS como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Vitor José Petry

**CHAPECÓ, SC
2022**

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL

Rodovia SC 484, km 02
CEP: 89801-001
Caixa Postal 181
Bairro Fronteira Sul
Chapecó – SC
Brasil

Bibliotecas da Universidade Federal da Fronteira Sul - UFFS

Daltoé, Camila

A COMBINAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA E DA METODOLOGIA ATIVA DA SALA DE AULA INVERTIDA COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO E APRENDIZAGEM EM UM CURSO TÉCNICO EM AGROPECUÁRIA / Camila Daltoé. -- 2022.
110 f.:il.

Orientador: Doutor em Matemática Aplicada Vitor José Petry

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal da Fronteira Sul, Programa de Pós-Graduação Profissional em Matemática em Rede Nacional, Chapecó, SC, 2022.

1. Modelagem Matemática. 2. Sala de aula invertida.
3. Instalações agrícolas. I. Petry, Vitor José, orient.
II. Universidade Federal da Fronteira Sul. III. Título.

Elaborada pelo sistema de Geração Automática de Ficha de Identificação da Obra pela UFFS com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).



CAMILA DALTOÉ

**A COMBINAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA E DA METODOLOGIA
ATIVA DA SALA DE AULA INVERTIDA COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO
E APRENDIZAGEM EM UM CURSO TÉCNICO EM AGROPECUÁRIA**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal da Fronteira Sul – UFFS, para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof^o. Dr. Vitor José Petry

Aprovado em: 15/02/2022

BANCA EXAMINADORA

Prof^o. Dr. Vitor José Petry – UFFS
Presidente da banca/orientador

Prof^o. Dr. Rodolfo Eduardo Vertuan - UTFPR
Membro titular externo

Prof^a. Dra. Rosane Rossato Binotto – UFFS
Membro titular interno

Prof^a. Dra. Nilce Fátima Scheffer – UFFS
Membro suplente

Chapecó/SC, Fevereiro de 2022.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pela dádiva da vida, por guiar meus passos para poder ir em busca dos meus objetivos e pela proteção.

Agradeço aos meus pais Vilmar Daltoé e Izoldi Daltoé pelo incentivo aos estudos e pelo apoio que serviram de alicerce para as minhas realizações.

Agradeço ao meu namorado Vinicius Dalla Lana que sempre esteve presente ao meu lado incentivando e motivando, pelos gestos e palavras de apoio.

Às minhas irmãs e aos meus familiares pelo suporte, palavras de motivação e pela compreensão nos momentos que estive ausente.

De maneira especial, quero agradecer ao meu orientador Dr. Vitor José Petry por aceitar conduzir meu trabalho de pesquisa, pela confiança, pelo incentivo, pela paciência, por sempre estar presente indicando a melhor direção da pesquisa e pelas valiosas contribuições.

Aos meus professores do PROFMAT pelo aprendizado e pela excelência de ensino.

Agradeço também, aos meus colegas do PROFMAT pelo companheirismo, pelas partilhas de conhecimento e pela parceria.

Aos meus amigos pelo todo carinho, torcida e palavras de motivação durante o percurso do mestrado.

À Sociedade Brasileira de Matemática e à Universidade Federal da Fronteira Sul – UFFS por oportunizar o mestrado e pelo ensino de qualidade.

RESUMO

A ausência de contextualização de conteúdos matemáticos na Educação Básica e de formação técnica, constitui um dos fatores que favorece a falta de motivação e consequente aumento das dificuldades na sua compreensão. Na tentativa de promover a integração dos conceitos matemáticos com situações reais por meio de uma metodologia ativa, o objetivo do presente trabalho é analisar as contribuições da utilização da Modelagem Matemática combinada com a metodologia ativa de sala de aula invertida no processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Os sujeitos da pesquisa foram os alunos do terceiro ano do Ensino Médio de uma escola pública com habilitação em Técnico em Agropecuária, localizada no município de Riqueza- SC. A pesquisa tem uma abordagem qualitativa, visando a aplicação de atividades de Modelagem Matemática associada ao conhecimento técnico e ao cotidiano dos alunos. A coleta de dados foi realizada através de um diário de bordo, pela aplicação de um questionário e pelas atividades desenvolvidas pelos alunos. A análise dos dados coletados é textual discursiva, feita a partir das categorias estabelecidas. A aplicação prática desta proposta foi organizada em períodos de estudo presencial e a distância, sendo estes, constituídos de momentos síncronos e assíncronos. A partir da análise dos dados coletados, verificou-se que essa combinação metodológica trouxe contribuições positivas para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, contribuindo principalmente para despertar o interesse e a motivação. Também foram observados indícios de que auxiliou na compreensão de conteúdos de Matemática e na ampliação da habilidade de identificar e de resolver situações-problema a partir da proposta de estudo de projeções de instalações agrícolas escolhidas pelos alunos.

Palavras-chave: modelagem matemática; sala de aula invertida; instalações agrícolas.

ABSTRACT

The default of contextualization of mathematical content in Basic Education and technical training is one of the factors that favors of motivation absence and the consequent difficulties increase in understanding it. In an attempt to promote the integration of mathematical concepts with real situations through an active methodology, the objective of this work is to analyze the contributions of Mathematical Modeling combined with the active methodology of flipped classroom in the Math teaching and learning process. The research subjects are third-year high school students at a public school with a degree in Agricultural Technician, located in the Riqueza-SC city. The research has a qualitative approach, aiming at the application of Mathematical Modeling activities associated with technical knowledge and the daily lives of students. Data collection was carried out through a logbook, the application of a questionnaire and the activities carried out by the students. The analysis of collected data is textual discursive, based on established categories. The practical application of this proposal was organized into periods of in-person and distance study, which were constituted by synchronous and asynchronous moments. From the analysis of the collected data, it was found that this methodological combination brought positive contributions to the teaching and learning process of Mathematics, contributing mainly to arouse interest and motivation. Evidence was also observed that it helped in the understanding of the Mathematics content and in the expansion of the ability to identify and solve problem-situations based on the proposed study of projections of agricultural facilities chosen by the students.

Keywords: mathematical modeling; flipped classroom; agricultural facilities.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1— Recorte da planta baixa e da fachada da instalação agrícola (Grupo 1)	51
Figura 2 — Cálculo da quantidade de concreto em m ³ da parte estrutural (Grupo 3)	52
Figura 3 — Resolução da questão 2 pelo aluno A03	54
Figura 4 — Resolução da questão 1 pelo aluno A09	54
Figura 5 — Cálculo das dimensões do telhado (Grupo 3)	57
Figura 6— Registro do comparativo de juros simples e composto (Grupo 4)	64
Figura 7 — Registro da atividade assíncrona pelo aluno A16	75
Figura 8 — Maquete da instalação agrícola: pocilga (Grupo 2)	77
Figura 9 — Maquete da instalação agrícola: Compost barn (Grupo 3)	78
Figura 10 — Maquete da instalação agrícola: aviário (Grupo 4)	79

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Cronograma de aplicação das atividades	37
Quadro 2 – Representações feitas por alunos na resolução da questão 3	56
Quadro 3 – Representações feitas por alunos na resolução da questão 4	59
Quadro 4 – Representações feitas por alunos na resolução da questão 3	65

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – O aluno e o professor nos casos de Modelagem	18
Tabela 2 – Registro do Sistema de Amortização Constante (Grupo 2)	66
Tabela 3 – Registro do Sistema Francês de Amortização (Grupo 2).....	66

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	12
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	16
2.1 MODELAGEM MATEMÁTICA.....	16
2.1.1 Contribuições da Modelagem Matemática para o ensino	22
2.1.2 Aplicações da Modelagem Matemática na área agrícola	24
2.2 METODOLOGIAS ATIVAS	27
2.2.1 Ensino Híbrido	29
2.2.2 Sala de aula invertida	30
2.2.3 Modelagem Matemática caracterizada como uma metodologia ativa.....	32
3 ENCAMINHAMENTOS METODOLÓGICOS.....	34
3.1 MÉTODO DE PESQUISA E COLETA DE DADOS	34
3.2 SELEÇÃO DA AMOSTRA	35
3.3 PROCEDIMENTOS DA ANÁLISE DOS DADOS	38
4 DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS	40
4.1 1º PERÍODO A DISTÂNCIA.....	40
4.2 1º PERÍODO PRESENCIAL	41
4.3 2º PERÍODO A DISTÂNCIA.....	42
4.4 2º PERÍODO PRESENCIAL	43
4.5 3º PERÍODO A DISTÂNCIA.....	43
4.6 3º PERÍODO PRESENCIAL	44
4.7 4º PERÍODO A DISTÂNCIA.....	44
4.8 4º PERÍODO PRESENCIAL	44
4.9 5º PERÍODO A DISTÂNCIA.....	45
4.10 5º PERÍODO PRESENCIAL	46
4.11 6º PERÍODO A DISTÂNCIA.....	46
4.12 6º PERÍODO PRESENCIAL	47
5 RESULTADOS E ANÁLISE DOS DADOS.....	48
5.1 EVIDÊNCIAS DE CONTRIBUIÇÕES DA MODELAGEM MATEMÁTICA COMBINADA COM A METODOLOGIA ATIVA DA SALA DE AULA INVERTIDA PARA O PROCESSO DE ENSINO E DE APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA.....	50

5.2 ASPECTOS RELATIVOS À MOTIVAÇÃO E AO INTERESSE PELO ESTUDO DA MATEMÁTICA E FATORES RELACIONADOS À INTERAÇÃO ENTRE OS SUJEITOS ENVOLVIDOS.....	71
5.3 PERCEPÇÕES DOS ALUNOS E COMPROMETIMENTO EM RELAÇÃO À APLICAÇÃO DAS METODOLOGIAS DE ENSINO PROPOSTAS	81
5.4 ASPECTOS RELATIVOS ÀS DIFICULDADES ENCONTRADAS NA APLICAÇÃO DO PROJETO.....	85
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	89
REFERÊNCIAS.....	93
APÊNDICE A – Questionário.....	97
APÊNDICE B – <i>Link</i> dos vídeos disponibilizados nos roteiros de estudo	100
APÊNDICE C – Lista de atividades 01.....	102
APÊNDICE D – Lista de atividades 02.....	104
APÊNDICE E – Lista de atividades 03	106
APÊNDICE F – Avaliação	108
APÊNDICE G – Lista de atividades 04.....	110

1 INTRODUÇÃO

Tem-se observado algumas carências relacionadas ao ensino de Matemática na Educação Básica, em particular, no Ensino Médio com habilitação agrícola, campo de aplicação dessa pesquisa, sendo que em muitos momentos, identificam-se situações de falta de contextualização dos conteúdos específicos dessa disciplina. Como consequência, alguns estudantes apresentam dificuldades em compreender a importância e a aplicação dos conteúdos dessa ciência e tão pouco relacionam a Matemática escolar com situações do cotidiano, contribuindo para a sua desmotivação e seu desinteresse em estudar. Algumas manifestações e indagações estão presentes nessa situação, como “para que aprender isso, se nunca irei utilizar em minha vida?”. Não resta dúvida da importância e da necessidade de propor mudanças nesse cenário escolar.

Na busca por superar essa situação, faz-se necessário um ensino da Matemática constituído de um processo de interação entre professor e aluno, visando a problematização, a reflexão e a construção de conhecimentos matemáticos.

Aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações, para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação (BRASIL, 2000, p. 111).

Existem diversas metodologias de ensino diferenciadas que apresentam essas características, dentre elas, neste trabalho será dado ênfase às metodologias ativas, que colocam o aluno como agente do seu conhecimento, a partir de situações contextualizadas, dando destaque à metodologia da sala de aula invertida e à Modelagem Matemática.

A Modelagem Matemática como uma metodologia de ensino vem ganhando cada vez mais ênfase nas publicações científicas. A Modelagem Matemática consiste na transformação de uma situação-problema da realidade em linguagem Matemática, contribuindo essencialmente, para a contextualização da disciplina de Matemática. Além disso, seus procedimentos de aplicação fazem com que os alunos sejam sujeitos ativos e os principais autores na construção e no desenvolvimento do conhecimento matemático. De acordo com as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006, p. 85),

uma situação-problema ligada ao “mundo real”, com sua inerente complexidade, o aluno precisa mobilizar um leque variado de competências: selecionar variáveis que serão relevantes para o modelo a construir; problematizar, ou seja, formular o problema teórico na linguagem do campo matemático envolvido; formular hipóteses explicativas do fenômeno em causa; recorrer ao conhecimento matemático acumulado para a resolução do problema formulado, o que, muitas vezes, requer um trabalho de simplificação quando o modelo originalmente pensado é matematicamente muito complexo; validar, isto é, confrontar as conclusões teóricas com os dados empíricos existentes; e eventualmente ainda, quando surge a necessidade, modificar o modelo para que esse melhor corresponda à situação real, aqui se revelando o aspecto dinâmico da construção do conhecimento.

Portanto, a Modelagem é uma metodologia de ensino que visa a construção do conhecimento matemático de forma dinâmica e possui características semelhantes aos princípios das metodologias ativas, pois estão essencialmente centradas no protagonismo e no desenvolvimento da autonomia dos alunos. Além disso, com relação às metodologias ativas no processo de ensino e aprendizagem, o papel do professor é essencial, principalmente na inovação das metodologias abordadas.

A inovação cria possibilidades de estabelecer relações significativas entre os diferentes saberes, de maneira progressiva, para ir adquirindo uma perspectiva mais elaborada; converte as escolas em lugares mais democráticos, atrativos e estimulantes; estimula a reflexão teórica sobre as vivências, experiências e diversas interações das instituições educacionais; rompe a cisão entre a concepção e a execução (DAROS, 2018a, p. 6-7).

O método da sala de aula invertida é uma forma de metodologia ativa de ensino híbrido. Essa metodologia visa, além de outros aspectos, otimizar o tempo do professor em sala de aula com a apresentação e explicação de conteúdos pois, o aluno já faz um estudo prévio antes do encontro coletivo em sala de aula. Esse estudo prévio é desenvolvido a partir de roteiros de estudo previamente elaborados e disponibilizados pelo professor, no qual, os alunos iniciam seus estudos de um determinado conteúdo, a partir de pesquisas, vídeos e produções, para posteriormente, aprofundar o conhecimento em atividades em sala de aula.

Diante do exposto, na presente pesquisa pretende-se analisar possíveis benefícios da utilização da Modelagem Matemática combinada com a metodologia ativa de sala de aula invertida no processo de ensino e aprendizagem em uma turma de Ensino Médio com habilitação agrícola. Nesta perspectiva, busca-se investigar a seguinte questão: De que modo a utilização da Modelagem Matemática associada à metodologia da sala de aula invertida pode contribuir para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática no curso Técnico em Agropecuária? Para tanto, tem-se como objetivos específicos combinar a Modelagem Matemática com a metodologia da sala de aula invertida; compreender e analisar as etapas da

Modelagem Matemática aplicadas juntamente com a estratégia da sala de aula invertida, visando avaliar os possíveis benefícios dessa combinação; possibilitar que os alunos de criem estratégias e hipóteses no desenvolvimento das atividades de Modelagem; e motivar os alunos para o estudo de conceitos matemáticos por meio da Modelagem combinada com a metodologia da sala de aula invertida.

Buscando atingir esses objetivos, o desenvolvimento das atividades propostas nesta pesquisa apresenta uma abordagem qualitativa, visando analisar as contribuições da experiência de Modelagem Matemática no ensino, mediante a contextualização e a aplicabilidade na área agrícola como uma forma de incentivar e de facilitar a compreensão dos conteúdos matemáticos. Essa experiência foi desenvolvida em duas turmas de 3º Ano do Ensino Médio em uma instituição de ensino público denominada Associação Casa Familiar Rural com habilitação em Técnico em Agropecuária, localizada na zona rural do município de Riqueza - SC. Esta instituição de ensino funciona de acordo com a Pedagogia da Alternância. A Pedagogia da Alternância consiste em uma organização da metodologia escolar, distribuída em tempos e espaços distintos, com foco em experiências formativas e em uma formação profissional. De acordo com Godinho (2013, p. 119-120),

alternância significa o processo de ensino-aprendizagem que acontece em espaços e territórios diferenciados e alternados. O primeiro é o espaço familiar e a comunidade de origem (realidade); em segundo, a escola onde o educando partilha os diversos saberes que possui com os outros atores e reflete sobre eles em bases científicas (reflexão); e, por fim, retorna-se a família e a comunidade a fim de continuar a práxis (prática + teoria) seja na comunidade, na propriedade (atividades de técnicas agrícolas) ou na inserção em determinados movimentos sociais.

Dessa forma, a Casa Familiar Rural está organizada em tempo-escola e em tempo-comunidade. No primeiro momento, os alunos permanecem uma semana na escola em regime de internato, construindo conhecimentos através do atendimento pedagógico da equipe escolar e no segundo momento, os alunos retornam uma semana às suas casas com o objetivo de desenvolver atividades previamente programadas e relacionar a teoria com a prática.

O trabalho está organizado em cinco capítulos mais as considerações finais. O primeiro capítulo consiste nessa introdução, enquanto no segundo capítulo apresenta-se a fundamentação teórica, acompanhada de uma revisão bibliográfica sobre os temas abordados nesta pesquisa. Neste capítulo, destaca-se as concepções, fases, procedimentos, contribuições da aplicação de atividades de Modelagem no ensino, além de uma abordagem sobre as metodologias ativas de ensino híbrido, em particular, a metodologia da sala de aula invertida e a relação existente entre

essas duas metodologias. São elencadas também, publicações científicas de aplicações da Modelagem Matemática em atividades agrícolas, principalmente, na formação de Técnico em Agropecuária.

No terceiro capítulo descreve-se os encaminhamentos metodológicos, destacando o método, seleção, coleta de dados, procedimentos de análise de dados, além da apresentação das categorias de análise. No quarto capítulo é apresentada a descrição das atividades realizadas nos momentos presenciais e nos momentos de estudo a distância, que caracterizam a metodologia de ensino híbrido usada, no presente caso, a da sala de aula invertida.

No quinto capítulo, apresenta-se a análise dos dados na forma de análise textual discursiva. Este capítulo aborda as evidências constatadas no período de aplicação da combinação dessas metodologias propostas, manifestações e indícios que sugerem a aprendizagem e a facilitação da habilidade de resolução de situações-problema. Além disso, apresenta as percepções dos alunos, aspectos relativos à motivação e às dificuldades encontradas durante o período de aplicação do projeto.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo apresentam-se algumas considerações sobre a definição, as estratégias e as contribuições da Modelagem Matemática voltadas para o ensino. Faz-se também uma abordagem sobre as metodologias ativas, dentre elas, o ensino híbrido, em especial, o modelo da sala de aula invertida. Ainda se evidencia a Modelagem Matemática caracterizada como uma metodologia ativa.

2.1 MODELAGEM MATEMÁTICA

Há muito tempo, a Matemática é utilizada como uma ferramenta para interpretar fenômenos da realidade. Essa prática é denominada Modelagem Matemática e tem como objetivo traduzir situações-problema de diferentes áreas do conhecimento em linguagem Matemática. Este método é caracterizado pela interpretação, compreensão, simplificação e resolução de conjunturas da realidade e/ou tendendo a aproximações com a realidade. Neste sentido, a Modelagem Matemática é um método da Matemática Aplicada e é uma forma de contextualizar os conteúdos quando voltada para o ensino.

Atualmente, no Brasil existem vários estudos sobre Modelagem Matemática voltada para a Educação Matemática, sendo que diversos autores apresentam distintos pontos de vista sobre este método e propõem diferentes formas de encaminhamento das atividades. Entre os precursores dessa prática, o presente trabalho aborda as concepções de Barbosa (2001), Bassanezi (2015, 2019), Biembengut e Hein (2019), Almeida, Silva e Vertuan (2020) e Burak (1992). Embora apresentem concepções diferenciadas, todos estes evidenciam o potencial da Modelagem para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

De acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2020), Modelagem Matemática consiste em um método pedagógico para estudar Matemática por meio de uma situação não necessariamente matemática. Nesse sentido, para os autores uma atividade de Modelagem Matemática descreve-se por uma situação inicial (situação-problema), um conjunto de procedimentos e de uma situação final (solução da situação inicial, denominada de modelo matemático). O conjunto de procedimentos são conhecimentos matemáticos integrados a conhecimentos não matemáticos.

Segundo Barbosa (2001, p. 06), “Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade”. O autor enfatiza que o objeto em estudo não necessita estar ligado

à Matemática, porém, com um conjunto de informações da realidade pode tornar-se uma Modelagem Matemática. Já, para Burak (1992, p. 62), a Modelagem na Educação Matemática “constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões”.

Conforme Biembengut e Hein (2019), Modelagem Matemática é um ramo da Matemática que tenta explicar situações reais por meio de uma linguagem matemática, objetivando o melhor entendimento, análise e simulações da situação investigada. A aplicação desse método implica na obtenção de um modelo. Segundo os autores, um modelo matemático apresenta aspectos da situação analisada, ele pode ser representado por “expressões numéricas ou fórmulas, diagramas, gráficos ou representações geométricas, equações algébricas, tabelas, programas computacionais” (BIEMBENGUT; HEIN, 2019, p. 12).

Essa concepção assemelhasse com a de Bassanezi (2015) visto que, segundo esse autor, a Modelagem consiste em uma habilidade de aplicar a Matemática em situações reais e em outros campos do conhecimento. Dessa forma, esse método visa transformar um problema prático em um modelo matemático, ou seja, traduzir este problema em linguagem matemática por meio de diversas formas de representações seja através de números, de gráficos, de tabelas, de equações e de relações matemáticas. Para o autor,

Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A Modelagem consiste, essencialmente na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual (BASSANEZI, 2019, p. 24).

Dessa maneira, a Modelagem pode ser considerada como um processo de formulação de modelos visando representar a realidade ou aproximações com a realidade.

A modelagem é o processo de criação de modelos em que estão definidas as estratégias de ação do indivíduo sobre a realidade, mais especificamente sobre a sua realidade carregadas de interpretações e subjetividades próprias de cada modelador. [...] A utilização da modelagem na educação matemática valoriza o “saber fazer” do cursista e desenvolve sua capacidade de avaliar o processo de construção de modelos matemáticos em seus diferentes contextos de aplicação, a partir da realidade de seu ambiente (BASSANEZI, 2015, p.15).

Nesse sentido, modelo matemático é uma representação da realidade de acordo com a visão daqueles que estão investigando. Para Almeida, Silva e Vertuan (2020), a palavra “modelo” tem origem do latim *Modellum*, que significa “medida em geral” e sua epistemologia

a define como “representação de alguma coisa”. Dessa maneira, um modelo matemático caracteriza-se por um método “conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou uma estrutura matemática e que tem por finalidade descrever ou explicar o comportamento de outro sistema” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2020, p. 13).

Considerando as perspectivas apresentadas pelos autores citados, a Modelagem Matemática pode ser considerada como uma metodologia de ensino capaz de vincular o conteúdo matemático com situações práticas, de maneira contextualizada para cada realidade. A realização de atividades de Modelagem Matemática auxilia na integração entre aluno e professor por meio da problematização, reflexão e construção do conhecimento matemático.

De acordo com Barbosa (2001), a Modelagem Matemática pode ser classificada de três formas diferentes, sendo que o professor é mediador e indispensável no processo de investigação Matemática. O autor não sugere etapas, mas classifica a Modelagem por casos, vinculados ao papel do professor e aluno na realização deste método em sala de aula, como está indicado na Tabela 1.

Tabela 1 – O aluno e o professor nos casos de Modelagem

	<i>Caso 1</i>	<i>Caso 2</i>	<i>Caso 3</i>
<i>Elaboração da situação-problema</i>	Professor	Professor	Professor/aluno
<i>Simplificação</i>	Professor	Professor/aluno	Professor/aluno
<i>Dados qualitativos e quantitativos</i>	Professor	Professor/aluno	Professor/aluno
<i>Resolução</i>	Professor/aluno	Professor/aluno	Professor/aluno

Fonte: BARBOSA, 2001, p. 09.

No primeiro caso, o professor apresenta a situação-problema a ser investigada e fornece os dados qualitativos e quantitativos para sua resolução, incumbindo aos alunos a resolução da situação. No segundo caso, o professor apresenta a situação-problema a ser investigada, cabendo aos alunos as coletas de dados e a resolução da situação. Já, no terceiro caso, os alunos formulam o problema essencialmente não matemático, coletam os dados e realizam sua resolução. Independente do caso de Modelagem Matemática destacado por Barbosa (2001), o professor é caracterizado como “co-partícipe” no processo de investigação da Modelagem.

Além disso, em todo o procedimento de Modelagem é necessário uma intervenção e condução das atividades pelo professor, visando qualificar o processo de ensino. Conforme o autor,

o ambiente de Modelagem está associado à problematização e investigação. O primeiro refere-se ao ato de criar perguntas e/ou problemas enquanto que o segundo, à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas. Ambas atividades não são separadas, mas articuladas no processo de envolvimento dos alunos para abordar a atividade proposta. Nela, podem-se levantar questões e realizar investigações que atingem o âmbito do conhecimento reflexivo (BARBOSA, 2004, p. 03).

A realização de uma atividade de Modelagem no ensino envolve um conjunto de etapas de procedimentos necessários para a elaboração, estruturação e resolução de uma situação-problema visando a problematização e a investigação da realidade. Almeida, Silva e Vertuan (2020) classificam estas etapas como: inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação.

O procedimento de inteiração é o primeiro contato com a situação-problema, a fim de conhecer propriedades e particularidades sobre o tema de estudo. Nesse processo ocorre a formulação do problema e a determinação de finalidades. Posterior à inteiração, ocorre a matematização, processo em que ocorrem a formulação de hipóteses e as descrições das relações da situação-problema em linguagem Matemática. Além disso, “a busca e elaboração de uma representação matemática são mediadas por relações entre as características da situação e os conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos adequados para representar matematicamente essas características” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2020, p. 16).

Na etapa seguinte, ocorre a resolução, procedimento que consiste na construção de um modelo matemático, com intenção de resolver, analisar e descrever o problema investigado. Para finalizar ocorre a interpretação e validação dos resultados, sendo que para Almeida, Silva e Vertuan (2020), esse processo da Modelagem é de extrema importância, pois, além dos alunos analisarem, construir e aplicarem, desenvolve a capacidade de avaliar a construção de modelos e a aplicabilidade em diversas situações. Os autores enfatizam que essas etapas são “procedimentos necessários para a realização de uma atividade de Modelagem Matemática, elas podem não decorrer de forma linear, e constantes movimentos de “ida e vinda” entre essas fases caracterizam a dinamicidade da atividade” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2020, p. 16-17).

Biembengut e Hein (2019) classificam os procedimentos da Modelagem Matemática em três etapas semelhantes às indicadas por Almeida, Silva e Vertuan (2020). A primeira é caracterizada como interação, processo em que ocorre o reconhecimento da situação-problema

e a familiarização com o tema através da integração dos dados. A segunda etapa é denominada de matematização, em que consiste na formulação do problema, levantamento de hipóteses e a resolução do problema proposto em linguagem matemática. E por fim, a etapa do modelo matemático processo este, caracterizado pela interpretação e validação do modelo obtido. Tanto para Almeida, Silva e Vertuan (2020) e quanto para Biembengut e Hein (2019), na Modelagem voltada para o ensino, o professor deve assumir um papel como orientador no desenvolvimento desses procedimentos, necessita indicar caminhos, sugerir novos artifícios e reformulações visto que, orientar não é elaborar a solução da situação-problema para os alunos ou simplesmente, aceitar qualquer resposta para a situação em estudo.

As atividades intelectuais de Modelagem destacadas por Bassanezi (2019) são experimentação, abstração, resolução, validação, modificação e aplicação. A etapa de experimentação é uma atividade fundamentalmente laboratorial, onde ocorre o processamento de obtenção de dados. A etapa seguinte, denominada por abstração, conduz a formulação dos modelos matemáticos através da seleção de variáveis, definição do problema em linguagem matemática, formulação de hipóteses e a simplificação. Após, ocorre o passo denominado por resolução, onde “o modelo matemático é obtido quando se substitui a linguagem natural das hipóteses por uma linguagem matemática coerente - e como num dicionário, a linguagem matemática admite “sinônimos” que traduzem os diferentes graus de sofisticação da linguagem natural” (BASSANEZI, 2019, p. 29).

Além disso, o autor propõe a realização do procedimento de validação, que é o processo de verificação, aceitação e interpretação dos resultados obtidos. Caso ocorra a não aceitação do modelo encontrado, ocorre a etapa da modificação, neste momento verificam-se e reavaliam-se as hipóteses utilizadas bem como, o levantamento de dados e de outras variáveis que não foram utilizadas. E, por fim, ocorre a aplicação. Vale destacar que um bom modelo matemático é aquele que possibilita a formulação de novos modelos, e por este motivo, nenhum modelo pode ser considerado definitivo, ou seja, sempre pode ser melhorado. Nesse sentido, “a modelagem eficiente permite fazer previsões, tomar decisões, explicar e entender; enfim participar do mundo real com capacidade de influenciar em suas mudanças” (BASSANEZI, 2019, p. 31).

Nesse sentido, para Bassanezi (2019, p. 38) “a Modelagem no ensino é apenas uma estratégia de aprendizagem, onde o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem-sucedido, mas caminhar seguindo etapas onde o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado”. Ou seja, a utilização da Modelagem Matemática no ensino não tem como principal finalidade a construção de modelos, mas de explicar matematicamente diversas

situações do dia a dia dos alunos. Dessa forma, a utilização da Modelagem Matemática na escola não deve ter a mesma rigidez e os mesmos parâmetros do que a Modelagem voltada para a linha experimental. Segundo Barbosa (2004, p. 03) a Modelagem Matemática no ensino “é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade”. Em uma atividade de Modelagem aplicada no ensino faz com que,

o interesse dos participantes da atividade e o envolvimento dos grupos em busca de dados do ambiente [...] são capazes de dar significado, bem como desenvolver a autonomia dos participantes, de forma a torná-los agentes do processo de construção do conhecimento matemático (KLÜBER; BURAK, 2008, p. 20, grifo do autor).

Nesse sentido, Klüber e Burak (2008) caracterizam a Modelagem Matemática voltada para a Educação Básica em cinco etapas que são: escolha do tema, pesquisa exploratória, levantamento dos problemas, resolução dos problemas e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema e, por fim, análise crítica das soluções. Segundo os autores,

Escolha do tema – é o momento em que o professor apresenta aos alunos alguns temas que possam gerar interesse ou os próprios alunos sugerem um tema. Esse tema pode ser dos mais variados, uma vez que não necessita ter nenhuma ligação imediata com a matemática ou com conteúdos matemáticos, e sim com o que os alunos querem pesquisar. Já nessa fase é fundamental que o professor assuma a postura de mediador, pois deverá dar o melhor encaminhamento para que a opção dos alunos seja respeitada. Pesquisa exploratória – escolhido o tema a ser pesquisado, encaminham-se os alunos para a procura de materiais e subsídios teóricos dos mais diversos, os quais contenham informações e noções prévias sobre o que se quer desenvolver/pesquisar. A pesquisa pode ser bibliográfica ou contemplar um trabalho de campo, fonte rica de informações e estímulo para a execução da proposta. Levantamento dos problemas – de posse dos materiais e da pesquisa desenvolvida, incentiva-se os alunos a conjecturarem sobre tudo que pode ter relação com a matemática, elaborando problemas simples ou complexos que permitam vislumbrar a possibilidade de aplicar ou aprender conteúdos matemáticos, isso com a ajuda do professor, que não se isenta do processo, mas se torna o “mediador” das atividades. Resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema – nessa etapa, busca-se responder os problemas levantados com o auxílio do conteúdo matemático, que pode ser abordado de uma maneira extremamente acessível, para, posteriormente, ser sistematizado, fazendo um caminho inverso do usual, pois se ensina o conteúdo para responder às necessidades surgidas na pesquisa e no levantamento dos problemas concomitantemente. Análise crítica das soluções – etapa marcada pela criticidade, não apenas em relação à matemática, mas também a outros aspectos, como a viabilidade e a adequabilidade das soluções apresentadas, que, muitas vezes, são lógica e matematicamente coerentes, porém inviáveis para a situação em estudo. É a etapa em que se reflete acerca dos resultados obtidos no processo e como esses podem ensinar a melhoria das decisões e ações, contribuindo, dessa maneira, para a formação de cidadãos participativos, que auxiliem na transformação da comunidade em que participam (KLÜBER; BURAK, 2008, p. 21).

Sendo assim, essas etapas da Modelagem sugeridas pelos autores visam a construção do processo de ensino e aprendizagem de forma integradora, dinâmica e evidenciando a contextualização dos conceitos e relações da Matemática em temas de estudo escolhidos pelos alunos. Burak (1992) corrobora indicando que a compreensão do conteúdo de Matemática é desenvolvida pelos alunos através da ação, desde a seleção e no aprofundamento do tema elencado, na construção de modelos, nas relações da realidade com o conteúdo específico dessa disciplina e realizando a análise crítica dos resultados obtidos.

Mesmo diante de diferentes visões das etapas da Modelagem Matemática elencadas pelos autores, é possível verificar que todas elas intencionam proporcionar em relação a uma situação de estudo, a integração de forma natural e indissociável do ensino e da pesquisa. Essa metodologia de ensino de Matemática colabora para o desenvolvimento da autonomia dos alunos visto que, por meio das etapas e dos procedimentos indicados pelos autores os alunos assumem um papel ativo durante a escolha do tema, na problematização e no desenvolvimento dos cálculos matemáticos.

2.1.1 Contribuições da Modelagem Matemática para o ensino

De acordo com Biembengut e Hein (2019), a utilização da Modelagem Matemática no ensino caracteriza-se como um método para despertar o interesse dos alunos de maneira diferenciada. Oportuniza o estudo de situações-problema por meio de pesquisas, estudo em grupos e contribui para o desenvolvimento do senso crítico a partir dos procedimentos presentes nas atividades de Modelagem Matemática. Para os autores, a utilização desse método de ensino tem como objetivo vincular o conteúdo matemático com outras áreas do conhecimento, estimular e motivar o interesse pelo estudo da Matemática através da verificação de sua aplicabilidade, visando destacar a importância deste para a sua formação. Contribui também, para melhorar a assimilação de conceitos matemáticos, desenvolve a habilidade de resolver problemas despertando a criatividade nos alunos. Além disso, destacam os objetivos centrais da utilização da Modelagem Matemática como uma metodologia de ensino e aprendizagem entre eles, a “sólida formação matemática, em primeiro lugar; capacidade para enfrentar e solucionar problemas; saber realizar pesquisa; capacidade em utilizar máquinas (calculadora gráfica e computadores); capacidade de trabalhar em grupo” (BIEMBENGUT; HEIN, 2019, p. 27).

Nesse sentido, Bassanezi (2019) indica alguns argumentos favoráveis para a utilização da Modelagem no ensino entre eles, os argumentos formativo, intrínseco, de competência

crítica, de utilidade, de aprendizagem e de alternativa epistemológica. Em relação ao argumento formativo, “ênfatiza aplicações matemáticas e performance da Modelagem Matemática e resolução de problemas como processos para desenvolver capacidade em geral e atitudes dos estudantes, tornando-os explorativos, criativos e habilidosos na resolução de problemas” (BASSANEZI, 2019, p. 36). O argumento intrínseco sugere que a inclusão de aplicações de Modelagem Matemática e resolução de problemas fornecem aos alunos um rico conhecimento para interpretar e entender a própria Matemática.

Outrossim, o argumento de competência crítica “focaliza a preparação dos estudantes para a vida real como cidadãos atuantes na sociedade, competentes para ver e formar juízos próprios, reconhecer e entender exemplos representativos de aplicações de conceitos matemáticos” (BASSANEZI, 2019, p. 36). Já em relação ao argumento de utilidade, o autor ressalta que essa instrução matemática abordada na Modelagem, é um método para preparar os alunos para utilizar a Matemática como uma ferramenta para resolver situações-problema de diferentes áreas. Ou seja, nesse contexto os conceitos Matemáticos são vistos como um instrumento favorável e utilitário em diversas situações reais presentes no cotidiano dos alunos.

O argumento de aprendizagem considera que as aplicações da Modelagem no ensino que integram conteúdos matemáticos com diferentes áreas, visam para os alunos uma melhor compreensão destes. Dessa maneira, é um método facilitador na apreensão dos conteúdos de Matemática e, conseqüentemente, valoriza e realça a importância dos conceitos e das relações da Matemática em situações do contexto real. A Modelagem se relaciona com a Etnomatemática apontada por D’Ambrósio pois, é uma metodologia alternativa aplicável em distintas realidades socioculturais, argumento este, denominado por alternativa epistemológica (BASSANEZI, 2019).

Nesse sentido, diferencia-se da forma de ensino tradicional pois, o ensino da Matemática utilizando como metodologia a Modelagem é baseado na indagação, investigação e na busca constante em estabelecer relações com outras áreas e com o cotidiano dos alunos (BARBOSA, 2001). Além disso, esse método intenciona um diálogo em sala de aula entre professor e aluno, sendo ambos sujeitos ativos no processo de ensino e de aprendizagem. Klüber (2016, p. 41-42), destaca que através de uma atividade de Modelagem objetiva-se

- 1) construção e o desenvolvimento de conceitos e dos conteúdos matemáticos – os quais ocorrem de forma dinâmica e na busca de uma relação de cooperação entre o educador e o educando; 2) contextualização das situações – entendida aqui como a relação entre os conteúdos e temas nos diversos contextos, sejam eles o social, o econômico, o cultural, da própria Matemática, e outros; 3) integração com outras áreas do conhecimento – muito próxima a uma atitude interdisciplinar, pois permite o

diálogo da Matemática com outros campos; 4) socialização favorecida pelo trabalho em grupo – compreendida como o processo de interação entre os estudantes, o educador e a sociedade como um todo; e 5) ruptura com o currículo linear – que se constitui em umas das características mais importantes da Modelagem, pois com ela, não são os conteúdos que determinam o problema, mas o contrário.

Dessa forma, o ensino da Matemática torna-se dinâmico e significativo, além de contribuir para que os alunos fiquem mais independentes, atentos e críticos. A Modelagem Matemática no ensino busca propiciar situações-problema dentro de contextos diversificados, fazendo com que a Matemática estudada tenha um significado para os alunos e, conseqüentemente, “contribui para a formação de cidadãos participativos, mais autônomos e que auxiliam na transformação da comunidade em que participam, pois, terão a matemática como mais uma ‘aliada’ no processo de avaliação das condições sociais, econômicas, políticas e outras” (KLÜBER, 2016, p. 44). Nesse sentido, Almeida, Silva e Vertuan (2020, p. 23) destacam que “em atividades de modelagem, os alunos tanto podem ressignificar conceitos já construídos quanto construir outros diante da necessidade de seu uso”. Sendo assim, a Modelagem Matemática é um método integrador do conhecimento não somente de Matemática, mas com outras áreas do conhecimento e com a realidade dos alunos, despertando a motivação, interesse e a criatividade.

2.1.2 Aplicações da Modelagem Matemática na área agrícola

Nesta seção evidenciam-se algumas publicações científicas de experiências de Modelagem Matemática na agricultura, especialmente no curso Técnico em Agropecuária, ressaltando as contribuições para o processo de ensino. Desse modo, seguem como embasamento os estudos de Soistak (2016), Castro e Veronez (2017), Melendez (2013), Lappe (2018) e Lima (2018).

O estudo desenvolvido por Soistak (2016), teve como objetivo analisar uma experiência com a Modelagem Matemática no Ensino Médio Técnico Profissionalizante, abordando a contextualização, a aplicabilidade e a compreensão dos conteúdos matemáticos. Nesse sentido, os sujeitos da pesquisa foram duas turmas de 1º Ano do Ensino Médio e o tema abordado foi a cultura da soja, tema escolhido por meio de votação pelos alunos. Soistak (2016, p. 110), ressalta que “os conteúdos curriculares foram desenvolvidos através de vários questionamentos e reflexões relacionados ao tema escolhido, mostrando a contextualização e aplicabilidade do que se estava estudando”.

Nesse estudo, abordou-se a questão da produção de grãos de soja por hectare (a produtividade) evidenciando o estudo de função do 1º grau, abrangendo lei de formação, características da função, como domínio, imagem, raízes e os gráficos. Além disso o autor destaca que

a experiência possibilitou refletir sobre alguns aspectos considerados importantes nesta pesquisa para a prática escolar. A importância de desenvolver um trabalho contextualizado, a partir da escolha do tema pelos estudantes, que era parte das atividades atuais e de suas vidas profissionais futuras. A Modelagem ainda favoreceu em muitos momentos a construção, a compreensão e a ressignificação dos conteúdos matemáticos estudados, além de mostrar a aplicabilidade desses conteúdos em situações mais específicas na área da agricultura (SOISTAK, 2016, p. 128).

O trabalho foi apresentado como um capítulo do livro de Brandt, Burak e Klüber (2016), como uma experiência de Modelagem para a educação profissionalizante. Para os autores, na metodologia de ensino de Modelagem, a problemática determina os conteúdos a serem utilizados para a resolução e para a formulação dos modelos matemáticos assim, os conteúdos de Matemática passam a ter significado. O principal objetivo da Modelagem, segundo os autores, é explicar situações do cotidiano em linguagem Matemática, formulando hipóteses e permitindo a tomada de decisões, tornando o ensino dessa disciplina mais dinâmico e os alunos mais atentos, críticos e independentes.

Lappe (2018), em sua dissertação de mestrado, destacou a importância da aplicação da Modelagem Matemática através da Teoria do Saber de Charlot (2000), diante as relações epistêmicas, identitárias e sociais. Os sujeitos de sua pesquisa foram os alunos do 3º Ano do Ensino Médio com habilitação em Técnico em Agropecuária. Para o desenvolvimento de sua pesquisa aplicou a Modelagem Matemática de acordo com os três casos classificados por Barbosa (2001). Em suas atividades abordou vários modelos, denominados pelo autor por: conta de água, pé de moleque, massa de ração remanescente em silos, régua para resfriador a granel vertical e horizontal, iluminação de um galpão para aves, produção de biogás, cubagem de madeira, volume e massa de silagem em silos do tipo trincheira e implantação de uma cisterna. Para o autor,

a experiência com Modelagem, nesse caso, fez parte de uma relação social com o saber, promovida pela escola, a qual teve influência, sobre as relações identitárias provavelmente pela transformação das relações epistemológicas, visto que novas conexões entre matemática e agricultura foram detalhadas (LAPPE, 2018, p. 62-63).

No trabalho de Melendez (2013), os sujeitos de pesquisa foram os alunos das turmas de 1º, 2º e 3º anos do Curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio. A atividade de Modelagem foi realizada em grupos, onde os alunos calcularam a área de uma propriedade rural, analisaram a prática da olericultura, agricultura e criação animal visando uma propriedade autossustentável. Além dos cálculos e relações matemáticas estabelecidas, foram desenvolvidas maquetes das propriedades. Para o autor, essa experiência contribuiu para

permitir que os conhecimentos prévios obtidos dentro do contexto social do aluno sejam compartilhados com colegas e seu docente, enriquecendo a atividade realizada; Construir conhecimentos que sejam compartilhados além dos muros da escola e, se possível, que levem benefícios aos espaços que fazem parte da realidade dos nossos alunos (MELENDEZ, 2013, p. 94).

No artigo de Castro e Veronez (2017), verifica-se uma experiência com alunos do 8º Ano do Ensino Fundamental sobre a temática fumicultura, tema este, elencado pelos próprios alunos. Neste trabalho a turma foi dividida em dois grupos sendo que, um grupo investigou os processos de produção de fardos de fumo, envolvendo essencialmente o conceito de volume e, o outro grupo estudou a colheita e a classificação das folhas como baixeira e ponteira, envolvendo o cálculo de orçamentos.

De acordo com os autores, “o estudo do tema ‘Fumicultura’ contribuiu para a aprendizagem de conceitos matemáticos ao mesmo tempo em que situações de sua realidade eram discutidas e analisadas, já que os alunos tinham interesse em investigar sobre tal tema” (CASTRO; VERONEZ, 2017, p. 11). Nesse sentido, como a temática escolhida foi um tema amplo, através da Modelagem Matemática possibilitou-se diferentes olhares sobre este tema. Nessa experiência evidenciam-se o trabalho em grupo, a motivação em estudar um tema da realidade, e essencialmente, a abordagem de conceitos matemáticos como também, a mediação do professor, a criticidade e atuação dos alunos.

Lima (2018), em sua dissertação ressaltou as contribuições da Modelagem como uma proposta de ensino em uma turma de 1º Ano do curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio. Conforme o autor, “a reflexão em torno da problemática traz além do conhecimento matemático uma visão de mundo, pois numa relação profissional, o futuro técnico em agropecuária saberá se expressar de maneira condizente com a maneira que a situação exija” (LIMA, 2018, p. 72). Diante disso, propôs uma atividade de Modelagem Matemática dentro da sala de aula e após, os resultados foram aplicados no campo. Para isso a turma foi dividida em quatro grupos com diferentes temáticas: milho, soja, sorgo e milheto, tendo como foco o estudo das operações com números racionais.

De acordo com essas experiências apresentadas, a Modelagem Matemática voltada para o ensino da Matemática, possui inúmeras possibilidades de aplicações principalmente, quando envolvem a área agrícola. A escolha do tema de estudo pelos alunos ou disponibilização de problemáticas que abrangem situações do cotidiano deles, possibilita uma maior integração e envolvimento na construção, na assimilação e na ressignificação dos conceitos e relações matemáticas e, é uma alternativa para despertar a motivação, o interesse e a criatividade. Nesse sentido, envolver a metodologia da Modelagem Matemática no ensino é uma forma de contextualizar os conteúdos abordados, sendo que os alunos assumem um papel ativo neste processo, seja na escolha da temática de estudo, na problematização ou na coleta de dados até na resolução e verificação dos resultados encontrados.

2.2 METODOLOGIAS ATIVAS

No âmbito educativo, metodologias são procedimentos que norteiam as técnicas de ensino e de aprendizagem, sendo elas consolidadas através de estratégias, artifícios e enfoques específicos, reais e diferenciados. Porém, um dos desafios da educação atual é a aplicação de metodologias que propiciem a vinculação da teoria e da prática, possibilitando a formação de alunos criativos, reflexivos, críticos, colaborativos, capazes de trabalhar em grupo e de resolver problemas reais. Para Daros (2018b), uma alternativa para superar esse desafio é a utilização de metodologias ativas no processo de ensino e aprendizagem escolar.

Para o autor, as metodologias ativas fundamentam-se no desenvolvimento da aprendizagem através de experiências reais ou simuladas. Diante disso, é possível criar estratégias de ensino por meio da problematização da realidade dos alunos, sendo este um artifício para motivar e incentivar o envolvimento ativo dos alunos no processo de aprendizagem. Dessa forma, metodologias ativas são estratégias de ensino centradas no estudante, visando a sua participação no processo de construção do conhecimento.

Moran (2018, p. 04) afirma que

as metodologias ativas dão ênfase ao papel protagonista do aluno, ao seu envolvimento direto, participativo e reflexivo em todas as etapas do processo, experimentando, desenhando, criando, com orientação do professor; a aprendizagem híbrida destaca a flexibilidade, a mistura e compartilhamento de espaços, tempos, atividades, materiais, técnicas e tecnologias que compõem esse processo ativo

Para Diesel, Baldez e Martins (2017), os princípios que constituem as metodologias ativas de ensino são: o aluno como centro de ensino e aprendizagem, a autonomia, reflexão, a

problematização da realidade, trabalho em equipe, a inovação e professor como mediador, facilitador e ativador na metodologia abordada. Neste caso, as metodologias ativas, constituem uma ferramenta eficaz e com um grande potencial para estabelecer relações entre os saberes, estimular a reflexão sobre a teoria e a prática, além de ser um método atrativo e motivacional de ensino. Uma das possibilidades do uso de metodologias ativas de ensino consiste na oportunidade da personalização da aprendizagem dos alunos, pois,

a aprendizagem é mais significativa quando motivamos os alunos intimamente, quando eles acham sentido nas atividades que propomos, quando consultamos suas motivações profundas, quando se engajam em projetos para os quais trazem contribuições, quando há diálogo sobre as atividades e forma de realizá-las. (MORAN, 2018 p. 06).

Nesse sentido, a inovação em sala de aula é um fator imprescindível para o ensino, é um processo de constante cooperação entre as pessoas envolvidas. A inteiração entre professor e alunos é muito importante para gerar engajamento no desenvolvimento das atividades. Cabe ao professor conduzir, mediar, orientar e intervir no processo de desenvolvimento da metodologia. Diante disso, a função do professor como mediador é orientar os alunos em suas escolhas, ajudando-o a identificar seus interesses, almejar seus objetivos, reconhecendo e desenvolvendo suas capacidades e, principalmente, promovendo o trabalho colaborativo (CAMARGO, 2018).

Através de metodologias ativas de ensino o aluno é o protagonista e transformador do processo de ensino e aprendizagem, enquanto o professor assume o papel de um orientador. Este fato implica em uma maior interação e participação dos alunos na construção do conhecimento. Nesse sentido, nas estratégias de metodologias ativas, os alunos são responsáveis pela construção do conhecimento e conforme Berbel (2011, p. 29),

o engajamento do aluno em relação a novas aprendizagens, pela compreensão, pela escolha e pelo interesse, é condição essencial para ampliar suas possibilidades de exercitar a liberdade e a autonomia na tomada de decisões em diferentes momentos do processo que vivencia, preparando-se para o exercício profissional futuro.

As metodologias ativas proporcionam aos alunos o desenvolvimento de competências, tanto para a vida pessoal quanto para a profissional. Além do mais, estabelecem através da problematização com situações reais uma visão empreendedora bem como, auxiliam na formulação de novas ideias e na reflexão dos conteúdos estudados. Visto isso, “as metodologias ativas de aprendizagem estão alicerçadas na autonomia, no protagonismo do aluno. Têm como

foco o desenvolvimento de competências e habilidades, com base na aprendizagem colaborativa e na interdisciplinaridade” (CAMARGO, 2018, p. 16).

2.2.1 Ensino Híbrido

Conforme Christensen, Horn e Staker (2013, p. 07),

o ensino híbrido é um programa de educação formal no qual um aluno aprende, pelo menos em parte, por meio do ensino online, com algum elemento de controle do estudante sobre o tempo, lugar, modo e/ou ritmo do estudo, e pelo menos em parte em uma localidade física supervisionada, fora de sua residência.

Uma das características principais do ensino híbrido é a organização das modalidades de ensino. O aluno aprende por meio da modalidade de ensino *on-line* juntamente com a modalidade de ensino presencial podendo ser realizado por meio de tutorias, pequenos grupos de estudo ou até mesmo em associação com a sala de aula tradicional. Essas duas formas de ensino (*on-line* e presencial) se complementam no processo de aprendizagem dos alunos.

Nesse sentido, Valente (2018) ressalta que o ensino híbrido é um método de ensino que combina momentos em que o aluno estuda os conteúdos por meio de recursos tecnológicos e outros períodos, em que o ensino ocorre em sala de aula, interagindo com outros alunos e com o professor. Dessa forma, o ensino híbrido é a integração das tecnologias digitais da informação e comunicação (TDIC) com as metodologias ativas.

Os pesquisadores norte-americanos do Clayton Christensen Institute apontam quatro modelos de ensino híbrido: modelo de rotação, modelo flex, modelo *à la carte* e modelo virtual enriquecido.

O modelo de rotação é caracterizado pela rotatividade de atividades através de um roteiro de estudos. Este modelo, apresenta quatro submodelos: rotação por estações, laboratório rotacional, sala de aula invertida e rotação individual. O submodelo de rotação por estações é aquele no qual as atividades são realizadas em grupo sendo que, uma das atividades propostas é *on-line* e os grupos de alunos alternam de atividades dentro da sala de aula sob mediação do professor. No método de laboratório rotacional ocorre a rotação de ambientes de aprendizagem, sendo da sala de aula para um laboratório de aprendizagem para vincular o ensino *on-line*. Na sala de invertida ocorre o estudo da teoria em casa através de vídeos, leituras e outros instrumentos didáticos e na sala de aula ocorre a discussão, resolução de atividades e aplicação dos conceitos. E, por fim, o submodelo de rotação individual, caracterizado por roteiros de

estudos individualizados em que não há necessidade de o aluno participar de todas as modalidades disponíveis. Neste caso, o aluno tem um controle individual do seu aprendizado (CHRISTENSEN; HORN; STAKER, 2013).

O modelo flex de ensino híbrido tem ênfase no ensino *on-line*, sendo que os alunos têm uma lista de atividades para ser cumprida e o professor fica à disposição para caso de dúvidas. No modelo *à la carte* os alunos são responsáveis pela organização do roteiro de estudos, de acordo com os objetivos a serem atingidos em consonância com o professor. E por fim, o modelo virtual enriquecido consiste em uma experiência realizada por toda a escola, onde que os alunos distribuem e organizam o seu tempo de aprendizagem de forma presencial e *on-line* (CHRISTENSEN; HORN; STAKER, 2013).

Christensen, Horn e Staker (2013, p. 43), pesquisadores do Clayton Christensen Institute destacam que esses modelos de ensino híbrido “dão aos estudantes um controle significativo sobre o tempo, local, caminho e ritmo nos quais eles podem acessar os conteúdos e instrução. Isso dá aos alunos um protagonismo pessoal em relação ao seu aprendizado”. Além disso, os alunos são desafiados a encontrar soluções para diversas atividades e, principalmente, em alguns modelos são estimulados a trabalhar em grupo, respeitando a individualidade de cada colega.

De acordo com Schneider (2015), um dos principais benefícios do ensino híbrido é o desenvolvimento da autonomia dos alunos através da autodisciplina e do senso de responsabilidade para a realização das atividades. Além disso, a autora destaca que “o aluno deixa de ser mero espectador” (SCHNEIDER, 2015, p. 75), possibilitando a construção de seu próprio conhecimento conforme seu ritmo de aprendizagem. Consequentemente, quando os alunos verificam uma progressão constante em sua aprendizagem adquirida na realização dos roteiros de estudos, proporciona mais entusiasmo e motivação para continuar estudando utilizando recursos e métodos diferenciados.

2.2.2 Sala de aula invertida

Para Moran (2018), a junção dos princípios da metodologia ativa e do ensino híbrido trazem contribuições importantes para o processo de ensino, entre as estratégias existentes destaca o modelo sala de aula invertida. A vantagem deste método é que além de otimizar o tempo do professor com explicações, desenvolve a autonomia e a flexibilização. Conforme Bacich, Neto e Trevisani (2015, p. 56) este método propõem que “o que era feito em classe

(explicação do conteúdo) agora é feito em casa, e o que era feito em casa (aplicação, atividades sobre o conteúdo) agora é feito em sala de aula”.

Na sala de aula invertida “o aluno pode partir de pesquisas, produções para iniciar-se em um assunto e, a seguir aprofundar seu conhecimento e competências com atividades supervisionadas” (MORAN, 2018, p. 13). Há diversas formas de inverter a sala de aula no processo de ensino e aprendizagem entre elas por meio de vídeos, projetos, pesquisas ou leituras prévias pelos alunos e posteriormente, é necessário e fundamental o aprofundamento do conteúdo em sala de aula pelo professor.

Nesse contexto, os alunos estudam antecipadamente o conteúdo e a sala de aula se torna um ambiente de aprendizagem ativa através de questionamentos, discussões e, principalmente de atividades práticas. O papel do professor é sanar as dificuldades dos alunos, ao invés de expor e apresentar o conteúdo da disciplina. Por este motivo, é necessário que o professor antes da aula, verifique as questões mais problemáticas para serem trabalhadas em sala de aula. Esse método de ensino, em sala de aula intercala momentos de discussões de questões em grupo bem como, exercícios individuais. Além do mais, otimiza o tempo para realizar simulações, visualizar conceitos e realizar experimentos individualmente ou em grupos (BERGMANN; SAMS, 2019).

Para inverter a sala de aula, é necessário que as atividades presenciais envolvam uma quantidade expressiva de questionamentos, visando ampliar a compreensão do material *on-line*. É fundamental que os alunos recebam um *feedback* após a realização das atividades presenciais e sejam incentivados para participar tanto das atividades *on-line* quanto das presenciais. Para a implantação da abordagem da sala de aula invertida, os materiais a serem utilizados de forma *on-line* e em sala de aula, devem ser bem estruturados e planejados (BERGMANN; SAMS, 2019).

Em relação das aulas à Matemática,

alguns professores estão usando o tempo de aula adicional para de fato ajudar os alunos a se dedicarem às análises profundas dos conceitos matemáticos. Outros estão adotando materiais manipulativos e novas tecnologias em que os estudantes se empenham não só em aprender o algoritmo do cálculo, mas também em compreender com mais profundidade as complexidades dos conceitos matemáticos. As aulas de Matemática invertidas estão virando laboratórios de raciocínio computacional, de pesquisa e de inter-relação com outras áreas (BERGMANN; SAMS, 2019, p. 44).

Nesse sentido, o método de sala de aula invertida valoriza o tempo em sala de aula, estimula a criatividade dos alunos, fortalece a interação entre professor-alunos e entre os alunos

bem como, ocorre a renovação do papel do professor de expositor de conteúdo para esclarecedor de dúvidas e orientador da aprendizagem. Sendo assim, “adotar ferramentas tecnológicas e o ensino assíncrono, que caracterizam a sala de aula invertida, com uma abordagem voltada para os alunos, para decidir o que lecionar, tende a criar um ambiente estimulante para a curiosidade” (BERGMANN; SAMS, 2019, p. 45).

2.2.3 Modelagem Matemática caracterizada como uma metodologia ativa

A Modelagem Matemática é uma metodologia de ensino voltada para transformar situações reais em linguagem Matemática promovendo um ensino com significado, evidenciando os alunos como sujeitos principais neste processo. Por este motivo, a Modelagem Matemática quando aplicada no ensino, possui inúmeras características contempladas na proposta das metodologias ativas. Conforme Berbel (2011, p. 29),

podemos entender que as Metodologias Ativas baseiam-se em formas de desenvolver o processo de aprender, utilizando experiências reais ou simuladas, visando às condições de solucionar, com sucesso, desafios advindos das atividades essenciais da prática social, em diferentes contextos.

Nesse aspecto, esta metodologia intenciona o desenvolvimento da autonomia e do protagonismo dos alunos, possibilitando o processo de ensino através de suas realidades por meio da problematização, fato este, envolvido no processo de Modelagem Matemática. Existem várias estratégias de metodologias ativas, entre elas destacam-se o método de projetos, de resolução de problemas e a metodologia da problematização pois, possuem características em comum com a metodologia de ensino de Modelagem Matemática. No método de projetos, para Berbel (2011, p. 31), “os conteúdos escolares transformam-se em meios para a resolução de um problema da vida, e para a realização de um projeto” os alunos são atuantes ativos no desenvolvimento do projeto tanto na coleta de dados, nos cálculos, na construção de gráficos e análise dos resultados obtidos. A resolução de problemas proporciona uma atitude ativa nos alunos na “construção do conhecimento novo a partir de conhecimentos e experiências prévias” (BERBEL, 2011, p. 29).

Na metodologia de problematização os alunos problematizam um tema da realidade, selecionam o problema e buscam uma solução. Berbel (2011, p. 33) destaca que

considera-se a realidade concreta para aprender com ela e para nela intervir, em busca de soluções para seus problemas. Conduzir os alunos a problematizarem aspectos da

realidade viva, relacionando-os com temas de estudo é um fato pedagógico inegavelmente mais rico, quando comparado às atividades de estudo de grande parte dos programas escolares, tradicionalmente tratados como temas abstratos e distantes da vida dos estudantes.

Nesse contexto, as metodologias ativas utilizam a investigação como estratégia de ensino, objetivando despertar a motivação e o interesse pelo estudo. Por meio deste procedimento ocorre o envolvimento ativo dos alunos. Compete ao professor orientar as atividades dos alunos, buscando valorizar as iniciativas na busca de informações necessárias, coleta de dados e até a solução do problema em estudo. Diante disso, essas estratégias de metodologias ativas no ensino quando voltadas ao ensino da Matemática possuem aspectos que caracterizam a Modelagem Matemática, pois “a arte da modelagem está em guiar os estudantes para uma adequada compreensão do meio em que vivem, e o potencial, em pô-los em prática” (BIEMBENGUT, 2016, p. 210).

Considerando uma significativa intersecção entre as propostas da Modelagem Matemática aplicada ao ensino e das metodologias ativas, neste trabalho, foi desenvolvido um projeto, fazendo uma combinação entre estas duas possibilidades. Isso ocorreu pela proposição e desenvolvimento de um projeto de Modelagem, usando um ambiente de ensino híbrido no formato de aula invertida.

3 ENCAMINHAMENTOS METODOLÓGICOS

De acordo com Severino (2017), é necessário que o pesquisador aplique os fenômenos de estudos em métodos e em fundamentos metodológicos, para assim, fazer ciência. Desta forma, este capítulo apresenta os encaminhamentos metodológicos utilizados para o desenvolvimento dessa pesquisa, o tipo de pesquisa desenvolvida, a seleção da amostra, a coleta de dados, os procedimentos de análise dos dados e as categorias de análise estabelecidas.

3.1 MÉTODO DE PESQUISA E COLETA DE DADOS

A pesquisa é qualitativa, pois de acordo com a natureza dos dados fornecem informações mais descritivas realçando o significado das ações diante as características e contribuições que a Modelagem, combinada com a metodologia da sala invertida, apresenta no ensino de Matemática. Dessa forma, para Lakatos e Marconi (2017, p. 303) “o estudo qualitativo desenvolve-se numa situação natural, oferecendo riqueza de dados descritivos, bem como focalizando a realidade de forma complexa e contextualizada”. Além disso, a pesquisa foi realizada com intervenção da pesquisadora, caracterizando uma pesquisa-ação. Para Fiorentini (2020, p. 76),

a pesquisa-ação, [...] é um processo investigativo de intervenção em que caminham juntas prática investigativa, prática reflexiva e prática educativa. Ou seja, a prática educativa ao ser investigada, produz compreensões e orientações que são imediatamente utilizadas na transformação dessa mesma prática, gerando novas situações de investigação.

Nesse sentido, a pesquisa-ação é uma pesquisa participativa, onde o pesquisador não tem como objetivo apenas observar e compreender o ambiente que está sendo pesquisado, mas intenciona mudá-lo de acordo com a melhoria de suas práticas. Por isso, este método envolve ciclos contínuos de planejamento, atuação, observação, diagnóstico e consequências caracterizando desse modo, uma espiral autorreflexiva (FIORENTINI, 2020).

A coleta de dados aconteceu *in loco*, com a utilização de um diário de bordo, instrumento este utilizado para descrever ações, observações de diálogos e experiências diárias.

O diário como recurso de pesquisa favorece o registro do fenômeno investigado com toda a variabilidade do objeto em diferentes momentos [...]. Desse modo, o diário torna-se um poderoso descritor e um auxiliar inestimável para o(a) pesquisador(a). [...] o diário permite reflexões críticas expressivas. O produto de leitura e de releituras

do material registrado no diário serve de sinalizador para o(a) pesquisador(a) que, muitas vezes, deve refazer percursos, aprofundar pontos da pesquisa ou até mesmo mudar a direção da investigação (VIEIRA, 2001, p. 98).

Além disso, foram coletadas as produções dos alunos que serviram como fonte de dados, visto a importância de analisar as contribuições das metodologias usadas nesses materiais. Foi aplicado um questionário (Apêndice A) para coletar depoimentos dos alunos sobre as metodologias adotadas nas aulas de Matemática. Para Lakatos e Marconi (2017, p. 322), “o questionário é um instrumento de coleta de dados que compreende um conjunto de perguntas previamente elaboradas que, diferentemente da entrevista, deve ser respondido por escrito”.

De acordo com Severino (2017), o questionário é um conjunto de questões elaboradas minuciosamente visando o levantamento de informações escritas dos sujeitos pesquisados, objetivando conhecer a opinião sobre o assunto em estudo. Por este motivo, as questões devem ser objetivas, bem formuladas e pertinentes a temática de estudo. As questões podem ser classificadas como fechadas ou abertas. Nas questões fechadas as respostas são predefinidas pelo pesquisador, caracterizando uma questão de múltipla escolha, já nas questões abertas os sujeitos da pesquisa podem elaborar suas respostas.

3.2 SELEÇÃO DA AMOSTRA

A instituição de ensino selecionada para a amostra dessa pesquisa é denominada por Associação Casa Familiar Rural, localizada na zona rural do município de Riqueza - SC. Essa escola apresenta somente turmas de Ensino Médio e tem como característica a formação no curso Técnico em Agropecuária. A Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB), Lei nº 9.394 de 20 de dezembro de 1996 (BRASIL, 1996), estabelece sobre a Educação Profissional Técnica de Nível Médio a preparação do estudante para o exercício de profissões técnicas. De acordo com o disposto nessa lei, a formação profissional pode ocorrer articulada ao Ensino Médio ou na modalidade subsequente. Além disso, conforme as Diretrizes Curriculares Nacionais (DCNs) estabelecidas pelo Conselho Nacional de Educação (CNE), o Ensino Técnico Profissionalizante articulado ao Ensino Médio pode ocorrer de forma integrada com uma única matrícula na mesma instituição ou concomitante com matrículas distintas na mesma ou em diferentes instituições (BRASIL, 2013). Portanto, essa instituição de ensino se enquadra na modalidade articulada ao Ensino Médio na forma integrada e possui aproximadamente noventa alunos matriculados, que residem no próprio município e em municípios vizinhos.

O regimento de funcionamento dessa instituição de ensino segue o modelo de Pedagogia da Alternância, método este, que visa a interação entre a realidade vivenciada pelos alunos com a escola. Objetiva promover uma constante troca de conhecimentos entre seus modos de vida, trabalho, conhecimento técnico e conhecimento das disciplinas específicas do Ensino Médio.

Assumindo o trabalho como princípio educativo, a Pedagogia da Alternância permite aos jovens do campo a possibilidade de continuar os estudos e de ter acesso aos conhecimentos científicos e tecnológicos não como algo dado por outrem, mas como conhecimentos conquistados e construídos a partir da problematização de sua realidade, que passa pela pesquisa, pelo olhar distanciado do pesquisador sobre o seu cotidiano (CORDEIRO; REIS; HAGE, 2011, p. 116).

A Pedagogia da Alternância é um método de ensino semipresencial, onde os alunos ficam uma semana na escola com aula no período integral em regime de internato e outra na propriedade, geralmente com suas famílias. Esse método também, incentiva a permanência dos jovens e adolescentes em atividades voltadas para o campo.

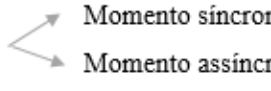
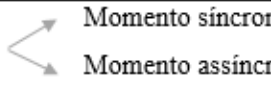
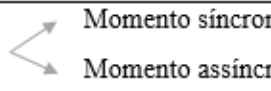
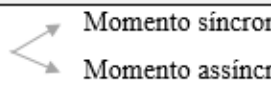
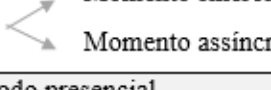
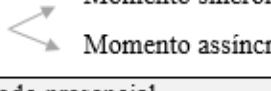
A Pedagogia da Alternância se constitui uma proposta pedagógica e metodológica que pode facilitar esse processo, que inclui dialogicidade, portanto, problematização do conhecimento a partir da realidade, e proposição, construção de novos saberes a respeito daquela realidade e sua relação com o todo, com a totalidade do conhecimento. Dessa forma, essa pedagogia procura construir uma relação maior, inclusive de intervenção concreta na realidade local (CORDEIRO; REIS; HAGE, 2011, p. 122-123).

A razão pela escolha dessa escola, foi devido a experiência de atuação profissional da professora/pesquisadora nessa instituição de ensino por um período de cinco anos e pelo fato de ter conhecimento da realidade escolar, pois reside neste município. A pesquisa foi desenvolvida em duas turmas de 3º Ano do Ensino Médio, com trinta e cinco alunos nos quais 97% residem na área rural do próprio município e em municípios da região. O motivo da escolha dessas turmas se dá em função de que a abordagem prevista neste projeto está relacionada aos conteúdos previstos na grade curricular desta série e abrange conteúdos de séries anteriores. Outro motivo, está vinculado à contextualização da Matemática através da Modelagem Matemática contribuindo para a formação dos alunos.

Para clareza da proposta e dos objetivos da pesquisa, como também, esclarecimento dos procedimentos metodológicos aos participantes e aos responsáveis deles, encaminhou-se um Termo de Consentimento e um Termo de Assentimento aos alunos e aos responsáveis para a participação na presente pesquisa. O *corpus* da pesquisa é constituído dos dados de apenas uma das turmas, em razão do maior número de devolutiva dos termos mencionados anteriormente.

A pesquisa foi realizada entre os meses de março e julho de 2021, em virtude da reorganização escolar ocasionada pela pandemia da Covid-19. Nesse aspecto, a pedagogia da alternância ocorreu com uma semana de aula presencial e duas semanas com atividades a distância (período marcado por momentos síncronos e assíncronos), conforme exposto no cronograma de aplicação das atividades no Quadro 1:

Quadro 1– Cronograma de aplicação das atividades

Semana	Acompanhamento	Atividade desenvolvida
08/03 – 19/03/2021	1º Período a distância 	Escolha da instalação agrícola; Representação da planta baixa e das fachadas.
22/03 – 26/03/2021	1º Período presencial	Debate sobre a parte estrutural e projeção do telhado da instalação agrícola.
29/03 – 09/04/2021	2º Período a distância 	Cálculo das dimensões do telhado da instalação agrícola em estudo.
12/04 – 16/04/2021	2º Período presencial	Debate sobre os materiais de construção mais viáveis da instalação agrícola.
19/04 - 30/04/2021	3º Período a distância 	Pesquisa de preço dos materiais de construção.
03/05 – 07/05/2021	3º Período presencial	Debate do cálculo da quantidade de materiais (tijolos, madeira, concreto...).
10/05 – 21/05/2021	4º Período a distância 	Cálculo da quantidade de materiais para a obra.
24/05 – 28/05/2021	4º Período presencial	Avaliação; Debate sobre o orçamento da instalação agrícola.
31/05 – 11/06/2021	5º Período a distância 	Cálculo do orçamento da instalação agrícola em estudo.
14/06 – 18/06/2021	5º Período presencial	Debate sobre as formas e condições de financiamentos agrícolas.
21/06 – 02/07/2021	6º Período a distância 	Simulação e análise dos sistemas de amortização de acordo com o orçamento calculado.
05/07 – 08/07/2021	6º Período presencial	Socialização dos cálculos da quantidade de materiais, do orçamento, dos sistemas de amortização e da maquete.

Fonte: autora (2021).

3.3 PROCEDIMENTOS DA ANÁLISE DOS DADOS

Para Corrêa, Campos e Almagro (2018, p. 63), “uma pesquisa qualitativa, a pesquisa-ação conferirá aos dados obtidos e observados sempre um caráter descritivo e rico em significados, considerando contexto/ambiente natural em que se desenvolve a investigação”. Nesse sentido, a análise de dados da pesquisa qualitativa é textual discursiva, sendo que “cria espaços de reconstrução, envolvendo-se nisto diversificados elementos, especialmente a compreensão dos modos de produção da ciência e reconstruções de significados dos fenômenos investigados” (MORAES; GALIAZZI, 2006, p. 118).

Segundo Moraes (2003), a análise textual discursiva apresenta quatro procedimentos essenciais, são eles:

1. Desmontagem dos textos: procedimento inicial de análise detalhada dos materiais coletados através da leitura e da significação. Neste momento ocorre a definição e a delimitação do *corpus* da análise textual, por meio de produções textuais dos fenômenos investigados. A partir de então, ocorre a desconstrução, a unitarização e a impregnação do *corpus* destacando suas informações constituintes. Nesse sentido, a desmontagem de informações do *corpus* tem como objetivo particularizar por unidades de significado o fenômeno investigado (MORAES, 2003).
2. Estabelecimento de relações: processo de categorização das unidades de significado. É um artifício de comparação entre as unidades definidas e agrupamentos por semelhanças. O processo de categorização é o momento de compreender os fenômenos que constituem o *corpus* da pesquisa. As categorias podem ser classificadas como *priori*, aquelas já determinadas a partir de teorias indicadas previamente e/ou *emergentes* resultantes da análise das unidades de significado, em ambos os casos, pode haver subcategorias elencadas (MORAES, 2003).
3. Captando o novo emergente: é a técnica de expressar as compreensões atingidas. A análise textual discursiva tem como objetivo a produção de metatextos através de textos que constituem o *corpus* da pesquisa. Dessa forma, por meio da estrutura textual construída no processo de unidades de significado e na categorização, são construídos os metatextos descritivos e interpretativos do fenômeno investigado (MORAES, 2003).
4. Auto-organização: é um processo de aprendizagem ativa, pois a partir das etapas anteriores criam-se entendimentos e novas compreensões da situação em estudo. Além disso, esse procedimento é caracterizado por uma constante ação de aprender, segundo Moraes (2003,

p. 209) é “um processo auto-organizado de construção de novos significados em relação a determinados objetos de estudo, a partir de materiais textuais referentes a esses fenômenos”.

Portanto, a análise textual discursiva em que as teorias e ideias explicam a realidade, é um processo em constante movimento de construção e reconstrução do conhecimento, da ciência e da pesquisa. Este método fundamenta-se em um sistema de análise de pesquisa organizado e estruturado para a produção de argumentos (MORAES; GALIAZZI, 2006). Diante disso, a presente pesquisa pretende uma aproximação crítica, ou seja, quando o pesquisador está inserido no ambiente de pesquisa com a intensão não apenas de compreender os fatores, mas de mudá-los.

As categorias de análise foram elaboradas *a priori* de acordo com a fundamentação teórica e com a revisão bibliográfica contudo, ao longo da análise dos resultados foi necessário ajustá-las, estabelecendo as categorias *posteriori*. Após as adequações, estabeleceram-se as seguintes categorias de análise da atividade de Modelagem Matemática vinculada com a metodologia da sala de aula invertida:

- Evidências de contribuições da Modelagem Matemática combinada com a metodologia ativa da sala de aula invertida para o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática;
- Aspectos relativos à motivação e ao interesse para o estudo da Matemática e fatores relacionados à interação entre os sujeitos envolvidos;
- Percepções dos alunos e comprometimento em relação à aplicação das metodologias de ensino propostas;
- Aspectos relativos às dificuldades encontradas na aplicação do projeto.

Com essas categorias analisou-se os possíveis benefícios da utilização da Modelagem Matemática no processo de ensino e de aprendizagem em um ambiente híbrido e respondeu o problema proposto inicialmente. Além disso, buscou-se identificar aspectos que pudessem evidenciar as possibilidades de que a Modelagem Matemática associada com a metodologia ativa da sala de aula invertida auxiliou na facilitação da compreensão de conceitos matemáticos, bem como, para despertar a motivação e a reflexão dos alunos acerca dos tópicos discutidos. Dessa forma, a aplicação desse projeto teve como propósito, trabalhar a habilidade de problematizar, tornando o aluno um sujeito ativo no processo de ensino, com intuito de torná-lo mais autônomo, de acordo com os princípios das metodologias ativas através do papel do professor como orientador na prática educativa.

4 DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS

Inicialmente, a pesquisa estava prevista para ser realizada no segundo semestre de 2020, porém, em razão da pandemia da Covid-19, ocasionada pela propagação do novo coronavírus, optou-se por prorrogar a aplicação para o ano de 2021, acreditando na retomada das aulas presenciais.

Sendo assim, a pesquisa foi realizada no primeiro semestre de 2021. A escola selecionada para a aplicação reorganizou-se para o atendimento dos alunos de forma presencial sendo que, em cada semana ocorreram as aulas presenciais para duas turmas do Ensino Médio seguindo essa ordem: primeira semana aula presencial para as turmas do primeiro ano, segunda semana de aula presencial para as turmas do segundo ano e terceira semana de aula presencial para as turmas do terceiro ano do Ensino Médio e assim consecutivamente. Nesse sentido, cada turma tinha uma semana de aula presencial, seguida de duas semanas de aulas remotas, pelo fato de a estrutura física da escola comportar um número reduzido de alunos nesse período, respeitando o distanciamento social.

Nesse aspecto, houve a necessidade de uma reorganização das atividades propostas, adequando-as com a realidade escolar do momento atual. Esse fato implicou em três aulas presenciais na semana em que os alunos estavam na escola, sendo cada aula com duração de 45 minutos. Este período de aula presencial esteve associado a um período de aulas a distância de quatorze dias, constituídos de momentos síncronos e assíncronos, para complementar as atividades desenvolvidas nesse período. Em relação aos momentos síncronos e ao encaminhamento dos materiais de estudo dos momentos assíncronos foi usada a plataforma Google Sala de Aula. O *link* dos vídeos disponibilizados como material dos roteiros de estudos durante a aplicação desta proposta está disponível no Apêndice B.

Considerando essa organização da vida escolar, visando um melhor entendimento e compreensão da proposta de combinação da Modelagem Matemática com a metodologia ativa da sala de aula invertida neste capítulo faz-se a descrição das atividades desenvolvidas, dividindo o cronograma em períodos a distância e períodos presenciais.

4.1 1º PERÍODO A DISTÂNCIA

Desenvolvido no período de 08 a 19 de março de 2021. Na atividade síncrona realizada por meio do Google Sala de Aula apresentou-se a proposta e os objetivos do projeto. Além disso, foi conversado com os alunos sobre a temática das instalações agrícolas (aviários,

pocilgas, estrebarias, galpões...), para fazer um levantamento dos conhecimentos prévios dos alunos sobre esses temas.

Na sequência, foram organizados os grupos de trabalho para o desenvolvimento do projeto, cada grupo definiu a instalação rural sobre a qual desenvolveria a proposta. A composição dos grupos foi realizada pelos próprios alunos por questão de afinidade e a escolha da instalação agrícola foi uma decisão do grupo pelo interesse em ampliar o conhecimento nesse campo, contribuindo para a formação técnica.

Para a atividade assíncrona foi proposta uma pesquisa ou uma conversa com um profissional técnico da área para uma melhor compreensão sobre a instalação agrícola escolhida pelo grupo. Esta atividade teve como propósito compreender a estrutura, organização e dimensionamento da instalação agrícola escolhida pelo grupo, para então, realizar um esboço da planta baixa da instalação agrícola.

Para complementar o momento assíncrono, foram indicados vídeos por meio do Google Sala de Aula abordando o conteúdo de escalas e de área de figuras planas. A tarefa proposta foi representar a planta baixa e as fachadas da instalação escolhida (desenho a mão ou por meio de aplicativos) de acordo com uma determinada escala.

O esclarecimento de dúvidas e complementação do conteúdo matemático abordado na atividade assíncrona, ocorreu no segundo período síncrono. Momento este, marcado também por uma análise dos principais fatores relacionados a parte estrutural da instalação agrícola e vinculação com o conteúdo matemático da geometria plana e espacial.

Dessa forma, a atividade assíncrona seguinte consistiu em pesquisar os principais elementos da parte estrutural da instalação agrícola em estudo. Em relação ao conteúdo de matemática foram disponibilizados vídeos abordando o conteúdo de volume de sólidos geométricos.

4.2 1º PERÍODO PRESENCIAL

As atividades do primeiro período presencial foram desenvolvidas de 22 a 26 de março de 2021. A semana foi marcada também pelo retorno dos alunos à escola após um ano de aulas totalmente remotas em virtude da pandemia da Covid-19. As atividades iniciaram com uma conversa com um profissional da área de Engenharia Civil abordando o conceito e a função das vigas, das sapatas, dos pilares, dos pórticos e outros elementos que compõem a parte estrutural de uma instalação agrícola. Explicou também, que o cálculo realizado para determinar a

quantidade desses elementos está associado a vários fatores, como por exemplo, o tipo de solo do local da construção. Vale destacar nesse momento, à associação do formato dos elementos estruturais das instalações agrícolas com a Matemática.

Além disso, foram retomadas as atividades solicitadas no período a distância, foi realizada uma revisão do cálculo de áreas de figuras planas e volume de sólidos geométricos e a associação com aplicações na agricultura, como no cálculo do volume de um silo de grãos, volume de silagem e no cálculo das partes estruturais das instalações agrícolas. Cada grupo teve a oportunidade de apresentar a planta baixa e as fachadas por meio de uma escala, argumentando acerca das representações realizadas e a escala utilizada (houve quem tenha optado pelo uso do instrumento chamado escalímetro). Nesse momento, houve a associação de conteúdos da Matemática com a disciplina técnica de Desenho e Topografia da grade curricular da turma bem como, a vinculação da temática abordada com a classificação da posição relativa entre retas, entre planos e entre planos e retas.

Para avaliar a compreensão dos conteúdos matemáticos abordados neste período foi entregue uma lista de atividades para os alunos (Apêndice C). Em relação a projeção das instalações agrícolas, foi solicitado o cálculo do volume de concreto em metros cúbicos (m^3) e, conseqüentemente, a representação de possíveis modelos matemáticos do cálculo das partes estruturais da instalação agrícola de cada grupo. Tais atividades iniciaram no período presencial e foram finalizadas no segundo período a distância.

Para complementar o projeto Modelagem Matemática em relação a instalação agrícola, foi realizada uma discussão sobre a projeção do telhado elencando os principais conceitos matemáticos envolvidos nessa etapa. Foram mencionados pelos alunos o ângulo de inclinação, a taxa de inclinação e a relação com a trigonometria do triângulo retângulo como também, o cálculo de ângulos e medidas dos lados em triângulos quaisquer.

4.3 2º PERÍODO A DISTÂNCIA

De 29 de março a 09 de abril de 2021 foi realizado o segundo período a distância. Esta etapa iniciou com as atividades assíncronas propostas no período presencial, seguido de momentos síncronos para auxiliar os grupos nos cálculos das partes estruturais. Além disso, conforme o debate realizado na aula presencial foram disponibilizados vídeos no Google Sala de Aula, para estudo de conteúdos de trigonometria no triângulo retângulo, lei dos senos e dos cossenos.

No segundo momento síncrono foi disponibilizado tempo para esclarecimento de dúvidas sobre os conteúdos matemáticos e encaminhamento da próxima etapa do trabalho. Nesta etapa, foi solicitado que os alunos discutissem o telhado mais viável para a projeção da instalação agrícola escolhida pelos grupos. Solicitou-se também, que calculassem o ângulo de inclinação da projeção da instalação agrícola escolhida pelos grupos, as dimensões e a área do telhado em metros quadrados (m^2).

4.4 2º PERÍODO PRESENCIAL

Desenvolvido no período de 12 a 16 de abril de 2021. As atividades presenciais iniciaram com uma retomada dos conteúdos matemáticos: trigonometria no triângulo retângulo, lei dos senos e cossenos através de exemplificações voltadas para o cotidiano dos alunos. Além disso, foi solicitado aos alunos a realização do cálculo da porcentagem inclinação do telhado.

Para verificação da compreensão dos conteúdos abordados nesta etapa foi solicitado uma lista de atividades (Apêndice D), iniciando a resolução em aula com o término na semana seguinte. Além disso, na aula presencial foi realizado um debate acerca dos materiais mais viáveis para a construção da instalação agrícola de cada grupo. Foram elencados também os conteúdos matemáticos envolvidos no processo do cálculo da quantidade de material tais como área de figuras planas, volume, área lateral e total de sólidos geométricos, além da regra de três para grandezas envolvendo proporcionalidades.

4.5 3º PERÍODO A DISTÂNCIA

O terceiro período a distância ocorreu de 19 a 30 de abril de 2021. Iniciando de forma assíncrona, com o término da atividade encaminhada no período presencial. Novamente foram disponibilizados vídeos para estudo no Google Sala de Aula envolvendo conceitos matemáticos ainda não abordados até o momento, como área lateral e total de sólidos geométricos.

No momento síncrono ocorreu o esclarecimento de dúvidas e a sistematização dos conceitos estudados, além do encaminhamento de uma pesquisa de preço dos materiais mais viáveis para a execução da obra de cada instalação agrícola com a finalidade de futuramente realizar o orçamento da obra.

4.6 3º PERÍODO PRESENCIAL

Desenvolvido de 03 a 07 de maio de 2021. As atividades presenciais iniciaram com uma retomada dos conteúdos matemáticos abordados nas semanas a distância, em virtude de dúvidas emergidas após a aula síncrona. Além disso, houve um debate em grupo acerca do cálculo da quantidade de tijolo necessários para a construção de um metro quadrado (1 m^2) de parede e cálculo da quantidade total tijolos em uma edificação.

Foi realizada uma estimativa da quantia de telhas levando em consideração uma sobreposição entre elas como também, do cálculo da quantidade de ferro em pilares em uma obra fictícia. Neste momento, houve a discussão que a maioria das instalações agrícolas atuais utilizam pré-moldados em relação ao custo-benefício. A partir de então foi solicitado aos alunos o cálculo da quantidade de material necessária para a obra de cada projeção da instalação agrícola levando em consideração os dados das plantas baixas e das fachadas.

4.7 4º PERÍODO A DISTÂNCIA

O quarto período a distância ocorreu 10 a 21 de maio de 2021. Como atividade assíncrona foi solicitada a resolução de uma lista de exercícios (Apêndice E) envolvendo conceitos matemáticos de área de figuras planas, volume de sólidos geométricos e relações trigonométricas no triângulo retângulo. Além disso, os alunos realizaram o cálculo da quantidade de material de cada projeção da instalação agrícola.

Para o momento síncrono houve a elaboração de um cronograma de horários para o atendimento de cada grupo separadamente. Este momento foi destinado para verificar o andamento das atividades nos grupos, visando o esclarecimento de dúvidas de conteúdos matemáticos, principalmente, relacionados ao cálculo da quantidade de material da instalação agrícola do respectivo grupo.

4.8 4º PERÍODO PRESENCIAL

As atividades do quarto período presencial foram desenvolvidas de 24 a 28 de maio de 2021. Momento destinado para revisão dos conteúdos abordados principalmente área de figuras planas, volume, área lateral e total de sólidos geométricos, trigonometria no triângulo retângulo,

lei dos senos e dos cossenos, posição relativa entre retas, entre retas e planos e entre planos. Período destinado também para aprimorar a construção do conhecimento matemático.

Foi realizada uma avaliação (Apêndice F) individual e sem consulta ao material sobre os conteúdos elencados anteriormente. Visando não somente o aprimoramento do conhecimento matemático, mas a aplicabilidade do conteúdo em situações do cotidiano com intuito de contribuir para a formação técnica dos alunos.

Após a avaliação, conversou-se com os alunos sobre alguns fatores que deveriam ser considerados no orçamento do projeto da instalação agrícola dos grupos, sendo elencados os fatores mão de obra, licenciamento, terraplanagem, equipamentos específicos de cada instalação agrícola, dentre outros.

Além disso, ao calcularem o orçamento das projeções agrícolas os alunos relacionaram os valores encontrados com possibilidades e formas de financiamento na área agrícola, de acordo com os valores de viabilidade das parcelas. Nesse momento foram introduzidos alguns conceitos de matemática financeira.

4.9 5º PERÍODO A DISTÂNCIA

O quinto período a distância ocorreu de 31 de maio a 11 de junho de 2021. A atividade assíncrona solicitada era de finalizar o orçamento das instalações agrícolas pelos grupos, além de assistir aos vídeos disponibilizados no Google Sala de Aula envolvendo o conteúdo de matemática financeira. Nos vídeos foram abordadas questões relativas à diferenciação de juros simples e composto, Sistema de Amortização Constante (SAC) e Sistema Francês de Amortização (PRICE).

Na atividade síncrona houve resolução de exercícios envolvendo juros simples e composto, sistemas de amortização SAC e PRICE. Foi destinado também um tempo para esclarecimento de dúvidas referente ao orçamento da obra da projeção das instalações agrícolas pelos grupos.

Além disso, foi solicitado aos alunos para utilizarem uma planilha eletrônica (como o Excel, por exemplo) para realizar o orçamento. Como havia muitos questionamentos relacionados ao uso de planilhas eletrônicas, neste momento síncrono foi apresentada a planilha do Excel, indicando algumas funções básicas, por exemplo, como ativar o comando soma e multiplicação.

4.10 5º PERÍODO PRESENCIAL

As atividades do quinto período presencial foram desenvolvidas de 14 a 18 de junho. As atividades iniciaram com uma conversa com profissionais de uma instituição bancária do município. O objetivo de proporcionar esse momento aos alunos esteve relacionado a vinculação do conteúdo de matemática com a situação financeira atual.

Os profissionais abordaram sobre as principais linhas de financiamento agrícola, as taxas de juros para cada atividade agrícola e o prazo de pagamento. Ressaltaram que o financiamento mais utilizado para investimentos agrícolas utiliza o sistema de amortização SAC e para a aquisição de máquinas e implementos agrícolas é utilizado o sistema de amortização PRICE onde as parcelas são fixas. Além disso, realizaram comparações de financiamentos e taxas de juros para créditos agrícolas e não agrícolas, destacando a diferença de taxas anuais equivalentes.

A partir desses dados e do conhecimento prévio dos alunos sobre juros compostos e sobre os sistemas de amortização SAC e PRICE, propôs-se a resolução de exercícios voltados para o cotidiano dos alunos como também, a explicação sobre taxas equivalentes no sistema de juros compostos. Para complementar, foram realizadas simulações na planilha do Excel, vinculando o conteúdo da matemática financeira com as funções do primeiro grau e exponenciais, progressões aritmética e geométrica.

4.11 6º PERÍODO A DISTÂNCIA

O último período a distância ocorreu de 21 de junho a 02 de julho de 2021. Como atividade assíncrona, foi solicitado aos alunos a resolução de uma lista de atividades sobre juros compostos e sistemas de amortização SAC e PRICE (Apêndice G). Além disso, sobre a atividade em grupo foram solicitadas simulações na planilha do Excel dos sistemas de amortização SAC e PRICE do orçamento calculado da instalação agrícola como também, dos juros simples e composto e suas respectivas representações gráficas. Para essas simulações propostas, os alunos utilizaram a taxa de juros e o prazo de pagamentos mencionados pelos profissionais bancários, tendendo ao valor do montante calculado próximo da realidade.

No momento síncrono ocorreu uma revisão geral do conteúdo estudado e esclarecimento de dúvidas, principalmente voltadas para o manuseio da planilha do Excel. Neste momento os alunos sugeriram a representação da instalação agrícola por meio de uma maquete para realizar a socialização do estudo na semana seguinte de aula presencial. A sugestão de desenvolvimento

da maquete representativa da instalação agrícola ocorreu de forma interdisciplinar com a disciplina de artes.

4.12 6º PERÍODO PRESENCIAL

As atividades do último período presencial foram desenvolvidas de 05 a 08 de julho. Este momento iniciou com a finalização das simulações dos grupos das instalações agrícolas, preparação e organização da socialização do projeto.

A socialização contou com a exposição da planta baixa, dos quantitativos de materiais, orçamentos e simulações dos sistemas de amortização SAC e PRICE, analisando o mais vantajoso e adequado para cada caso. Além disso, houve a apresentação da maquete representativa das instalações agrícolas.

No momento da socialização houve a presença de professores das demais disciplinas, incluindo alguns das áreas técnicas. Estes contribuíram com questionamentos e colocações no projeto. Além da apresentação dos tópicos elencados, houve uma análise da quantidade de animais por metro quadrado, capacidade de silos de grãos, tamanho de esterqueira em relação a quantidade de dejetos produzidos por animais, capacidade das caixas d'água em relação a quantidade consumida pelos animais além de um debate de conteúdos mais específicos da área técnica como quais doenças mais acometem cada produção, princípio ativos e assuntos relacionados ao manejo.

Para finalizar, houve a aplicação de um questionário individual para os alunos, visando conhecer suas concepções acerca da experiência de Modelagem Matemática vinculada com a metodologia de sala de aula invertida. Neste questionário, também foram convidados a elencar pontos positivos e negativos proporcionados pela experiência para a aprendizagem da disciplina de Matemática.

5 RESULTADOS E ANÁLISE DOS DADOS

A aplicação da combinação da Modelagem Matemática com a metodologia da sala de aula invertida descritas no capítulo anterior, foi desenvolvida em duas turmas do 3º Ano do Ensino Médio do curso Técnico de Agropecuária, de uma Casa Familiar Rural. A autora da pesquisa era a professora dessas duas turmas e estavam envolvidos nesta prática um total de trinta e cinco alunos.

Para a análise dos dados, optou-se por realizar uma seleção do *corpus* da pesquisa. Nesse sentido, foram considerados apenas os dados coletados em uma das turmas. O parâmetro para essa escolha foi devido a entrega por todos os alunos dessa turma, dos termos de consentimento e assentimento para a aplicação da pesquisa, o que não ocorreu com a outra turma. Visando preservar a identidade dos participantes na análise realizada ao longo do capítulo, para mencionar atividades nas quais os sujeitos puderam ser identificados, atribui-se pseudônimos, usando códigos constituídos pela letra A seguido de um número de 01 até 17, atribuído aleatoriamente para cada aluno. Quanto ao questionário, aplicado sem identificação dos estudantes, optou-se pelo código composto pela letra Q seguido de um número de 01 até 17 (também atribuído aleatoriamente) para se referir aos depoimentos coletados por esse meio.

O enfoque do presente trabalho está na utilização da Modelagem Matemática associada com a metodologia ativa de sala de aula invertida visando um melhor entendimento da aplicação de conceitos matemáticos em situações reais. Foi abordado o tema “Instalações agrícolas”, visando o desenvolvimento de um projeto de instalações agrícolas (aviários, pocilgas, estrebarias, galpões...), elaboração de orçamentos e simulações de financiamento dos projetos, considerando alguns conhecimentos prévios dos estudantes na parte técnica. Vale ressaltar que o trabalho não tem como objetivo analisar normas técnicas de construções e sim, abordar e estudar conceitos e conteúdos da Matemática que emergem desse tipo de projeto. Para Almeida, Silva e Vertuan (2020, p. 30),

a atividade de Modelagem Matemática na prática escolar, ancorando-se em argumentos que defendem que situações de ensino que proporcionam ao aluno contato com o contexto real podem motivá-los para o envolvimento nas atividades e para a construção de conhecimento.

A atividade de Modelagem Matemática desenvolvida é caracterizada, segundo Barbosa (2001), como do caso 2, sendo que a temática foi elencada pela professora/pesquisa sendo os alunos os responsáveis pela problematização, coleta de dados e a resolução mediante a sua

orientação. A organização da atividade de Modelagem Matemática esteve associada com a metodologia ativa da sala de aula invertida pois, foi constituído de distintos momentos: presencial e a distância.

Em relação a Modelagem Matemática no ensino “o importante é que se inicie com uma questão sobre o tema chegando ao conteúdo matemático, e não ao contrário” (BIEMBENGUT; HEIN, 2019, p. 110). Dessa forma, no 1º período a distância ocorreu a familiarização com a instalação escolhida por cada grupo e o desenvolvimento de uma planta baixa, em uma etapa que para Almeida, Silva e Vertuan (2020) é denominado por inteiração. Na sequência das atividades presenciais e a distância ocorreu o processo denominado por matematização e resolução. Estas etapas visaram relacionar conteúdos e relações matemáticas especialmente, da geometria plana e espacial, razões trigonométricas, razões de proporcionalidades e matemática financeira para estudar o dimensionamento das instalações, quantidade de materiais utilizados, orçamentos e simulações financeiras.

Para finalizar, houve a representação dessas instalações agrícolas através de maquetes e a socialização das mesmas com a turma, qualificando o método de validação e interpretação do processo de Modelagem Matemática. “Essa fase visa, para além da capacidade de construir e aplicar modelos, ao desenvolvimento, nos alunos, da capacidade de avaliar esse processo de construção de modelos e os diferentes contextos de suas aplicações” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2020, p. 16).

Essa atividade possibilitou além de estudar conceitos e relações matemáticas, mas propiciou o incentivo à pesquisa, ao desenvolvimento da habilidade em formular e resolver problemas, a aplicação do conteúdo matemático e a ampliação da criatividade através de uma instigação do interesse dos alunos para o estudo. Isso corrobora com Biembengut e Hein (2019, p. 23), ao indicar que “o trabalho de modelagem tem como objetivo principal criar condições para que os alunos aprendam a fazer modelos matemáticos, aprimorando seus conhecimentos. Os alunos escolhem o tema e a direção do próprio trabalho, cabendo ao professor promover essa autonomia”.

Na sequência, apresenta-se os resultados e análise dos dados por meio do método da análise textual discursiva já descritos nos encaminhamentos metodológicos da pesquisa e de acordo com as quatro categorias de análise estabelecidas.

5.1 EVIDÊNCIAS DE CONTRIBUIÇÕES DA MODELAGEM MATEMÁTICA COMBINADA COM A METODOLOGIA ATIVA DA SALA DE AULA INVERTIDA PARA O PROCESSO DE ENSINO E DE APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Esta seção tem como propósito a identificação de evidências na construção e/ou ampliação da habilidade de resolver situação-problema do cotidiano a partir de conceitos matemáticos. Também objetiva analisar elementos que sugerem a facilitação da compreensão dos conceitos e relações matemáticas através da atividade de Modelagem combinada com a metodologia da sala de aula invertida e sua cooperação para a formação da autonomia do aluno.

Para isso, vale destacar a organização da atividade de Modelagem Matemática realizada juntamente com a sala de aula invertida. Como já foi mencionado, a escolha dos grupos e das instalações agrícolas aconteceu pelos próprios alunos divididos em 4 grupos, conforme segue:

- Grupo 1 - 4 integrantes – Instalação agrícola de estudo: pocilga;
- Grupo 2 - 4 integrantes – Instalação agrícola de estudo: pocilga;
- Grupo 3 - 5 integrantes – Instalação agrícola de estudo: *compost barn*;
- Grupo 4 - 4 integrantes – Instalação agrícola de estudo: aviário.

Como a temática de estudo foi elencada pelos próprios alunos, a instalação agrícola escolhida por eles representa o interesse de aprofundamento de estudo nesta área agrícola. Conforme Biembengut e Hein (2019, p. 18)

a modelagem matemática no ensino pode ser um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ele ainda desconhece, ao mesmo tempo que aprende a arte de modelar, matematicamente. Isso porque é dada ao aluno a oportunidade de estudar situações-problemas por meio de pesquisa, desenvolvendo seu interesse e aguçando seu senso crítico.

A atividade de Modelagem iniciou com a coleta de dados reais para a representação das plantas baixas e das fachadas, a partir da etapa da familiarização com a temática escolhida. Conforme Schneider (2015, p. 73), esse fato “exige muito mais do estudante, que tem de ter autonomia e responsabilidade a ponto de ir atrás de suas necessidades, curiosidades e interesses”. Característica esta, muito importante para o desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática bem como, para o desenvolvimento do protagonismo no processo de ensino e aprendizagem.

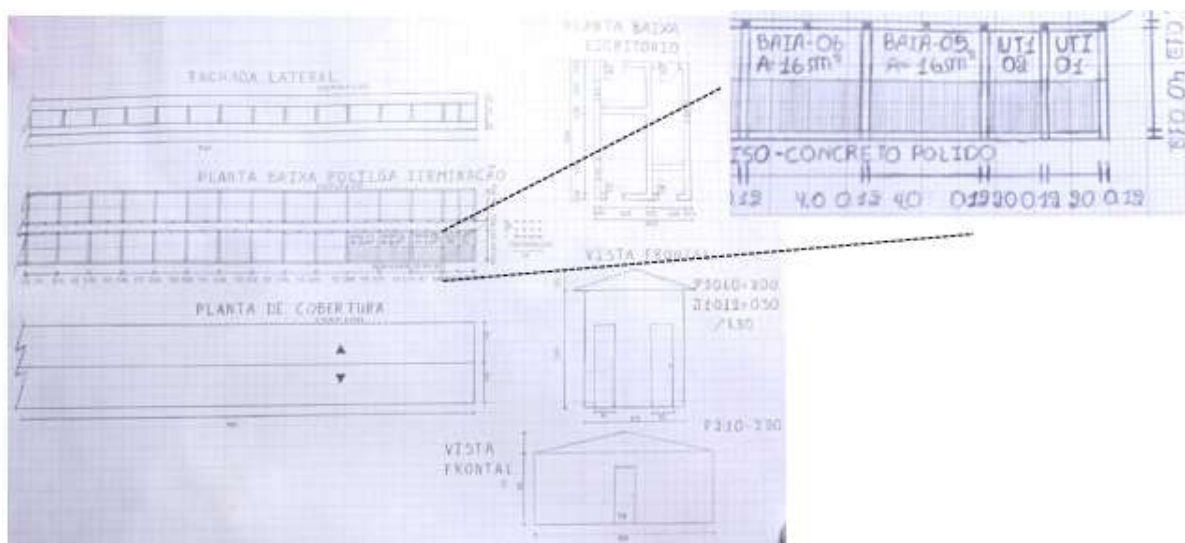
Apesar dos alunos possuírem na grade curricular a disciplina de Desenho e Topografia, essa foi a primeira representação da uma planta baixa de uma instalação agrícola feita por eles,

implicando em uma certa resistência conforme é possível verificar nos comentários, como “*nunca fizemos a representação de uma planta baixa de uma instalação agrícola*” e “*não sabemos fazer*”. Contudo, com a familiarização da instalação agrícola, coleta de dados, vídeos abordando o conteúdo de escalas e com o debate, cada grupo representou a planta baixa e as fachadas com uma escala apropriada para a dimensão de cada instalação agrícola em estudo.

Verificou-se que os grupos coletaram dados relativamente suficientes para compreender a construção arquitetônica. Além do mais, esse fato contribuiu para a construção/ampliação da noção tridimensional, relações com tamanho da instalação agrícola abrangendo área total e a área ocupada por animal, além das razões de proporcionalidade envolvendo escalas.

A Figura 1, apresenta um recorte da representação da planta baixa e das fachadas da instalação agrícola projetada pelo Grupo 1. A representação foi realizada em uma folha A3 devido a pocilga possuir dimensões reais de $100\text{m} \times 9\text{m}$ e está representada na escala 1: 125. Vale salientar que cada grupo representou com uma escala diferente em virtude das distintas dimensões das edificações escolhidas para o estudo.

Figura 1— Recorte da planta baixa e da fachada da instalação agrícola (Grupo 1)

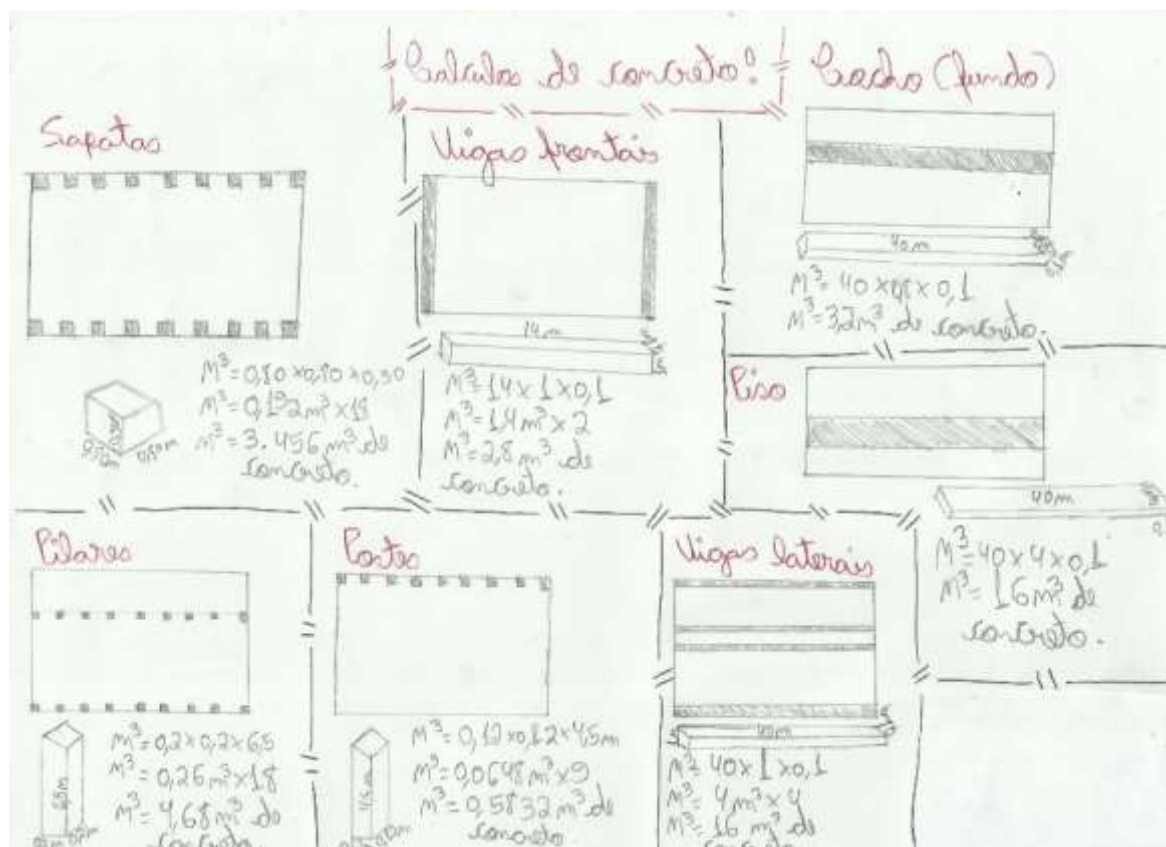


Fonte: autora (2021).

Essa interação com o método da Modelagem Matemática voltada para o ensino conforme Biembengut e Hein (2019, p. 13) é “uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma solução particular, mas que também sirvam, posteriormente, como suporte para outras aplicações e teorias”. Nesse sentido, a partir das representações das plantas baixas e das fachadas pelos grupos surgiu a possibilidade de vincular com o estudo da classificação da posição relativa entre retas, retas e planos e entre planos.

Em relação as partes estruturais de uma construção agrícola, a palestra com um profissional da área auxiliou na explanação da função de cada uma das estruturas, bem como realçou a importância das relações matemáticas neste campo. Houve a identificação dos sólidos geométricos e aplicações da trigonometria na parte estrutural do telhado das edificações, auxiliando na visualização e na aplicação dos conceitos matemáticos envolvidos na construção da instalação agrícola como mostra a Figura 2.

Figura 2 – Cálculo da quantidade de concreto em m³ da parte estrutural (Grupo 3)



Fonte: autora (2021).

A identificação dos sólidos geométricos presentes nas partes estruturais em cada uma das instalações agrícolas ocorreu pelos próprios alunos de cada grupo. Para isso, os alunos buscaram informações mais próximas da realidade e, a partir de então, feita a coleta e análise das informações, realizaram os cálculos e representações. Além desses sólidos geométricos ilustrados, foram identificados outros presentes na agricultura, como por exemplo, o reconhecimento do cilindro, do cone e do tronco de cone no formato de um silo para ração ou grãos, do prisma de base trapezoidal no formato de uma esterqueira e em um silo de silagem. Os demais sólidos e figuras geométricas não mencionados no projeto de edificações rurais

desenvolvido pelos alunos foram abordados em vídeos explicativos no período a distância e retomados em um momento oportuno em sala de aula, contemplando o restante do conteúdo previsto na grade curricular.

Nesse aspecto, é essencial resgatar os conceitos matemáticos não contemplados em uma atividade de Modelagem Matemática voltada para o ensino, visto que, algumas definições e relações matemáticas podem não aparecer para resolver determinado problema de estudo. Porém, essas relações e conceitos não são menos importantes daqueles que foram observados e calculados na atividade de Modelagem. Além disso, outras definições podem surgir a partir da Modelagem Matemática, conforme Burak (1992, p. 94-95)

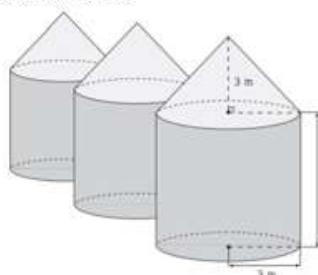
a Modelagem Matemática pode favorecer a abordagem de conteúdos não previstos para determinada série, porém, para atender o interesse do aluno e na busca da resposta a um problema proposto, tais conteúdos podem ser antecipados [...], alguns conteúdos poderão repetir-se várias vezes, no transcorrer das múltiplas atividades inerentes ao problema proposto. Além disso, não existe uma rigidez na sequência dos conteúdos, pois estes são determinados pelo problema ou conjunto de problemas.

A partir do reconhecimento de novas aplicações, principalmente envolvendo conceitos da geometria espacial, foram realizadas resoluções de atividades individuais a fim de verificar o entendimento do conteúdo. Para exemplificar, as Figuras 3 e 4 apresentam as resoluções de duas das diversas questões resolvidas pelos alunos. Essas questões mostram uma possibilidade de envolver mais conteúdo da Matemática com a Modelagem e uma alternativa para explorar conceitos contemplados no método da sala de aula invertida que não foram utilizados ou que apareceram com menos frequência no estudo das instalações agrícolas pelos grupos.

Diante disso, mesmo com a proposta de estudo em grupo durante a aplicação da combinação das metodologias envolvidas, os momentos destinados a resolução de atividades individuais sobre os conteúdos abordados foram essenciais não somente para ampliar a habilidade de resolução de situações-problema, mas para verificar e analisar a compreensão do conteúdo de forma individualizada.

Figura 3 – Resolução da questão 2 pelo aluno A03

2. (ENEM) Em regiões agrícolas, é comum a presença de silos para armazenamento e secagem da produção de grãos, no formato de um cilindro reto, sobreposto por um cone, e dimensões indicadas na figura. O silo fica cheio e o transporte dos grãos é feito em caminhões de carga cuja capacidade é de 20 m³. Uma região possui um silo cheio e apenas um caminhão para transportar os grãos para a usina de beneficiamento.



O número mínimo de viagens que o caminhão precisará fazer para transportar todo o volume de grãos armazenados no silo é: (Utilize 3 como aproximação para π .)

- a) 6
b) 16
c) 17
d) 18
e) 21

$$2 \cdot \frac{V = A_b \cdot h}{3} = \frac{V = \pi \cdot r^2 \cdot h}{3} \quad \frac{V = 3 \cdot 3^2 \cdot 3}{3} = 27 \text{ m}^3 \text{ do cone}$$

$$V = A_b \cdot h \quad V = \pi \cdot r^2 \cdot h \quad V = 3 \cdot 3^2 \cdot 12 = 324 \text{ m}^3 \text{ do cilindro}$$

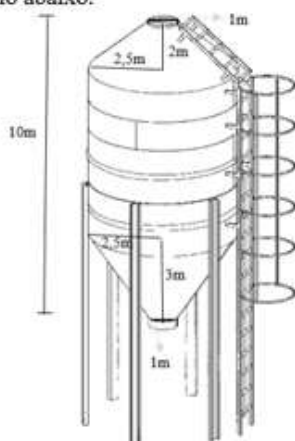
$$\frac{351}{20} \times 1 = 17,55 \quad 20x = 351 \quad x = \frac{351}{20} = 17,55 \approx 18 \text{ viagens}$$

Letra D

Fonte: autora (2021).

Figura 4 – Resolução da questão 1 pelo aluno A09

1. A utilização de silos para armazenagem de grãos é uma alternativa viável para produtores que desejam manter a produção por perto e ter o controle sobre o que foi produzido como também, é uma alternativa para armazenar alimento para os animais. Com base nisso, determine o volume do silo abaixo.



ADAPTADO. Disponível em: <

<https://www.escavador.com/patentes/182516/silo-em-fibra>>.

TRONCO CIMA

$$V_T = \frac{\pi \cdot h}{3} (R^2 + R \cdot r + r^2)$$

$$V_T = \frac{3,14 \cdot 2,5}{3} (2^2 + 2 \cdot 2,5 + 2,5^2)$$

$$V_T = \frac{7,85}{3} (6,25 + 1,25 + 0,25)$$

$$V_T = \frac{7,85}{3} \cdot 7,75 = 16,22 \text{ m}^3$$

TRONCO BAIXO

$$V_T = \frac{\pi \cdot h}{3} (R^2 + R \cdot r + r^2)$$

$$V_T = \frac{3,14 \cdot 10}{3} (2,5^2 + 2,5 \cdot 2,5 + 2,5^2)$$

$$V_T = \frac{94,2}{3} (6,25 + 1,25 + 0,25)$$

$$V_T = \frac{94,2}{3} \cdot 7,75 = 243,35 \text{ m}^3$$

CILINDRO

$$V = A_b \cdot h$$

$$A_b = \pi \cdot r^2$$

$$A_b = 3,14 \cdot 1^2 = 3,14 \text{ m}^2$$

$$V = 3,14 \cdot 3 = 9,42 \text{ m}^3$$

Volume do Silo:

$$16,22 + 243,35 + 9,42 = 269,00 \text{ m}^3$$

138,69 m³ e o espaço do silo

Fonte: autora (2021).

A Figura 3 apresenta a resolução de uma questão da lista de atividades do primeiro período presencial pelo aluno A03 e a Figura 4 expõe a resolução do aluno A09 da avaliação no quarto período de aula presencial, já descritos nesta pesquisa. A análise dessas devolutivas sugere elementos de apropriação do conteúdo de Matemática, visto que houve a interpretação e manipulação correta dos dados da questão. Observa-se dessa forma, conforme sugere Moran (2018, p. 22), que uma das consequências das metodologias ativas no ensino é o

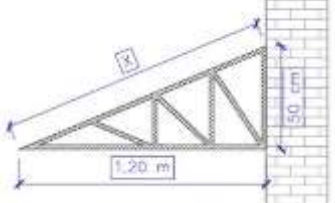
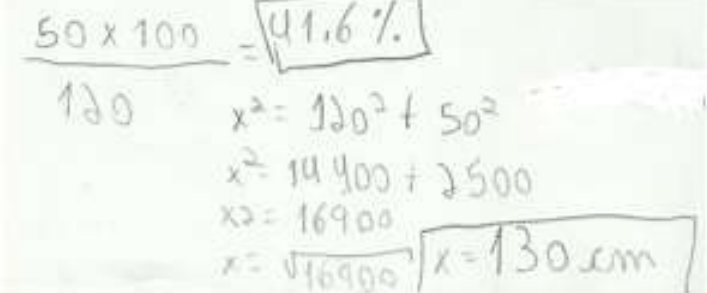
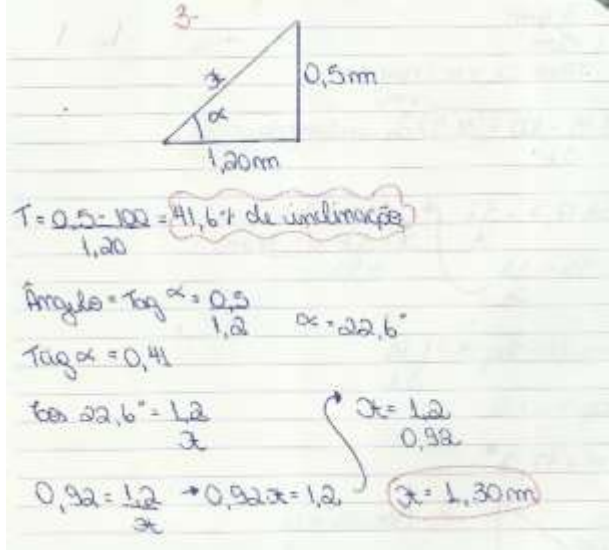
aumento da importância do protagonismo e participação do aluno, por meio de situações práticas, produções individuais e de grupo e sistematizações progressivas. Inversão da forma tradicional de ensinar (depois que o aluno tem as competências básicas de ler, escrever e contar): o aluno aprende o básico sozinho, no seu ritmo, e o mais avançado por meio de atividades em grupo e com a supervisão de professores. Quanto mais o aluno se envolve em desafios possíveis à sua idade, melhor ele aprende.

Nessa perspectiva, analisando as demais devolutivas das atividades individuais propostas, pode-se perceber que a maioria dos alunos as realizaram com êxito satisfatório, embora em alguns casos foram identificados alguns erros de notação. Quanto a utilização dos conceitos matemáticos, aqueles identificados na proposta de Modelagem Matemática, foram os quais os alunos apresentaram mais facilidade na resolução das atividades individuais. Sugere-se assim, que o desenvolvimento da habilidade de resolver problemas está associado com a facilitação da compreensão do conteúdo de Matemática, sendo que em parte, é resultado da identificação e vinculação dos conceitos e relações matemáticas em aplicações no cotidiano dos alunos, essencialmente, quando estes conseguem visualizar e estabelecer essas aplicações. Este fato esteve presente no desenvolvimento da atividade de Modelagem associada com a metodologia ativa da sala de aula invertida, oportunizando ao aluno, ser protagonista do seu processo de aprendizagem a partir da coleta, manipulação e estabelecimento de possíveis modelos matemáticos.

A partir da identificação da necessidade de usar conceitos de trigonometria do triângulo retângulo, lei dos senos e dos cossenos em aplicações voltadas para a construção de edificações agrícolas, principalmente para a projeção dos telhados, os alunos realizaram o estudo prévio desses conceitos no período a distância. Esse momento foi importante para o aprofundamento do conteúdo, pois alguns alunos comentaram ter “dificuldades” no cálculo de ângulos. O debate e apresentação de aplicações desses conceitos, posterior ao estudo prévio, ocorreu em sala de aula, com a resolução de problemas propostos e também no desenvolvimento de cálculos envolvendo instalações agrícolas.

Para exemplificar, no Quadro 2, apresenta-se a resolução de uma questão proposta e resolvida pelos alunos A10 e A15:

Quadro 2 – Representações feitas por alunos na resolução da questão 3

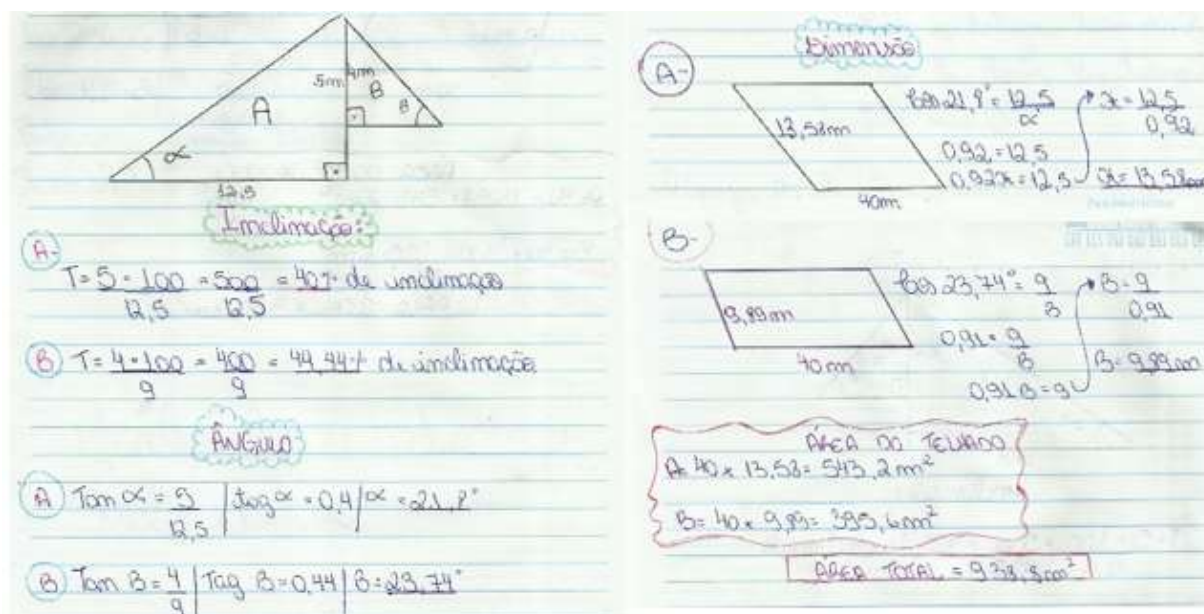
Questão/ Resolução	Alpendre, marquise ou marquesa, é um pequeno telhado saliente acima de uma porta ou de uma janela, para proteger da incidência direta da radiação solar e da chuva. Considere a estrutura do alpendre ao lado e determine a medida de x e a taxa de inclinação. 
Aluno A10	
Aluno A15	

Fonte: autora (2021).

Os dois modos distintos de resoluções apresentados no Quadro 2 indicam evidências da ampliação da habilidade de resolver problemas, pois, houve a identificação de relações matemáticas distintas nessa situação-problema. Nota-se que em ambos os casos, houve a percepção da taxa de inclinação, conforme costuma ser usado em projetos de construção, relacionando a porcentagem de inclinação do telhado, ou seja, a razão entre a elevação em relação à distância na horizontal. Além disso, o aluno A15 conseguiu associar essa inclinação, com o ângulo interno do triângulo, para a partir desse ângulo, usar a relação trigonométrica do

triângulo retângulo para calcular o valor da hipotenusa. A maioria dos alunos da turma resolveu a questão corretamente e, a maior parte destes desenvolveu seu raciocínio através da identificação das relações trigonométricas no triângulo retângulo. Isso é consequência, do debate em grupo no reconhecimento dessas relações matemáticas nas instalações agrícolas em estudo, principalmente, no cálculo das dimensões do telhado. Essa situação é ilustrada na Figura 5, que mostra a constatação feita pelo Grupo 3, identificando dois triângulos retângulos presentes no telhado da projeção de um *Compost barn*.

Figura 5 – Cálculo das dimensões do telhado (Grupo 3)



Fonte: autora (2021).

Verifica-se neste caso, a utilização das relações trigonométricas no cálculo das dimensões do telhado, sendo este, um elemento importante para o cálculo da quantidade de materiais utilizados para a realização de possíveis estimativas de orçamentos da obra. Além dessas aplicações, os alunos apontaram a utilização desses conceitos para o cálculo das “tesouras” das edificações. A visualização dos conceitos e relações matemáticas pelos alunos sugerem indícios de facilitação da compreensão do conteúdo de Matemática. De acordo com Bassanezi (2019, p. 37), a utilização da Modelagem Matemática no ensino da Matemática “garante que os processos aplicativos facilitam ao estudante compreender melhor os argumentos matemáticos, guardar os conceitos e os resultados, e valorizar a própria matemática”. Nesse sentido, as imagens do Quadro 2 e da Figura 5 apresentam indicativos de ocorrência de aprendizagem visto que, os quatro grupos conseguiram estabelecer relações

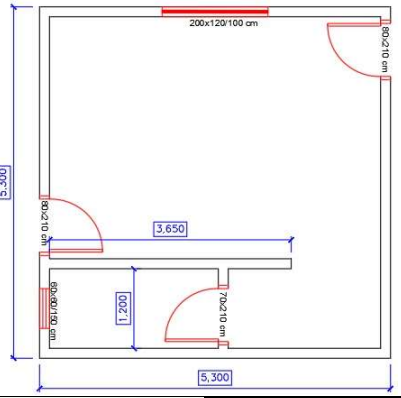
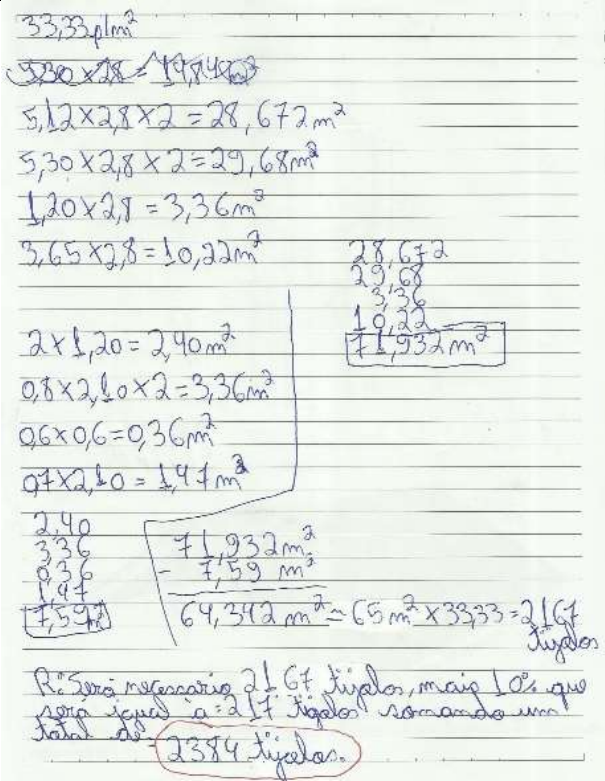
matemáticas com a instalação agrícola em estudo e a maioria dos alunos conseguiram responder satisfatoriamente às atividades propostas individualmente.

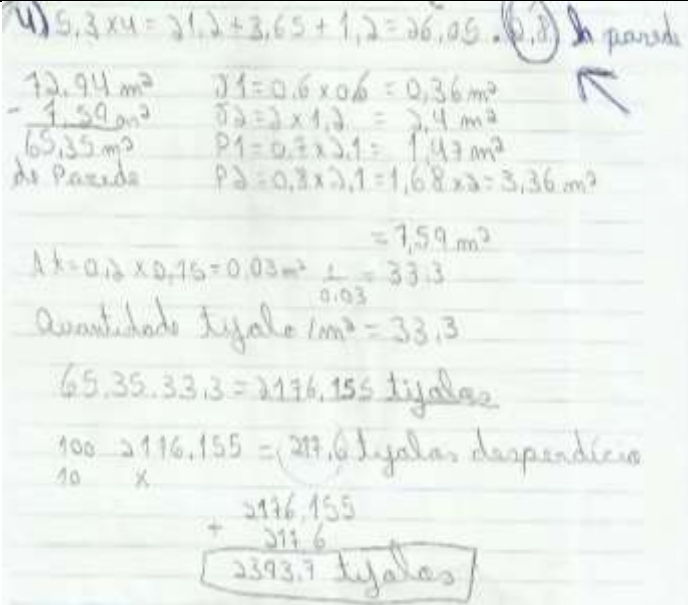
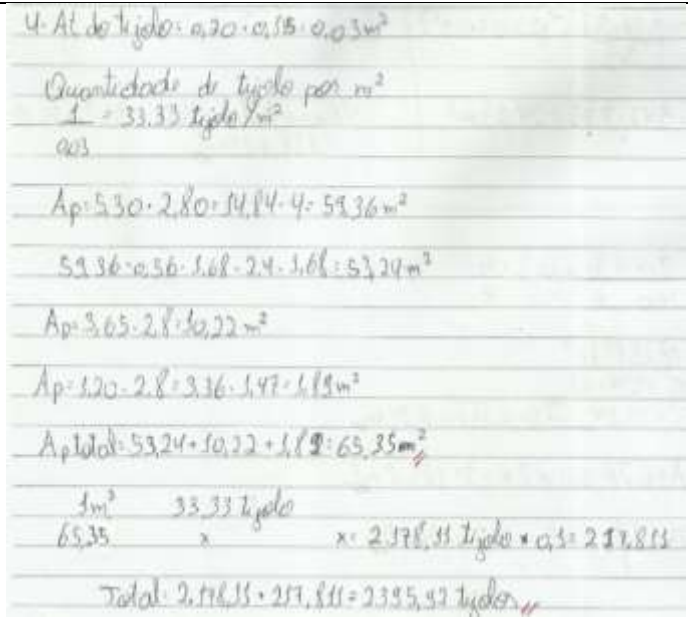
No cálculo da quantidade de materiais os alunos identificaram vários conceitos matemáticos envolvidos, como as relações de área lateral e total de sólidos geométricos para determinar por exemplo a quantidade de madeira para as “caixarias” também denominadas de formas de concreto na construção civil e o uso do perímetro no cálculo da quantidade de ferro. Além disso, os Grupos 1 e 2 indicaram que nos seus projetos a pocilga possuía uma declividade no piso para escoar os dejetos dos animais, assim os alunos realizam a decomposição do formato do piso em dois sólidos geométricos sendo um prisma de base retangular e um prisma de base triangular para calcular a quantidade de concreto em metros cúbicos (m^3).

Houve um debate em sala de aula (no momento presencial) entre os grupos em relação a quantidade de telhas, em especial das telhas de fibrocimento. Os alunos analisaram que não bastava conhecer a dimensão do telhado pois, essas telhas deveriam estar alinhadas e sobrepostas. Ainda no momento presencial, os alunos discutiram como é realizado o cálculo da quantidade de tijolos por metro quadrado (m^2). Nesta atividade ocorreram vários questionamentos pois, argumentavam que existe um valor determinado de tijolos em um metro quadrado, estudado em outra disciplina. Entre os comentários realizados vale ressaltar a fala do aluno A09 *“tijolos seis furos, de $9cm \times 14cm \times 19cm$, considerando $1cm$ de argamassa para assentamento, são utilizados 35 tijolos por m^2 em pé e 50 tijolos por m^2 deitado”*. A partir de então foi proposto aos alunos um problema para a determinação da quantidade de tijolos em uma situação hipotética.

Verificou-se na resolução do exercício apresentado no Quadro 3, que os alunos A10 e A16 resolveram a atividade de maneira distinta ao aluno A09. Os alunos A10 e A16 consideraram o tamanho total das paredes indicadas pela questão. Já, o aluno A09, diminuiu o valor da medida de duas paredes pela medida da largura do tijolo. Com base nisso, a diferença nos resultados é de aproximadamente de 10 tijolos, sendo este um valor considerado dentro na margem de aproximação do cálculo da quantidade de tijolos na edificação dada pela questão. Além disso, os alunos A10 e A16 encontraram valores distintos em virtude da aproximação do valor encontrado de tijolos em um metro quadrado.

Quadro 3 – Representações feitas por alunos na resolução da questão 4

Questão/ Resolução	Considere a planta baixa de um escritório. Sabendo que a altura da parede é 2,8m, determine a quantidade de tijolos necessária para a execução da obra sabendo a dimensão do tijolo é 9cm x 14cm x 19cm e que a espessura da argamassa nas juntas é de 1cm. Leve em consideração um desperdício de 10%. 
Aluno A09	 $33,33 \text{ pl/m}^2$ $5,30 \times 2,8 = 14,84 \text{ m}^2$ $5,12 \times 2,8 \times 2 = 28,672 \text{ m}^2$ $5,30 \times 2,8 \times 2 = 29,68 \text{ m}^2$ $1,20 \times 2,8 = 3,36 \text{ m}^2$ $3,65 \times 2,8 = 10,22 \text{ m}^2$ $2 \times 1,20 = 2,40 \text{ m}^2$ $0,8 \times 2,10 \times 2 = 3,36 \text{ m}^2$ $0,6 \times 0,6 = 0,36 \text{ m}^2$ $0,7 \times 2,10 = 1,47 \text{ m}^2$ $2,40$ $3,36$ $0,36$ $1,47$ $7,59$ $71,932 \text{ m}^2$ $- 7,59 \text{ m}^2$ $64,342 \text{ m}^2 \approx 65 \text{ m}^2 \times 33,33 = 2167 \text{ tijolos}$ R: Será necessário 2167 tijolos, mais 10% que seria igual a 2384 tijolos, somando um total de <u>2384 tijolos</u>.

Aluno A10	 Handwritten calculations for Aluno A10: $4) 5,3 \times 4 = 21,2 + 3,65 + 1,2 = 26,05 \cdot (0,3) \text{ da parede}$ $12,94 \text{ m}^2$ $- 1,59 \text{ m}^2$ $65,35 \text{ m}^2$ - da Parede $P1 = 0,6 \times 0,6 = 0,36 \text{ m}^2$ $P2 = 2 \times 1,2 = 2,4 \text{ m}^2$ $P1 = 0,3 \times 2,1 = 1,43 \text{ m}^2$ $P2 = 0,3 \times 2,1 = 1,68 \times 2 = 3,36 \text{ m}^2$ $= 7,59 \text{ m}^2$ $A1 = 0,2 \times 0,15 = 0,03 \text{ m}^2$ $\frac{1}{0,03} = 33,3$ - Quantidade Tijolo $/\text{m}^2 = 33,3$ $65,35 \cdot 33,3 = 2176,155 \text{ tijolos}$ $\frac{100}{10} \cdot 2176,155 = 217,6 \text{ tijolos despendidos}$ $+ 2176,155$ $+ 217,6$ $2393,7 \text{ tijolos}$
Aluno A16	 Handwritten calculations for Aluno A16: 4. Al do tijolo: $0,20 \cdot 0,15 \cdot 0,03 \text{ m}^3$ - Quantidade de tijolo por m^2 $\frac{1}{0,03} = 33,33 \text{ tijolo}/\text{m}^2$ $A_p = 5,30 \cdot 2,80 \cdot 14,14 \cdot 4 = 59,36 \text{ m}^2$ $59,36 \cdot 0,56 \cdot 1,68 \cdot 2,4 \cdot 1,68 = 53,24 \text{ m}^2$ $A_p = 3,65 \cdot 2,8 = 10,22 \text{ m}^2$ $A_p = 1,20 \cdot 2,8 = 3,36 \cdot 1,47 = 1,19 \text{ m}^2$ $A_{p\text{ total}} = 53,24 + 10,22 + 1,19 = 63,25 \text{ m}^2$ $\frac{1 \text{ m}^2}{65,35} \cdot 33,33 \text{ tijolo}$ $\times = 2,178,11 \text{ tijolo} \cdot 0,3 = 217,811$ - Total: $2,178,11 + 217,811 = 2395,92 \text{ tijolos}$

Fonte: autora (2021).

Conforme indicado, os alunos citados conseguiram estabelecer um método de cálculo da quantidade de tijolos e, os demais alunos da turma resolveram de maneira semelhante aos alunos A10 e A16. Esses modos distintos de resolução sugerem indicativos da ampliação da habilidade de resolver problemas, sendo que o domínio do conteúdo de Matemática representou um fator essencial para esse desenvolvimento. Também se ilustra nesse caso, o fato de que, mesmo considerando estratégias diferentes, chegando a resultados distintos, estes concentram-se dentro de uma margem de aproximação bem razoável, não se diferenciando estas soluções entre certas e erradas. Caracteriza-se assim, uma matemática aplicada, como não

necessariamente exata. Novamente nestas situações, a combinação das metodologias usadas, mostrou a existência de elementos favoráveis para o processo de ensino da Matemática.

Em uma das etapas do projeto de Modelagem, os Grupos 1 e 3 realizaram uma estimativa mais detalhada da quantidade de materiais, explorando os conteúdos matemáticos desde o volume dos sólidos geométricos presentes nas instalações agrícolas para definir a quantidade de concreto, até o cálculo da quantidade de cimento, areia e brita utilizando razões de proporcionalidade por meio de relações estabelecidas com os valores do “traço do concreto”. Vale ressaltar, que o “traço do concreto” utilizado pelos alunos na definição da quantidade desses materiais foi estudado em uma disciplina técnica do curso, então coube neste caso, o entendimento de conceitos e relações matemáticas envolvidos neste cálculo. Embora, que para a definição da quantidade desses materiais fossem utilizadas definições de razão e proporção através da técnica Matemática denominada de regra de três, os alunos puderam também, relembrar da conversão das unidades de medidas de volume e de capacidade.

Dessa forma, foi possível estabelecer uma estimativa mais detalhada de custos dos materiais, pois, determinaram as quantidades de cimento, de areia e de brita para as sapatas, para os pilares, para os postes, para as vigas, para os cochos e para o piso. Apesar da estimativa da quantidade desses materiais, após realizar o levantamento de preços, os alunos sugeriram que, para algumas instalações agrícolas é mais vantajoso a utilização de pré-moldados, justificando a relação custo, benefício e rapidez na execução da obra. Isso corrobora com Klüber (2016, p. 49) ao indicar a relação da Modelagem com

o papel social da Matemática, além de contextualizá-la, fortalece o movimento transdisciplinar, que, por sua vez, ajuda no enfrentamento das situações tão diversas no mundo atual. O contexto, então, não é apenas aquele em que o indivíduo ou grupo está inserido, mas também é o mundo em que ele vive e convive, influencia e é influenciado. [...] extrapolar o simples contexto da Matemática com característica mais internalista e encontrar relações em outros âmbitos de significado, como o econômico. Esse tipo de contextualização oferece significado aos conteúdos matemáticos que surgem no processo da Modelagem a partir das necessidades de pesquisa que essa prática educativa proporciona.

A essência de uma atividade de Modelagem está na capacidade de estabelecer vínculos entre o tema em estudo com conteúdo matemático seja ele, o mais simples que for, como neste caso, a utilização da regra de três simples. Percebe-se que esse tipo de atividade leva os alunos a visualizar e a utilizar a Matemática como uma ferramenta para analisar, interpretar e explorar situações da realidade. Com isso, o uso da Modelagem Matemática combinada com a metodologia da sala de aula invertida fez com que os alunos se apropriassem de novos

conteúdos e reconstruísem outros conceitos matemáticos para investigar e problematizar fatos que estão presentes no seu cotidiano ou na área de interesse de estudo, como neste caso, a agricultura. Portanto, essa proposta além de estar voltada para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, mostrou indicativos de ser uma alternativa para estimular a formação crítica e reflexiva dos alunos diante dos fatores que envolvem o seu cotidiano ou outras situações reais.

Todos os grupos definiram a quantidade de tijolos, de madeira necessária para as formas de concreto envolvendo conceitos da geometria plana e estabeleceram a quantidade de madeira no telhado e de telhas para a obra, envolvendo conceitos da trigonometria do triângulo retângulo. A partir disso e de outros elementos, dentre eles, vários já elencados, juntamente com a pesquisa de preço dos materiais realizaram a estimativa de um orçamento para a obra. No orçamento realizado, os grupos levaram em consideração alguns elementos e equipamentos específicos para cada instalação agrícola como por exemplo, os Grupos 1 e 2 consideraram os valores de robôs presentes para o trato dos animais, o Grupo 4 considerou uma estimativa de um valor para os comedouros e bebedouros das aves e todos os grupos orçaram um valor para a execução da mão de obra. Nesse sentido, o orçamento realizado pelos grupos buscou informações mais próximas da realidade e, a contextualização do conteúdo abordado nesta etapa da Modelagem permitiu aos alunos uma avaliação econômica do contexto do mercado atual. Este fato é característico da Modelagem Matemática pois, de acordo com Bassanezi (2019) essa metodologia além de realizar a contextualização dos conteúdos é um meio para preparar os alunos para a vida real “em seus vários aspectos, é um processo que alia teoria e prática, motiva seu usuário na procura do entendimento da realidade que o cerca e na busca de meios para agir sobre ela e transformá-la” (BASSANEZI, 2019, p. 17).

Visando a facilitação do manuseio e organização dos dados coletados foi sugerida a utilização da planilha do Excel. No primeiro momento os alunos estavam resistentes à adesão a essa ferramenta na aula de Matemática, pelo motivo do desconhecimento do emprego e manuseio dessa planilha. Alguns alunos comentaram que não sabiam a função e a aplicabilidade do Excel e, outros destacaram que nunca haviam utilizado este *software*. Diante disso, de acordo com a perspectiva do método da sala de aula invertida, foi encaminhado um vídeo abordando algumas funções básicas da planilha que foi assistido pelos alunos e no momento presencial foram esclarecidas dúvidas sobre sua utilização. Após esta apresentação, visto o conjunto de funcionalidade do Excel, os alunos aderiram a utilização da planilha.

Este estudo configurou-se em um dos aspectos favoráveis para a aprendizagem de Matemática de acordo com os depoimentos coletados no questionário. O aluno Q03 afirma que os *“cálculos de orçamento, a tabela do Excel e outros materiais, foram mais fáceis de aprender colocando em prática”* e para o aluno Q11 os *“cálculos de materiais e manuseio do Excel, as contas matemáticas ficaram mais fáceis de entender”*. Destaca-se assim, a importância do uso da tecnologia, particularmente, da planilha do Excel pelos alunos como forma de facilitar o cálculo da quantidade de materiais e da elaboração do respectivo orçamento.

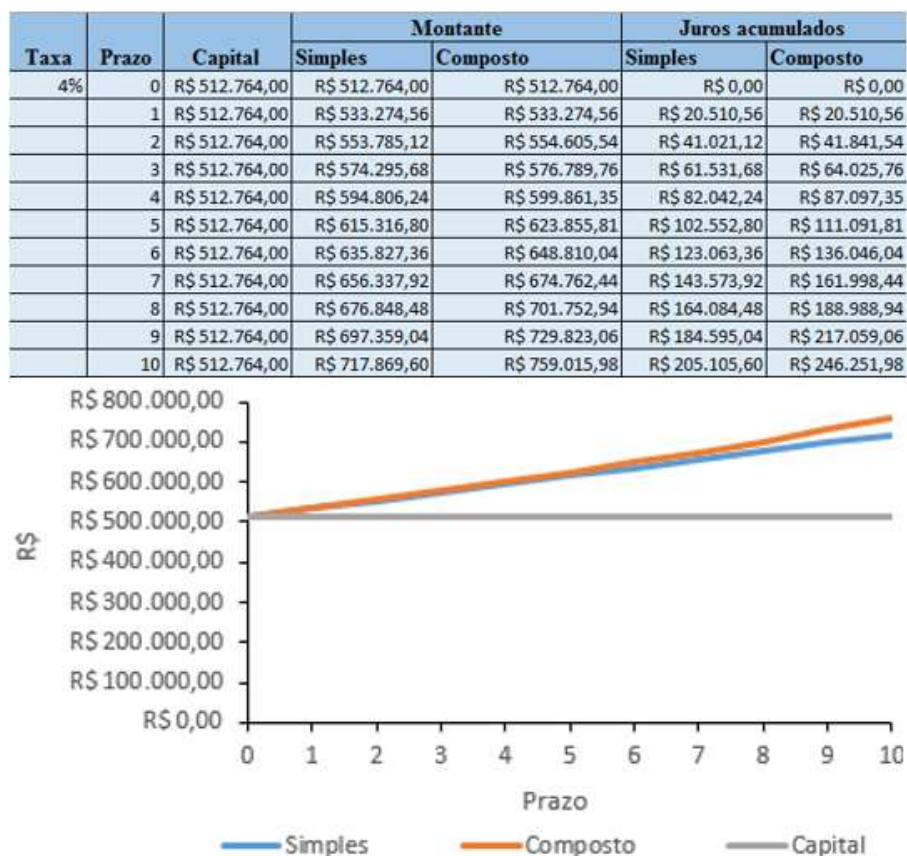
A introdução ao estudo da matemática financeira ocorreu no momento presencial, em que os alunos foram instigados sobre as formas de financiamentos agrícolas. Para o aprofundamento do conteúdo, a metodologia da sala de aula invertida novamente se mostrou adequada para o processo de ensino e aprendizagem pois, neste momento os alunos realizaram um estudo prévio dos conceitos básicos de juros simples e composto e, dos conceitos dos sistemas de amortização SAC e PRICE. Após esse encaminhamento, ocorreu uma conversa com profissionais de uma instituição bancária, abordando as principais linhas de financiamentos agrícolas atuais. Nesta conversa, os profissionais convidados explanaram sobre os possíveis valores de financiamento, taxas e período para pagamento. Os alunos puderam identificar e relacionar os sistemas de amortização estudados previamente com os sistemas de financiamentos abordados pelos profissionais. Além desses conceitos matemáticos, foi abordada a relação das taxas equivalentes no sistema de juros compostos em virtude, de vários questionamentos decorridos em sala de aula.

A utilização da planilha do Excel se estendeu para o cálculo e comparativos de juros simples e composto como também, para estudar os sistemas de amortização SAC e PRICE. Com essa ferramenta os alunos realizaram tabelas comparativas de um capital aplicado à juros simples e à juros compostos e, verificaram que juros simples consiste em uma progressão aritmética e uma aplicação à juro composto consiste em uma progressão geométrica, se a taxa for mantida constante. A partir disso, realizaram a representação gráfica constatando que o sistema de juro simples pode ser associado a uma função do 1º grau, se o domínio for considerado contínuo e o sistema de juro composto é associado a uma função exponencial.

Na Figura 6 apresenta-se uma comparação dos sistemas de juros simples e composto a partir do orçamento da instalação agrícola em estudo determinada pelo Grupo 4, disposta na forma tabular e gráfica. Nessa situação hipotética abordada pelos alunos, considera-se os montantes durante o período de dez anos, a uma taxa de 4% ao ano para fins de comparativo

do rendimento de cada sistema e análise da representação gráfica desses fatores em relação ao capital investido.

Figura 6— Registro do comparativo de juros simples e composto (Grupo 4)



Embora tenha sido discutido com os alunos o fato de que juros simples não é aplicado em financiamentos reais, sua utilização didática se torna interessante para fins de comparação com as situações que realmente ocorrem estes casos. Essas evidências sugerem elementos de identificação de relações matemáticas em diversas situações e, além das voltadas para a realidade dos alunos situação bastante característica ao se trabalhar com Modelagem Matemática. No processo de matematização e manipulação dos dados coletados, os alunos têm a possibilidade de explorar vários conceitos e relações matemáticas que emergem a partir de uma dada situação-problema, mas também é possível extrapolar estas situações na busca de complementar os estudos acerca dos tópicos abordados na Modelagem. Neste caso, essa identificação é decorrente também do debate e análise dos resultados em grupo, que consequentemente auxiliou para o desempenho individual, além da sistematização e formalização necessária após cada etapa do processo de Modelagem. Essa sistematização deve

ser orientada pelo professor e após estas discussões, é importante que cada aluno tenha a possibilidade de resolver situações-problema de forma individualizada, para identificação de eventuais dúvidas e consolidação dos processos de aprendizagem. Uma dessas situações é apresentada no Quadro 4 onde são mostradas duas representações feitas pelos alunos em uma questão da “lista de atividade 4” resolvida individualmente.

Quadro 4 – Representações feitas por alunos na resolução da questão 3

Questão/ Resolução	Um produtor rural pretende iniciar investimentos na área da suinocultura e para isso pretende realizar um financiamento de R\$ 1.200.000,00, para a construção de uma pocilga para a criação de suínos na fase de terminação. O valor será financiado por um banco pelo prazo de 10 anos. A taxa contratada é de 15% <i>a. a.</i> , e as amortizações anuais são efetuadas pelo Sistema de Amortização Constante. O banco concede uma carência de 2 anos para o início do pagamento do capital, sendo somente os juros cobrados neste intervalo de tempo. Com base nisso, elabore uma planilha financeira deste financiamento.																																																																					
Aluno A06	<table><tr><th>Prazo</th><th>Juros</th><th>Amortização</th><th>Prestação</th><th>Saldo Devedor</th></tr><tr><td>0</td><td>R\$ 0,00</td><td>R\$ 0,00</td><td>R\$ 0,00</td><td>R\$ 1.200.000,00</td></tr><tr><td>1</td><td>R\$ 180.000,00</td><td>R\$ 0,00</td><td>R\$ 180.000,00</td><td>R\$ 1.200.000,00</td></tr><tr><td>2</td><td>R\$ 180.000,00</td><td>R\$ 0,00</td><td>R\$ 180.000,00</td><td>R\$ 1.200.000,00</td></tr><tr><td>3</td><td>R\$ 180.000,00</td><td>R\$ 150.000,00</td><td>R\$ 330.000,00</td><td>R\$ 1.050.000,00</td></tr><tr><td>4</td><td>R\$ 157.500,00</td><td>R\$ 150.000,00</td><td>R\$ 307.500,00</td><td>R\$ 900.000,00</td></tr><tr><td>5</td><td>R\$ 135.000,00</td><td>R\$ 150.000,00</td><td>R\$ 285.000,00</td><td>R\$ 750.000,00</td></tr><tr><td>6</td><td>R\$ 112.500,00</td><td>R\$ 150.000,00</td><td>R\$ 262.500,00</td><td>R\$ 600.000,00</td></tr><tr><td>7</td><td>R\$ 90.000,00</td><td>R\$ 150.000,00</td><td>R\$ 240.000,00</td><td>R\$ 450.000,00</td></tr><tr><td>8</td><td>R\$ 67.500,00</td><td>R\$ 150.000,00</td><td>R\$ 217.500,00</td><td>R\$ 300.000,00</td></tr><tr><td>9</td><td>R\$ 45.000,00</td><td>R\$ 150.000,00</td><td>R\$ 195.000,00</td><td>R\$ 150.000,00</td></tr><tr><td>10</td><td>R\$ 22.500,00</td><td>R\$ 150.000,00</td><td>R\$ 172.500,00</td><td>R\$ 0,00</td></tr><tr><td>Soma</td><td>R\$ 1.170.000,00</td><td>R\$ 1.200.000,00</td><td>R\$ 2.370.000,00</td><td></td></tr></table>					Prazo	Juros	Amortização	Prestação	Saldo Devedor	0	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 1.200.000,00	1	R\$ 180.000,00	R\$ 0,00	R\$ 180.000,00	R\$ 1.200.000,00	2	R\$ 180.000,00	R\$ 0,00	R\$ 180.000,00	R\$ 1.200.000,00	3	R\$ 180.000,00	R\$ 150.000,00	R\$ 330.000,00	R\$ 1.050.000,00	4	R\$ 157.500,00	R\$ 150.000,00	R\$ 307.500,00	R\$ 900.000,00	5	R\$ 135.000,00	R\$ 150.000,00	R\$ 285.000,00	R\$ 750.000,00	6	R\$ 112.500,00	R\$ 150.000,00	R\$ 262.500,00	R\$ 600.000,00	7	R\$ 90.000,00	R\$ 150.000,00	R\$ 240.000,00	R\$ 450.000,00	8	R\$ 67.500,00	R\$ 150.000,00	R\$ 217.500,00	R\$ 300.000,00	9	R\$ 45.000,00	R\$ 150.000,00	R\$ 195.000,00	R\$ 150.000,00	10	R\$ 22.500,00	R\$ 150.000,00	R\$ 172.500,00	R\$ 0,00	Soma	R\$ 1.170.000,00	R\$ 1.200.000,00	R\$ 2.370.000,00	
Prazo	Juros	Amortização	Prestação	Saldo Devedor																																																																		
0	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 1.200.000,00																																																																		
1	R\$ 180.000,00	R\$ 0,00	R\$ 180.000,00	R\$ 1.200.000,00																																																																		
2	R\$ 180.000,00	R\$ 0,00	R\$ 180.000,00	R\$ 1.200.000,00																																																																		
3	R\$ 180.000,00	R\$ 150.000,00	R\$ 330.000,00	R\$ 1.050.000,00																																																																		
4	R\$ 157.500,00	R\$ 150.000,00	R\$ 307.500,00	R\$ 900.000,00																																																																		
5	R\$ 135.000,00	R\$ 150.000,00	R\$ 285.000,00	R\$ 750.000,00																																																																		
6	R\$ 112.500,00	R\$ 150.000,00	R\$ 262.500,00	R\$ 600.000,00																																																																		
7	R\$ 90.000,00	R\$ 150.000,00	R\$ 240.000,00	R\$ 450.000,00																																																																		
8	R\$ 67.500,00	R\$ 150.000,00	R\$ 217.500,00	R\$ 300.000,00																																																																		
9	R\$ 45.000,00	R\$ 150.000,00	R\$ 195.000,00	R\$ 150.000,00																																																																		
10	R\$ 22.500,00	R\$ 150.000,00	R\$ 172.500,00	R\$ 0,00																																																																		
Soma	R\$ 1.170.000,00	R\$ 1.200.000,00	R\$ 2.370.000,00																																																																			
Aluno A16	3- <table><tr><th>Período</th><th>SD</th><th>Amortização</th><th>Juros</th><th>PMT</th></tr><tr><td>0</td><td>R\$ 1.200.000,00</td><td>R\$ 0,00</td><td>R\$ 0,00</td><td>R\$ 0,00</td></tr><tr><td>1</td><td>R\$ 1.200.000,00</td><td>R\$ 0,00</td><td>R\$ 180.000,00</td><td>R\$ 180.000,00</td></tr><tr><td>2</td><td>R\$ 1.200.000,00</td><td>R\$ 0,00</td><td>R\$ 180.000,00</td><td>R\$ 180.000,00</td></tr><tr><td>3</td><td>R\$ 1.050.000,00</td><td>R\$ 150.000,00</td><td>R\$ 180.000,00</td><td>R\$ 330.000,00</td></tr><tr><td>4</td><td>R\$ 900.000,00</td><td>R\$ 150.000,00</td><td>R\$ 157.500,00</td><td>R\$ 307.500,00</td></tr><tr><td>5</td><td>R\$ 750.000,00</td><td>R\$ 150.000,00</td><td>R\$ 135.000,00</td><td>R\$ 285.000,00</td></tr><tr><td>6</td><td>R\$ 600.000,00</td><td>R\$ 150.000,00</td><td>R\$ 112.500,00</td><td>R\$ 262.500,00</td></tr><tr><td>7</td><td>R\$ 450.000,00</td><td>R\$ 150.000,00</td><td>R\$ 90.000,00</td><td>R\$ 240.000,00</td></tr><tr><td>8</td><td>R\$ 300.000,00</td><td>R\$ 150.000,00</td><td>R\$ 67.500,00</td><td>R\$ 217.500,00</td></tr><tr><td>9</td><td>R\$ 150.000,00</td><td>R\$ 150.000,00</td><td>R\$ 45.000,00</td><td>R\$ 195.000,00</td></tr><tr><td>10</td><td>R\$ 0,00</td><td>R\$ 150.000,00</td><td>R\$ 22.500,00</td><td>R\$ 172.500,00</td></tr><tr><td>Soma</td><td></td><td>R\$ 1.200.000,00</td><td>R\$ 1.170.000,00</td><td>R\$ 2.370.000,00</td></tr></table>					Período	SD	Amortização	Juros	PMT	0	R\$ 1.200.000,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00	1	R\$ 1.200.000,00	R\$ 0,00	R\$ 180.000,00	R\$ 180.000,00	2	R\$ 1.200.000,00	R\$ 0,00	R\$ 180.000,00	R\$ 180.000,00	3	R\$ 1.050.000,00	R\$ 150.000,00	R\$ 180.000,00	R\$ 330.000,00	4	R\$ 900.000,00	R\$ 150.000,00	R\$ 157.500,00	R\$ 307.500,00	5	R\$ 750.000,00	R\$ 150.000,00	R\$ 135.000,00	R\$ 285.000,00	6	R\$ 600.000,00	R\$ 150.000,00	R\$ 112.500,00	R\$ 262.500,00	7	R\$ 450.000,00	R\$ 150.000,00	R\$ 90.000,00	R\$ 240.000,00	8	R\$ 300.000,00	R\$ 150.000,00	R\$ 67.500,00	R\$ 217.500,00	9	R\$ 150.000,00	R\$ 150.000,00	R\$ 45.000,00	R\$ 195.000,00	10	R\$ 0,00	R\$ 150.000,00	R\$ 22.500,00	R\$ 172.500,00	Soma		R\$ 1.200.000,00	R\$ 1.170.000,00	R\$ 2.370.000,00
Período	SD	Amortização	Juros	PMT																																																																		
0	R\$ 1.200.000,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00																																																																		
1	R\$ 1.200.000,00	R\$ 0,00	R\$ 180.000,00	R\$ 180.000,00																																																																		
2	R\$ 1.200.000,00	R\$ 0,00	R\$ 180.000,00	R\$ 180.000,00																																																																		
3	R\$ 1.050.000,00	R\$ 150.000,00	R\$ 180.000,00	R\$ 330.000,00																																																																		
4	R\$ 900.000,00	R\$ 150.000,00	R\$ 157.500,00	R\$ 307.500,00																																																																		
5	R\$ 750.000,00	R\$ 150.000,00	R\$ 135.000,00	R\$ 285.000,00																																																																		
6	R\$ 600.000,00	R\$ 150.000,00	R\$ 112.500,00	R\$ 262.500,00																																																																		
7	R\$ 450.000,00	R\$ 150.000,00	R\$ 90.000,00	R\$ 240.000,00																																																																		
8	R\$ 300.000,00	R\$ 150.000,00	R\$ 67.500,00	R\$ 217.500,00																																																																		
9	R\$ 150.000,00	R\$ 150.000,00	R\$ 45.000,00	R\$ 195.000,00																																																																		
10	R\$ 0,00	R\$ 150.000,00	R\$ 22.500,00	R\$ 172.500,00																																																																		
Soma		R\$ 1.200.000,00	R\$ 1.170.000,00	R\$ 2.370.000,00																																																																		

Fonte: autora (2021).

Verifica-se neste caso, que os alunos mencionados utilizaram recursos diferenciados para representar a tabela financeira solicitada pela questão. O aluno A06 utilizou a planilha do Excel e fez uso das ferramentas disponíveis para o cálculo. Já o aluno A16, preferiu realizar a

tabela de forma manuscrita, para a sua organização utilizou o termo “SD” para o saldo devedor e o termo “PMT” para pagamento. Ambos realizaram a atividade de maneira correta, indicando indícios de compreensão do conteúdo. Os demais alunos da turma resolveram a atividade de maneira semelhante ao aluno A16, sendo que apenas 5 alunos utilizaram a planilha do Excel. As resoluções apresentadas mostram indícios da ocorrência de aprendizagem, visto que, mesmo com métodos diferentes, os alunos conseguiram elaborar de forma adequada a planilha referente ao financiamento proposto no problema.

Voltando ao problema emergido no projeto de Modelagem, os quatro grupos de estudo sobre instalações agrícolas realizaram um comparativo do orçamento calculado usando os sistemas de amortização SAC e PRICE. Nas Tabelas 2 e 3, expõe-se a análise dos sistemas de amortização apresentadas pelo Grupo 2.

Tabela 2 – Registro do Sistema de Amortização Constante (Grupo 2)

Prazo	Juros	Amortização	Prestação	Saldo Devedor
0	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 607.935,68
1	R\$ 24.317,43	R\$ 60.793,57	R\$ 85.111,00	R\$ 547.142,11
2	R\$ 21.885,68	R\$ 60.793,57	R\$ 82.679,25	R\$ 486.348,54
3	R\$ 19.453,94	R\$ 60.793,57	R\$ 80.247,51	R\$ 425.554,98
4	R\$ 17.022,20	R\$ 60.793,57	R\$ 77.815,77	R\$ 364.761,41
5	R\$ 14.590,46	R\$ 60.793,57	R\$ 75.384,02	R\$ 303.967,84
6	R\$ 12.158,71	R\$ 60.793,57	R\$ 72.952,28	R\$ 243.174,27
7	R\$ 9.726,97	R\$ 60.793,57	R\$ 70.520,54	R\$ 182.380,70
8	R\$ 7.295,23	R\$ 60.793,57	R\$ 68.088,80	R\$ 121.587,14
9	R\$ 4.863,49	R\$ 60.793,57	R\$ 65.657,05	R\$ 60.793,57
10	R\$ 2.431,74	R\$ 60.793,57	R\$ 63.225,31	R\$ 0,00
Total	R\$ 133.745,85	R\$ 607.935,68	R\$ 741.681,53	

Fonte: autora (2021).

Tabela 3 – Registro do Sistema Francês de Amortização (Grupo 2)

Prazo	Juros	Amortização	Prestação	Saldo Devedor
0	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 607.935,68
1	R\$ 24.317,43	R\$ 50.635,54	R\$ 74.952,96	R\$ 557.300,14
2	R\$ 22.292,01	R\$ 52.660,96	R\$ 74.952,96	R\$ 504.639,18
3	R\$ 20.185,57	R\$ 54.767,40	R\$ 74.952,96	R\$ 449.871,79
4	R\$ 17.994,87	R\$ 56.958,09	R\$ 74.952,96	R\$ 392.913,70
5	R\$ 15.716,55	R\$ 59.236,42	R\$ 74.952,96	R\$ 333.677,28
6	R\$ 13.347,09	R\$ 61.605,87	R\$ 74.952,96	R\$ 272.071,41
7	R\$ 10.882,86	R\$ 64.070,11	R\$ 74.952,96	R\$ 208.001,30
8	R\$ 8.320,05	R\$ 66.632,91	R\$ 74.952,96	R\$ 141.368,39
9	R\$ 5.654,74	R\$ 69.298,23	R\$ 74.952,96	R\$ 72.070,16
10	R\$ 2.882,81	R\$ 72.070,16	R\$ 74.952,96	R\$ 0,00
Total:	R\$ 141.593,96	R\$ 607.935,68	R\$ 749.529,64	

Fonte: autora (2021).

Os dados que constituem essas tabelas financeiras foram coletados na conversa com os profissionais bancários sendo que, a linha de financiamento mais utilizada para aviários e pocilgas era composta de uma taxa de 4% ao ano, um período de pagamento de 10 anos e prestações anuais. Já para a bovinocultura de leite, a taxa era de 2,75% ao ano, um período de 10 anos para pagar e parcelas anuais. As Tabelas 2 e 3, apresentam a comparação dos sistemas de amortização desenvolvido pelo Grupo 2, onde verificaram que o sistema mais usual em financiamentos agrícolas é o SAC, que contém a amortização constante e as parcelas vão reduzindo de valor no decorrer do período de pagamento. Além disso, os alunos realizaram outras simulações comparando com outras taxas de juros e verificaram que essas tabelas representam uma projeção financeira, pelo fato que levaram em consideração o valor atual do dinheiro e indicaram que não tem como considerar a correção monetária em que a inflação será inserida nos anos seguintes. Neste caso, para fins de análise, cálculo e comparação dos sistemas de amortização os alunos desenvolveram tabelas financeiras com base no valor da taxa de juros nominal.

Para isso, a partir do orçamento calculado e de acordo com a taxas de juros para cada prática agrícola, os quatro grupos realizaram a comparação dos sistemas de amortização SAC e PRICE utilizando a planilha do Excel. A adesão dessa ferramenta para o estudo da Matemática vincula-se a discussão pelos integrantes de cada grupo para analisar os dados calculados visando maior aproximações com a realidade e, devido a facilidade do manuseio em comparação com o cálculo realizado no papel. Este fato é característico da atividade de Modelagem Matemática, pois conforme Almeida, Silva e Vertuan (2020, p. 32),

enquanto alternativa pedagógica para o ensino e aprendizagem a modelagem mediada pelo uso de computadores tem o compromisso de promover a aproximação e a interação dos fatos da realidade com o conteúdo acadêmico. Isso pode influenciar de forma positiva a disposição do aluno em aprender considerando que permite criar situações que atuam como uma “ponte” entre o conhecimento teórico e a realidade ou entre o conhecimento teórico e situações do cotidiano dos alunos.

Nesse sentido, a utilização da planilha do Excel possibilitou a resolução de situações-problema e comparações com o uso de dados reais e com valores relativamente grandes. Além disso, permitiu a realização de simulações numéricas na forma tabular e a construção de gráficos, possibilitando variação dos dados. Isso é um aspecto positivo da inclusão do uso do computador nas aulas de Matemática, pois oportuniza aos alunos um meio de visualizar, de explorar e de sistematizar representações algébricas, tabulares e gráficas.

A disponibilidade das mídias informáticas e tecnológicas, também favoreceu o uso da metodologia da sala de aula invertida, aperfeiçoando o processo de ensino e aprendizagem visto que, o debate e a identificação dos conceitos matemáticos envolvidos em uma construção agrícola ocorreram nos momentos presenciais e nos momentos a distância. Os momentos de estudos a distância foram importantes para que os alunos realizassem o estudo prévio dos conceitos matemáticos a serem abordados nas aulas presenciais. Além disso, este período foi marcado também, com o desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática, que ocorreram em momentos assíncronos e síncronos, aumentando a interação entre os alunos para a realização das tarefas. Para isso, os alunos realizaram vídeochamadas para debater, organizar e manipular os dados coletados sobre as instalações agrícolas vinculando-os com os conteúdos de Matemática. Este fato implicou em maior flexibilidade de estudo, auto-organização e discussão dos conteúdos abordados, contribuindo também para o desenvolvimento da autonomia no processo de aprendizagem. Isso corrobora com Camargo (2018, p. 16), ao afirmar que a utilização de metodologias ativas proporciona:

- Desenvolvimento efetivo de competências para a vida profissional e pessoal;
- Visão transdisciplinar do conhecimento;
- Visão empreendedora;
- O protagonismo do aluno, colocando-o como sujeito da aprendizagem;
- O desenvolvimento de uma nova postura do professor, agora como facilitador, mediador;
- A geração de ideias e de conhecimento e a reflexão, em vez de memorização e reprodução de conhecimento.

Algumas dessas características são encontradas nos depoimentos dos alunos em vista da metodologia usada neste período. Para o aluno Q04 *“essa atividade contribuiu muito para o meu aprendizado na área da matemática pois trazia exemplos que eu já estava habituado, além das aulas complementares que esclarecem muito”*. Para o aluno Q05 *“com essa nova metodologia de estudo sobre Modelagem Matemática nós estávamos ativos no campo e na sala de aula, estávamos ansiosos para poder aplicar os cálculos e saber da importância da matemática para uma construção”*. O aluno Q10 destacou que *“estimulou a fazer sozinhos e percebemos que somos capazes. É um modelo mais divertido de fazer e aprendemos mais fácil sendo um negócio do nosso cotidiano”*. Para o aluno Q15, a metodologia usada *“contribuiu, pois aprendemos muito com nossas equipes e com os demais colegas”*.

De acordo Almeida, Silva e Vertuan (2020, p. 33) esta característica está relacionada também com a Modelagem Matemática pois, segundo os autores,

quando os alunos trabalham juntos com o mesmo objetivo e produzem um produto ou solução final comum, têm a possibilidade de discutir os méritos das diferentes estratégias para resolver um mesmo problema e isso pode contribuir significativamente para a aprendizagem dos conceitos envolvidos.

Em conformidade com os depoimentos dos alunos apresentados anteriormente, a combinação da Modelagem Matemática com a metodologia ativa da sala de aula invertida nas aulas de Matemática possibilitou uma maior interação e envolvimento dos alunos com o conteúdo de Matemática. Possibilitou também, a visualização e aplicação de várias definições matemáticas, colaborando para o desenvolvimento da aprendizagem e da habilidade de resolver situações-problema.

Além disso, em relação aos aspectos favoráveis da Modelagem Matemática, o aluno Q03 indicou que *“essa forma de ensino facilitou nosso aprendizado e incentivou a participação nas aulas, sendo aplicada no nosso dia a dia”*, o aluno Q04 destacou que facilitou a aprendizagem pois permitiu *“que os alunos poderiam escolher o tema que iriam estudar, permitindo-os escolher temas que já estão habituados ver no seu cotidiano”*, para o aluno Q05 *“todo o conteúdo em que aprendemos nesse período nós iremos aplicar no nosso dia a dia para montar o nosso projeto, com cálculos materiais, tamanho etc.”* e o aluno Q14 ressaltou que *“aprendi a utilizar alguns aspectos matemáticos em minha vida, afinal com esses cálculos podemos aprender como realizar um projeto com cálculos de materiais utilizados, orçamento, tamanho e etc.”*

Os depoimentos dos alunos associados as devolutivas das atividades individuais e em grupo apontam indicativos de facilitação da apreensão dos conceitos matemáticos bem como, da ampliação da habilidade de resolver situações problemas. Além do mais, estão vinculados ao desenvolvimento da autonomia dos alunos, em virtude de torná-los encarregados na busca e seleção de dados reais para o desenvolvimento dos cálculos da atividade de Modelagem e na auto-organização para o estudo prévio dos conceitos através da sala de aula invertida. Segundo Schneider (2015, p. 71), isso consiste em benefícios para os alunos, tais como

a motivação – que substitui a frustração por não aprender e não acompanhar o ritmo, ditado, muitas vezes pelo professor – e a maximização do aprendizado no sentido de que o aluno tem oportunidade de aprender de forma individual, com o grupo, com o uso das tecnologias e, efetivamente, com o professor.

Além disso, conforme os seis argumentos da inclusão da Modelagem Matemática no ensino indicados por Bassanezi (2019), destaca-se neste caso o argumento formativo que está vinculado ao desenvolvimento da habilidade de resolução de problemas e atitudes investigativa

e criativa e o argumento de utilidade que “ênfatiza que a instrução matemática pode preparar o estudante para utilizar a matemática como ferramenta para resolver problemas em diferentes situações e áreas” (BASSANEZI, 2019, p. 36). Nesse aspecto a atividade de Modelagem Matemática voltada para a prática do cálculo da quantidade de materiais necessários para a obra da instalação agrícola, juntamente com uma estimativa de orçamento e aplicações na matemática financeira vinculou-se com os argumentos formativo e de utilidade indicados por Bassanezi (2019), visto que, essa etapa proporcionou aos alunos a aprendizagem e a aplicação de diversos conteúdos matemáticos, sendo explorados de maneira distinta por cada grupo. Uma das principais características dessa metodologia, é a integração dos integrantes de cada grupo na formulação e na aplicação de conteúdos matemáticos em situações reais como também, o debate entre os grupos de modo de verificar e comparar a elaboração de modelos matemáticos.

Foram constatadas contribuições para a aprendizagem dos alunos com a aplicabilidade da metodologia ativa da sala de aula invertida através da análise dos depoimentos coletados. Os alunos Q02, Q03 e Q05 respectivamente, afirmaram que contribuiu para a aprendizagem *“porque ganhamos mais tempo em sala de aula para ter mais novos conteúdos”, “porque aumentou o tempo de debate da realização dos trabalhos” e “ajudava a adiantar o conteúdo e tivemos mais tempo em casa para entender o conteúdo”*. O aluno Q08 destacou que com essa metodologia *“na sala de aula temos mais tempo para fazer as resoluções das atividades”*, o aluno Q12 ressaltou que *“antes na sala de aula não tinha muito tempo para debater o conteúdo, assim essa nova proposta acabou aumentando o tempo para debates em grupo e sobre as atividades”* e o aluno Q11 apontou que *“é um método muito bom, pois assim temos outros momentos para estudar em casa”*. O aluno Q14 evidenciou que *“contribuiu pois mesmo não estando presente na CFR¹ aprendemos muito com as matérias em formato de vídeo aula e vídeos explicativos”*.

Diante das percepções sobre as contribuições da metodologia da sala de aula invertida, verifica-se que para os alunos esse método trouxe benefícios para uma aprendizagem de forma flexível e no ritmo de cada um, consequentemente, auxiliando o desenvolvimento da responsabilidade pela própria aprendizagem. Além disso, aumentou o tempo em sala de aula e no período a distância para debate em grupo e, principalmente, favoreceu o estudo de diversos conteúdos e relações matemáticas com mais profundidade, em um formato mais interativo e com relações dinâmicas entre os envolvidos neste processo.

¹ Membros da comunidade escolar utilizam a abreviatura CFR para referir-se a em instituição de ensino Casa Familiar Rural.

Nesse sentido, a combinação da Modelagem Matemática com a metodologia da sala de aula invertida indicou indícios de desenvolvimento da aprendizagem de forma eficaz, marcada pela aprendizagem colaborativa em grupo e individual, pela reponsabilidade de auto-organização para o estudo no período a distância, pelo desenvolvimento/ampliação da habilidade de resolver e identificação de situações-problema envolvendo conceitos e relações matemáticas. Esses fatores colaboram para o desenvolvimento da autonomia dos alunos de maneira cooperativa, reflexiva e crítica.

5.2 ASPECTOS RELATIVOS À MOTIVAÇÃO E AO INTERESSE PELO ESTUDO DA MATEMÁTICA E FATORES RELACIONADOS À INTERAÇÃO ENTRE OS SUJEITOS ENVOLVIDOS

Com base nos fatores apresentados na seção anterior, que sugerem indícios de aprendizagem juntamente com a ampliação da habilidade de resolver problemas, foram observados também, o aumento da motivação e do interesse pelo estudo da disciplina de Matemática no transcorrer das atividades desenvolvidas. Dessa forma, esta seção tem por finalidade analisar os aspectos relativos à motivação e ao interesse pelo estudo por meio da contextualização dos conteúdos da Matemática e verificar os aspectos interativos entre professor-aluno e os fatores que influenciaram na continuidade do desenvolvimento das atividades no período não presencial.

No decorrer das aulas de Matemática, no período de desenvolvimento e aplicação da combinação do método da Modelagem Matemática com a metodologia ativa da sala de aula invertida, perceberam-se mudanças expressivas nos alunos, dentre as quais, destacam-se a ampliação da interação entre eles para o desenvolvimento das atividades propostas e o aumento dos questionamentos e colocações no que diz respeito às questões que envolviam fatos de seu cotidiano e a relação com a Matemática.

Esses fatores foram identificados nos depoimentos coletados no questionário referente as percepções dos alunos sobre os aspectos motivacionais proporcionados neste período, essencialmente, relacionados com a atividade de Modelagem Matemática. Para sete alunos o aspecto relacionado a motivação esteve associado a aplicabilidade dos conteúdos abordados nas aulas em seu cotidiano, como pode-se verificar no depoimento do aluno Q01 “*vamos poder utilizar com mais frequência em nossa propriedade*”, para o aluno Q03 “*os cálculos de materiais e volume relacionados a pocilga incentivaram a produção de mais cálculos*”, para o

aluno Q05 a motivação esteve associada em *“nós mesmos saber a fazer os cálculos do nosso próprio projeto tendo assim mais interesse em Matemática”* e o aluno Q17 destacou que *“é uma atividade que está no nosso dia a dia”*.

A associação do conteúdo de Matemática na formação técnica e ao curso técnico foram identificados como um dos aspectos motivacionais para cinco alunos, dos quais, para o aluno Q06, *“o conteúdo estava relacionado ao nosso dia a dia e também a formação técnica”*, para o aluno Q08 *“aumentou o interesse em fazer cálculos, pois está relacionado com o curso técnico”* e para o aluno Q12 *“a motivação em fazer as atividades e cálculos pela formação técnica”*.

Verifica-se neste caso os fatores que favoreceram a motivação e o aumento do interesse pelo estudo da disciplina: o conteúdo com aplicabilidade no cotidiano e para a formação técnica. Por este motivo, a Modelagem Matemática assume um papel de contextualização dos conteúdos matemáticos colaborando para o aumento da motivação e do interesse para o estudo dessa disciplina e, conseqüentemente, contribuindo para a aprendizagem. Isso corrobora com Almeida, Silva e Vertuan (2020, p. 31), quando afirmam

a questão motivacional e as relações entre matemática e realidade mediadas pela Modelagem Matemática parecem então estar interligadas de modo que, por um lado, atribuir sentido e construir significados em Matemática demandam situações de ensino e aprendizagem que induzam relações entre a Matemática e a vida dos alunos fora da escola; por outro lado, as atividades de Modelagem Matemática podem favorecer a aproximação da matemática escolar com problemas extraescolares vivenciados pelos alunos.

Vale destacar que para o aluno Q05 essas metodologias utilizadas contribuíram para o aperfeiçoamento como estudante do curso Técnico em Agropecuária *“como eu vou continuar no ramo da agricultura com o assunto escolhido irei poder fazer os cálculos de toda a estrutura e o orçamento para saber se é vantagem em fazer aquele orçamento com aquela taxa de juros”* assim como, o aluno Q14 que enfatizou *“aplicando os modelos matemáticos em nosso dia a dia consegui aprender e adquirir muito conhecimento no curso técnico”* e o aluno Q16 ressaltou que *“quando técnicos, poderemos fazer os cálculos e instruir os produtores rurais”*.

Em conformidade com Bassanezi (2015, p. 13), a Modelagem Matemática utilizada em sala de aula tem a *“finalidade de motivar os alunos a incorporar certos conteúdos matemáticos ou a valorizar a própria matemática”*. Nesse sentido, em relação às aulas de Matemática com aplicações práticas envolvendo situações do dia a dia o aluno Q03 destacou que *“facilita o aprendizado e dá motivação para aprender mais”*, o aluno Q05 afirmou que *“fica bem mais fácil de entender o conteúdo e assim, nos motiva a realizar a matemática”*, para o aluno Q06

“motiva a querer aprender mais”, para o aluno Q11 “*é muito bom aprender desta forma e interessa mais para os alunos, assim os mesmos tem mais interesse em estudar*” e o aluno Q14 ressaltou que “*precisamos muito da matemática em nosso dia a dia e por conta dessa necessidade é muito importante que possamos utilizar a mesma na prática sempre que possível*”.

Desse modo, surgem elementos que indicam o aumento da motivação e do interesse pelo estudo da disciplina de Matemática principalmente, pelo envolvimento de situações contextualizadas da realidade dos alunos e voltadas para a formação técnica. Esse aspecto é característico da Modelagem Matemática, pois oportunizou a escolha das instalações agrícolas pelos próprios alunos e conforme Bassanezi (2015, p. 16), fez com que os eles ficassem “responsáveis pelo processo de aprendizagem, tornando sua participação mais efetiva”.

Para cinco alunos as percepções sobre motivação estavam associadas ao desenvolvimento de atividades de maneira colaborativa através do trabalho em grupo. Nesse sentido, os alunos Q02, Q04 e Q11 assim respectivamente, destacaram em seus depoimentos o aumento de sua motivação pelo estudo de Matemática: “*trabalho em equipe, improvisos que deram muito certo*”; “*o trabalho em conjunto com outros alunos, podendo ter uma prática sobre esses assuntos*”; “*manuseio de tabelas, trabalhos em grupos, mais participação, cálculos inovadores*”. O trabalho em grupo é uma característica da atividade de Modelagem Matemática e para Almeida, Silva e Vertuan (2020) essa característica é denominada de trabalho cooperativo entre os participantes dessa metodologia. Além disso, o trabalho em grupo e o processo de ensino voltado para o cotidiano dos alunos além de ser um aspecto próprio da Modelagem Matemática, é também, uma característica das metodologias ativas de aprendizagem, conforme sugere Camargo (2018, p. 15), ao afirmar que “as metodologias ativas de aprendizagem colocam o aluno como protagonista, ou seja, em atividades interativas com outros alunos, aprendendo e se desenvolvendo de modo colaborativo”. Além disso, esse fator relacionado à motivação está vinculado também com o ensino híbrido, neste caso, com o método da sala de aula invertida. Segundo Bacich, Neto e Trevisani (2015, p. 62), “é importante que o processo de ensino e aprendizagem ocorra de forma colaborativa, com foco no compartilhamento de experiências e na construção do conhecimento por meio de interações com o grupo”.

Em relação a sala de aula invertida, os alunos elencaram diversas vantagens da utilização dessa metodologia. Para o aluno Q04 “*possuí somente vantagens pois possuímos complementos que nos ajudam a compreender melhor o conteúdo*”, o aluno Q05 indicou também “*somente*

vantagens: mobilidade de conteúdo, avanço no conteúdo da professora e conteúdo sempre disponível para tirar dúvidas” e para o aluno Q08 “melhor aprendizado, mais tempo para fazer os cálculos e mais tempo para tirar as dúvidas referente ao conteúdo”. O aluno Q11 destacou que com essa metodologia de ensino possui “maior tempo para discutir os conteúdos e trabalhos”, para o aluno Q13 é possível “tirar todas as dúvidas com mais explicação, assim complementa o aprendizado”, para o aluno Q14 “tem a disponibilidade de conteúdos a mais, a profª sempre está presente em nosso estudo ajudando a tirar dúvidas e participando muito no processo de conhecimento adquirido na matéria” e para o aluno Q15 “é um ótimo método de estudo, que possui muitas vantagens: como se caso não compreendeu bem o conteúdo está colocado na plataforma”.

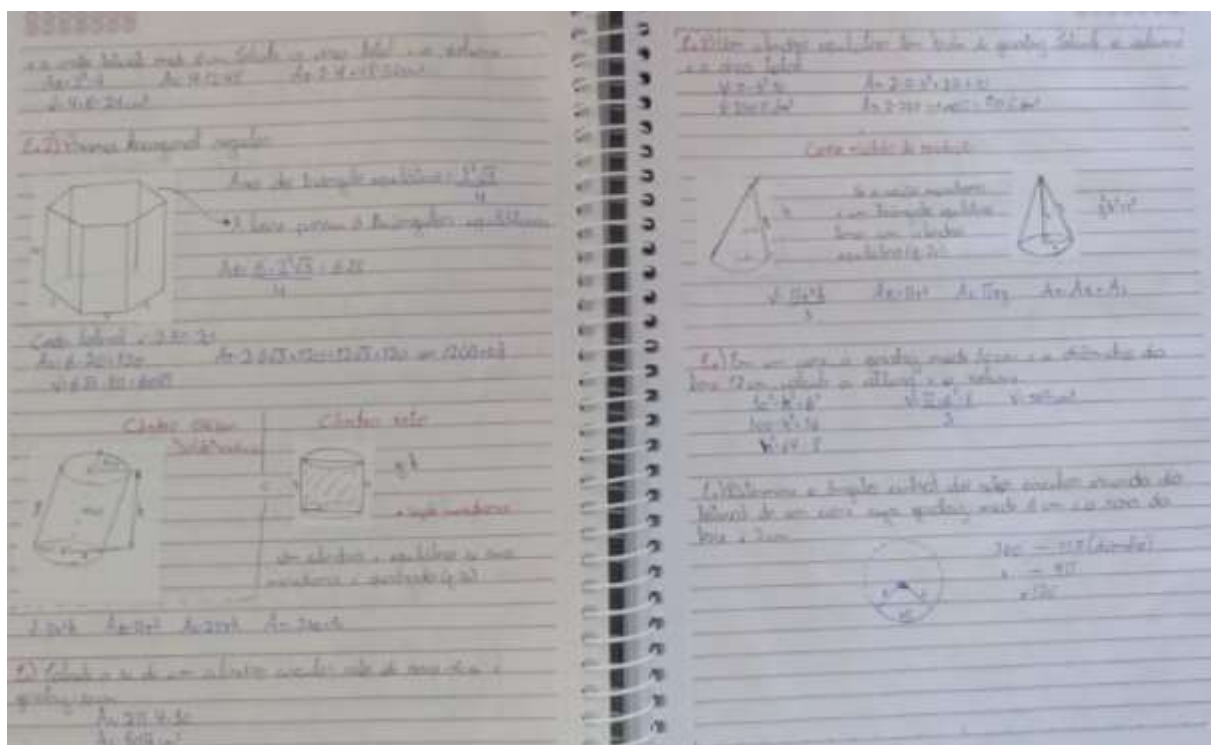
Verificou-se diante os depoimentos expostos as vantagens da utilização da metodologia da sala de aula invertida sendo que, para a maioria dos alunos esse método contribuiu para aumentar o tempo para explicação, resolução, debates em grupo e entre os grupos. Além disso, ampliou a flexibilidade da organização do período de estudo no momento a distância através da disponibilidade de materiais na plataforma Google Sala de Aula, também ampliou a interação entre professor e os alunos no momento de discussão e esclarecimento de dúvidas referentes aos conteúdos abordados. Nesse sentido, de acordo com Camargo (2018, p. 16) “o aluno desenvolve mais competências e habilidades e retém mais conhecimentos por meio de práticas interativas e colaborativas de ensino”. Valente (2018, p. 42) corrobora destacando que

a responsabilidade sobre a aprendizagem agora é do estudante, que precisa assumir uma postura mais participativa, na qual resolve problemas, desenvolve projetos e, com isso, cria oportunidades para a construção de seu conhecimento. O professor passa a ter a função de mediador, consultor do aprendiz. E a sala de aula passa a ser o local onde o aprendiz tem a presença do professor e dos colegas para auxiliá-lo na resolução de suas tarefas, na troca de ideias e na significação da informação. Além disso, ela cria oportunidades para que valores, crenças e questões sobre cidadania possam ser trabalhadas, preparando e desenvolvendo as competências necessárias para que esse aprendiz possa viver e usufruir a sociedade do conhecimento.

Nesse aspecto, verificou-se que a interação professor-aluno é uma característica essencial para o desenvolvimento de uma metodologia ativa, particularmente, o método da sala de aula invertida combinada com a Modelagem Matemática. Para isso, o professor assume a função de mediador, orientador e incentivador das atividades desenvolvidas. O êxito da realização das atividades do período a distância se deve pelo estímulo da autodisciplina, do senso de responsabilidade e da autonomia dos alunos para ir em busca de conhecimentos, curiosidades e interesses envolvendo o conteúdo de Matemática.

Esse fato esteve presente no decorrer de várias atividades desenvolvidas, principalmente no período a distância, marcado de momentos síncronos, com o acompanhamento das atividades desenvolvidas pelos grupos separadamente. Neste momento, além dos grupos elencarem dúvidas, apresentarem modelos, discutirem os dados coletados e obtidos nos cálculos, foi destinado também, para incentivar o desenvolvimento de aplicações matemáticas na instalação agrícola em estudo por cada grupo e para verificar se os alunos haviam realizado as atividades no momento assíncrono. O momento assíncrono foi destinado para o estudo prévio dos conceitos matemáticos indicados no momento presencial, através da indicação de vídeos explicativos disponíveis na plataforma Google Sala de Aula. Verificou-se através dos registros no caderno dos alunos como está exemplificado na Figura 7, que a maioria dos alunos assistiram os vídeos disponíveis no momento assíncrono.

Figura 7 – Registro da atividade assíncrona pelo aluno A16



Fonte: autora (2021).

Observou-se que a realização das atividades propostas no período assíncrono contribuiu para o desenvolvimento da atividade em grupo de Modelagem Matemática, para as atividades individuais e principalmente, aumentou o tempo em sala de aula para a discussão de situações-problema e aplicações matemáticas voltadas para cotidiano dos alunos e para a formação técnica. Diante disso, mostra a importância da superação do professor como expositor do

conteúdo e indica um novo papel, centrado no processo de ensino e de aprendizagem dos alunos, respeitando o ritmo de cada um e conseqüentemente, contribuindo para a formação da sua autonomia e do seu protagonismo.

O contato mais próximo com os alunos nos grupos, quando eles estavam desenvolvendo a atividade das instalações agrícolas, favoreceu a criação de um vínculo mais estreito entre professor e alunos. Além disso, contribuiu para ampliar a interação entre os alunos, possibilitando maior aproximação entre eles. Isso corrobora com Burak (1992, p. 200),

cabe ao professor, mediador do processo ensino-aprendizagem, promover a interação com e entre os alunos, das aplicações e construção de novos conceitos, favorecidos através da assimilação, diferenciação progressiva e reconciliação integrativa, propiciando de maneira extremamente significativa através do método da Modelagem Matemática.

Nesse sentido, no desenvolvimento das metodologias propostas a função do professor esteve centrada na mediação, orientando o desenvolvimento do trabalho em grupo, esclarecendo dúvidas, indicando materiais para estudo, sugerindo novos pontos de vistas em relação aos cálculos realizados, principalmente aqueles voltados para determinar a quantidade de materiais e orçamento da obra. De acordo com Daros (2018b, p. 08), o ideal “é criar condições para que o aluno possa raciocinar e elaborar os conceitos” sendo assim, o professor trabalha com as dúvidas e dificuldades dos alunos e, com prioridade, a discussão, a visualização e a aplicação do conteúdo de Matemática. Nesse sentido, com a professora/pesquisadora explorando essas características tanto no período presencial quanto no período a distância, essencialmente, nos momentos síncronos, influenciou para o desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática, combinada com a metodologia da sala de aula invertida.

Além dos aspectos relacionados à contextualização e a integração com outras disciplinas do currículo, outro aspecto constatado relacionado ao fator motivacional é a socialização do trabalho em grupo. Para isso os alunos optaram em realizar a representação da instalação agrícola estudada através de uma maquete, como pode-se observar nas Figuras 8, 9 e 10. Vale destacar que a representação por meio de uma maquete foi uma escolha dos grupos de estudo e foi realizada no período a distância, sendo que os alunos foram orientados a tomar os devidos cuidados em razão da pandemia da Covid-19.

Os Grupos 1 e 2 realizaram a representação da mesma instalação agrícola, porém, com dimensões diferentes e de acordo com a planta baixa e fachadas representadas no início do período de aplicação da proposta da Modelagem Matemática combinada com a sala de aula invertida. Nesse sentido, cada grupo idealizou uma forma distinta para realizar a representação

por meio de uma maquete com o intuito de colaborar com a socialização dos dados obtidos relacionados aos conceitos matemáticos. A Figura 8 apresenta a maquete do Grupo 2, que apresentou a quantidade de materiais, o orçamento e as formas de financiamento. O grupo também dimensionou a quantidade de animais por metro quadrado, tamanho de silos de ração, esterqueira e outros fatores técnicos envolvendo o manejo, a sanidade e as principais doenças que acometem os suínos.

Figura 8 – Maquete da instalação agrícola: pocilga (Grupo 2)



Fonte: autora (2021).

Nesse sentido, nas etapas de validação e de socialização da Modelagem Matemática envolvida nas instalações agrícolas, além de abordar os conteúdos matemáticos, assumiu uma função interdisciplinar visando o melhor entendimento e explanação da temática escolhida pelos alunos. Conforme Burak (1992, p. 308), “na Modelagem Matemática à medida que a realizamos, mais aspectos a serem tratados vão surgindo, mais problemas vão se descortinando. Novas opções se apresentam para tratar de um mesmo assunto. Essas ações permitem a assimilação de novas experiências”.

Na Figura 9 é apresentada a maquete do Grupo 3 que tinha como instalação agrícola em estudo o *Compost Barn*. Durante a socialização, o grupo abordou também a quantidade de animais por metro quadrado, funcionamento e manejo dessa instalação agrícola, porém, com maior ênfase na explicação dos cálculos matemáticos desenvolvidos no período de aplicação do projeto. Além disso, os integrantes do grupo realizaram uma análise crítica da viabilidade econômica da inserção de um *Compost Barn* na agricultura do município e exploraram a relação do custo da implantação com a rentabilidade mensal dessa prática agrícola.

Figura 9 – Maquete da instalação agrícola: *Compost barn* (Grupo 3)



Fonte: autora (2021).

A Modelagem Matemática combinada com a metodologia ativa da sala de aula invertida proporcionou uma forma de explorar a construção de conhecimentos que respaldam em prováveis transformações da realidade dos alunos principalmente, aqueles relacionados ao orçamento e a matemática financeira. Concedeu maior liberdade aos alunos para expressarem suas opiniões no desenvolvimento dos cálculos de acordo com suas experiências na área agrícola, conseqüentemente, criando condições para raciocinar, pensar e construir suas conclusões. Além disso, buscou-se estimular a formulação de questionamentos e a busca por soluções ou verificações. Os erros e as tentativas realizadas para solucionar as situações-problema constituíram-se em alicerces para a construção e ampliação do conhecimento matemático.

Na Figura 10 é exposta a maquete de um aviário, a instalação agrícola de estudo do Grupo 4. Assim como os demais grupos, os integrantes desse grupo realizaram a socialização utilizando a representação de uma maquete de acordo com a projeção da planta baixa. Durante a explicação os alunos falaram sobre os materiais mais viáveis para a construção de um aviário, orçamento estimado e a sua aplicação na matemática financeira. Também abordaram a quantidade de aves de acordo com as dimensões em estudo e sobre as formas de manejo como por exemplo: as formas de aquecimento, ventilação, manuseio da cortina, entre outros aspectos.

Figura 10 – Maquete da instalação agrícola: aviário (Grupo 4)



Fonte: autora (2021).

Em consideração ao exposto, essas metodologias permitiram a contextualização de conceitos e relações matemáticas de forma eficaz, permitindo dinamizar o ensino da Matemática e como resultado, aumentou o gosto por estudar essa disciplina. Diante disso, essa combinação metodológica de ensino permite estabelecer relações com o cotidiano dos alunos e possibilita o estudo de vários conteúdos de maneira eficiente, permitindo a ruptura de um currículo linear, e abrindo espaço para conteúdo que emergem de forma natural no decorrer da problematização e da investigação de dada situação-problema. Isso corrobora com Moran (2018, p. 21-22), quando afirma que “a aprendizagem ativa mais relevante é a relacionada à nossa vida, aos nossos projetos e expectativas. Se o estudante percebe que o que aprende o ajuda a viver melhor, de uma forma direta ou indireta, ele se envolve mais”. O autor indica que não basta inverter o modo de ensinar, o avanço é maior quando se inicia com atividades e experimentação ao invés de materiais prontos como textos e vídeos.

Nesse sentido, em conformidade com Daros (2018a, p. 05-06):

O processo de ensino-aprendizagem deve ter como elemento principal a motivação, com intuito de gerar o engajamento dos alunos no processo de aprendizagem, levando-os a assumir a responsabilidade pela sua aprendizagem e desenvolvimento e assumir o protagonismo estudantil.

A aprendizagem e a motivação estão conectadas entre si, porém, quanto maior for o grau de motivação, mais este influenciará no conhecimento adquirido. Por este motivo, Biembengut (2016, p. 210) corrobora indicando a necessidade dos alunos de:

- Fazer e não apenas ouvir e memorizar sem compreender o significado do que estão estudando;
- Reconhecer certo número de configurações e símbolos significantes a partir de informações e dos dados levantados que possam remeter às linguagens matemática e científica;
- Adquirir conhecimento, principalmente, na compreensão dos dados para a formulação de um modelo;
- Incitar seus sentidos críticos e criativos na validação do modelo;
- Interagir com as produções de modelagem dos demais colegas em um seminário, completando o aprendizado;
- Elaborar uma exposição escrita e oral da produção, para também saber se comunicar.

A Modelagem Matemática e as metodologias ativas de forma geral, possuem como semelhança proporcionar ambientes de aprendizagem centrados nos alunos, seja pelo fato de serem embasadas na problematização e na investigação de situações reais, ou por objetivarem o protagonismo dos alunos. Esses aspectos influenciaram positivamente no aumento do interesse e da motivação pelo estudo, evidenciando a importância de o professor assumir o papel de mediador, de orientador e de facilitador da aprendizagem, realizando intervenções pontuais a fim de sanar dúvidas e direcionar o estudo. Essas características implicam de acordo Daros (2018b, p. 10) que o aluno “assuma uma postura mais ativa e, de fato, se descondicione da atitude de mero receptor de conteúdos e busque efetivamente conhecimentos relevantes aos problemas e aos objetivos de aprendizagem”.

Além disso, o trabalho em grupo como é uma característica de ambas as metodologias, neste caso, serviu como uma forma de integração na busca, na construção e no desenvolvimento do conhecimento tanto no momento presencial quanto à distância. Essa prática tornou-se um trabalho colaborativo dinâmico e intenso entre as pessoas envolvidas. Em virtude disso, os alunos engajaram-se ativamente na proposta de estudo das instalações agrícolas, colaborando para a ampliação do pensamento crítico através das discussões exploratórias e trocas de informações para identificar os conteúdos matemáticos a serem explorados e o melhor caminho para o aprofundamento deles. De modo geral, esses fatores potencializaram a participação ativa dos alunos de forma autônoma.

5.3 PERCEPÇÕES DOS ALUNOS E COMPROMETIMENTO EM RELAÇÃO À APLICAÇÃO DAS METODOLOGIAS DE ENSINO PROPOSTAS

Esta seção tem o intuito de descrever e de analisar as percepções dos alunos relacionadas a aplicação da combinação das metodologias de ensino propostas: Modelagem Matemática e sala de aula invertida. Aborda também, uma análise do comprometimento dos alunos no desenvolvimento das atividades individuais e em grupo.

Como foi exposto na seção anterior, durante o desenvolvimento das atividades relativas ao projeto proposto nesta pesquisa, observou-se indícios de uma transformação considerável do aspecto atitudinal dos alunos em relação ao envolvimento na realização das atividades propostas, nos debates em sala de aula e no entrosamento entre os integrantes de cada grupo de estudo. Essas características são indícios de benefícios resultantes das metodologias propostas principalmente da Modelagem Matemática, pois conforme Almeida, Silva e Vertuan (2020, p. 153), ao

utilizar a Modelagem Matemática como alternativa pedagógica, inserimos os alunos em um contexto de aprendizagem em que a discussão de situações-problema, geralmente extramatemáticas, a matematização dessas situações, a participação ativa e o uso de múltiplas representações se fazem essenciais.

Esses aspectos foram identificados nos comentários e nos depoimentos dos alunos durante o período de desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática juntamente com a sala de aula invertida. As percepções de todos os alunos em relação a combinação das metodologias utilizadas foram positivas. Evidenciam-se alguns depoimentos de alunos destacando ideias distintas sobre as metodologias aplicadas neste período. Para o aluno Q01 foi *“muito importante pois assim podemos aplicar na propriedade ou ajudar outras pessoas em nosso dia a dia”* e para o aluno Q03 *“contribuiu, pois aceleramos o conteúdo e relacionou o conteúdo de matemática com o dia a dia”*. Já os alunos Q06, Q08 e Q11 indicaram respectivamente que *“contribuiu para a aprendizagem pois relacionou com outras matérias do curso, tornando o conteúdo mais atrativo”*; *“foi muito bom, pois contribuiu para a minha formação e para as práticas do dia a dia, tornando mais atrativo o estudo dessa forma”*; *“me auxiliou em cálculos que não tinha muita facilidade, tabelas para melhor organização do conteúdo, entre outras coisas”*. O aluno Q13 ressaltou que *“poderemos aplicar na prática, no nosso dia a dia, melhorou na aprendizagem, relacionou o conteúdo da formação técnica com a Matemática”* e para o aluno Q14 *“com a utilização desses assuntos e metodologias, contribuiu*

muito para a minha aprendizagem, onde adquirir muito conhecimento aplicável em meu dia a dia”.

Verificou-se as semelhanças das percepções dos alunos em relação às metodologias aplicadas, tendo ênfase na aplicação de conceitos e relações matemáticas em seu dia a dia e na associação dos conteúdos da Matemática com as discussões do curso técnico. Nesse sentido, a Modelagem Matemática quando voltada para o ensino e as metodologias ativas possuem como benefício um diálogo entre o conhecimento teórico e prático, constituindo-se em uma alternativa eficaz de estabelecer relações com outras disciplinas do currículo, neste caso, com as disciplinas técnicas do curso de Técnico em Agropecuária. Cabe ressaltar, que uma característica da atividade de Modelagem Matemática é não possuir um caminho linear a ser seguido, mas abordar os conteúdos matemáticos diante a necessidade de seu uso. Os conceitos e relações matemáticas surgem através do senso investigativo, questionador e criativo dos alunos ao explorar determinada situação-problema, essencialmente quando a problemática explorada é do interesse deles.

Dessa forma, os alunos relataram que a Matemática é muito útil nas demais disciplinas da grade curricular e indicaram que as relações e conceitos matemáticos estão muito presentes nessas disciplinas. Para o aluno Q04 *“basicamente usamos matemática em todas as matérias, mas as que mais podemos perceber foram topografia, administração, agricultura e botânica”*, nesse sentido o aluno Q05 destacou a utilização da Matemática em *“cálculo de conversão alimentar de animais, custos de produção, análise de solo. Quantidade de sementes, plantas etc, em uma lavoura”* e os alunos Q02, Q03 e Q08 complementaram manifestando, respectivamente, aplicações em *“conversão de alimentos, cálculo de semente, cálculo de materiais de construção, custo do litro do leite”*, *“cálculos de custos de produção, calcular conversão alimentar, perdas de produção e curvas de níveis”* e *“calcular os subsídios orçamentários de uma construção agrícola, gestão, conversão alimentar de suínos, interpretar e calcular a análise de solo”*.

Nota-se neste caso, a importância das percepções dos alunos no reconhecimento de aplicações do curso técnico com a Matemática. Essas identificações indicam várias maneiras e possibilidades de abordar a Modelagem Matemática neste curso. Também apontam o posicionamento ativo dos alunos em relacionar uma situação-problema com a linguagem Matemática. Isso corrobora com Biembengut (2016, p. 209-210, grifo do autor),

a essência, é proporcionar aos estudantes a capacidade de desenvolver pesquisa sobre tema/assunto(s) de interesse(s) deles e, assim, levá-los a apreciar as abordagens

metodológicas para a solução de um problema de seus contextos, a aprender a arte de traduzir as relações entre as variáveis e as constantes do problema em formulações matemáticas.

Além disso, os alunos destacaram os conteúdos de Matemática presentes nas atividades agrícolas, sendo que, de acordo com as percepções de todos os alunos, estes visualizam aplicações em diversas situações e que são de suma importância. O aluno Q05 indicou as relações matemáticas como *“regra de três, teorema de Pitágoras, cálculo de volume, cálculo de áreas, gestão e porcentagem”*, o aluno Q08 evidenciou também as relações como *“regra de três, teorema de Pitágoras, volume, áreas, matemática financeira, probabilidade, porcentagem, funções, ângulos”* e o Q04 destacou que *“a matemática é extremamente importante para a agricultura pois com ela podemos fazer várias simulações”*.

Analisando os depoimentos expostos, os alunos indicaram de acordo com as suas concepções, alguns dos conteúdos matemáticos com mais aplicações na área agrícola. Vale destacar, a importância destas indicações para a Modelagem Matemática visto que, esses conhecimentos prévios servem como ponto de partida para a construção de novas abordagens matemáticas e esta metodologia de trabalho permite descrever um novo contexto aos conceitos matemáticos já construídos. O depoimento do aluno Q04 apresenta o entendimento de uma vasta relação da Matemática com situações voltadas para a agricultura e enfatiza a possibilidade de realizar simulações de situações da realidade com a utilização de algoritmos matemáticos. Sendo assim, os alunos assumem um papel ativo no processo de aprendizagem, possibilitando dialogar e refletir acerca dos objetos de conhecimento de Matemática e, neste caso, sobre as ações envolvendo suas vidas profissionais futuras.

Constatou-se a relevância de desenvolver um trabalho contextualizado para a construção, compreensão e ressignificação dos conteúdos matemáticos e, visando também, a aplicabilidade em situações diversas, como neste caso, na agricultura. De fato, a Modelagem Matemática voltada para o ensino, possui características semelhantes aos princípios que fundamentam as estratégias das metodologias ativas, corroborando com Daros (2018b, p. 09) ao propor que as metodologias ativas

oferecem subsídios para uma pedagogia dinâmica, centrada na criatividade e na atividade discente, em uma perspectiva de construção do conhecimento, do protagonismo, do autodidatismo, da capacidade de resolução de problemas, do desenvolvimento de projetos, da autonomia e do engajamento no processo de ensino-aprendizagem.

As percepções dos alunos também apontam que a problematização e a contextualização de situações da realidade através do método da sala de aula invertida é uma estratégia eficiente para o processo de ensino e aprendizagem, pois viabilizaram o aumento da motivação e, conseqüentemente, o protagonismo deles. Diante disso, possibilitou-se aos alunos, refletirem, examinarem, simularem e atribuírem significado aos conteúdos estudados. Assim, fica evidente o enriquecimento do processo de ensino e aprendizagem da Matemática nesse período tanto para os alunos quanto para a professora/pesquisadora.

O estímulo e a motivação desencadeados através do método da sala de aula invertida e da contextualização dos conteúdos e relações matemáticas, fizeram com que os alunos buscassem realizar todas as tarefas propostas e auxiliou no desenvolvimento do senso crítico para explorar, identificar e aplicar diversas relações matemáticas em situações diversas envolvendo a agricultura. Dessa forma, eles apresentaram um comprometimento satisfatório em relação a realização das atividades propostas tanto em grupo quanto individuais. Além disso, destaca-se o envolvimento dos alunos durante os debates de aplicações matemáticas realizados nos períodos presenciais e nos momentos síncronos como também, a responsabilidade em realizar as tarefas nos momentos assíncronos em especial, o estudo prévio dos conceitos matemáticos através dos vídeos disponibilizados na plataforma Google Sala de Aula.

Em vista disso, o comprometimento na realização das atividades propostas tanto em grupo, quanto individuais, auxiliou para propiciar o protagonismo dos alunos, por meio de diversas situações aplicáveis principalmente, voltadas às instalações agrícolas em estudo, os tornou responsáveis na construção do processo de aprendizagem e fortaleceu os vínculos com a formação técnica e a disciplina de Matemática. Isso corrobora com Burak (1992, p. 200), quando afirma que a Modelagem Matemática tem por finalidade:

tornar o ensino da Matemática mais atraente, por dar significação às ações desenvolvidas na sala de aula. A construção de modelos proporciona situações extremamente ricas, pois permite a cada indivíduo ou grupo envolvido, viver experiências de refletir, conjecturar, experimentar e refletir sobre suas ideias.

Nesse sentido, essa proposta de estudo abrangeu a formulação de estratégias para interpretar, propor ações para a tomada de decisões, registrar, solucionar e socializar resultados com a participação ativa das pessoas envolvidas neste período. Diante as considerações apresentadas nas subseções anteriores e juntamente com os depoimentos expostos nesta seção respondem de maneira positiva a questão proposta inicialmente. Os aspectos relativos às contribuições da aplicação da combinação das metodologias propostas indicam evidências da

construção e do desenvolvimento de conceitos e relações matemáticas, ampliação da habilidade de resolver situações-problema, aumento do interesse e da motivação para estudar essa disciplina e maior interação entre alunos e entre professor-aluno.

5.4 ASPECTOS RELATIVOS ÀS DIFICULDADES ENCONTRADAS NA APLICAÇÃO DO PROJETO

Esta seção tem como objetivo expor e analisar as adversidades e os anseios encontrados pela professora/pesquisadora no período de aplicação do projeto de Modelagem Matemática combinado com a metodologia da sala de aula invertida. Entre os impasses encontrados neste período de aplicação destacam-se aqueles relacionados a pandemia da Covid-19 e a insegurança decorrentes da Modelagem Matemática.

Os alunos retornaram em março de 2021 para o ensino presencial após um ano de aulas totalmente remotas. Esse retorno ocorreu com muitas restrições e com uma nova organização escolar sendo que, essa nova organização fez com que a presente pesquisa sofresse algumas modificações e adequações de acordo com a nova realidade escolar. Vale salientar, que a pesquisa estava prevista para ser aplicada de acordo com a pedagogia da alternância: uma semana de aula presencial e outra à distância e assim sucessivamente. Porém, com a nova organização escolar, precisou ser adaptada para uma semana de aula presencial e duas semanas com atividades a distância.

Esse aumento do período a distância desencadeou alguns desafios, entre eles a participação dos alunos nos momentos síncronos. Para superar essa dificuldade foi necessário estimular a participação dos alunos através das redes sociais e mostrar a importância desse meio para a construção do conhecimento matemático. A participação variou entre 11 a 13 alunos nos momentos síncronos e, geralmente, os demais alunos avisavam quando não era possível participar ou quando estavam com problemas de conexão com internet ou algo semelhante. Por este motivo, alguns alunos indicaram em seus depoimentos algumas desvantagens da utilização da metodologia da sala de aula invertida, embora tenham se referido aos momentos de aulas síncronas, para sete alunos a desvantagem esteve associada com o acesso à internet. Alguns alunos indicaram que nem sempre foi possível participar em razão de motivos pessoais e, para a maioria dos alunos da turma, não houve desvantagens, pois participaram de todas as aulas.

Para superar esse obstáculo e garantir que todos os alunos tivessem a mesma oportunidade na construção da aprendizagem, foi realizada a gravação das aulas nos momentos síncronos que foi disponibilizada na plataforma Google Sala de Aula para todos os alunos. Esse

artifício beneficiou não apenas aqueles alunos que não puderam participar no dia e horário agendado do momento síncrono, mas possibilitou a todos os alunos reverem a aula em caso de dúvidas e para realizar anotações que consideravam pertinentes.

A metodologia da sala de aula invertida possibilitou aos alunos aprender a administrar seu próprio tempo para estudo, seja ele destinado para as atividades assíncronas, síncronas e presenciais. Tal postura dos alunos, implicou positivamente no desenvolvimento da autonomia, pois assumiram um papel ativo neste processo de aprender e no gerenciamento das atividades. Essa prática corrobora com Bergmann e Sams (2019, p. 24), indicando que para os alunos assumirem essa nova postura o professor “passa a atuar mais como esclarecedor de dúvidas do que apresentador de conteúdos” e visa fornecer instrumentos e orientações aos alunos para a construção da aprendizagem. Almeida, Silva e Vertuan (2020, p. 24) complementam

a) orientar é indicar caminhos, é fazer perguntas, é não aceitar o que não está bom, é sugerir procedimentos; b) orientar não é dar respostas prontas e acabadas, orientar não é sinalizar que “vale tudo”; c) orientar não é esperar que o aluno simplesmente siga exemplos; d) orientar não é livrar-se de estudar, de se preparar para o exercício da função; e) orientar não é despir-se da autoridade de professor.

Com esse novo posicionamento, a professora/pesquisadora organizou momentos síncronos para a mediação e para orientações dos grupos das instalações agrícolas separadamente e em coletivo. Sugeriu para os alunos se ajudarem, principalmente aqueles que por algum motivo não puderam estar presente em algum momento síncrono e presencial. Cabe destacar, que a metodologia ativa da sala de aula invertida foi uma aliada eficaz da proposta de Modelagem Matemática, pela forma de organização dos momentos presenciais e a distância. Dessa maneira, resultou em benefícios tanto para os alunos quanto para a professora/pesquisadora visto que, possibilitou aos alunos a identificação das aplicações matemáticas no período presencial e o aprofundamento desses conceitos no período a distância. Para a professora/pesquisadora, possibilitou um maior tempo para a organização dos conceitos matemáticos envolvidos. Dessa forma, a combinação dessas metodologias de ensino indicou uma alternativa viável para explorar os conteúdos juntamente com os alunos.

Entretanto, durante a aplicação da combinação dessas propostas metodológicas houve alguns momentos de aflições, em virtude dos caminhos sugeridos pelos alunos na Modelagem Matemática visto que, oportunizou a eles identificar e elencar conceitos matemáticos inseridos na instalação agrícola em estudo. Consequentemente, estes traçavam novos rumos para a aprendizagem de acordo com seus conhecimentos prévios na área agrícola a cada semana de aula presencial. Diante disso, vale destacar que em uma atividade de Modelagem Matemática

voltada para o ensino da Matemática não existe uma sequência didática linear para ser seguida, mas, ela é constituída e elaborada em conjunto com todas as pessoas envolvidas neste processo. Bassanezi (2019, p. 37) corrobora indicando que

muitos professores não se sentem habilitados a desenvolver modelagem em seus cursos, por falta de conhecimento do processo ou por medo de se encontrarem em situações embaraçosas quanto às aplicações de matemática em áreas que desconhecem.

A insegurança do professor ao desenvolver Modelagem Matemática também é indicada por Burak (1992, p. 293), ao afirmar que

muitas vezes, o professor poderá sentir-se “impotente” diante de algumas situações que ocorrem com o trabalho envolvendo a Modelagem Matemática. É o momento em que o professor deverá buscar auxílio de outras pessoas, ou pessoa, para superar a dificuldade encontrada. Um exemplo dessa situação ocorre quando, no trabalho, se propõe determinar os custos de uma determinada casa a partir da maquete. O professor não tem necessidade de saber tudo a respeito de construção, assim, a palestra de um técnico, de um engenheiro, é muito importante.

A insegurança devido às aplicações matemáticas em áreas que a professora/pesquisadora desconhecia fez com que se afastasse da sua “zona de conforto” constituída de uma sequência linear de conteúdo, necessitando “aprender” para “ensinar”, ou seja, buscou conhecimentos relacionados as instalações agrícolas por meio de pesquisas e entrevistas com profissionais das respectivas áreas do conhecimento. Nesse aspecto, a habilidade e a segurança para desenvolver uma atividade de Modelagem em sala de aula se adquire por meio de estudos das etapas que a constitui, através da experiência, de pesquisas e conforme Biembengut e Hein (2019, p. 29), principalmente com “audácia, grande desejo de modificar a sua prática e disposição de conhecer e aprender, uma vez que essa proposta abre caminho para descobertas significativas”.

A proposta de Modelagem Matemática desenvolvida buscou envolver a temática das instalações agrícolas e deu a liberdade para os integrantes de cada grupo de estudo escolher aquela de seu interesse. Entretanto, apesar da temática norteadora ser a mesma, em alguns momentos, o estudo dos grupos tomou ênfases diferentes, como por exemplo, no cálculo dos materiais utilizados, envolvendo principalmente os conceitos da geometria espacial. Neste caso, em conformidade com Burak (1992, p. 295),

ao professor, cabe o papel de estar muito atento para chamar a atenção dos conteúdos que surgem a partir do desenvolvimento do processo desencadeado pelo Método da

Modelagem. A cada momento o professor atento pode chamar a atenção dos grupos para a Matemática que está sendo usada, mesmo nas menores ações que os alunos realizam.

Como consequência, além de incentivar o pensamento reflexivo, crítico e criativo dos alunos, observou-se maior envolvimento nas atividades propostas, sugerindo indícios da ocorrência de aprendizagem. Estes aspectos contribuíram para superar a insegurança apresentada pela professora/pesquisadora por explorar uma temática desconhecida. Dessa forma, além de assumir a função de mediadora e orientadora dos grupos de estudo, ela assumiu uma função investigativa ao explorar e estabelecer relações matemáticas com as instalações agrícolas em estudo juntamente com os alunos.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A busca por uma alternativa para contextualizar os conteúdos de Matemática no curso Técnico em Agropecuária de maneira ativa para romper a desmotivação e desinteresse pelo estudo dessa disciplina, foram os princípios norteadores dessa pesquisa. A escolha da Modelagem Matemática e da metodologia ativa da sala de aula invertida está vinculada com o desejo de atribuir mais significado aos conceitos e relações matemáticas e tornar os alunos protagonistas do processo de ensino e aprendizagem de maneira autônoma. Diante disso, através das evidências, dos depoimentos e dos resultados atingidos na aplicação dessa proposta, obtiveram-se considerações positivas dessa prática.

A Modelagem Matemática combinada com a metodologia ativa da sala de aula invertida proporcionou aos alunos, diversas situações favoráveis ao aprendizado, tais como, a contextualização dos conteúdos matemáticos, trabalho em grupo conduzido de maneira colaborativa, desafios desencadeados pelo processo da problematização da realidade e a utilização de ferramentas tecnológicas, como neste caso, a plataforma Google Sala de Aula e a planilha do Excel. Destacam-se os aspectos motivacionais como um dos elementos essenciais para o envolvimento e o engajamento dos alunos nas atividades propostas, na aceitação, na corroboração e no desenvolvimento das metodologias adotadas.

De acordo com as evidências e reflexões constatadas no transcorrer das atividades desenvolvidas, tanto nos momentos presenciais, quanto a distância, essa proposta apresentou indícios de que contribuiu efetivamente para a apropriação dos conceitos matemáticos de maneira autônoma. Isso foi possível, através dos debates realizados para identificar os conteúdos de Matemática envolvidos nas instalações agrícolas, por meio do estudo prévio dos conceitos e pelas discussões em grupos no desenvolvimento de modelos matemáticos referente a essas projeções. Além disso, neste caso, a metodologia da sala de aula invertida foi uma alternativa adequada para ampliar e otimizar o tempo para aplicações matemáticas ao invés de exposição e apresentação do conteúdo envolvido.

A Modelagem Matemática e a metodologia da sala de aula invertida oportunizaram a ampliação da interação entre os alunos e entre os alunos com a professora/pesquisadora neste período de estudo. Esse fato indica a importância de o professor assumir a função de orientador, de incentivador e de mediador do processo de ensino e aprendizagem. Neste aspecto, colaborou para o desenvolvimento da autonomia dos alunos, possibilitando que se tornassem protagonistas na construção do conhecimento matemático.

Obtiveram-se manifestações e indícios de que a combinação dessas metodologias é um método eficaz para o ensino da Matemática sendo que, incentivou os alunos a pesquisar, tomar decisões, explorar e a construir modelos matemáticos, organizar uma rotina de estudo e a socializar os resultados encontrados. Outro benefício, foi a integração dos conteúdos curriculares da Matemática com outras disciplinas, como neste caso, aos conhecimentos da área técnica envolvendo a agricultura. Este mostrou-se um fator fundamental para estimular a motivação e, conseqüentemente, contribuir para a ampliação da habilidade de resolver situações-problema, devido a oportunidade de explorar situações do interesse dos alunos. Além disso, propôs o desenvolvimento de ações voltadas para a realidade dos alunos, favorecendo o pensamento crítico e reflexivo acerca da temática escolhida vinculada com a Matemática.

Constatou-se que a Modelagem é uma alternativa metodológica eficiente para o ensino da Matemática, visto que permitiu aos alunos escolherem a instalação agrícola para o estudo, de acordo com seus interesses. Isso está associado ao estudo voltado para a problematização, reflexão e análise dos dados coletados para o estabelecimento de modelos matemáticos. Vale ressaltar, que essa pesquisa é composta por vários modelos matemáticos determinados pelos alunos em colaboração com o método da sala de aula invertida. A Modelagem voltada para o ensino, possui como objetivo não somente a formulação de modelos matemáticos, mas, assume um papel primordial de dar significado aos conteúdos matemáticos estudados através da contextualização deles. Assim, essa proposta não se deteve na formulação de modelos matemáticos inéditos, todavia realçou a importância da construção de modelos para a apropriação e a utilização de relações matemáticas para realizar simulações da realidade no decorrer do período de pesquisa.

Além disso, vale destacar que todas as etapas da Modelagem Matemática indicadas pelos autores abordados são fundamentais para o processo de ensino e aprendizagem. Os resultados desta pesquisa apontam que através delas, foi oportunizado aos alunos a realização de pesquisas e entrevistas referente a temática escolhida, levando-os a pensar, refletir e levantar hipóteses, realizar coleta de dados, estabelecer relações com conceitos matemáticos, formular modelos, realizar simulações, validar os resultados e a socializar conclusões com todas as pessoas envolvidas neste processo. Neste aspecto, fica evidente a postura ativa dos alunos ao desenvolver a combinação dessas propostas metodológicas.

Como resultado da análise dessa pesquisa qualitativa, constatou-se que os objetivos foram realizados, sendo identificadas diversas contribuições exitosas destas metodologias para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática no curso Técnico em Agropecuária.

Observou-se que essa combinação forma uma alternativa promissora para fomentar o interesse e, conseqüentemente, o aprendizado dos conceitos e relações matemáticas. Além disso, neste caso, a Modelagem associada com a metodologia da sala de aula invertida, indicou um método que estimula a participação ativa dos alunos do decorrer das atividades desenvolvidas.

Ressalta-se após feita a análise dos dados, a possível ampliação dessa proposta de estudo, abrangendo outros conteúdos matemáticos. Por exemplo, a possibilidade de estudo dos elementos da geometria analítica como o sistema cartesiano, abscissas e ordenadas dos pontos, distância entre pontos, ponto médio de segmentos, equação geral da reta e coeficiente angular na exploração do dimensionamento das instalações agrícolas e seu posicionamento na propriedade, como também, durante a construção da maquete. Outra possibilidade de ampliação, abrange a classificação dos triângulos, quanto a medida dos lados e dos ângulos internos, estudo da proporcionalidade de triângulos e relações métricas no triângulo retângulo, já que essa figura geométrica é muito utilizada em diversas situações nas instalações agrícolas.

A ampliação desta proposta, possibilitaria também a vinculação com outras disciplinas do currículo, além das disciplinas do curso técnico como já foi mencionado, como é o caso do estudo da Física, envolvendo o conteúdo sobre instalações elétricas contemplando conceitos e cálculos sobre circuitos elétricos, corrente, resistência e potência elétrica. Além disso, oportunizaria o estudo sobre o consumo de energia elétrica nessas instalações agrícolas e uma análise das fontes de energia alternativas, como o caso da viabilidade do sistema de energia solar, através da instalação de placas fotovoltaicas e instalação de biodigestores.

Uma atividade de Modelagem combinada com a metodologia ativa da sala de aula invertida pode ser organizada para ser explorada em diversos períodos de duração de tempo, tanto com um número reduzido de aulas composta do estudo prévio dos conceitos e a exploração de uma situação-problema fornecida pelo professor, quanto em um ano letivo, explorada de maneira colaborativa e coletiva pelos alunos sob mediação e orientação do professor. Quanto mais os alunos se engajam na proposta de estudo, mais conteúdos matemáticos podem ser explorados e, em especial, a metodologia da sala de aula invertida apresenta-se como uma estratégia eficaz para auxiliar no desenvolvimento da construção do conhecimento matemático e da autonomia dos alunos.

Essa associação metodológica no curso técnico apresenta-se como uma experiência positiva para o ensino da Matemática, podendo servir como base de orientação em planejamentos e em atividades para outros professores. Contudo, deverá ser adaptada conforme os questionamentos e os encaminhamentos indicados pelos alunos no decorrer das atividades

desenvolvidas visto que, são os alunos que realizam a problematização de uma situação-problema da realidade cabendo ao professor realizar a mediação para transformá-la em linguagem matemática. Por fim, almeja-se que este trabalho possa ser aproveitado, difundido e aperfeiçoado. Espera-se que novas propostas de combinações metodológicas envolvendo a Modelagem Matemática e as metodologias ativas, principalmente do ensino híbrido passam a ser exploradas visando o enriquecimento do processo de ensino e aprendizagem dessa disciplina essencialmente, na Educação Básica e em especial, nos cursos técnicos.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, Lourdes Werle de; SILVA, Karina Pessoa da; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem Matemática na educação básica**. 1 ed. 2ª reimpressão. São Paulo: Contexto, 2020.
- BACICH, Lilian; NETO, Adolfo Tanzi; TREVISANI, Fernando de Mello. Ensino Híbrido: personalização e tecnologia na educação. In: BACICH, Lilian; NETO, Adolfo Tanzi; TREVISANI, Fernando de Mello (org). **Ensino Híbrido: personalização e tecnologia na educação**. Porto Alegre: Penso, 2015. p. 47-65.
- BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Modelagem na educação matemática: contribuições para o debate teórico**. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. Anais... Caxambu: ANPED, 2001.1 CD-ROM.
- _____. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veritati**, n. 4, p. 73- 80, 2004. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/2010/Matematica/artigo_veritati_jonei.pdf. Acesso em: 06 abr. 2020.
- BASSANEZI, Rodney Carlos. **Modelagem matemática: teoria e prática**. São Paulo: Contexto, 2015.
- _____. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. 4. ed. São Paulo: Contexto, 2019.
- BERBEL, Neusi Aparecida Navas. As metodologias ativas e a promoção da autonomia de estudantes. **Revista Semina: Ciências Sociais e Humanas**, Londrina, v. 32, n. 1, p. 25-40, jan./jun.2011. Disponível em: <http://www.uel.br/revistas/uel/index.php/seminasoc/article/view/10326/10999>. Acesso: 28 maio 2020.
- BERGMANN, Jonathan; SAMS, Aaron. **Sala de aula invertida: uma metodologia ativa de aprendizagem**. Tradução: Afonso Celso da Cunha Serra. 1. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2019.
- BIEMBERGUT, Maria Salett. **Modelagem na educação matemática e na ciência**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016.
- BIEMBERGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no ensino**. 5. ed. São Paulo: Contexto, 2019.
- BRANDT, Celia Fink; BURAK, Dionísio; KLÜBER, Tiago Emanuel. **Modelagem Matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorização**. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016.
- BRASIL. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, **LDB**. 9394/1996. BRASIL.

_____. Secretaria de Educação e Tecnologia. **PCN+: ensino médio, Ciências a Natureza, Matemática e suas tecnologias. Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio.** Brasília, 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em: 29 jun. 2020.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Orientações curriculares para o Ensino Médio: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias.** 2. v. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf. Acesso em: 29 jun. 2020.

_____. Secretaria de Educação Básica. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica.** Diretoria de Currículos e Educação Integral. Brasília: MEC, SEB, DICEI, 2013. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=13448-diretrizes-curriculares-nacionais-2013-pdf&Itemid=30192. Acesso: 12 dez. 2021.

BURAK, Dionísio. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem.** Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992. 460f. Disponível em: https://www.psiem.fe.unicamp.br/pf-psiem/burak_dionisio_d.pdf. Acesso em: 22 nov. 2021.

CAMARGO, Fausto. Por que usar metodologias ativas de aprendizagem?. In: CAMARGO, Fausto; DAROS, Thuinie. **A sala de aula inovadora: estratégias pedagógicas para fomentar o aprendizado ativo.** Porto Alegre: Penso, 2018. p. 13 - 17.

CASTRO, Élide Maiara Velozo de; VERONEZ, Michele Regiane Dias. **Modelagem matemática: diferentes encaminhamentos para um mesmo tema.** Encontro paranaense de Educação Matemática. Cascavel, 2017. Disponível em: http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPREM/XIV_EPREM/paper/viewFile/42/111. Acesso em: 13 abr. 2020.

CHRISTENSEN, Clayton M.; HORN, Michael B.; STAKER, Heather. **Ensino Híbrido uma inovação disruptiva?: uma introdução à teoria dos híbridos.** EUA: Clayton Christensen Institute. Traduzido para o Português por Fundação Lemann e Instituto Península. 2013. Disponível em: https://porvir.org/wp-content/uploads/2014/08/PT_Is-K-12-blended-learning-disruptive-Final.pdf. Acesso em: 26 jul. 2021.

CORDEIRO, Georgina N. K.; REIS, Neila da Silva; HAGE, Salomão Mufarrej. Pedagogia da Alternância e seus desafios para assegurar a formação humana dos sujeitos e a sustentabilidade do campo. **Em Aberto**, Brasília, v. 24, n. 85, p. 115-125, abr. 2011. Disponível em: <https://ufrb.edu.br/educacaodocampocfp/images/PEDAGOGIA-DA-ALTERN%C3%A2NCIA-E-SEUS-DESAFIOS.pdf>. Acesso em: 22 nov. 2021.

CORRÊA, Giovana Camila Garcia; CAMPOS, Isabel Cristina Pires; ALMAGRO, Ricardo Campanha. Pesquisa ação: uma abordagem prática de pesquisa qualitativa. **Ensaaios Pedagógicos**, Sorocaba, v. 2, n.1, p. 62-72, jan/abr, 2018. Disponível em: <http://www.ensaiospedagogicos.ufscar.br/index.php/ENP/article/view/60/89>. Acesso em: 06 abr. 2020.

DAROS, Thuinie. Por que inovar na educação?. In: CAMARGO, Fausto; DAROS, Thuinie. **A sala de aula inovadora: estratégias pedagógicas para fomentar o aprendizado ativo**. Porto Alegre: Penso, 2018a. p. 03 - 07.

DAROS, Thuinie. Metodologias ativas: aspectos históricos e desafios atuais. In: CAMARGO, Fausto; DAROS, Thuinie. **A sala de aula inovadora: estratégias pedagógicas para fomentar o aprendizado ativo**. Porto Alegre: Penso, 2018b. p. 08 - 12.

DIESEL, Aline; BALDEZ, Alda Leila Santos; MARTINS, Silvana Neumman. Os princípios das metodologias ativas de ensino: uma abordagem teórica. **Revista Thema**, Lajeado, v. 14, n. 1, p. 268-288, 2017. Disponível em: <https://periodicos.ifsul.edu.br/index.php/thema/article/view/404/295>. Acesso em: 28 maio 2020.

FIORENTINI, Dario. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: BORBA, Marcelo de Carvalho *et al.* **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. 6. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2020. p. 53-83.

GODINHO, Edna Maria Silva Oliveira. Pedagogia da alternância. **Revista Terceiro Incluído**, Goiás, v.3, n.2, p. 118-124, Jul./Dez., 2013. Disponível em: <https://www.revistas.ufg.br/teri/article/view/29802>. Acesso: 13 dez. 2021.

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Marina de Andrade. **Metodologia científica**. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2017.

LAPPE, Darlan. **Transformações nas concepções de alunos do ensino médio técnico sobre matemática e agricultura**. 2018. 96f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal da Fronteira Sul, Chapecó, 2018.

LIMA, Halisson Alves de. **Contribuições da modelagem matemática como proposta de ensino de matemática no curso técnico integrado de agropecuária**. 2018. 89f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Floriano, 2018.

KLÜBER, Tiago Emanuel. Modelagem Matemática: revisitando aspectos que justificam a sua utilização no ensino. In: BRANDT, Celia Fink; BURAK, Dionísio; KLÜBER, Tiago Emanuel (org). **Modelagem Matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorização**. 2. ed. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016. p. 41-58.

KLÜBER, Tiago Emanuel; BURAK, Dionísio. Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 10, n. 1, p. 17-34, 2008.

MELENDEZ, Thiago Troina. **Modelagem matemática e manutenção de uma propriedade rural autossustentável**. 2013. 105f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática) Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

MORAES, Roque. Uma tempestade de luz: a compreensão possibilitada pela análise textual discursiva. **Ciência e Educação**, v. 9, n. 2, p. 191-211, 2003. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/ciedu/v9n2/04.pdf>. Acesso em: 27 jul. 2020.

MORAES, Roque; GALIAZZI, Maria do Carmo. Análise textual discursiva: processo de reconstrutivo de múltiplas faces. **Ciência e Educação**, v. 12, n. 1, p. 117 – 128, 2006. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/ciedu/v12n1/08.pdf>. Acesso em: 12 abr. 2020.

MORAN, José. Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda. In: BACICH, Lilian; MORAN, José (org). **Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática**. Porto Alegre: Penso, 2018. p. 02-25.

SCHNEIDER, Fernanda. Otimização do espaço escolar por meio do modelo de ensino híbrido. In: BACICH, Lilian; NETO, Adolfo Tanzi; TREVISANI, Fernando de Mello. **Ensino híbrido: personalização e tecnologia na educação**. Porto Alegre: Penso, 2015. p. 67-80.

SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do trabalho científico**. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2017.

SOISTAK, Alzenir Virgínia. Uma experiência com a Modelagem Matemática no Ensino Médio Profissionalizante. In: BRANDT, Celia Fink; BURAK, Dionísio; KLÜBER, Tiago Emanuel (org). **Modelagem matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações**. 2 ed. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016. p. 107-130..

VALENTE, José Armando. A sala de aula invertida e a possibilidade do ensino personalizado: uma experiência com a graduação em midialogia. In: BACICH, Lilian; MORAN, José. (Org). **Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática**. Porto- Alegre: Penso, 2018. p. 26-44.

VIEIRA, Josênia Antunes. O uso do diário em pesquisa qualitativa. **Cadernos de Linguagem e Sociedade**, Brasília, v. 5, p. 93-104, 2001. Disponível em: <https://repositorio.unb.br/handle/10482/9244>. Acesso em: 28 abr. 2020.

APÊNDICE A – Questionário

Prezados participantes,

Este questionário enquadra-se como parte da pesquisa “A combinação da Modelagem Matemática e metodologia ativa da sala de aula invertida como estratégia de ensino e aprendizagem em um curso técnico em agropecuária”, desenvolvido pelo Prof. Dr. Vitor José Petry, docente do Curso de Matemática – Licenciatura, da Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), Campus de Chapecó, e por sua orientanda do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, a Profa. Camila Daltoé. A pesquisa tem como objetivo analisar possíveis benefícios da utilização da Modelagem Matemática combinada com a metodologia ativa de sala de aula invertida no processo de ensino e aprendizagem em uma turma de Ensino Médio com habilitação agrícola.

É de extrema importância a sua colaboração respondendo ao questionário, para assim, verificar as possíveis contribuições da combinação das metodologias de ensino envolvidas neste período. Os resultados obtidos serão utilizados apenas para fins acadêmicos (dissertação de Mestrado) sendo que, o questionário é anônimo, não devendo colocar a sua identificação. Vale destacar que não existem respostas certas ou erradas. Por este motivo, solicitamos que responda de forma sincera a todas as questões referente a aplicação da atividade de Modelagem Matemática combinada com a metodologia ativa da sala de aula invertida nas aulas de Matemática neste período.

Desde já, agradecemos a sua colaboração!

1- A atividade de Modelagem Matemática contribuiu para melhorar seu gosto e interesse pela disciplina Matemática? Justifique.

2- Durante a realização da atividade você identificou algum conteúdo de Matemática que considerava sem importância e/ou sem aplicabilidade? Caso afirmativo, cite algum exemplo.

3- Considerando o trabalho realizado, destaque aspectos favoráveis para a sua aprendizagem Matemática.

4- Identifique aspectos motivacionais proporcionados pela atividade de Modelagem Matemática.

5- Esse trabalho contribuiu para o seu aperfeiçoamento como estudante do curso Técnico em Agropecuária?

() Sim

() Não

() Razoavelmente

Justifique:

6- Comente outras situações que utilizamos os conteúdos de Matemática durante o curso de Técnico em Agropecuária.

7- Na sua opinião, você gostaria que as aulas de Matemática fossem preparadas voltadas para aplicação prática no dia a dia? Justifique.

8- Exprese sua opinião sobre a aplicabilidade da Matemática na agricultura. Consegue relacionar com alguns conceitos já estudado? Caso afirmativo, cite um exemplo.

9- Na sua opinião, o método sala de aula invertida contribuiu para o seu aprendizado? Justifique.

10- Aponte as vantagens e desvantagens do método sala de aula invertida.

11- Deixe seu comentário sobre as contribuições dessas metodologias para a sua formação.

APÊNDICE B – Link dos vídeos disponibilizados nos roteiros de estudo**1º Período a distância:**

- Explicação sobre escalas:
https://www.youtube.com/watch?v=MlpfXdvG_04
- Explicação sobre área de figuras planas:
<https://www.youtube.com/watch?v=xyuL4Ikhmic>
- Explicação sobre volume de sólidos de revolução:
<https://www.youtube.com/watch?v=GMWEiRH0PLI>
- Explicação sobre volume de prismas:
https://www.youtube.com/watch?v=_sKcgx590J4
- Explicação sobre volume de pirâmide:
<https://www.youtube.com/watch?v=cLpvXy2Fbyg>
- Explicação sobre tronco de pirâmide e cone:
<https://www.youtube.com/watch?v=6OES7EwlExw>

2º Período a distância

- Explicação sobre trigonometria no triângulo retângulo:
<https://www.youtube.com/watch?v=4sTUs4lI3dI>
- Explicação sobre Lei dos Senos:
<https://www.youtube.com/watch?v=t6zTP7fU8lA&t=48s>
- Explicação sobre Lei dos Cossenos:
<https://www.youtube.com/watch?v=-ChDnLM47xo>

3º Período a distância

- Explicação sobre área lateral e total de prismas:
https://www.youtube.com/watch?v=_sKcgx590J4
- Explicação sobre área lateral e total de cilindro:
<https://www.youtube.com/watch?v=rpbFsCa7D4E>

- Área lateral e total de cone:

<https://www.youtube.com/watch?v=RJSBvqVWHJo>

- Explicação sobre área e volume de esfera:

<https://www.youtube.com/watch?v=3kXrA0y-GGY>

5º Período a distância

- Explicação das funções do Excel:

<https://www.youtube.com/watch?v=kYhsxDg-IvM>

- Explicação sobre juros simples:

<https://www.youtube.com/watch?v=N27xZJj1m-4>

- Explicação sobre juros compostos:

<https://www.youtube.com/watch?v=790S9GR5bWU>

- Explicação sobre sistema de Amortização PRICE:

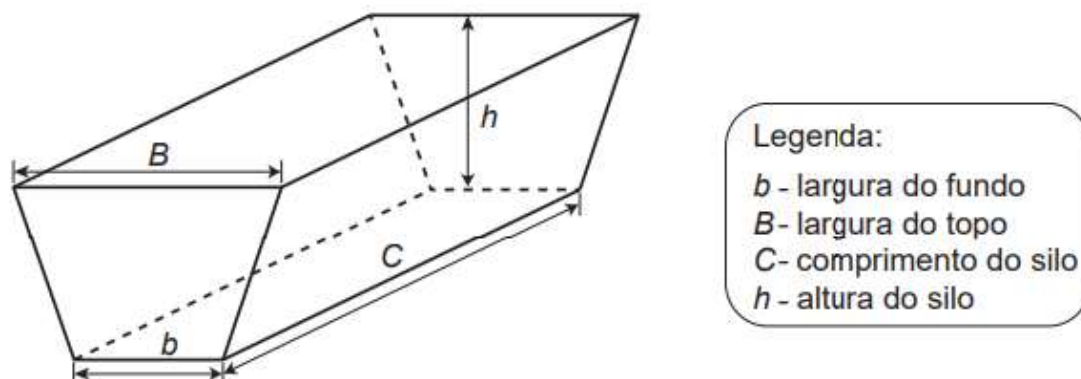
<https://www.youtube.com/watch?v=T-5SG0qOP0>

- Explicação sobre sistema de Amortização SAC:

<https://www.youtube.com/watch?v=3Ba3q-5qqho>

APÊNDICE C – Lista de atividades 01

1. (ENEM 2014) Na alimentação de gado de corte, o processo de cortar a forragem, colocá-la no solo, compactá-la e protegê-la com uma vedação denomina-se silagem. Os silos mais comuns são os horizontais, cuja forma é a de um prisma reto trapezoidal, conforme mostrado na figura.



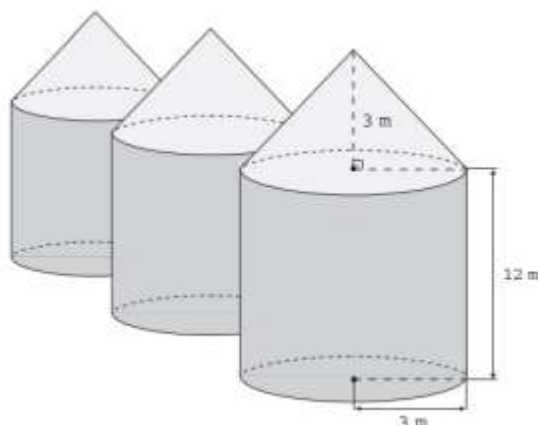
Considere um silo de 2 m de altura, 6 m de largura de topo e 20 m de comprimento. Para cada metro de altura do silo, a largura do topo tem 0,5 m a mais do que a largura do fundo. Após a silagem, 1 tonelada de forragem ocupa 2 m^3 desse tipo de silo.

EMBRAPA. Gado de corte. Disponível em: www.cnpqg.embrapa.br. Acesso em: 1 ago. 2012 (adaptado).

Após a silagem, a quantidade máxima de forragem que cabe no silo, em toneladas, é

- | | |
|---------|---------|
| a) 110. | d) 220. |
| b) 125. | e) 260. |
| c) 130. | |

2. (ENEM 2016) Em regiões agrícolas, é comum a presença de silos para armazenamento e secagem da produção de grãos, no formato de um cilindro reto, sobreposto por um cone, e dimensões indicadas na figura. O silo fica cheio e o transporte dos grãos é feito em caminhões de carga cuja capacidade é de 20 m^3 . Uma região possui um silo cheio e apenas um caminhão para transportar os grãos para a usina de beneficiamento.



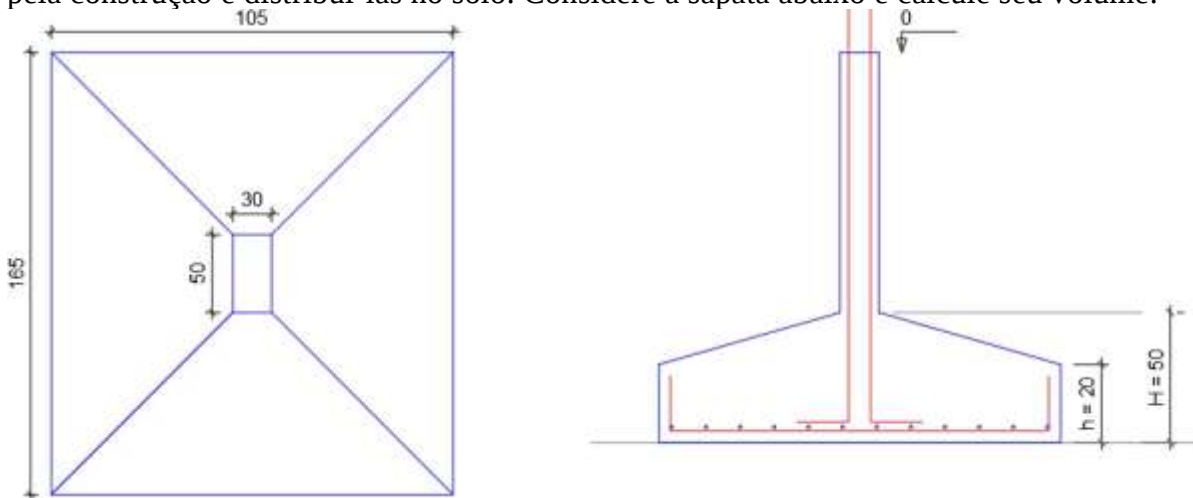
O número mínimo de viagens que o caminhão precisará fazer para transportar todo o volume de grãos armazenados no silo é: (Utilize 3 como aproximação para π .)

- | |
|-------|
| a) 6 |
| b) 16 |
| c) 17 |
| d) 18 |
| e) 21 |

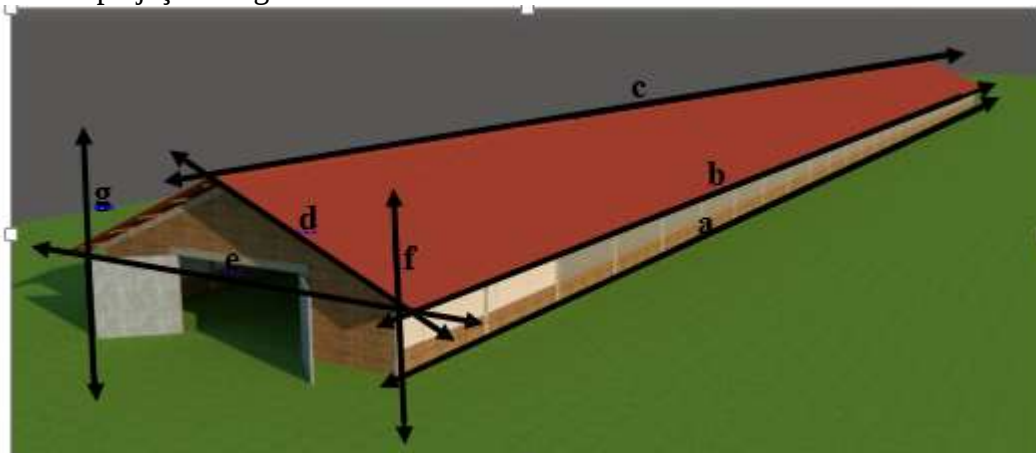
3. Considere um pilar com o formato de prisma de base quadrada com as seguintes dimensões: $30 \text{ cm} \times 30 \text{ cm} \times 280 \text{ cm}$.

- a) Calcule seu volume.
- b) Considere um pilar com o formato de um cilindro que possua o mesmo volume e altura do pilar anterior, determine a medida do raio.

4. Uma boa fundação estrutural é importante para não ter complicações futuras em uma obra e para isso, as sapatas são fundamentais. Elas são responsáveis pela resistência e pela durabilidade de uma construção. Por isso, devem ser fortes para absorver as cargas emitidas pela construção e distribuí-las no solo. Considere a sapata abaixo e calcule seu volume:



5. Considere a projeção a seguir:



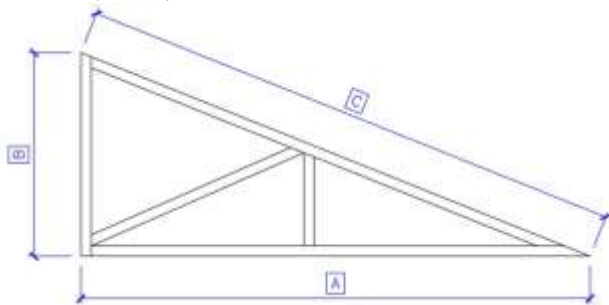
Determine a posição relativa entre as retas:

- a) $a e b$
- b) $a e c$
- c) $b e c$
- d) $a e d$
- e) $b e e$
- f) $c e e$
- g) $b e d$

- h) $a e e$
- i) $a e g$
- j) $a e f$
- k) $b e g$
- l) $c e f$
- m) $d e g$

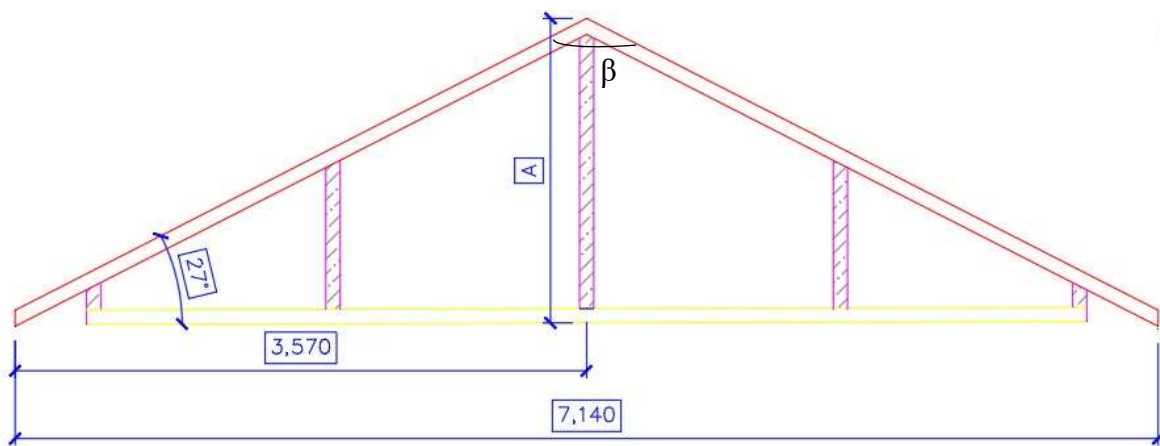
APÊNDICE D – Lista de atividades 02

1. Considere a metade da tesoura da estrutura de um telhado, sabendo que $A = 3,6m$ e $B = 1,15m$, determine:



- A taxa de inclinação do telhado
- A medida C
- O ângulo de inclinação

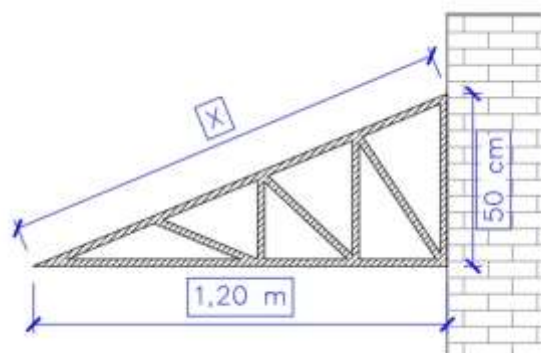
2. Considere a imagem a seguir:



Determine:

- A medida da altura do telhado (a)
- A medida o ângulo β

3. Alpendre, marquise ou marquesa, é um pequeno telhado saliente acima de uma porta ou de uma janela, para proteger da incidência direta da radiação solar e da chuva. Considere a estrutura do alpendre ao lado e determine a medida de x e a taxa de inclinação.



4. Deseja-se calcular a distância do ponto A ao ponto C, onde será construída uma ponte. Para isso, sabe-se que a distância do ponto A até o ponto B é de $2000m$, o ângulo $\widehat{BAC} = 85^\circ$ e $\widehat{ABC} = 65^\circ$. Com base nessas informações determine a medida da ponte.



Adaptado. Disponível em: <<https://diariodovale.com.br/cidade/margens-de-rios-ganharao-mudas-nativas-da-mata-atlantica/>>.

5. A grande demanda de madeira para diferentes finalidades vem contribuindo para o desenvolvimento do setor florestal e das comunidades rurais, o cultivo de florestas de eucalipto permite aos agricultores a diversificação de renda na propriedade. Instrumentos e modelos matemáticos são úteis para cálculos desses fins (Embrapa, 2019). A partir disso, determine a altura do eucalipto a seguir sabendo que $b = 4,25m$, $\widehat{BAC} = 68^\circ$ e $\widehat{ACB} = 52^\circ$.



APÊNDICE E – Lista de atividades 03

1. Considere um aviário com dimensões $15m \times 125m$ e com uma taxa de 25% de inclinação do telhado:



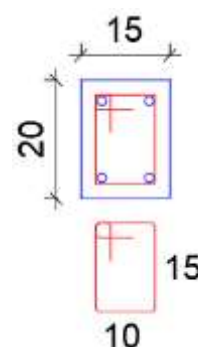
Um produtor pretende trocar o telhado e utilizar a telha de fibrocimento ondulada, ele possui os seguintes orçamentos:

- 1º R\$ 95,8 unidade com dimensões: $3,05m \times 1,10m \times 6mm$
- 2º R\$ 64,9 unidade com dimensões: $2,44m \times 1,10m \times 6mm$

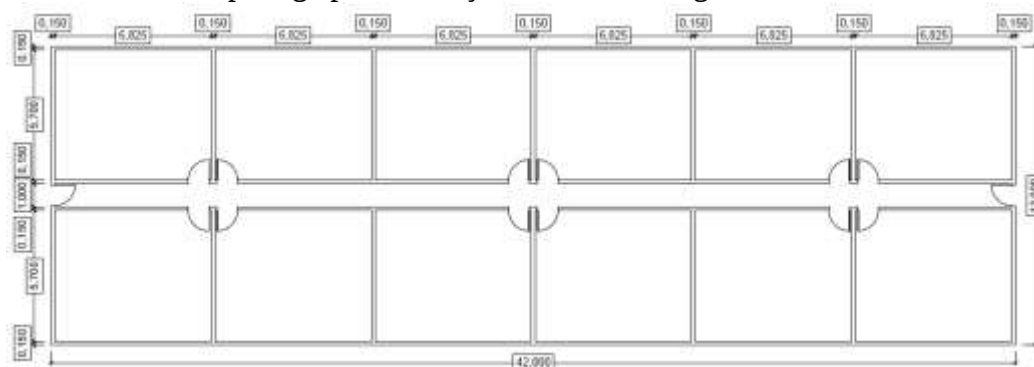
Sabendo que é necessária uma sobreposição entre telhas de 10 cm para que se tenha um encaixe indicado pelo fabricante, determine a quantidade de telhas utilizadas e o valor gasto.

2. O concreto armado é um material composto por dois elementos principais, o concreto simples e a armadura de aço. Essa armadura de aço é composta por barras transversais que são os estribos e barras longitudinais que são utilizadas em vigas e pilares. Os estribos são distribuídos de forma longitudinal sendo que sua quantidade varia de acordo com o tamanho da viga/pilar. As barras longitudinais são dispostas em todo o comprimento da viga/pilar e em quantidades variáveis, dependendo da quantidade de esforços, sendo utilizadas no mínimo 4 barras longitudinais. Esses elementos são responsáveis para combater forças distintas na estrutura de uma construção. Para evitar a erosão da armadura por ferrugens e aumentar a eficiência da mesma, é utilizada uma camada de cobrimento, que dependendo da agressividade do ambiente pode variar, o cobrimento isola a armadura de contato com o oxigênio e o ambiente externo.

Considere 10 pilares com as seguintes dimensões $15cm \times 20cm \times 2,80m$ e 2 vigas de baldrame de $15cm \times 20cm \times 24m$ e as outras duas de $15cm \times 20cm \times 12m$ e que a área de cobrimento é de 2,5 cm de cada lado da armadura. Sabendo que as barras longitudinais de aço possuem 12 m de comprimento e custam R\$ 76,90 e que 1 estribo pronto custa R\$ 2,94, e o concreto custa R\$ 400,00 por m^3 , determine a quantidade de concreto em m^3 , quantidade de barras longitudinais e de estribos, depois calcule o custo do concreto e do aço.



3. Analise a pocilga para a criação de suínos a seguir:





Considerando que a pocilga possua um total de 12 baias (6 em cada lado) e desconsiderando as dimensões dos pilares, determine a quantidade de tijolos para a construção da pocilga sabendo que a espessura da argamassa nas juntas é de 1cm e que o tijolo possui dimensões $11,5\text{cm} \times 19\text{cm} \times 29\text{cm}$.

4. (ENEM 2020) Um piscicultor cria determinada espécie de peixe em um tanque cilíndrico. Devido às características dessa espécie, o tanque deve ter, exatamente, 2 metros de profundidade e ser dimensionado de forma a comportar 5 peixes para cada metro cúbico de água. Atualmente, o tanque comporta um total de 750 peixes. O piscicultor deseja aumentar a capacidade do tanque para que ele comporte 900 peixes, mas sem alterar a sua profundidade. Considere 3 como aproximação para π . O aumento da medida do raio do tanque, em metro, deve ser de

a) $\sqrt{30} - 5$

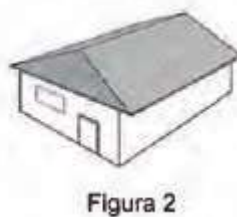
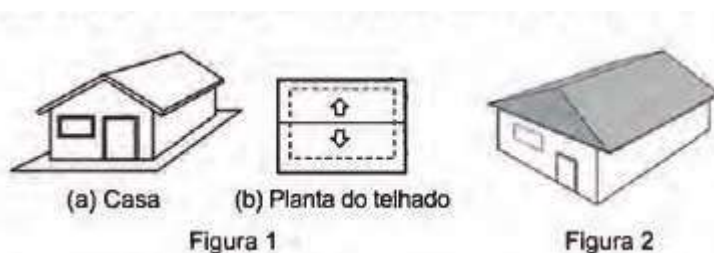
c) $\sqrt{5}$

b) $\frac{\sqrt{30} - 5}{2}$

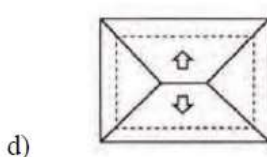
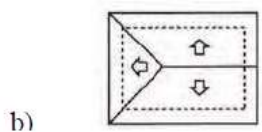
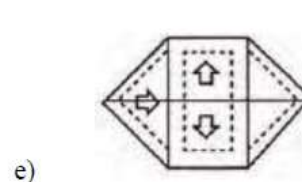
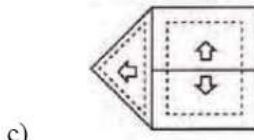
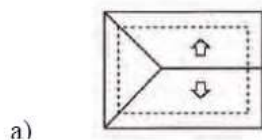
d) $5/2$

e) $15/2$

5. (ENEM 2020) A Figura 1 apresenta uma casa e a planta do seu telhado, em que as setas indicam o sentido do escoamento da água de chuva. Um pedreiro precisa fazer a planta do escoamento da água de chuva de um telhado que tem três caídas de água, como apresentado na Figura 2.

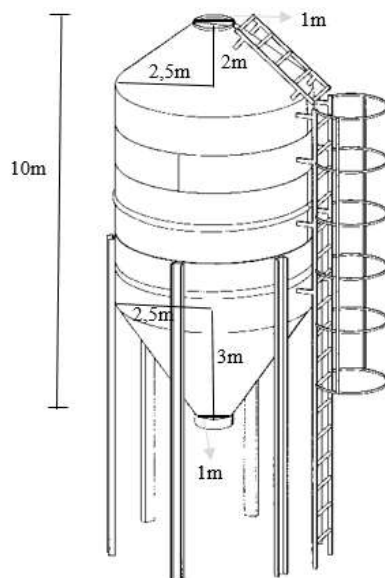


A figura que representa a planta do telhado da Figura 2 com o escoamento da água de chuva que o pedreiro precisa fazer é



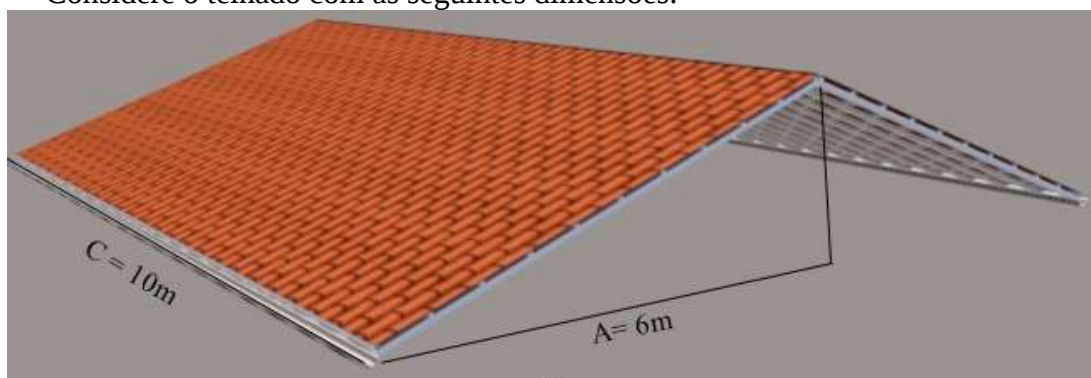
APÊNDICE F – Avaliação

- 1- A utilização de silos para armazenagem de grãos é uma alternativa viável para os produtores rurais guardar a produção e ter o controle sobre o que foi produzido como também, é uma alternativa para armazenar alimento para os animais. Com base nisso, determine o volume do silo abaixo.



ADAPTADO. Disponível em: < <https://www.escavador.com/patentes/182516/silo-em-fibra>>.

- 2- Considere o telhado com as seguintes dimensões:

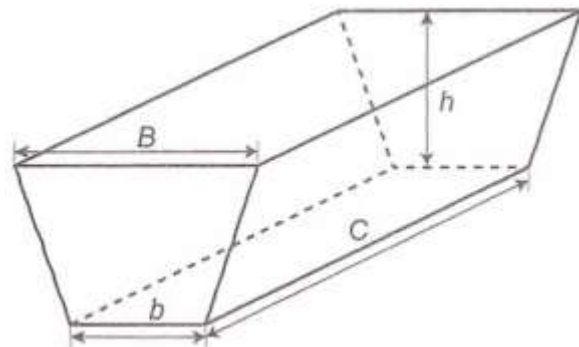


Sabendo que a taxa de inclinação do telhado é de 30%, determine o ângulo de caimento e a dimensão do telhado em m^2 .

- 3- As esterqueiras constituem-se em depósitos que têm por objetivo principal a armazenagem dos dejetos líquidos provenientes de sistemas de produção de suíno. Geralmente, são de formato cilíndrico, trapezoidal ou retangular. As de formato cilíndrico proporcionam melhor distribuição de carga nas paredes laterais, sendo menos suscetíveis a rachaduras, enquanto que as retangulares e trapezoidais apresentam como grande vantagem a facilidade na sua construção. As esterqueiras devem ser revestidas internamente para impedir a infiltração do dejetos no solo. Este procedimento é recomendado mesmo em solos com grande capacidade de impermeabilização, como solos argilosos, pois os riscos ambientais associados à possibilidade de contaminação do solo e água são muito altos quando consideram-se as características do

dejeito suíno. Os materiais mais comuns utilizados para revestimentos são lonas de PVC ou PEAD.

Embrapa 2004 - https://www.agencia.cnptia.embrapa.br/Repositorio/cot361_esterqueiraID-6sTAsWDBup.pdf

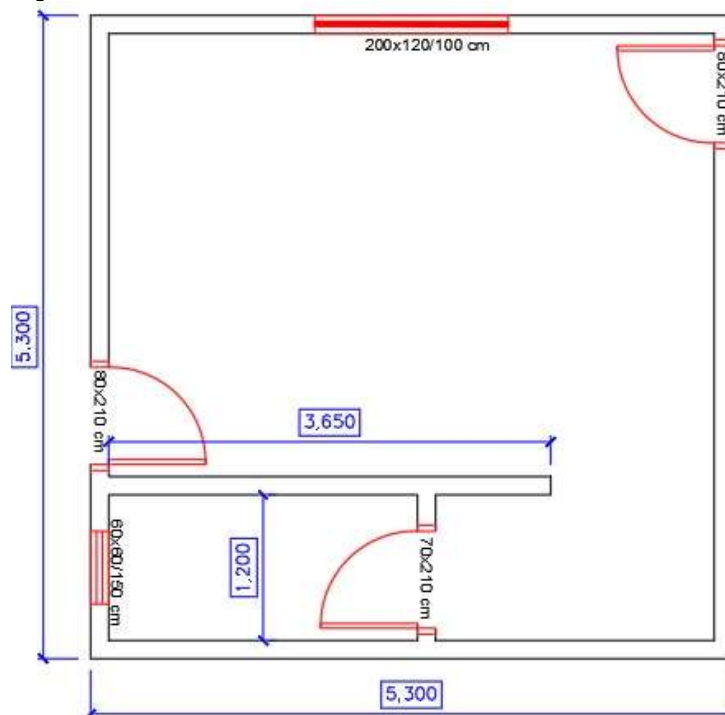


Disponível em:
<<https://www.mfrural.com.br/detalhe/131211/esterqueiras-biodigestores>>

Dados: $h = 2,5m$; $b = 4m$; $B = 6m$ e $C = 10,0m$

Considerando a esterqueira acima, determine a quantidade de lona necessária para revestir a esterqueira (m^2) e o seu volume (m^3).

4- Considere a planta baixa de um escritório:



Sabendo que a altura da parede é 2,8m, determine a quantidade de tijolos necessária para a execução da obra sabendo a dimensão do tijolo é 9cm x 14cm x 19cm e que a espessura da argamassa nas juntas é de 1cm. Leve em consideração um desperdício de 10%.

APÊNDICE G – Lista de atividades 04

1. Um produtor rural pretende realizar um financiamento de R\$ 300.000,00 para realizar investimentos em sua propriedade rural. A linha de crédito será o Sistema de Amortização Constante (SAC), sabendo que o produtor não terá período de carência da dívida e que o financiamento será pago em 10 anos com uma taxa de 4% *a. a.* Determine as parcelas e os juros desse financiamento.
2. Para ampliar o seu plantel de gado de corte, um produtor rural pretende realizar um financiamento agrícola para adquirir mais animais. Ele irá financiar o valor de R\$ 50.000,00, a uma taxa de 4,6% *a. a.*, para ser pago em 10 anos, sabendo que não terá período de carência da dívida e que optou por pagar prestações iguais todo ano, determine o valor das prestações e o total de juros pago.
3. Um produtor pretende iniciar investimentos na área da suinocultura, para isso pretende realizar um financiamento de R\$ 1.200.000,00, para a construção de uma pocilga para a criação de suínos na fase de terminação. O valor será financiado por um banco pelo prazo de 10 anos. A taxa contratada é de 15% *a. a.* , e as amortizações anuais são efetuadas pelo Sistema de Amortização Constante. O banco concede uma carência de 2 anos para o início dos pagamentos, sendo os juros cobrados neste intervalo de tempo. Com base nisso, elabore uma planilha financeira deste financiamento.
4. Um agricultor pretende investir o lucro obtido da safra de grãos em uma aplicação em um banco de sua confiança. O valor para ser aplicado é de R\$15.000,00, durante um período de 2 anos e meio no sistema de juros compostos sob uma taxa fixa de 0,25% *a. m.* Qual será o montante dessa aplicação?
5. Qual deve ser o tempo para que a quantia de R\$30.000,00 gere o montante de R\$ 35.640,00, quando aplicado à taxa de 2,5% *a. m.*, no sistema de juros compostos?
6. Se um capital de R\$2.500,00 é aplicado durante 1 ano no sistema de juros compostos sob uma taxa mensal fixa que produz um montante de R\$3.250,00, qual será o valor da taxa mensal de juros?