

**UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ
CURSO DE MATEMÁTICA – LICENCIATURA**

TAISA BARAZETTI

**FRAÇÃO E SEUS SIGNIFICADOS: UMA REVISÃO SISTEMÁTICA DE ARTIGOS
CIENTÍFICOS**

**CHAPECÓ – SC
2021**

TAISA BARAZETTI

**FRAÇÃO E SEUS SIGNIFICADOS: UMA REVISÃO SISTEMÁTICA DE ARTIGOS
CIENTÍFICOS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática – Licenciatura, da Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), como requisito para obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Orientador: Prof.^a Dr.^a Marisol Vieira Melo

CHAPECÓ-SC

2021

Bibliotecas da Universidade Federal da Fronteira Sul - UFFS

Barazetti, Taisa
FRAÇÃO E SEUS SIGNIFICADOS: UMA REVISÃO SISTEMÁTICA
DE ARTIGOS CIENTÍFICOS / Taisa Barazetti. -- 2021.
61 f.:il.

Orientadora: Doutora Marisol Vieira Melo

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) -
Universidade Federal da Fronteira Sul, Curso de
Licenciatura em Matemática, Chapecó, SC, 2021.

1. Ensino de frações. 2. Significados de fração. 3.
Recursos pedagógicos. I. , Marisol Vieira Melo, orient.
II. Universidade Federal da Fronteira Sul. III. Título.

TAISA BARAZETTI

**FRAÇÃO E SEUS SIGNIFICADOS: UMA REVISÃO SISTEMÁTICA DE ARTIGOS
CIENTÍFICOS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática – Licenciatura, da Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), como requisito para aprovação obtenção do título de Licenciada em Matemática.

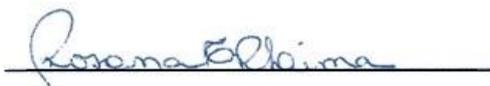
Este trabalho foi defendido e aprovado pela banca em 30/11/2021.

BANCA EXAMINADORA



Prof^ª Dr^ª Marisol Vieira Melo – UFFS

Orientadora



Prof^ª Dr^ª Rosana Catarina Rodrigues de Lima - UNICAMP

Avaliadora



Prof^ª Dr^ª Lucia Menoncini – UFFS

Avaliadora

RESUMO

Este trabalho de conclusão de curso tem como objetivo identificar quais os significados de frações são evidenciados nos artigos científicos que têm como foco o ensino de frações com a utilização de recursos pedagógicos no Ensino Fundamental. Para tanto foi desenvolvido uma pesquisa do tipo Estado da Arte por meio de leituras e análises dos artigos que compõem o *corpus* deste estudo, resultantes de buscas realizadas na plataforma de periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES. Os resultados obtidos restringem-se ao recorte temporal de 2011 à 2020 e indicam que dentre os cinco significados de fração (*parte-todo, número, medida, operador multiplicativo, quociente*) o mais presente nos artigos é a *parte-todo*, em situações-problemas como recurso pedagógico mais utilizado. Destaca-se a importância deste estudo, especialmente para problematizar o modo como o conteúdo de frações vem sendo ensinado e a necessidade de se contemplar os diferentes significados para uma aprendizagem mais efetiva e integradora bem como a necessidade de se repensar os recursos pedagógicos disponíveis para se desenvolver os diferentes significados de fração.

Palavras-chave: Ensino de frações, significados de fração, recursos pedagógicos.

ABSTRACT

This course conclusion work aims to identify the meanings of fractions are evidenced in scientific articles that focus on the teaching of fractions with the use of pedagogical resources in Elementary School. Therefore, a State of the Art research was developed through readings and analysis of the articles that make up the corpus of this study, resulting from searches carried out on the journal platform of the Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel - CAPES. The results obtained are restricted to the time frame from 2011 to 2020 and indicate that among the five meanings of fraction (*part-whole, number, measure, multiplicative operator, quotient*) the most present in the articles is the part-whole, in problem-situations as the most used pedagogical resource. The importance of this study is highlighted, especially to discuss the way in which the content of fractions has been taught and the need to consider the different meanings for a more effective and integrative learning, as well as the need to rethink the pedagogical resources available to develop the different meanings of fraction.

Keywords: Teaching of fractions, fraction meanings, pedagogical resources.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Representação Fracionária na Reta Numérica	15
Figura 2: Situação-problema envolvendo o significado de <i>número</i>	16
Figura 3: O conceito <i>parte-todo</i> no exemplo da divisão de uma pizza	17
Figura 4: Representação <i>parte-todo</i> em jogos pedagógicos	17
Figura 5: Associações com o Disco de Fração e o ensino do conceito <i>parte-todo</i>	18
Figura 6: Situação-problema envolvendo o significado <i>parte-todo</i>	19
Figura 7: Fração como <i>medida</i>	19
Figura 8: Situação-problema envolvendo o significado <i>medida</i>	20
Figura 9: Situação-problema envolvendo o significado <i>quociente</i>	21
Figura 10: Fração como <i>operador multiplicativo</i>	23
Figura 11: Fração em periódicos: significados mais explorados	42
Figura 12: Disposição das tampinhas de garrafa pet	43
Figura 13: Situação-problema utilizando o exemplo da pizza	44
Figura 14: Situação-problema e a resolução do estudante	45
Figura 15: <i>Layout software PhET Simulations</i> - atividade sobre fração <i>parte-todo</i>	46
Figura 16: Descrevendo numerador e denominador	47
Figura 17: Representação de <i>medida</i> criado por professores	48
Figura 18: Reta numérica	48
Figura 19: Jogo "O Caminho das Frações"	51
Figura 20: Significado de fração - participantes em Jucá (2019)	52

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Objeto de conhecimento e habilidades para o ensino de Frações - 5º ano EF	26
Quadro 2 Artigos sobre Frações em periódicos (2011-2020)	32
Quadro 3: Frações em periódicos: abordagem de <i>Ensino</i>	35
Quadro 4: Frações em periódicos: abordagem de <i>Formação de Professores</i>	36
Quadro 5: Frações em periódicos: abordagem de <i>Estudo Teórico</i>	36
Quadro 6: Frações em periódicos: tipos de recursos pedagógicos e etapas de ensino	38
Tabela 1 Termos de Busca	31

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	9
2	FRAÇÃO E SEUS SIGNIFICADOS: UMA REVISÃO CONCEITUAL	11
2.1	O ENSINO DA MATEMÁTICA E A CONSTANTE NECESSIDADE DE INOVAR	11
2.2	CONCEITUANDO RECURSOS PEDAGÓGICOS	12
2.3	CONCEITUANDO FRAÇÕES	14
2.4	FRAÇÕES NOS DOCUMENTOS CURRICULARES DO EF	24
3	METODOLOGIA	29
3.1	COLETA DE DADOS	30
4	DESCRIÇÃO E ANÁLISE DE DADOS.....	34
4.1	UM OLHAR PARA OS RECURSOS PEDAGÓGICOS	37
4.2	UM OLHAR PARA OS SIGNIFICADOS DE FRAÇÃO.....	40
4.2.1	Parte-todo.....	43
4.2.2	Medida.....	47
4.2.3	Número.....	48
4.2.4	Quociente.....	49
4.2.5	Operador Multiplicativo.....	50
5	RESULTADOS DA PESQUISA.....	53
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	55
	REFERÊNCIAS.....	57
	APÊNDICE – CORPUS DA PESQUISA.....	60

1 INTRODUÇÃO

Por trás da escolha de cursar o ensino superior na modalidade de Licenciatura está o anseio por ensinar. O acadêmico inicia sua trajetória universitária e durante esse processo vai descobrindo as inúmeras possibilidades e inseguranças que vêm junto com a construção do profissional que almeja ser.

Particularmente, foi durante as experiências nos estágios curriculares que eu pude familiarizar-me acerca de qual era a minha relação com a Matemática, considerando a escolha pelo Curso de graduação em Matemática - Licenciatura.

Mais do que os cálculos, o universo dos números, os conteúdos escolares, durante os estágios eu tive a certeza de que a minha paixão pela Matemática está relacionada ao conduzir, levar o aluno a aprender, apresentar a Matemática de uma maneira criativa, lúdica, prazerosa, quebrar os paradigmas do desinteresse e da negação. Minha paixão é por ensinar Matemática.

Ao passo que me descobri professora durante os estágios e, logo após, durante uma breve experiência atuando como docente, professora substituta, também percebi que ninguém sabe tudo, ninguém conhece tudo, pois, ao me deparar com o conteúdo de frações a ser ensinado a uma turma do 6º ano Ensino Fundamental - Anos Finais (EF II), passei semanas elaborando jogos e brincadeiras para despertar o gosto dos alunos pela aprendizagem Matemática, tornar as aulas mais lúdicas e atrativas.

Desenvolvi as atividades planejadas e pude identificar melhoras na aprendizagem dos discentes, porém, semestres depois ainda durante a graduação, ao retomar os estudos sobre esse conteúdo, deparei-me com a expressão significados de fração. O pensamento que me ocorreu de imediato foi: significados? Há outros significados? Pois tinha conhecimento de apenas um deles, explorado na minha escolarização. E, naquele momento, percebi a necessidade em explorar o conceito de fração, tendo em vista os diferentes significados que lhe são atribuídos nos diversos contextos em que são utilizados.

Dessa provocação pessoal emergiu a inquietação que deu origem a esse estudo. Em minha prática utilizei recursos pedagógicos, como jogos, para garantir um ensino mais lúdico e envolvente, no entanto, percebo hoje que os jogos de que lancei mão ao ensinar ficaram reduzidos ao exercício de memorização e com foco de desenvolver a aprendizagem de fração como a parte de um todo, não contemplando os outros significados.

Desde então, passei-me a questionar: E os demais professores, têm consciência da existência e da necessidade de ensinar os diferentes significados de fração? Quais são os

significados de fração presentes em suas metodologias, recursos pedagógicos e jogos desenvolvidos no ensino da matemática? Diante disso, a necessidade de estudar e se aprofundar sobre a temática, recorri aos artigos de periódicos para elucidar tais significados e como os mesmos são tratados nos recursos pedagógicos.

A partir desses questionamentos, esse estudo foi construído com o objetivo de *identificar quais os significados de frações são evidenciados nos artigos científicos que têm como foco o ensino de frações com a utilização de recursos pedagógicos no Ensino Fundamental.*

Com o intuito de responder a esse objetivo, inicialmente realizou-se um processo de busca na plataforma da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) para mapear os artigos científicos em que o tema ensino de frações é abordado. Para isso foram elencados os objetivos específicos: (1) Identificar nos artigos científicos a abordagem o ensino de frações com a utilização de recursos pedagógicos no contexto do Ensino Fundamental; (2) Identificar os significados de fração abordados nos artigos científicos investigados e estabelecer relações entre os artigos selecionados com vistas aos significados de fração.

Para traçar esse percurso o texto está estruturado em quatro etapas. No primeiro momento realizou-se uma revisão da literatura com foco no *ensino da matemática* a partir de leituras de Beatriz S. D'Ambrosio (1989), Druck e Hellmeister (2004), Pontes *et al.* (2016), Trintin e Amorim (2016), Pontes (2018), bem como a definição de *recursos pedagógicos*, embasando-se em Falkembach, Geller e Silveira (2006), Viscovini *et al.* (2009), Cruz e Castro (2014) *apud* Melo e Ribeiro (2019). Também o *conceito de fração* embasado em Merlini (2005), Campos; Magina e Nunes (2006), Drechmer e Andrade (2011) e seus diferentes significados e o ensino de frações no Ensino Fundamental.

A segunda etapa apresenta a metodologia deste estudo, que consiste numa pesquisa do tipo Estado da Arte, seguindo as etapas metodológicas sugeridas por Romanowski e Ens (2006).

No terceiro capítulo foram identificados os artigos com a temática do ensino de frações no Ensino Fundamental na plataforma da CAPES, e que aplicados os critérios de seleção compuseram o *corpus* deste estudo, sendo dezesseis artigos científicos correspondente ao período de 2011 – 2020.

A quarta etapa apresenta as análises dos artigos, procurando evidenciar os significados de frações presentes nas produções, bem como os recursos pedagógicos. Por fim, os resultados e conclusões do estudo.

2 FRAÇÃO E SEUS SIGNIFICADOS: UMA REVISÃO CONCEITUAL

Ao abordar o ensino de frações e seus diferentes significados, Nilza Eigenheer Bertoni alerta que “Frações tem sido um assunto temido, mal compreendido, mal aprendido” (BERTONI, 2009, p. 12). É possível concordar com ela em relação as dificuldades em torno de ensino e aprendizagem de matemática, especificamente acerca do tema frações. Para elucidar os principais conceitos é apresentado nesse estudo uma breve revisão que inicia com algumas ideias sobre o ensino da Matemática, o conceito e os significados de fração propriamente ditos, e como o currículo aborda esse conteúdo.

2.1 O ENSINO DA MATEMÁTICA E A CONSTANTE NECESSIDADE DE INOVAR

A matemática está presente na vida do ser humano de tantas maneiras que é difícil imaginar passar um dia sequer, sem fazer uso desta ciência, como nas relações de compra e venda, na quantificação, pesos, medidas, noção de tempo, apuração de dados, pesquisas, tabelas, gráficos. Em atividades simples como preparar uma receita culinária, ou em outras tão complexas como a programação de sistemas, meios eletrônicos e todo o universo das tecnologias a matemática está aí, presente, sendo necessária (TRINTIN; AMORIM, 2016).

São séculos de estudos e conhecimentos resumidos na possibilidade de acordar pela manhã e olhar para o relógio, marcando as horas, acompanhar os resultados dos campeonatos esportivos organizados em tabelas, ou seja, a linguagem matemática se funde com a vida. (DRUCK; HELLMEISTER, 2004). Ao passo que se apresenta como um elemento fundamental na vida cotidiana, evidencia-se um desinteresse crescente por parte dos estudantes em relação à aprendizagem escolar da Matemática. Esse desinteresse pode estar associado ao modo como se desenvolve o ensino da Matemática.

Pontes (2018) aponta para a necessidade de associar a Educação Matemática às novas tecnologias, a práticas de investigação, problematização, construção de conceitos contextualizados, ou seja, o professor de matemática deve estar preparado para enfrentar os obstáculos provenientes da passagem de modelos abstratos da matemática para situações do mundo real.

A necessidade de repensar as metodologias de ensino e incorporar novidades nas práticas de Educação Matemática vem sendo sinalizadas por estudiosos há décadas. De acordo com Beatriz S. D'Ambrosio,

Em nenhum momento no processo escolar, numa aula de matemática, geram-se situações em que o aluno deva ser criativo, ou onde o aluno esteja motivado a solucionar um problema pela curiosidade criada pela situação em si ou pelo próprio desafio do problema. Na matemática escolar o aluno não vivencia situações de investigação, exploração e descobrimento (D'AMBROSIO, 1989, p. 16).

Ainda hoje, envolver os estudantes no processo de ensino aprendizagem consiste em um grande desafio da escola. Atualmente há um universo de informações, atrações, que competem com a escola pela atenção destas crianças e adolescentes.

Neste sentido autores destacam a importância de se olhar para aspectos metodológicos. Pontes *et al.* (2016, p.28) reforçam que “se não houver por parte da escola e seus envolvidos um comprometimento em quebrar os paradigmas metodológicos para o ensino de matemática, ficaremos inertes e totalmente descontextualizados do mundo fora das quatro paredes da escola”.

O uso de recursos pedagógicos diversificados se apresenta como uma interessante possibilidade metodológica que vai ao encontro do rompimento de um ensino pautado meramente no domínio de técnicas e da memorização. Atividades diferenciadas proporcionam o envolvimento do aluno. “Na disciplina de Matemática, como em qualquer outra disciplina escolar, o envolvimento ativo do aluno é uma condição fundamental da aprendizagem” (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2003, p. 23).

Conhecer mais acerca dos recursos pedagógicos é fundamental nesse processo de inovar e reinventar o ensino.

2.2 CONCEITUANDO RECURSOS PEDAGÓGICOS

A expressão ‘recursos pedagógicos’ pode ser compreendida como o conjunto de técnicas e materiais de apoio pedagógico que tem o intuito de respaldar o professor no momento de mediar os processos de ensino-aprendizagem, ou seja, são os instrumentos, técnicas, equipamentos, metodologias que auxiliam a aprendizagem dos conteúdos e que são utilizados de maneira intencional e organizada pelos educadores. Dito de outro modo, o que diferencia

um recurso pedagógico de outro qualquer é a intencionalidade, a ação planejada com fins e objetivos educacionais (VISCOVINI *et al.*, 2009).

O jogo é um entre os diversos recursos pedagógicos existentes. Esse termo, por sua vez, engloba uma diversidade de definições de acordo com o contexto em que é utilizado. O jogo como ato de diversão, lazer e entretenimento possui diferentes finalidades, mas normalmente é composto por regras e o objetivo final é ter um ganhador.

Quando refere-se a jogos educativos, os objetivos mudam. Melo e Ribeiro (2019) trazem a definição de jogos educativos de Cruz e Castro (2014) ressaltando que:

Jogos educativos têm a finalidade de promover o ensinamento lúdico de alguma atividade e ou disciplina. Assim como os jogos tradicionais podem entreter e ensinar o jovem, os jogos educativos também possuem esse potencial. No jogo tradicional, além da experiência proveniente da prática do jogo, obtém-se uma experiência social enriquecedora, pois, ao participar de um jogo, o jovem torna-se mais sociável, de modo que mesmo indivíduos mais tímidos desfrutem experiências enriquecedoras. (CRUZ; CASTRO, 2014, p. 5 *apud* MELO; RIBEIRO, 2019, p. 333).

Por meio de um jogo ou atividade lúdica o professor pode alcançar excelentes resultados, pois “os jogos podem promover ambientes de aprendizagem atraentes e gratificantes, constituindo-se num recurso poderoso de estímulo para o desenvolvimento integral do aluno” (FALKEMBACH; GELLER; SILVEIRA, 2006, p. 02).

O principal diferencial entre o jogo e o jogo educativo está na intencionalidade educativa deste último. Ao ser utilizado com fins pedagógicos, o jogo no ambiente escolar deve, necessariamente, estar relacionado ou desenvolver as habilidades, competências e objetivos definidos pelo professor para a aprendizagem do estudante. Por isso, por trás do jogo deve haver conceitos, conteúdos e contextos que promovam o desenvolvimento.

É importante salientar que o jogo educativo é um recurso pedagógico, no entanto, nem todo recurso pedagógico é um jogo. Recursos pedagógicos podem ser equipamentos tecnológicos, materiais bibliográficos, metodologias e técnicas, e claro, jogos e brincadeiras, entre outros.

Neste estudo optou-se por manter o termo ‘recurso pedagógico’ como termo geral que representa a diversidade dos recursos, incluindo os jogos, por entender que os jogos estão compreendidos dentro deste conceito. Assim sendo, a palavra “jogos” foi utilizada como um dos termos de busca no levantamento de dados para constituir o *corpus* desta pesquisa.

2.3 CONCEITUANDO FRAÇÕES

Ao lado da representação decimal, a representação fracionária compõe o conjunto dos números racionais. Para se construir um entendimento acerca de frações é importante destacar que este objeto de estudo possui diversos significados de acordo com o contexto em que é aplicado. Alguns estudos como Merlini (2005), Magina e Campos (2008) utilizam a classificação feita por Nunes *et al.* (2003) acerca dos significados de fração, que consistem em: ***número, parte-todo, medida, quociente e operador multiplicativo.***

Há uma grande fragilidade entre os professores que ensinam matemática em compreender essa diversidade de significados. No entanto, uma prática pedagógica que enfatiza apenas *um* significado de fração é bastante frágil e colabora para o aumento nos índices de incompreensão e falta de domínio dos alunos acerca deste assunto (DRECHMER; ANDRADE, 2011).

- **Número**

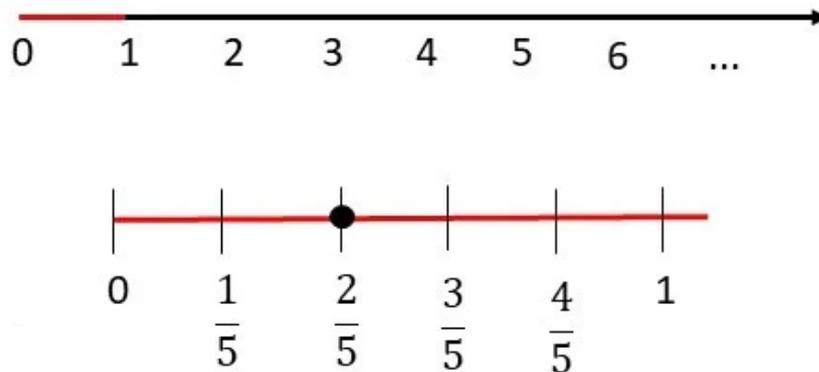
Um entendimento fundamental no ensino da matemática é de que uma fração é um *número*. Assim como um número inteiro, a fração é um número que está posicionado na reta numérica e que não precisa necessariamente referir-se a uma quantidade específica. (CAMPOS; MAGINA; NUNES, 2006; DRECHMER; ANDRADE, 2011).

No exemplo da representação do número $\frac{2}{3}$ na reta numérica. O estudante deverá reconhecer a fração $\frac{2}{3}$ como um *número*, e não uma superposição de dois números naturais. A partir disso identificar que todo número tem um ponto correspondente na reta numérica, e que tanto à sua direita, quanto à sua esquerda existem infinitos números. Ainda referente ao significado de *número*, é importante salientar que existem duas formas de representação fracionária: a ordinária e a decimal. (MERLINI, 2005, p. 27-28)

Para melhor ilustrar e construir esse conceito com os alunos é fundamental a utilização de imagens e exemplos. Aproximar os intervalos da reta numérica é uma importante estratégia para que os estudantes identifiquem que entre dois pontos há uma infinidade de outros pontos, e todos eles representam números. No exemplo abaixo, a Figura 1 apresenta, na primeira parte, o intervalo de uma unidade na reta numérica, ou seja, entre [0,1]. Na sequência, feito um *zoom*,

de modo a ver com mais detalhes, o respectivo intervalo. E então, pede-se para localizar *o ponto* que corresponde à fração $\frac{2}{5}$.

Figura 1: Representação Fracionária na Reta Numérica

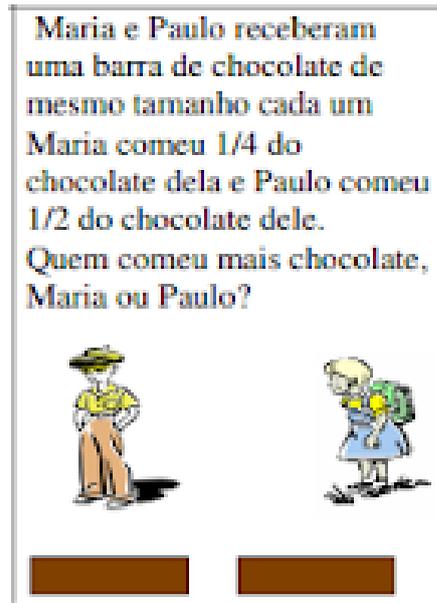


Fonte: Escola e Educação (s.d). Disponível em: <https://escolaeducacao.com.br/plano-de-aula-fracao-5o-ano-ensino-fundamental/reta-numerica-2/>. Acesso em: 27 ago. 2021

Para encontrar o ponto indicado na figura, os estudantes precisam compreender que a fração $\frac{2}{5}$ representa um número maior que zero e menor que um, ou seja, $0 < \frac{2}{5} < 1$, e que esse mesmo número pode ser representado de maneira decimal, na forma de $0,4$.

Outro tipo de situação-problema que pode ser aplicado para construir com o aluno a concepção de fração enquanto *número* é apresentado na Figura 2.

Figura 2: Situação-problema envolvendo o significado de *número*



Fonte: Magina e Campos (2008, p. 30)

Nessa representação, com esse tipo de situação-problema, os estudantes desenvolvem a compreensão de que uma fração representa uma quantidade, pois uma fração, assim como um inteiro, são números que podem ser representados tanto na forma fracionária como na forma decimal.

- **Parte-todo**

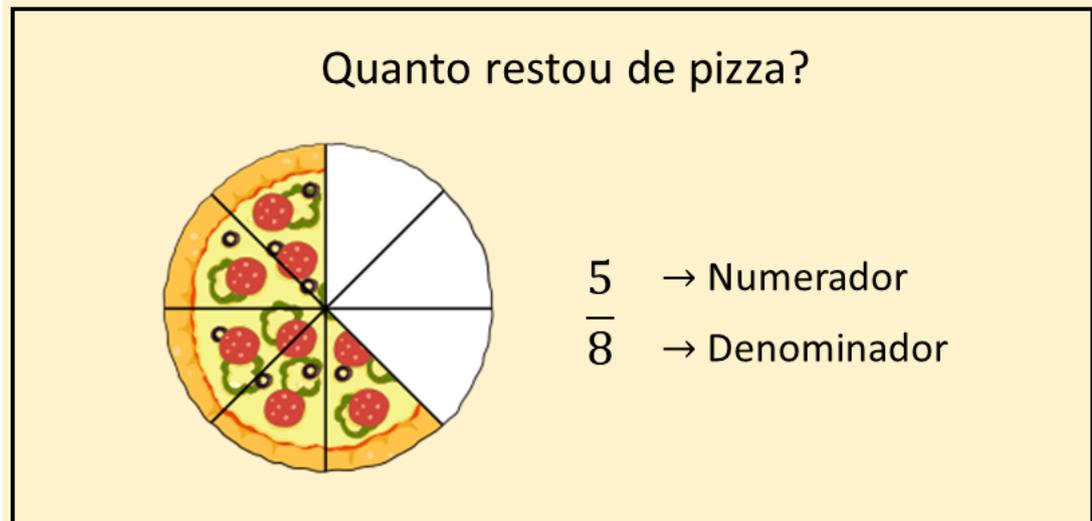
O principal contexto para o ensino de fração são as situações de **parte-todo**. Nessa relação está presente a ideia de partição de um todo em n partes iguais e que cada parte pode ser representada por $\frac{2}{n}$ (MERLINI, 2005, p. 28).

Um exemplo tradicionalmente utilizado em escolas é acerca da divisão de uma pizza:

- *Uma pizza foi dividida em oito partes iguais. João comeu três dessas partes. Que fração representa a parte que restou da pizza?*

Nesse exemplo, Figura 3, 8 (oito) representa o número de partes iguais que a pizza foi dividida (denominador) e 5 (cinco) representa a parte que restou (numerador). Esse exemplo utiliza uma quantidade contínua, pois há uma grandeza envolvida, no caso do “tamanho do pedaço”, isto é, da massa, em gramas (g).

Figura 3: O conceito *parte-todo* no exemplo da divisão de uma pizza



Fonte: Escola e Educação (s.d) Disponível em: <https://escolaeducacao.com.br/plano-de-aula-fracao-5o-ano-ensino-fundamental/reta-numerica-2/>. Acesso em: 27 ago. 2021

É acerca do conceito *parte-todo* que muitos jogos e materiais didáticos manipuláveis são construídos, como no exemplo abaixo, utilizando papéis coloridos ou folhas de E.V.A.¹, é feita a partição dos círculos em diferentes quantidades, e cada parte representa uma fração.

Figura 4: Representação *parte-todo* em jogos pedagógicos

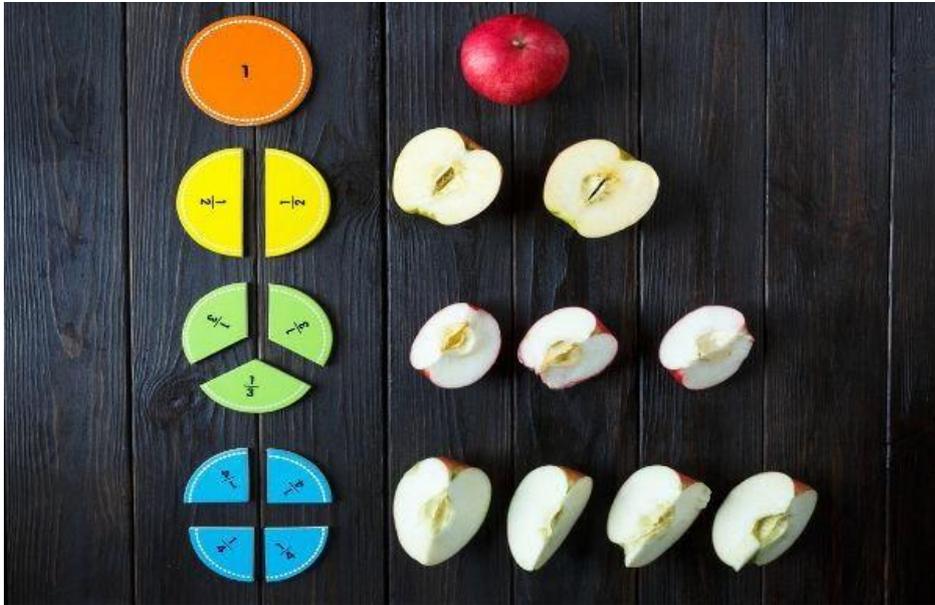


Fonte: Escola e Educação (s.d) Disponível em: <https://escolaeducacao.com.br/plano-de-aula-fracao-5o-ano-ensino-fundamental/fracao-2/>. Acesso em: 27 de ago. 2021

¹ E.V.A. = *Ethylene Vinyl Acetate* (Etileno Acetato de Vinila) – é um material emborrachado, flexível, muito utilizado na construção de materiais pedagógicos.

Outro recurso utilizado é associar materiais pedagógicos como os discos de fração e elementos do dia a dia dos estudantes:

Figura 5: Associações com o Disco de Fração e o ensino do conceito *parte-todo*



Fonte: Brasil Escola (s.d.). Disponível em <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/fracao.htm>.

Acesso em: 27 de ago. 2021

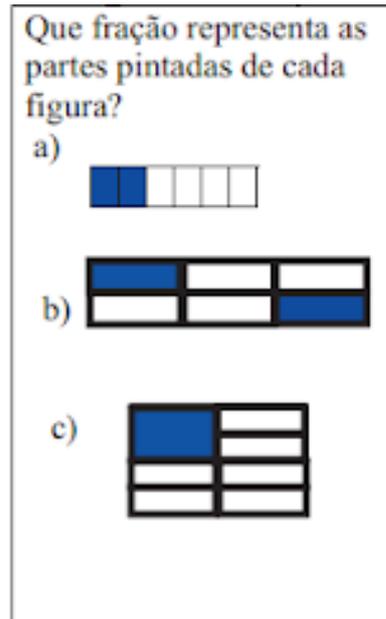
Também é possível aplicar esse significado com quantidades discretas:

- *Na loja há 2 (dois) bonés vermelhos e 1 (um) boné azul de mesmo tamanho e formato. Que fração representa a quantidade de bonés vermelhos em relação ao total de bonés da loja?* (MERLINI, 2005, p. 28).

Neste caso o todo corresponde em 3 (três) partes, e referem-se ao denominador, e a quantidade de bonés vermelhos refere-se ao numerador.

Outro exemplo para explorar o significado de *parte-todo* é utilizando figuras geométricas divididas em partes iguais, sendo que algumas partes são coloridas e outras não, e o desafio apresentado aos alunos é identificar a fração que corresponde as partes pintadas, como mostrado na Figura 6.

Figura 6: Situação-problema envolvendo o significado *parte-todo*



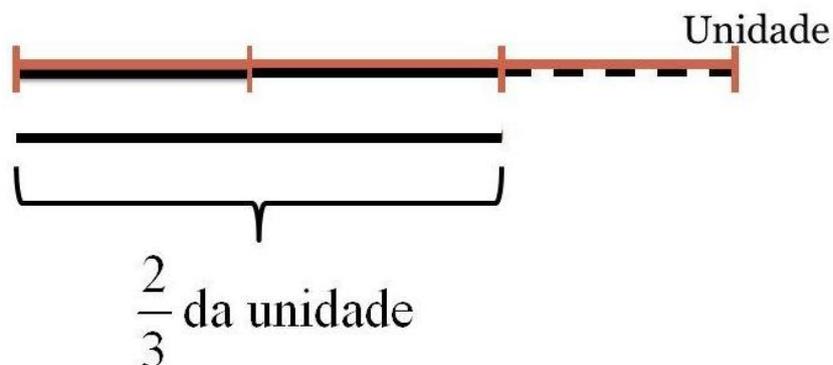
Fonte: Magina e Campos (2008, p. 30)

Nas escolas é comum a utilização de atividades como a indicada na Figura 6.

- **Medida**

A fração assume a função de **medida** em situações de comparação entre duas grandezas. Nestes casos, uma parte é tomada como referência para medir a outra. Essa situação pode ser observada nos exemplos que seguem, em que se pretende saber quantas vezes a linha preta ‘cabe’ na linha marrom:

Figura 7: Fração como *medida*



Fonte: Couto (s.d.). Disponível em: <https://slideplayer.com.br/amp/10181350/>. Acesso em: 27 ago. 2021

Ou ainda, pode ser observado em casos como: a probabilidade de um evento acontecer é *medida* pelo *quociente* do número de casos favoráveis dividido pelo número de casos possíveis. Assim, a chance de tal evento ocorrer varia de 0 e 1, sendo este número, na maioria dos casos, uma fração. (CAMPOS; MAGINA; NUNES, 2006; DRECHMER; ANDRADE, 2011). Exemplo:

João terá que passar por uma prova de fogo. Seu amigo colocou dentro de uma caixinha 3 bolas coloridas, duas azuis e uma branca, e apostou com João: se você tirar uma bola dessa caixa sem ver e ela for azul, você ganha o jogo. Que fração representa a chance de João ganhar o jogo? Nessa situação, a possibilidade de João ganhar o jogo é expressa por uma *medida* obtida pelo *quociente* entre o número de bolinhas azuis e o número total de bolinhas da caixa, ou seja, pela fração $\frac{2}{3}$. (MERLINI, 2005, p. 29, grifo da autora).

Outra situação que indica a fração como *medida*, é a descrita na situação-problema que segue:

Figura 8: Situação-problema envolvendo o significado *medida*

Na segunda-feira você misturou 3 litros de tinta branca e 3 de tinta azul. Na terça-feira você misturou 2 litros de branca e 2 de azul.

1. A mistura vai ficar da mesma cor nos dois dias?
2. Por que?
3. Que fração da mistura foi feita com tinta azul na segunda-feira?
4. E na terça-feira?

segunda-feira

terça-feira

Fonte: Magina e Campos (2008, p. 30)

Observando os exemplos aqui mencionados, é importante destacar que em diversas situações-problemas envolvendo aspectos de *probabilidade e razão*, como é o caso do exemplo (de razão) ou então, no exemplo anterior das bolinhas coloridas (probabilidade), está implícito o significado de *medida*.

- **Quociente**

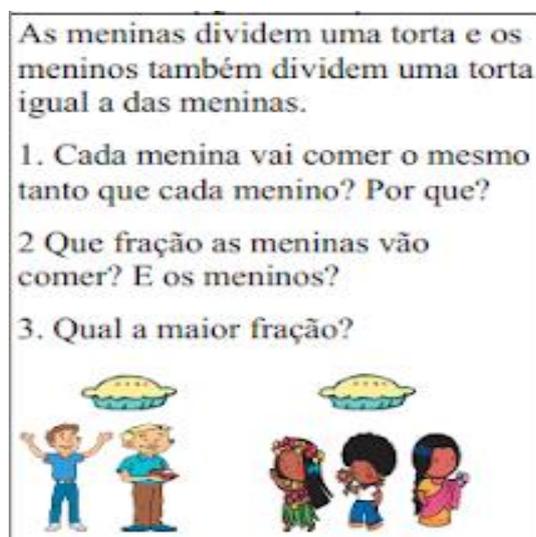
Quando a fração é empregada numa divisão como estratégia para resolver determinado problema assume o significado de **quociente**. Nestas situações temos duas variáveis, uma assume a função de numerador e outra de denominador. (CAMPOS; MAGINA; NUNES, 2006; DRECHMER; ANDRADE, 2011), por isso, o significado de *quociente* supera a compreensão construída no significado *parte-todo*, e ainda é possível admitir situações com numerador maior, menor ou igual ao denominador e que numerador e denominador representam diferentes objetos. Esse significado pode ser identificado no exemplo:

- *Divida 2 chocolates para 3 crianças. Que fração representa o que cada criança recebeu de chocolate?*

Nessa situação é importante perceber que a divisão 2:3 é o recurso para apresentar uma solução. Essa divisão é igual a $\frac{2}{3}$, ou seja, deverá aceitar que o número $\frac{2}{3}$ é a melhor resposta para o problema, ao invés de $2:3=0,6666\dots$ (MERLINI, 2005, p. 31).

O significado *quociente* difere do significado *parte-todo*, pois há duas grandezas distintas (quantidade de chocolates e quantidade de pessoas conforme o exemplo da figura 2) no caso do *quociente*, enquanto há apenas uma grandeza (a parte que foi consumida da barra de chocolate conforme o exemplo) no caso do significado *parte-todo*.

Figura 9: Situação-problema envolvendo o significado *quociente*



Fonte: Magina e Campos (2008, p. 30)

Situações-problemas como a apresentada na Figura 9 também possibilitam trabalhar com o significado de *quociente*.

- **Operador multiplicativo**

Quanto ao significado **operador multiplicativo**, a fração $\frac{a}{b}$ com $b \neq 0$ atua como fator transformador de um número ao ser multiplicada por ‘*a*’ e dividida por ‘*b*’, obtendo um novo resultado (DRECHMER; ANDRADE, 2011). Exemplo:

- *Numa turma há 36 alunos. Durante uma avaliação de Matemática sobre frações, $\frac{2}{3}$ dos alunos obtiveram resultados satisfatórios. Quantos alunos obtiveram bons resultados?*

Para resolver essa situação é preciso considerar que a fração desempenha o papel de transformação da quantidade inicial, 36. Para o processo de *operador multiplicativo*, há que se dividir essa quantidade por 3 e multiplicar por 2, ou o inverso: multiplicar por 2 e dividir por 3, para obter o resultado de 24 alunos. (MERLINI, 2005, p. 32).

Esse mesmo processo pode ser observado no seguinte exemplo:

- *Sabe-se que para iniciar a votação de uma Emenda Constitucional, é necessário que estejam presentes $\frac{1}{3}$ do total de Deputados. Se em um dia de votação compareceram 170 Deputados de um total de 513, a votação pode ter ocorrido?*

Figura 10: Fração como *operador multiplicativo*

a) A pergunta está relacionada à possibilidade de a votação ter ocorrido ou não. Logo, concluímos que estamos nos referindo ao quórum, ou seja, iremos utilizar a fração $\frac{1}{3}$.

- Total de deputados = 513.
- Total de comparecimentos = 170.

$$\frac{1}{3} \text{ de } 513 = \frac{1}{3} \times 513 = \frac{351}{3} = 171.$$

Para que a votação ocorra, é necessário que 171 deputados compareçam à Câmara no dia da votação.



Como apenas 170 deputados compareceram no dia, podemos concluir que não pode ter havido votação.

nova
escola

Fonte: Trovão (s.d.). Disponível em

<https://planosdeaula.novaescola.org.br/fundamental/7ano/matematica/fracao-um-operador-a-ser-considerado/1083>. Acesso em: 18 out. 2021

É importante considerar no significado de *operador multiplicativo* em situações envolvendo porcentagem, aparecem como operador no sentido de que $\frac{a}{100}$ de x ou $a\%$, significa aplicar a fração $\frac{a}{100}$ de x (MOUTINHO, 2005, p. 39). Por exemplo:

- João teve aumento de seu salário em 12% , isto é, $\frac{12}{100}$. Considerando que o salário de João era R\$ 1200,00 e teve um aumento de 12% , qual é o valor do novo salário de João?

Para resolver essa questão, é preciso inicialmente perceber que 12% corresponde ao número fracionário $\frac{12}{100}$. Em seguida, desenvolver os cálculos por meio do *operador multiplicativo*, que consiste em multiplicar 12 por 1200, dividindo o resultado por 100. Esta operação resultará no valor 144 que corresponde aos 12% de aumento no salário. Para determinar o valor final do salário com o aumento, é preciso somar o valor inicial do salário com o valor que corresponde ao aumento, ou seja, R\$1.200,00 + R\$144,00. Nesta soma determina-se o valor do salário com o reajuste, que será de R\$1.344,00. Abaixo, apresentam-se os cálculos:

$$\frac{12}{100} \text{ de R\$1.200,00}$$

$$\frac{12}{100} \times 1200 = \frac{14400}{100} = 144 \text{ reais}$$

$$1200 + 144 = 1344$$

O novo salário é de R\$ 1.344,00.

2.4 FRAÇÕES NOS DOCUMENTOS CURRICULARES DO EF

O conceito de número racional - fração é introduzido formalmente a partir do 4º ano do Ensino Fundamental e percorre as etapas seguintes de escolarização aumentando o nível de abstração e aprofundamento nos diferentes significados de fração. Até o ano de 2018 a principal referência para se construir os currículos da Educação Básica eram os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's). Desde então, com a aprovação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), esta tem se tornado o eixo norteador dos currículos escolares no Brasil.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental foram elaborados com o objetivo de “construir referências nacionais comuns ao processo educativo em todas as regiões brasileiras”, para que os estudantes tenham “acesso ao conjunto e conhecimentos socialmente elaborados e reconhecidos como necessários ao exercício da cidadania” (BRASIL, 1998, p. 5).

Organizados por área, sendo que cada área corresponde a uma disciplina (Português, Matemática, Ciências, História, Geografia, Arte, Educação Física, Língua Estrangeira Inglês), e por ciclos (1º ciclo = 1ª e 2ª série; 2º ciclo = 3ª e 4ª série; 3º ciclo = 5ª e 6ª série; 4º ciclo = 7ª e 8ª série), o conteúdo de frações encontrava-se no que corresponde hoje aos Anos Iniciais (EF I), no 2º ciclo do Ensino Fundamental, ou seja, 3ª e 4ª série, atuais 4º e 5º anos, respectivamente.

De acordo com o documento, no 2º ciclo do Ensino Fundamental deveria ser ofertado ao aluno a possibilidade de ampliar a sua compreensão dos números naturais na perspectiva de garantir a “oportunidade de ampliar ideias e procedimentos relativos à contagem, comparação, ordenação, estimativa e operações que os envolvem” (BRASIL, 1997 p. 57). Por meio de situações-problemas que vão além do campo conceitual dos números naturais os alunos devem ser conduzidos a se aproximar da noção de número racional, e neste contexto orienta-se que sejam abordados alguns significados como *quociente*, *parte-todo* e razão das representações decimal e também fracionária.

Exclusivamente em relação a representação fracionária, os PCN's apresentam os seguintes conteúdos:

- Leitura, escrita, comparação e ordenação de representações fracionárias de uso frequente.
- Reconhecimento de que os números racionais admitem diferentes (infinitas) representações na forma fracionária.
- Identificação e produção de frações equivalentes, pela observação de representações gráficas e de regularidades nas escritas numéricas.
- Exploração dos diferentes significados das frações em situações-problemas: parte-todo, *quociente* e razão.
- Observação de que os números naturais podem ser expressos na forma fracionária.
- Relação entre representações fracionária e decimal de um mesmo número racional. (BRASIL, 1997, p. 59)

Na última década, a partir de 2010, muitas discussões em torno do currículo brasileiro foram sendo fomentadas e esse movimento resultou na construção de um documento, finalizado no ano de 2018, chamado Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Os conteúdos para o Ensino da Matemática até então definidos pelos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática foram repensados, adequados às demandas do tempo atual e às necessidades do cidadão, do aluno que se deseja formar e incorporaram os saberes da Área da Matemática na BNCC.

A Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) por sua vez, introduz ideias pertinentes à aprendizagem de frações por meio dos conceitos de metade, terça parte, quarta parte, quinta parte e décima parte, como objeto de conhecimento da unidade temática *Números*, ainda no 2º ano do Ensino Fundamental, descrito nos objetos de conhecimento como “problemas envolvendo significados de dobro, metade, triplo e terça parte” (BRASIL, 2018, p.282), e na habilidade de “resolver e elaborar problemas envolvendo dobro, metade, triplo e terça parte com o suporte de imagens ou material manipulável, utilizando estratégias pessoais”. (BRASIL, 2018, p. 283)

No 3º ano do Ensino Fundamental, os objetos de conhecimento dentro da unidade temática *Números*, amplia os estudos de modo que, além do significado de metade, dobro, triplo e terça parte, também sejam contemplados os significados de quinta e décima parte, além de “problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação e da divisão: adição de parcelas iguais, configuração retangular, repartição em partes iguais e medida. (BRASIL, 2018, p. 286). As habilidades para esses objetos de conhecimento são:

(EF03MA07)² Resolver e elaborar problemas de multiplicação (por 2, 3, 4, 5 e 10) com os significados de adição de parcelas iguais e elementos apresentados em disposição retangular, utilizando diferentes estratégias de cálculo e registros.

(EF03MA08) Resolver e elaborar problemas de divisão de um número natural por outro (até 10), com resto zero e com resto diferente de zero, com os significados de repartição equitativa e de medida, por meio de estratégias e registros pessoais. Significados de metade, terça parte, quarta parte, quinta parte e décima parte

(EF03MA09) Associar o quociente de uma divisão com resto zero de um número natural por 2, 3, 4, 5 e 10 às ideias de metade, terça, quarta, quinta e décima partes. (BRASIL, 2018, p. 287).

Nos objetos de conhecimento do 4º ano do Ensino Fundamental estão previstas aprendizagens relativas aos números racionais, associadas as frações unitárias mais usuais ($\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}$ e $\frac{1}{100}$) a partir da habilidade de reconhecê-las “como unidades de *medida* menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica como recurso” (BRASIL, 2018, p. 290).

No 5º ano do Ensino Fundamental a ideia de fração é contemplada de acordo com os objetos de conhecimento e habilidades:

Quadro 1: Objeto de conhecimento e habilidades para o ensino de Frações - 5º ano EF

OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Representação fracionária dos números racionais: reconhecimento, significados, leitura e representação na reta numérica	(EF05MA03) Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso.
Comparação e ordenação de números racionais na representação decimal e na fracionária utilizando a noção de equivalência	(EF05MA04) Identificar frações equivalentes. (EF05MA05) Comparar e ordenar números racionais positivos (representações fracionária e decimal), relacionando-os a pontos na reta numérica.
Cálculo de porcentagens e representação fracionária	(EF05MA06) Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente à décima parte, quarta parte, metade, três quartos e um inteiro, para calcular porcentagens, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.

Fonte: BNCC (BRASIL, 2018, p. 294-295)

² Essa sigla adotada como modo de organizar a BNCC é um código alfanumérico que identifica cada objetivo de aprendizagem e desenvolvimento previsto no documento. Ex.: (EF03MA08):

EF = O primeiro par de letras indica a etapa de Ensino, no caso *Ensino Fundamental*

03 = O primeiro par de números refere-se ao *ano escolar* da habilidade, no caso, 3º ano

MA = O segundo par de letras indica o componente curricular, no caso da *Matemática*

08 = Par de números indica a “*posição da habilidade*” na numeração sequencial do ano escolar

Em relação aos Anos Finais do Ensino Fundamental, retomam-se os aspectos previstos nos Parâmetros Curriculares Nacionais, que abordam o conteúdo de frações a partir do 3º ciclo do Ensino Fundamental, 5ª e 6ª Série, atualmente o 6º e 7º Anos.

Para o estudo dos conteúdos apresentados no bloco de *Números e Operações* deste ciclo, “[...] é fundamental a proposição de situações-problemas que possibilitem o desenvolvimento do sentido numérico e os significados das operações” (BRASIL, 1998, p. 66).

Em relação aos números racionais, segundo os PCN’s:

[...] nas suas representações fracionária e decimal, merecem especial atenção no terceiro ciclo, partindo da exploração de seus significados, tais como: a relação parte/todo, quociente, razão e operador. A resolução de situações-problemas com números naturais, racionais e inteiros permite, neste ciclo, a ampliação do sentido operacional, que se desenvolve simultaneamente à compreensão dos significados dos números.” (BRASIL, 1998, p. 67).

Olhar para os diferentes significados e a importância de um ensino pautado nessa compreensão dos números fracionários, não é de hoje.

De acordo com a BNCC (BRASIL, 2018) os conhecimentos matemáticos são de suma importância para todos os alunos, em todas as etapas de escolarização, e o leque de conceitos e aprendizagens abordados por este componente durante toda a Educação Básica, tem como objetivo principal, possibilitar que os alunos:

Desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações (BRASIL, 2018, p. 265).

As aprendizagens escolares devem transpor o espaço escolar e fazer sentido na vida dos alunos. Muitas vezes é a falta dessa relação (escola e vida) que torna difícil a compreensão de determinados conteúdos e conceitos.

No que diz respeito ao ensino de frações, é importante destacar que em relação aos Anos Finais, a BNCC aborda esse conteúdo no 6º e 7º ano do Ensino Fundamental, na unidade temática *Números*. No 6º ano, o objeto de conhecimento referente a essa temática consiste em: “Frações: significados (parte/todo, *quociente*), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações” (BRASIL, 2018, p. 300). As habilidades que o aluno deve desenvolver consistem em:

(EF06MA07). Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.

(EF06MA08). Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.

(EF06MA09). Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.

(EF06MA10). Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária. (BRASIL, 2018, p. 300)

Os demais significados de frações aparecem no objeto de conhecimento do 7º ano, que está definido como: “Fração e seus significados: como parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operador” (BRASIL, 2018, p. 306). Já as habilidades consistem em:

(EF07MA05). Resolver um mesmo problema utilizando diferentes algoritmos.

(EF07MA06). Reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura e podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos.

(EF07MA07). Representar por meio de um fluxograma os passos utilizados para resolver um grupo de problemas.

(EF07MA08). Comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador.

(EF07MA09). Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração $\frac{2}{3}$ para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza. (BRASIL, 2018, p 307).

A importância do estudo e aprendizagem dos diferentes conceitos de frações, e a relação com o cotidiano e situações de uso desses conceitos é reafirmada no texto da BNCC, indo ao encontro e aprofundando ainda mais o disposto nos PCN's, ressaltando a importância de conhecer, relacionar, problematizar e operar com números fracionários.

3 METODOLOGIA

O presente trabalho é de natureza bibliográfica que tem como objeto de pesquisa documentos escritos (FIORENTINI; LORENZATO, 2006) e consiste numa pesquisa do tipo estado da arte. Pesquisas desse cunho difundiram-se na área da educação nas últimas décadas e são movidas pelo intuito de conhecer, ou pelo menos vislumbrar, a totalidade de estudos e pesquisas em determinada área de conhecimento (FERREIRA, 2002).

A coleta de informações é realizada por meio da leitura e da análise dos dados. (FIORENTINI; LORENZATO, 2006). Além de quantificar os estudos já existentes, esse tipo de trabalho permite ao pesquisador estabelecer relações entre as produções analisadas. Para Romanowski e Ens (2006) os trabalhos do tipo estado da arte “possibilitam examinar as ênfases e temas abordados nas pesquisas; os referenciais teóricos que subsidiaram as investigações; a relação entre o pesquisador e a prática pedagógica [...]”. Ou seja, não se restringem a apenas identificar a produção, “mas analisá-la, categorizá-la e revelar os múltiplos enfoques e perspectivas” (ROMANOWSKI; ENS, 2006, p. 30).

Além de conhecer o que já existe, de analisar o que já foi produzido, existe outro aspecto importante revelado nas pesquisas de estado da arte: “buscar o que ainda não foi feito” (FERREIRA, 2002). Segundo a autora, ao determinar a área de abrangência de uma pesquisa, o enfoque e o que se anseia encontrar, também é possível dizer o que ainda não foi encontrado, quais os caminhos que ainda não foram trilhados. Essas evidências são fundamentais para o avanço da ciência, para dar origem a novas pesquisas, a novos estudos.

Esses estudos são justificados por possibilitarem uma visão geral do que vem sendo produzido na área e uma ordenação que permite aos interessados perceberem a evolução das pesquisas na área, bem como suas características e foco, além de identificar as lacunas ainda existentes (ROMANOWSKI; ENS, 2006, p. 41).

É evidente que para desenvolver um estudo de análise qualitativa de dados, são necessárias etapas bem definidas do processo metodológico. As autoras Joana Paulin Romanowski e Romilda Teodora Ens (2006) recorrem ao estudo anterior de Romanowski (2002) para pontuar os procedimentos necessários à realização de uma pesquisa do tipo estado da arte, a saber:

- Definição dos descritores para direcionar as buscas a serem realizadas;

- Localização dos bancos de pesquisas, teses e dissertações, catálogos e acervos de bibliotecas, biblioteca eletrônica que possam proporcionar acesso a coleções de periódicos, assim como aos textos completos dos artigos;
- Estabelecimento de critérios para a seleção do material que compõe o *corpus* do estado da arte;
- Levantamento de teses e dissertações catalogadas;
- Coleta do material de pesquisa, selecionado junto às bibliotecas de sistema COMUT ou disponibilizadas eletronicamente;
- Leitura das publicações com elaboração de síntese preliminar, considerando o tema, os objetivos, as problemáticas, metodologias, conclusões e a relação entre o pesquisador e a área;
- Organização do relatório do estudo compondo a sistematização das sínteses, identificando as tendências dos temas abordados e as relações indicadas nas teses e dissertações;
- Análise e elaboração das conclusões preliminares. (ROMANOWSKI, ENS, 2006, p. 43).

A partir deste aporte metodológico, estruturou-se o presente trabalho em quatro etapas:

1. Revisão bibliográfica sobre educação matemática, importância da utilização de diferentes recursos pedagógicos no ensino, conceito de fração e seus significados, diretrizes para o ensino de frações no Ensino Fundamental.
2. Levantamento de dados no portal da CAPES a partir dos termos: “ensino de frações”; “frações *and* jogos”; “frações *and* recursos pedagógicos”.
3. Identificação dos artigos científicos para compor o *corpus* deste estudo, que contemplavam o tema de Ensino de Frações no Ensino Fundamental.
4. Análise dos artigos científicos buscando evidenciar quais os significados de fração foram evidenciados nos estudos sobre o ensino de frações.

3.1 COLETA DE DADOS

Para fundamentar esta pesquisa, inicialmente realizou-se um estudo teórico já contemplado neste texto, em que foram revisitados e desenvolvidos sobre os conceitos acerca do ensino da matemática, a importância dos recursos pedagógicos, o conceito de fração e seus significados, além das previsões nos documentos que norteiam o currículo para o ensino de frações no Ensino Fundamental.

Na sequência foi realizada uma busca inicial no Portal de periódicos da CAPES, utilizando os filtros: apenas artigos, das áreas de educação e matemática e, apenas resultados

em português. Os termos de busca utilizados foram: “ensino de frações”, “frações *and* jogos”, “frações *and* recursos pedagógicos”.

O termo Frações foi lançado no momento da pesquisa no intuito de estimar os resultados que alcançaria. Mesmo refinando ao máximo a busca, foram localizados 2.673 resultados, inviabilizando incluir estes resultados no *corpus* desta pesquisa, dado ao tempo de desenvolvimento da mesma.

Outras associações com os termos aspectos, constructos, atributos, significados de fração foram consultados, mas considerando o objetivo desta pesquisa que tem como foco o ensino de frações com uso de recursos pedagógicos no Ensino Fundamental, verificou-se que os termos que melhor expressariam estudos voltados para o ensino de frações são os apresentados na Tabela 1 Com isso, a coleta de dados das publicações potencialmente relevantes ao escopo central deste estudo foi composta da seguinte maneira:

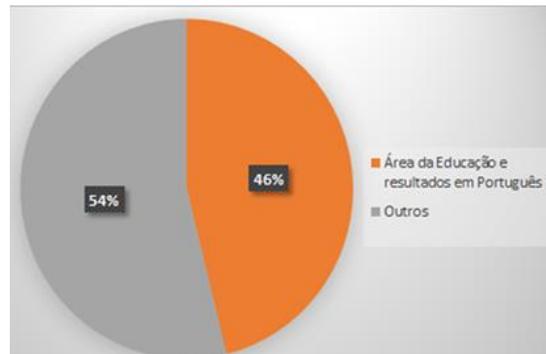
Tabela 1 Termos de Busca

<i>Termos de Busca</i>	<i>Resultados</i>
ensino de frações	22
frações <i>and</i> jogos	80
frações <i>and</i> recursos pedagógicos	02
TOTAL	104

Fonte: Elaboração das autoras (2021)

A partir desse total de 104 artigos, apesar de terem sido utilizados filtros no momento da pesquisa, foi necessário realizar uma leitura preliminar dos resumos para delinear os artigos que atendessem o foco deste estudo. Assim sendo, muitos resultados obtidos diziam respeito a artigos em outros idiomas (que não o português) e em outras áreas, distintas da educação ou da educação matemática. Nesta etapa foi feita uma pré-seleção dos artigos de periódicos, permanecendo com um total de 48 artigos, ou seja, 46% do total de 104 artigos. O Gráfico 1 expressa esse panorama por área de conhecimento.

Gráfico 1 - Artigos sobre Frações por área de conhecimento e em língua portuguesa



Fonte: Elaboração das autoras (2021)

Durante a leitura preliminar dos resumos das pesquisas, percebeu-se que muitos artigos, apesar de apresentarem o termo “Fração” no título ou resumo, não contemplavam o ensino de frações (27 resultados) ou então, os artigos eram repetidos (5 resultados). Atenderam aos critérios desse estudo: ensino de frações; recursos pedagógicos ou jogos; Ensino Fundamental, totalizando 16 artigos, abrangendo uma década, conforme apresentado no Quadro 2.

Quadro 2 Artigos sobre Frações em periódicos (2011-2020)

	Autores	Título	IES/UF	Periódico
1.	Guerreiro; Serrazina (2017)	A aprendizagem dos números racionais com compreensão envolvendo um processo de modelação emergente	UNESP/SP	Boletim de Educação Matemática - BOLEMA
2.	Mocrosky <i>et al.</i> (2019)	Frações na Formação Continuada de Professoras dos Anos Iniciais: fragmentos de uma complexidade		
3.	Moriel Junior; Wielewski; Carrillo (2019)	Meta-análise sobre conhecimento para ensinar divisão de frações		
4.	Proença (2015)	O Ensino de Frações via resolução de problemas na formação de futuras professoras de pedagogia		
5.	Silva; Pinheiro; Canova (2018)	Análise das reflexões de uma professora dos anos iniciais participante do observatório da educação a respeito da sua prática		
6.	Jucá (2019)	Os saberes e as práticas dos professores dos anos iniciais relacionadas ao ensino das frações	UEPA/PA	Revista Cocar
7.	Souza; Cabral (2011)	O Laboratório de Educação Matemática - LEMA/UNAMA - e a Psicologia Histórico-Cultural: Uma Aproximação		

		da Formação Inicial na Licenciatura em Matemática com o Ensino e a Pesquisa		
8.	Zeferino; Moretti; (2020)	Desenvolvimento do Pensamento Teórico de Professores dos Anos Iniciais sobre Frações	PUC/SP	Educação Matemática Pesquisa
9.	Lima; Sá (2012)	O ensino de Frações sob o olhar de discentes	UNIFAP/AP	Estação Científica
10.	Felcher; Ferreira; (2018) ³	O ensino dos Números Racionais por meio de atividades de pesquisa e investigação: buscando desenvolver o pensar	Universidad e Distrital Francisco José de Caldas/Colômbia	<i>Gondola: Enseñanza Aprendizaje de las Ciencias</i>
11.	Vieira; Silva; (2020)	Dominó Fracionário: uso do material didático para o Ensino de Frações	UFF/RJ	<i>Mundo Livre – Revista Multidisciplinar</i>
12.	Santos <i>et al.</i> (2014)	Efeito do treino de composição (copia) na aprendizagem do conceito de proporção.	PUC/GO	Psicologia: Teoria e Pesquisa
13.	Makuch; Martins. (2018)	O uso do <i>PhET Simulations</i> no ensino de frações	UTFPR/PR	Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia - RBECT
14.	Trintin; Amorim (2016)	A Matemática e o lúdico: ensinando frações através de jogos	IFRS/RS	Revista Eletrônica de Matemática - REMAT
15.	Soares <i>et al.</i> (2020)	Música no ensino de frações: uma nova ferramenta apresentada por meio da Modelagem Matemática	Faculdade do Sul da Bahia - FASB/BA	Revista Mosaicum
16.	Miné; Coutinho (2019)	A ludicidade no ensino de frações para alunos com necessidades especiais: cegueira	UFGD/MS	Tangram – Revista de Educação Matemática

Fonte: Elaboração das autoras (2021)

Compreende-se assim que os 16 artigos apresentados compõem o *corpus* do estudo, prosseguindo assim com a análise de dados.

³ Há um artigo (OTT FELCHER, FERREIRA, 2018) que, embora publicado em um periódico colombiano, é um artigo em língua portuguesa, critério utilizado para esse estudo.

4 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DE DADOS

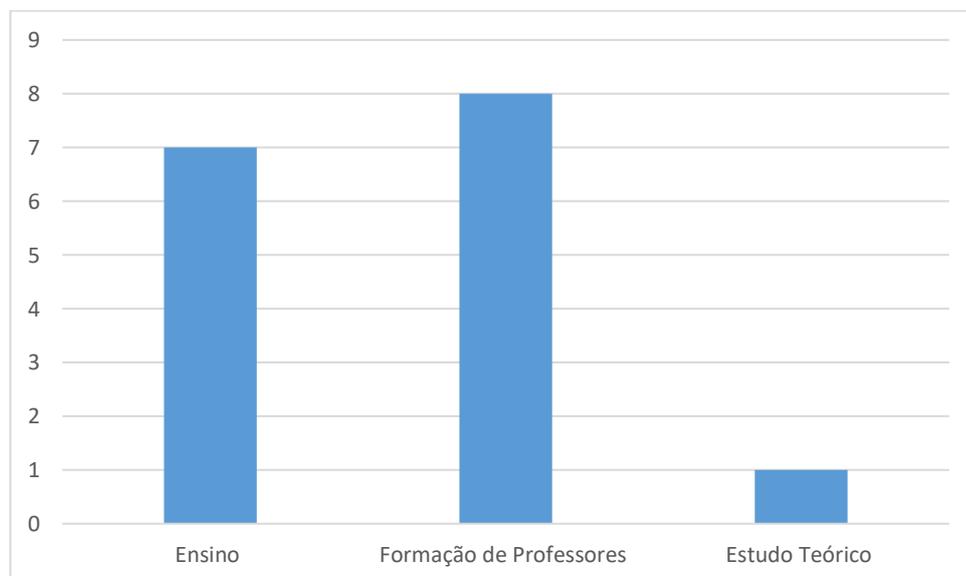
Definido o *corpus* deste estudo composto por 16 artigos de periódicos que abordam a temática do Ensino de Frações no Ensino Fundamental, realizou-se a leitura mais atenta e minuciosa dos artigos, para então, de fato contemplar o objetivo deste estudo no sentido de identificar quais os significados de frações são evidenciados nos artigos científicos que tem como foco o ensino de frações com a utilização de recursos pedagógicos no Ensino Fundamental.

Um aspecto observado é que todos os trabalhos que atenderam aos critérios para esse estudo, foram publicados na última década, entre os anos de 2011 e 2020 como exposto no Quadro 3.

Em relação aos níveis de ensino, os 16 artigos estão relacionados exclusivamente à Educação Básica – nove do EF II e os demais, do EF I.

O Gráfico 2 apresenta algumas abordagens adotadas como foco de estudo nos artigos ao desenvolver sobre a temática de *Frações*.

Gráfico 2 – Frações em artigos: abordagens (2011-2020)



Fonte: As Autoras (2021)

Foram classificados como *Ensino* os artigos que realizam algum tipo de intervenção com estudantes, seja por meio de estágios curriculares, aplicando atividades ou desenvolvendo

projetos, seja por meio de questionário ou testes de experimentação. Os sete trabalhos com essa característica estão apresentados no Quadro 3.

Quadro 3: Frações em periódicos: abordagem de *Ensino*

Autores	Foco/Atividade/Metodologia do Estudo
Guerreiro; Serrazina (2017)	Estudo desenvolvido junto a estudantes de 8 a 10 anos de uma escola pública em Lisboa – Portugal, pretendendo analisar um percurso de ensino que destaca a compreensão de conceitos em detrimento de um ensino centrado na mecanização.
Lima; Sá (2012)	Pesquisa de campo com aplicação de questionário e resolução de problemas, realizada junto a alunos do 7º ano (12 a 14 anos) do Ensino Fundamental de uma escola pública na cidade Macapá/AP, com o intuito de realizar um diagnóstico acerca do conhecimento dos discentes sobre o conteúdo de Frações.
Makuch; Martins (2018)	Trabalho desenvolvido em salas de Apoio a Aprendizagem em Matemática com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, por meio de atividades explorando o aplicativo <i>PhET Simulations</i> .
Miné; Coutinho (2019)	Relato e análises de uma experiência de ensino de frações com uma aluna cega do 4º ano do Ensino Fundamental, onde foram desenvolvidas atividades partindo de materiais concretos para conduzir a aprendizagem e desenvolver os conceitos teóricos.
Ott Felcher; Ferreira (2018)	Investigação realizada junto a turma de 7º ano de uma escola pública, a fim de verificar a possibilidade do ensino por meio de um ambiente virtual de aprendizagem no <i>Facebook</i> na perspectiva do desenvolvimento do pensar.
Santos <i>et al.</i> (2014)	Experimento realizado com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Goiânia, para investigar o efeito do treino de relações condicionais associado ao treino de composição na aprendizagem.
Trintin; Amorim (2016)	Pesquisa desenvolvida junto a estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental numa escola pública de Camaquã/RS, para investigar as contribuições dos jogos na aprendizagem do conteúdo de frações.

Fonte: Elaboração das autoras (2021)

No que se refere aos artigos com foco a formação inicial em nível superior, a formação continuada e também aspectos relativos ao conhecimento docente para o ensino de frações, foram identificados oito pesquisas deste tipo, de um total de 16. Para elucidar quais estudos abordam essa perspectiva, os artigos estão expressos no Quadro 4.

Quadro 4: Frações em periódicos: abordagem de *Formação de Professores*

Autores	Foco/Atividade/Metodologia do Estudo
Jucá (2019)	Estudo realizado junto a professores dos anos iniciais, com pesquisa descritiva na qual foi elaborado e aplicado um questionário sobre os saberes e práticas pedagógicas dos discentes no ensino de fração.
Mocrosky <i>et al.</i> (2019)	Pesquisa qualitativa desenvolvida num processo de formação continuada de professores dos anos iniciais com o intuito de questioná-las e levá-las a refletir sobre o que entendem por fração.
Proença (2015)	Pesquisa desenvolvida no espaço da formação inicial de futuras pedagogas acerca de como conduziriam o ensino do conteúdo de frações.
Silva; Pinheiro; Canova (2018)	Estudo que contempla reflexões a respeito da própria prática de uma professora de anos iniciais, participante de um processo de formação continuada.
Soares <i>et al.</i> (2020)	Trabalho desenvolvido a partir de uma atividade de ensino na formação inicial de futuros professores de matemática no formato de oficina, para explorar uma situação de modelagem matemática.
Souza; Cabral (2011)	Estudo realizado a partir de experiências no processo de formação inicial de uma futura professora de matemática, com foco na análise do discurso e na análise microgenética.
Vieira; Nunes (2020)	Trabalho elaborado a partir de experiências desenvolvidas na formação inicial de futuros professores de matemática com aplicação de atividades práticas.
Zeferino, Moretti (2020)	Pesquisa desenvolvida junto a professores que atuam nos anos iniciais do ensino fundamental, num processo de formação continuada a fim de analisar o desenvolvimento de aspectos do pensamento teórico do professor sobre frações.

Fonte: Elaboração das autoras (2021)

Um dos artigos apresenta uma pesquisa do tipo Estado da Arte, com uma meta-análise sobre os conhecimentos necessários a um docente ao ensinar divisão de frações, e optou-se por identificar a exclusividade desse estudo, visto que é o único dentre os 16 artigos que apresenta esse tipo de pesquisa.

Quadro 5: Frações em periódicos: abordagem de *Estudo Teórico*

Autores	Foco/Atividade/Metodologia do Estudo
Moriel Júnior; Wielewski; Carrillo (2019)	O foco do artigo é identificar as principais contribuições de estudos sobre o conhecimento docente relativo ao ensino e aprendizagem de frações, por meio de uma pesquisa bibliográfica do tipo meta-análise.

Fonte: Elaboração das autoras (2021)

O contexto no qual se desenvolve esse estudo é o Ensino Fundamental, dividido em Anos Iniciais e Anos Finais, o qual compõe uma das etapas da Educação Básica (Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio).

4.1 UM OLHAR PARA OS RECURSOS PEDAGÓGICOS

Ao iniciar o levantamento de textos que iriam compor o *corpus* deste estudo, acreditava-se que muitos artigos fariam menção ao uso de jogos e demais recursos lúdicos, e o que motivou inicialmente a pesquisadora foi investigar o fato de que muitos jogos utilizados com o pretexto de ensinar de maneira lúdica, acabam com poucas intenções pedagógicas no que se refere aos conceitos matemáticos. Alguns jogos bastante conhecidos, como o caso do Dominó Fracionário, reforçam práticas de memorização e repetição, que são pressupostos de um modelo de ensino tradicional, que muitas vezes é o que se busca superar quando se introduz a utilização de jogos em sala de aula.

O Quadro 6 apresenta quais recursos pedagógicos foram identificados nos periódicos e em que etapa de ensino:

Quadro 6: Frações em periódicos: tipos de recursos pedagógicos e etapas de ensino

Autores	Recursos Pedagógicos	Etapa de Ensino
Zeferino, Moretti (2020)	Atividade Orientadora no Ensino - Situação desencadeadora de Aprendizagem	Anos Iniciais (7 artigos)
Miné; Coutinho (2019)	Resolução de problemas utilizando tampinhas, disco de frações, dobraduras de papel, geoplano	
Jucá (2019)	Não evidencia o uso de recursos pedagógicos	
Mocrosky <i>et al.</i> (2019)	Situação-problema	
Silva; Pinheiro; Canova (2018)	Situação-problema	
Guerreiro; Serrazina (2017)	Situações-problemas envolvendo representação (leitura e interpretação de imagens)	
Proença (2015)	Resolução de problemas	
Vieira; Nunes da Silva (2020)	Jogo - Dominó fracionário	Anos Finais (9 artigos)
Soares <i>et al.</i> (2020)	Partituras musicais para o ensino de frações.	
Moriel Junior; Wielewski; Carrillo (2019)	Meta-análise qualitativa - estudo teórico e não desenvolve recursos pedagógicos	
Ott Felcher; Ferreira (2018)	Ambiente Virtual de Aprendizagem no <i>Facebook</i> - sequência didática - situação-problema	
Makuch; Martins (2018)	<i>Software (PhET Simulations)</i> ; Resolução de problemas	
Lima; Sá (2012)	Aplicação de um teste para verificar a aprendizagem	
Trintin; Amorim (2016)	Questionário, pesquisas, ensino de frações por jogos e construções de jogos	
Santos <i>et al.</i> (2014)	Estímulos fracionários na forma de figuras e números	
Souza; Cabral (2011)	Texto didático - Situação-problema	

Fonte: Elaboração das autoras (2021)

Há alguns estudos, como o de Makuch e Martins (2018) que apresentam recursos inovadores ao ensino de frações com a utilização de *Softwares* educativos de simulação, levando a tecnologia para uma sala de aula do 6º Ano, permitindo aos alunos uma imersão neste universo tecnológico. Apesar de ser muito atrativo aos alunos e explorar a ideia de gamificação, tão presente nas crianças e adolescentes atualmente, todas as atividades apresentadas no periódico remetem à práticas de memorização e não avançam da compreensão de fração como partes de um todo.

Seguindo a mesma linha de envolver a tecnologia no processo de ensino aprendizagem há o estudo de Ott Felcher e Ferreira (2018) que explora de maneira pedagógica a inserção dos estudantes nas mídias sociais, transformando uma página no *Facebook* em um ambiente virtual de aprendizagem. O estudo foi desenvolvido com estudantes dos anos finais do ensino

fundamental (EF II) o que já garante uma habilidade e entendimento maior para fazer uso das redes sociais, e todo o trabalho foi desenvolvido associando o que estava postado na página com explicações presenciais em sala de aula. De maneira geral, esse ambiente virtual de aprendizagem era utilizado como um espaço alternativo para promover o ensino por meio de situações-problemas e textos didáticos.

Os recursos pedagógicos do tipo Resolução de Problemas, Situação-problema ou Atividade Orientadora no Ensino - Situação desencadeadora de Aprendizagem possuem diversas semelhanças pois, de maneira resumida, apresentam uma situação com elementos da realidade, do cotidiano, em que é necessário apresentar uma solução, e por meio destas atividades problematizar as proposições dos estudantes, questionar, fazê-los pensar. Esse tipo de abordagem e de recurso pedagógico esteve presente na maioria dos artigos, como indicado no Quadro 5. Alguns autores utilizaram como único recurso pedagógico para abordar o ensino de frações, como é o caso de Proença (2015), Silva; Pinheiro; Canova (2018), Mocrosky *et al.* (2019), Zeferino, Moretti (2020).

Miné; Coutinho (2019) utilizaram materiais concretos como tampinhas, discos de fração, dobraduras de papel e o geoplano para buscar as soluções e exemplificar as situações-problemas. Guerreiro; Serrazina (2017) ilustraram e exploraram a situação-problema por meio de leitura de imagens. E os estudos de Ott Felcher e Ferreira (2018) e Makuch e Martins (2018) como já dito, utilizaram também recursos tecnológicos.

O texto apresentado por Santos *et al.* (2014), assim como Guerreiro; Serrazina (2017) utilizam recursos de imagens. Souza; Cabral (2011) apresentam o ensino por meio da utilização do que chamaram de Texto Didático, que nada mais é do que “uma situação-problema com várias intervenções, em forma de perguntas e sentenças abertas para serem completadas pelos alunos” (SOUZA; CABRAL, 2011, p. 110).

Os autores Lima e Sá (2012) construíram o artigo a partir do recorte de um projeto que visa propor aos professores uma estratégia metodológica para o ensino das operações com frações por meio de atividades mediadas por um *software* educacional, e neste recorte apresentaram então a pesquisa por meio de formulário aplicado à estudantes, em que as perguntas variavam de aspectos pessoais, sociais, econômicos, até a avaliação dos próprios estudantes em relação à sua aprendizagem matemática, bem como algumas perguntas envolvendo aspectos de fração. Neste texto o questionário e as listas de exercícios não se caracterizam exatamente como recursos pedagógicos para o ensino, mas sim, como ferramentas de coleta de dados.

Soares *et al.* (2020) recorrem ao uso de partituras musicais para o ensino de frações. O trabalho foi desenvolvido num curso superior numa oficina de modelagem matemática.

Apenas dois artigos indicaram a utilização de jogos como recursos pedagógicos para o ensino de frações: Vieira; Nunes da Silva (2020) e Trintin; Amorim (2016). O primeiro texto relata uma situação em que o uso do jogo Dominó de Frações reforçando a memorização dos estudantes quanto a representação fracionária e decimal, ou com figuras geométricas. Já o texto de Trintin e Amorim (2016) desenvolve uma sequência didática em que o jogo assume diferentes funções durante as aulas, sendo um motivador dos estudantes, um momento lúdico, de memorização, aprendizagem e também de construção de novos jogos e aplicação do conhecimento.

Dois artigos não apresentam recursos pedagógicos: Jucá (2019) que apresentou uma investigação dos saberes dos professores dos anos iniciais relacionado as frações, e buscou os dados por meio de uma pesquisa descritiva aplicada junto a um determinado grupo de docentes. Apesar de não desenvolver nenhuma estratégia de ensino, esse artigo apresenta importantes constatações, em que os autores afirmam que os professores possuem fragilidade em relação ao ensino do conteúdo de frações, assim como possuem fragilidades em desenvolver metodologias de ensino e desconhecem os diferentes significados das frações, tendendo a priorizar apenas fração como parte de um todo em suas aulas. (JUCÁ, 2019, p.299).

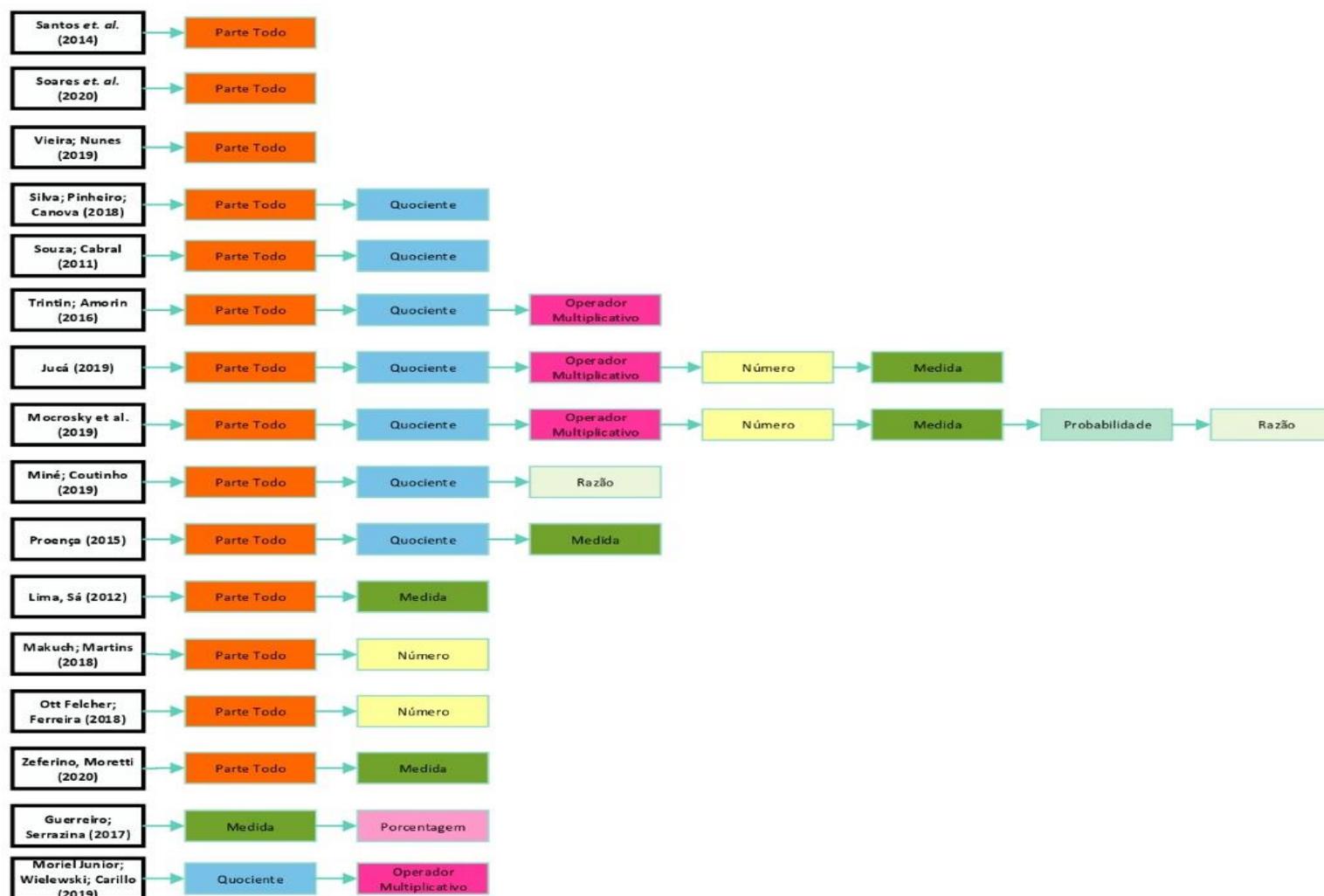
O outro artigo que não apresenta recurso pedagógico é de autoria de Moriel Junior; Wielewski; Carrillo (2019), pois trata de uma pesquisa do tipo meta-análise, com o objetivo de identificar as principais contribuições dos estudos sobre conhecimento docente relativo ao ensino e à aprendizagem da divisão de frações, buscando elencar qual seria o conjunto de conhecimentos docentes necessários para um professor ensinar e fazer aprender divisão de fração. (MORIEL JUNIOR; WIELEWSKI; CARRILLO, 2019, p. 988).

4.2 UM OLHAR PARA OS SIGNIFICADOS DE FRAÇÃO

Além de identificar os recursos pedagógicos presentes nos artigos que abordam o ensino de frações, um dos aspectos centrais deste estudo está voltado a perceber de que modo os significados de fração são contemplados a partir destes recursos pedagógicos, e para melhor visualizar essa informação será apresentado um esquema (Figura 11) para identificar os

principais significados explorados nos artigos, buscando evidências para a elaboração de análises.

Figura 11: Fração em periódicos: significados mais explorados



Fonte: Elaborado pelas autoras (2021)

A partir do esquema apresentado na Figura 11, é possível tecer algumas reflexões do modo como cada significado de fração se apresenta nos artigos analisados. Ao iniciar as leituras dos artigos deparou-se com a situação de que os textos, por mais que abordassem a temática fração, não explicitavam o conceito matemático e nem os seus diferentes significados, adotando muitas vezes uma única abordagem, significado, como sendo o único conhecido ou possível para se desenvolver esse conteúdo.

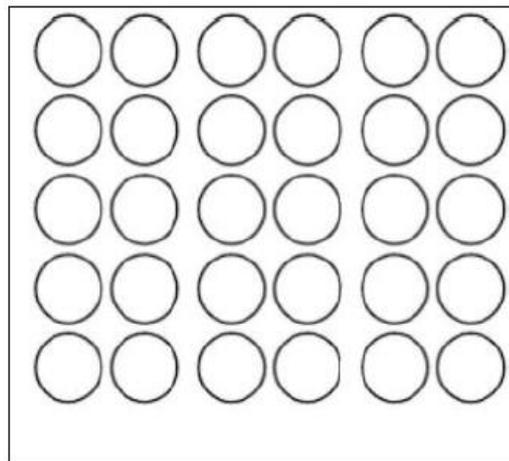
4.2.1 Parte-todo

O estudo apresentado por Miné e Coutinho (2019) traz a ideia de *parte-todo* implícita nos exemplos trazidos pelas autoras a partir de três situações-problemas para trabalhar utilizando materiais concretos no ensino de frações à uma aluna cega. Cada uma das situações aborda um significado diferente de frações (*parte-todo*, *quociente* e *razão*). A situação-problema utilizada para desenvolver o conceito de *quociente* é a seguinte:

- *Em uma sala de aula tem 30 alunos. Desses, 16 usam óculos e 25 são meninos. Quantos alunos usam óculos e quantos são meninos?* (MINÉ; COUTINHO, 2019, p. 109).

Ao propor a resolução desta atividade, a aluna foi motivada a organizar 30 tampinhas de garrafa pet em fileiras, de modo que todas as fileiras tivessem o mesmo número de tampinhas e apresentam assim a seguinte representação:

Figura 12: Disposição das tampinhas de garrafa pet



Fonte: Miné; Coutinho (2019, p.110)

A partir dessa disposição das tampinhas, a aluna deveria separar a parte que representa 16 do todo (que eram as 30 tampinhas). Diante disso, a ideia de *parte-todo* é mais evidente do que o objetivo de explorar o conceito de *quociente*.

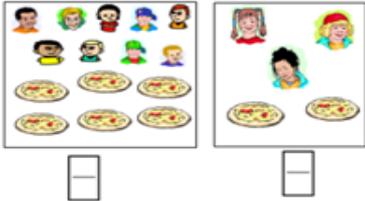
Em relação a esse tipo de abordagem, o estudo de Jucá (2019) alerta para o fato de que o desconhecimento de outros significados de frações e outros caminhos para resolver situações-problemas envolvendo frações, faz com que a maioria dos professores aplique apenas a ideia de *parte-todo* nos exercícios, e “trata todos os problemas que aparecem no livro didático como sendo de fração como parte do todo”, e a autora continua ressaltando o quanto essa abordagem é prejudicial “causando assim dificuldades de compreensão das frações pelos alunos” (JUCÁ, 2019, p. 306).

Nessa mesma direção, com o tipo de abordagem também é evidenciado no estudo de Silva, Pinheiro e Canova (2018), em que as autoras analisam a aplicação de situações-problemas elaboradas por uma professora dos Anos Iniciais e desenvolvida junto a estudantes do 5º ano. Nesse caso, a professora pretendeu desenvolver os diferentes significados de fração, mas, de acordo com as autoras “[...] independente do tipo de situação proposta, ao resolver, a Professora [...] utilizou-se principalmente da ideia de partição [...] o que é mais um indício de que, possivelmente, ela promovia o ensino utilizando-se sobretudo, dos significados de *parte-todo* e operador” (SILVA, PINHEIRO, CANOVA, 2018, p. 1122, grifo nosso).

Ainda nos estudos de Jucá (2019), o conceito de *parte-todo* é abordado em um problema apresentado (cf. Figura 13), partindo do contexto de dividir uma pizza em 12 pedaços e identificar quantos pedaços representam as frações $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ e $\frac{5}{12}$ da pizza.

Figura 13: Situação-problema utilizando o exemplo da pizza

Nove meninos dividem igualmente seis pizzas.
Três meninas, na mesma pizzeria, dividem igualmente duas pizzas.



→ Representação fracionária
 → Identificação da ideia equivalência
 → Justificativa

Cada menino come mais do que cada menina.
 Cada menino come menos do que cada menina.
 Cada menino come tanto como cada menina.

Explique como você pensou

Figura 14: Situação-problema e a resolução do estudante

$\frac{6}{54}$ $\frac{6}{18}$

Cada menino come mais do que cada menina
 Cada menino come menos do que cada menina
 Cada menino come tanto como cada menina

Porque Dividimos cada pizza em 9 pedaços
e se o menino comeu 6 pedaços e a menina comeu 18
pedaços do 20 comemos duas pizzas.

Protocolo da Professora Marcela

Fonte: Silva, Pinheiro e Canova (2018, p. 1123)

Os exemplos utilizando a pizza para abordar o ensino de frações na escola são os mais comuns, e são também base para as situações-problemas do estudo de Silva, Pinheiro e Canova (2018), que, como já dito, foi utilizado inicialmente para provocar uma situação de *quociente* e acabou por ser resolvido a partir da ideia de *parte-todo*, quando a professora transformou a grandeza contínua (pizza inteira) em discreta, no sentido da contagem dos pedaços da pizza.

Em outras situações o conceito de *parte-todo* aparece camuflado em meio a atividades visuais com utilização de figuras geométricas que possuem partes coloridas e partes não, e o comando é identificar que fração está representada, como no texto de Vieira e Silva (2020).

Da mesma forma, o significado de *parte-todo* é abordado no texto de Soares *et al.* (2011), utilizando uma partitura musical com o intuito de representar o som como partes, frações de tempo e a localização de sinais gráficos chamados de notas, nas linhas de uma partitura. Em ambos os textos, Vieira e Silva (2020) e Soares *et al.* (2011), a ideia de fração fica associada à compreensão de partes de um todo.

Mesmo em textos em que se apresenta a utilização de recursos pedagógicos inovadores, como é o caso de *softwares* para o ensino, a ênfase está na ideia de *parte-todo*. O estudo de Makuch e Martins (2018) apresenta aos leitores a utilização do *Software PhET Simulations*, e aborda como situação-problema a representação geométrica de frações:

Figura 15: *Layout software PhET Simulations - atividade sobre fração parte-todo*

ATIVIDADE 1

1) Questão norteadora: o que é uma fração?
 2) Experimentação: 10 minutos para explorar a simulação, com base na RP.



3) Escreva uma fração, e faça uma representação.

Fração	Representação
$\frac{2}{4}$	

4) Aumente ou diminua o numerador.

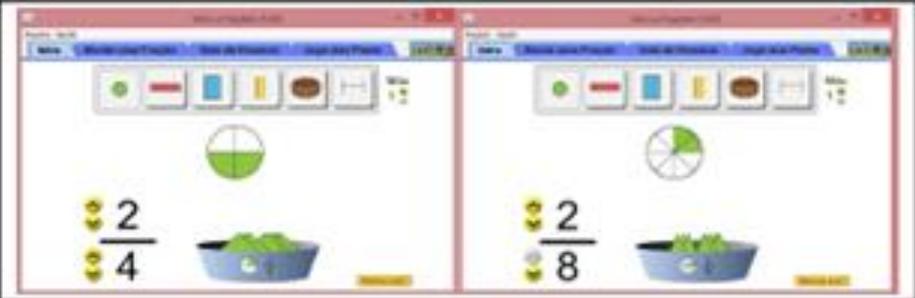
Fração	Representação
$\frac{4}{4}$	

5) Justificativa/argumentação.

O que aconteceu?
 a taça ficou com 2 e depois 4.

6) Sobre a fração do item 3, aumente ou diminua o denominador.

Experimentação no PhET



Registro do estudante A

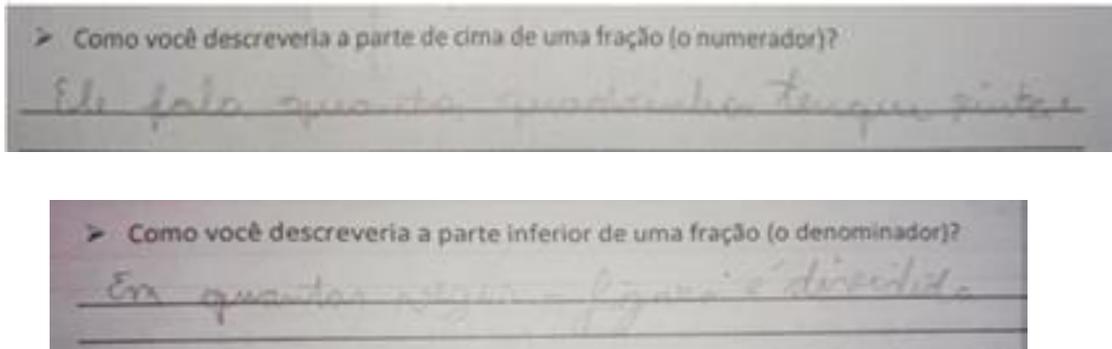
Fração	Representação
$\frac{2}{8}$	

O que aconteceu?
 a taça ficou dividida em 4 partes e

Fonte: Makuch e Martins (2018, p. 09)

Neste mesmo estudo é reforçado a associação do numerador como a parte da figura colorida e do denominador como o número de partes em que a figura foi dividida:

Figura 16: Descrevendo numerador e denominador



Fonte: Makuch e Martins (2018, p. 10)

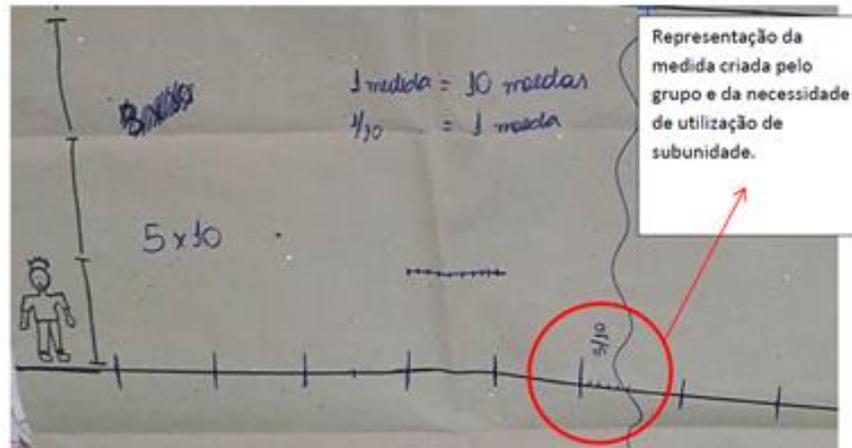
É importante destacar que em momento algum é problematizado pelos autores, ou descrito que se está abordando o significado *parte-todo*, ou que existe a consciência da existência de mais situações de uso, significados de fração.

4.2.2 Medida

Ao analisar os artigos que apresentam o significado de *medida* é importante destacar que há aqueles que deixam evidentes a intencionalidade em explorar esse significado e os recursos utilizados, como é a publicação de Zeferino e Moretti (2020), que apresentam reflexões a partir de uma sequência de atividades desenvolvidas com professores dos Anos Iniciais que tinham como principal objetivo problematizar a representação fracionária e a noção de medição de grandezas contínuas por meio de frações.

Partindo da metodologia da Atividade Orientadora de Ensino denominada “No Egito Antigo”, as autoras provocaram reflexões junto aos professores participantes do processo de formação, em que deveriam resolver uma situação envolvendo *medida*, sem utilizar unidades de medidas convencionais. Porém, todas as soluções apresentadas pelos grupos diante do problema utilizavam unidades de medida convencionais, e a constatação da insuficiência dos números inteiros para chegar a resolução, criando subunidades, ou seja, a divisão da unidade em partes iguais.

Figura 17: Representação de *medida* criado por professores



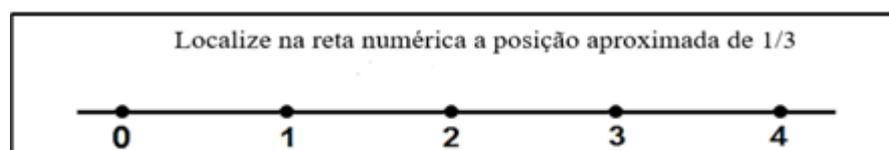
Fonte: Zeferino e Moretti (2020, p. 439)

Segundo as autoras, essa atividade possibilitou aos professores a compreensão de elementos essenciais do conceito de fração, criação de subunidade como estratégia para a quantificação de grandeza contínua, superando assim a ideia de fração como a quantificação discreta de partes já dadas de um inteiro. (ZEFERINO, MORETTI, 2020, p. 441).

4.2.3 Número

Dentre os artigos que apresentam reflexões sobre o significado *número*, há o texto de Mocrosky *et al.* (2019). Na fundamentação teórica do estudo são apresentados todos os significados de fração, mas a atividade desenvolvida utilizando uma situação-problema extremamente simples teve como foco problematizar o conteúdo de frações sob o aspecto de um *número*. A tarefa dada pelos pesquisadores está representada na imagem que segue:

Figura 18: Reta numérica



Fonte: Mocrosky *et al.* (2019, p. 1454)

A partir desse questionamento um grupo de professoras, pedagogas, que atuam no ensino de frações dos anos iniciais realizaram um amplo debate pois não conseguiam definir qual critério utilizar para marcar o ponto na reta numérica, evidenciando qual o sentido que as professoras atribuíam às frações e a dificuldade de superar a ideia de *parte-todo*, olhando para a fração como um *número*. Isso ficou evidente no diálogo apresentado no referido estudo:

Se eu pegar a reta toda é aqui (...) [se referindo a um espaço entre o dois e o três], mas a medida é 0,9.

Não! A medida é 0,333...

Mas se você divide o 1 por 3 dá 0,333... Parece que é, porque não tem como dividir a reta.

Não! é que aqui ela raciocinou como 12, contou os espaços.

Não! tem que contar os espaços: 3 (...)

Esse aqui é o numerador [referindo-se ao 1], esse aqui é o denominador [referindo-se ao 3]. É o que divide as partes do todo. (Gravação áudio-visual do diálogo entre as professoras, 2015). (MOCROSKY et al. 2019, p. 1455).

Nesse caso, estava tão presente no entendimento das professoras de que as frações são partes de um todo, que a ideia principal foi de dividir a reta numérica em 3 e selecionar o número de partes indicado pelo numerador.

Essa situação revela a complexidade de se construir o significado de *número*, pois o mais comum é o entendimento de frações como dois números naturais e a abordagem no ensino corrobora com a dificuldade de olhar para uma fração e “vê-la como um *número* completo em si, único que corresponde a algo, uma quantia ou uma localização na reta numérica” (MOCROSKY et al. 2019, p. 1455).

4.2.4 Quociente

No estudo de Silva, Pinheiro e Canova (2018), a partir de um relato de uma professora que participou do processo formativo proposto pelas autoras, ficou evidente o quanto se desconhece acerca dos diferentes significados de fração, e como a ideia de *quociente* é estranha para muitos educadores. As autoras enfatizam que muitos professores não ensinam os diferentes significados por que desconhecem.

Tudo o que eu vi sobre fração eu vi de parte-todo, nunca tinha visto nada ligado ao quociente, ideia de divisão. Eu tive muita dificuldade para resolver aqueles

problemas iniciais [referindo-se às situações apresentadas no questionário inicial a respeito do significado quociente]. O módulo que eu tive mais dificuldade foi esse de fração eu nunca havia participado de nenhum curso que discutiu fração dessa forma [referindo-se aos diferentes significados da fração], quando pedia um pensamento mais elaborado eu tinha mais dificuldade. Quando eu fui resolver o problema das pizzas, que as frações de pizza eram equivalentes, eu não conseguia fazer... Eu tentei fazer... Eu pensei numericamente - eu dividi a pizza por 9 que totalizou 54 pedaços, depois fui distribuindo em agrupamentos de três. Dividi em 54 partes, não considerei que o todo era a pizza não o total de pedaços, hoje eu sei. É bacana você admitir que agora eu sei. Eu não sabia fazer, hoje ficou claro, o legal é isso, você passa a trabalhar determinado conteúdo de forma consciente. Quando você não sabe, você acaba passando por cima, o professor tem um pouco disso: acaba meio que maquiando o ensino. Assim acho que posso ter hoje uma nova ação. (Gravação áudio-visual, 2014). (SILVA; PINHEIRO; CANOVA, 2018, p. 1125).

As revelações apontadas pela professora citada no extrato vão ao encontro do que se pretendia inicialmente evidenciar: quais os significados que estão por trás dos modos de ensinar fração.

Passados quatro anos, essa professora participante da formação continuada, foi acompanhada pelas pesquisadoras que voltaram a observar a prática da mesma ao aplicar novamente a atividade a uma nova turma de alunos de 5º ano. A situação-problema consistia em representar $\frac{2}{3}$ de pizza para um grupo de meninas e $\frac{6}{9}$ de pizza para meninos.

A professora trabalhou oralmente com a ideia de *quociente*, quando dizia aos alunos que a fração dois terços representavam duas pizzas divididas para três meninas. Quando questionados se as frações representavam a mesma quantidade ou uma mais que a outra, a maior parte dos alunos de apoio na representação *parte-todo* para explicar que, no mesmo inteiro a representação de $\frac{2}{3}$ equivale a de $\frac{6}{9}$; e concluiu que tanto as meninas como os meninos comeram a mesma quantidade. (SILVA; PINHEIRO; CANOVA, 2018, p. 1127).

Revelando desta forma que o processo de formação continuada é importante para ressignificar os saberes dos docentes.

4.2.5 Operador Multiplicativo

O significado de *operador multiplicativo* aparece em quatro artigos analisados: Trintin; Amorim (2016), Jucá (2019), Mocrosky *et al.* (2019) e Moriel Junior; Wielewski; Carrillo (2019).

No estudo apresentado por Trintin e Amorim (2016) a ideia de *operador multiplicativo* aparece diluída em meio às atividades desenvolvidas pelos autores, que consistiu num circuito de jogos chamado de “O Caminho das Frações”. A cada parte do jogo, perguntas e situações matemáticas envolvendo frações eram apresentadas aos estudantes que deveriam respondê-las corretamente para poder avançar. Esses comandos foram nomeados pelos autores de instruções do jogo, como podemos observar na Figura 19.

Figura 19: Jogo "O Caminho das Frações"



Fonte: Trintin e Amorim (2016, p. 123)

Desse modo, quando os professores solicitam ao estudante que *avance* $\frac{1}{4}$ de 20, ou *retorne* $\frac{2}{3}$ de 9, ou ainda que *avance* $\frac{3}{5}$ de 10, estão conduzindo-o a aplicar o significado de *operador multiplicativo*. Nesse caso, para descobrirem quantos passos poderão avançar no jogo, precisam definir a qual valor se refere a operação $\frac{3}{5}$ de 10, por exemplo.

Também neste mesmo jogo é explorado esse significado por meio da aplicação da porcentagem, que se encontra vinculado ao *operador multiplicativo*, pois consiste na fração realizando uma ação sobre um número, uma quantidade. Ou seja, para definir 10% de 20, como ilustrado, há que se realizar a seguinte operação:

$$\frac{10}{100} \text{ de } 20$$

$$\frac{10}{100} \times 20 = \frac{200}{100} = 2$$

10% de 20 é igual a 2.

Já nos argumentos apresentados por Jucá (2019), a ideia de *operador multiplicativo* aparece no artigo numa das perguntas respondidas por docentes acerca de quais significados de fração conhecem, em que os dados apontam que dentre os 69 professores que compõem a amostra do estudo, apenas 7 (sete) têm conhecimento da existência deste significado, sem que o mesmo seja abordado no texto por meio de exemplos. Abaixo o recorte do artigo apresenta essa problemática;

Figura 20: Significado de fração - participantes em Jucá (2019)

Significados de frações	Quantidade
Significado de número	25
Significado de medida	12
Significado parte todo	56
Significado operador multiplicativo	7
Significado quociente	10
Não conhece nenhum	11
Não responderam	5

Fonte: Jucá (2019, p. 311)

É importante observar o modo como os professores participantes da pesquisa de Jucá (2019) responderam à questão acerca de quais significados de fração conheciam, pois reflete também o que este estudo tem constatado, em relação a grande relevância dada ao significado *parte-todo* em detrimento aos demais.

Mocrosky *et al.* (2019) explicitam a existência deste significado no aporte teórico do estudo, sem que se dedique a aplicação ou uma metodologia para o ensino deste significado.

E por fim, na pesquisa do tipo meta-análise apresentada por Moriel Junior; Wielewski; Carrillo (2019), o *operador multiplicativo* surge como um conhecimento docente necessário ao ensinar o processo de divisão de frações.

Portanto, por mais que tenha sido evidenciado em quatro estudos dos 16 que compõem o *corpus* desta pesquisa, há apenas uma situação de ensino consistente utilizando o significado *operador multiplicativo* presente num jogo elaborado por Trintin e Amorim (2016), os demais fazem apenas menção a esse significado.

5 RESULTADOS DA PESQUISA

Ao desenvolver essa investigação alguns resultados são evidentes. Apresenta-se de maneira relevante a presença significativa da ideia de *parte-todo* atrelado ao conceito de fração na perspectiva do ensino escolar.

Por ser o conceito mais explorado *parte-todo* esteve presente em 14, do total de 16 artigos, na maioria deles aparecendo em situações comuns, como no caso de divisão de pizzas, barras de chocolate. Ainda assim, vezes utilizado como estratégia para resolver situações-problemas que indicavam outros significados, evidenciando que para muitos professores ainda é desconhecido a existência dos outros atributos, sendo a ideia de *parte-todo* a única que prevalece no ensino de frações.

Ao passo que o significado de *parte-todo* aparece com frequência, ilustrado de diversas formas nos artigos (por meio de imagens, exemplos, situações-problemas, questionários, *softwares* educacionais), o significado *operador multiplicativo* habitou os artigos analisados com maior ênfase no aporte teórico, e enquanto metodologia de ensino esteve presente em apenas uma situação de um único artigo, de Trintin e Amorim (2016). Apesar de ter sido evidenciado uma única vez numa situação de ensino, é possível afirmar que a metodologia de jogo utilizada para desenvolver este conceito foi bastante criativa, atrativa aos estudantes e possibilita adaptações para as diversas situações de uso dos significados de fração.

O mesmo ocorreu com o significado *quociente*, presente em 8 (oito) artigos (conforme ilustrado na figura 11) em menções, revisões teóricas, porém, enquanto objeto de estudo e de ensino em apenas um deles: Silva, Pinheiro e Canova (2018).

Quanto ao significado *número*, percebeu-se o grande desconhecimento e a estranheza de professores em que esse significado foi abordado, e que em todas as situações os docentes não conseguiam de imediato diferenciar quando fração era apenas um número, quando era uma situação *parte-todo*, etc.

A confusão envolvendo a ideia de *parte-todo* ocorre também com o significado *medida*, em que docentes em processos de formação continuada tem dificuldade em identificar quando diz respeito a um significado, e quando o outro.

Todas essas impressões corroboram com a grande ênfase dada ao significado *parte-todo*, ao passo que, mesmo professores, que ensinam frações, têm dificuldade em compreender e ensinar os demais significados pois também a sua aprendizagem de frações está atrelada a essa ideia, de partes de um todo.

Outro aspecto que precisa ser considerado foi a inexistência de estudos sobre o ensino de Frações no Ensino Médio. Durante todo o processo de buscas para definição do *corpus* do estudo, os artigos indicaram as etapas do Ensino Fundamental, Anos Iniciais e Finais ou então trabalhos e estudos desenvolvidos no Ensino Superior na formação inicial ou continuada de professores para atuar no Ensino Fundamental.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta investigação teve como objetivo *identificar quais os significados de frações são evidenciados nos artigos científicos que tem como foco o ensino de frações com a utilização de recursos pedagógicos no Ensino Fundamental.*

É importante registrar que essa inquietação surgiu a partir do desconhecimento dos diferentes significados de fração, e, de certo modo, da indignação por estar concluindo um curso de formação inicial em Matemática e então dar-se conta de que esse conteúdo possui diferentes desdobramentos, especialmente de acordo com a situação em que se aplica, apresenta-se de uma maneira peculiar.

Com essa pesquisa foi possível perceber que nesta mesma situação de desconhecimento, muitos docentes ainda se encontram, visto que a ideia de *parte-todo* está presente na maioria dos artigos analisados nesse estudo. Isso reflete a ênfase dada a este significado nas práticas e em aulas de Matemática.

Mais do que estar presente em praticamente todos os estudos, em muitos deles essa compreensão de fração é a única desenvolvida nas práticas de ensino, ou então é adotada como estratégia para resolver situações que demandam outros entendimentos, como o significado de *número, medida, quociente* ou *operador multiplicativo*.

Opondo-se a supervalorização do significado *parte-todo*, está a ausência em muitos artigos, mesmo na revisão bibliográfica e referencial teórico, em apontar para a existência de diferentes facetas sobre frações, há diversos significados de acordo com a situação em que se aplica, sendo que, em alguns artigos os significados foram identificados a partir da leitura dos exemplos e das atividades desenvolvidas.

Pela experiência pessoal que culminou neste estudo, havia a hipótese de que o significado de *parte-todo* seria o mais evidente, inclusive pela trajetória de estudante na EB. Após as leituras, análises e reflexões é possível afirmar que o estudo evidenciou diferentes metodologias para o ensino de frações, algumas vistas como tradicionais, outras fazendo uso de recursos tecnológicos, no entanto, muitas propostas analisadas perpetuam a ideia de repetição de modelos. Isso possibilita perceber que nem sempre o jogo mais complexo, ou aplicativo inovador, garantem a melhor aprendizagem do ponto de vista dos diferentes significados de frações.

Por fim, pontua-se como positivo esse estudo considerando o objetivo ao qual se propôs. Os artigos analisados revelam aspectos acerca de como tem se conduzido o ensino de frações

nas escolas, qual o foco deste ensino, como ainda há muitos relatos de um ensino exclusivamente a partir da ideia de *parte-todo*, ao passo que há experiências e relatos em que outros significados são explorados de maneira significativa e contextualizada.

É importante registrar a necessidade de dar continuidade nessa pesquisa, no sentido de catalogar recursos pedagógicos que desenvolvam a ideia dos diferentes significados de fração, ou até mesmo elaborar jogos e diferentes recursos que contemplem esses significados, para que possam servir de subsídio à estudantes de cursos de licenciatura em Matemática e também professores que atuam no Ensino Fundamental, para desenvolver processos de ensino-aprendizagem sempre mais significativos, ao encontro do que está definido nos documentos que norteiam os currículos.

Estudos dessa natureza são importantes para construir atitudes reflexivas acerca da prática do ensino da matemática para a melhoria do ensino e da aprendizagem de frações.

REFERÊNCIAS

- BERTONI, Nilza Eigenheer. Um novo paradigma no ensino e aprendizagem de frações. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, ENEM, 8., 2004, Recife, Pernambuco. **Anais**. Recife: PE, 2006, p. 02-15. Disponível em <
<https://drive.google.com/drive/u/2/folders/1wyo6N0bjZLcnA7KeU-6kSg4e-jNpiOPc> >
 Acesso em: 25 abr. 2021.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília, DF, 2018. Disponível em:
http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf.
 Acesso em: 06 maio 2021.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais - Terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental: Matemática**. Brasília, DF, 1998. Disponível em:
<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 06 maio 2021.
- BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997. 142p. Disponível em:
<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 08 set. 2021.
- CAMPOS, Tania Maria Mendonça; MAGINA, Sandra; NUNES, Terezinha. O professor polivalente e a fração: conceitos e estratégias de ensino. **Educação Matemática em Pesquisa**. São Paulo, v. 8, n. 1, 2006, p. 125-136. Disponível em:
<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/545/433>. Acesso em: 30 mar. 2021
- COUTO, Jorge. Problemas com frações. **SlidePlayer (2021)**. Disponível em:
<https://slideplayer.com.br/amp/10181350/> Acesso em: 27 ago. 2021
- D'AMBROSIO, Beatriz S. Como ensinar matemática hoje? **Temas e Debates**. SBEM. Ano II. n2. 1989. p. 15-19.
- DRECHMER, Patricia Aparecida de Oliveira; ANDRADE, Susimeire Vivien Rosotti de. O estudo de frações e seus cinco significados. In: Conferência Interamericana de Educação Matemática. CIAEM, 8., 2011, Recife, Pernambuco. **Anais...** Recife: PE, 2011. p. 1-8.
- DRUCK, Suely; HELLMMEISTER, Ana Catarina P. (Org.). **Explorando o ensino da Matemática**: artigos. v. 1. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2004. Disponível em: <https://docplayer.com.br/5217913-Explorando-o-ensino-da-matematica-artigos-volume-i.html>. Acesso em 20 maio 2021.
- FALKEMBACH, Gilse Antoninha Morgental; GELLER, Marlise; SILVEIRA, Sidnei Renato. Desenvolvimento de Jogos Educativos Digitais utilizando a Ferramenta de Autoria Multimídia: um estudo de caso com o ToolBook Instructor”, **Revista Novas Tecnologias na Educação**, CINTED-UFRGS, v. 4, n. 1, Jul. 2006. Disponível em:
<http://www.seer.ufrgs.br/renote/article/viewFile/13874/7794>. Acesso em: 30 abr. 2021.
- FERREIRA, Norma Sandra de Almeida. As pesquisas denominadas "estado da arte". **Educ. & Soc.** [online]. 2002, vol. 23, n. 79, pp. 257-272. ISSN 1678-4626. Disponível em:

<https://drive.google.com/drive/u/2/folders/1wyo6N0bjZLcnA7KeU-6kSg4e-jNpiOPc>. Acesso em: 28 jun. 2021.

FIorentini, Dario; Lorenzato, Sergio. **Investigação em Educação Matemática**. Campinas: Autores Associados, 2006.

FRAÇÃO na reta numérica. **Escola e Educação (2021)**. Disponível em: <https://escolaeducacao.com.br/plano-de-aula-fracao-5o-ano-ensino-fundamental/reta-numerica-2/>. Acesso em: 27 ago. 2021

FRAÇÃO. **Brasil Escola (2021)**. Disponível em <https://brasilestela.uol.com.br/matematica/fracao.htm>. Acesso em: 27 ago. 2021

MAGINA, Sandra; CAMPOS, Tânia. A Fração nas Perspectivas do Professor e do Aluno dos Dois Primeiros Ciclos do Ensino Fundamental. **Bolema** - Rio Claro (SP), Ano 21, n. 31, p. 23-40, 2008.

MELO, Keite Silva de; RIBEIRO, Simone Regina de Oliveira. Intervenção didática com gamificação: relato de duas experiências em instituições públicas. **Revista Docência e Ciberultura**. Rio de Janeiro - RJ, n. 3, v.3, p. 329 - 348. Set/dez 2019. Disponível em: <https://www.e-publicacoes.uerj.br/index.php/re-doc/article/view/44792>. Acesso em: 04 maio 2021.

MERLINI, Vera Lucia. **O conceito de Fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª séries do ensino fundamental**. 2005. 238 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

MOUTINHO, Leonel Valpereiro. **Fração e seus diferentes significados um estudo com alunos das 4ª e 8ª séries do ensino fundamental**. (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

PONTES, Edel Alexandre Silva. O ato de ensinar do professor de matemática na Educação Básica. **Revista Ensaios Pedagógicos** (Sorocaba), vol.2, n.2, mai.- ago. 2018, p.109-115.

PONTES, Edel Alexandre Silva *et al.* O Saber e o fazer matemático: um dueto entre a teoria abstrata e a prática concreta de matemática. **Revista Psicologia e Saberes**, v.5, n.6, 2016. p. 28.

PONTE, João Pedro da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações Matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003. Disponível em: <https://issuu.com/grupoautentica/docs/capa_6ea5935ca0ceb0> Acesso em 20 de jul. 2021.

ROMANOWSKI, Joana Paulin; ENS, Romilda Teodora. As pesquisas denominadas do tipo “estado da arte” em Educação. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, PUC-PR, vol. 6, n. 19, p. 37-50, jul. 2006. ISSN 1981-416X. Disponível em <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=189116275004>. Acesso em: 20 jul. 2021.

TROVÃO, Luiz Filipe. Fração: um operador a ser considerado. **Nova Escola (2021)**
Disponível em <https://planosdeaula.novaescola.org.br/fundamental/7ano/matematica/fracao-um-operador-a-ser-considerado/1083>. Acesso em: 18 out. 2021

VISCOVINI, Ronaldo Celso *et al.* Recursos Pedagógicos e Atuação Docente. In: Congresso Nacional de Educação, EDUCERE, 9., 2009, Paraná. **Anais**: PR, 2009, p. 1230-1238.

APÊNDICE – CORPUS DA PESQUISA

1. GUERREIRO, Helena Gil; SERRAZINA, Maria de Lurdes. A aprendizagem dos números racionais com compreensão envolvendo um processo de modelação emergente. **Bolema**, Rio Claro – SP, v. 31, n.57, p. 181-201, abr. 2017. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/5NWQwbZMS9ncYPhvGbbRQvs/?lang=pt>. Acesso em: 24 jun. 2021⁴
2. JUCÁ, Rosineide de Sousa. Os saberes e as práticas dos professores dos anos iniciais relacionadas ao ensino das frações. **Revista Cocar**, Belém – Pará, v.13, n.26, p. 299-319, mai-ago 2019. Disponível em: <https://periodicos.uepa.br/index.php/cocar/article/view/2512>.
3. LIMA, Rafael Pontes; SÁ, Pedro Franco de. O ensino de frações sob o olhar de discentes. **Estação Científica (UNIFAP)**, Macapá, v.2, n.2, p.79-93, jul./dez. 2012. Disponível em: <https://periodicos.unifap.br/index.php/estacao/article/download/962/limav2n2.pdf>. Acesso em: 24 de jun. 2021
4. MAKUCH, Franciele do Belém. MARTINS, Marcio André. O uso do *PhET Simulations* no ensino de frações. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Ponta Grossa, PR, v.11, n.2, p.1-17, mai/ago. 2018. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/3753>.
5. MINÉ, Valdete Aparecida do Amaral; COUTINHO, Maria Dolores M. C. A ludicidade no ensino de frações para alunos com necessidades especiais: cegueira. **Tangram – Revista de Educação Matemática**, Dourados – MS – v. 2, n.3, pp. 103-113 (2019). Disponível em: <https://ojs.ufgd.edu.br/index.php/tangram/article/view/10242>.
6. MOCROSKY, Luciane Ferreira, *et.al.* Frações na formação continuada de professoras dos anos iniciais: fragmentos de uma complexidade. **Bolema**, Rio Claro – SP, v. 33, n.65, p. 1444 – 1463, dez. 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v33n65a22>.
7. MORIEL JUNIOR, Jeferson Gomes; WIELEWSKI, Gladys Denise; CARRILLO, José. Meta-análise sobre conhecimento par ensinar divisão de frações. **Bolema**, Rio Claro – SP, v. 33, n. 65, p. 988-1026, dez. 2019. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/NrSG6nYVZdmkwXY3CbYjHXC/abstract/?lang=pt>.
8. OTT FELCHER, Carla Denize; FERREIRA, André Luis Andrejew. O ensino dos números racionais por meio de atividades de pesquisa e investigação: buscando desenvolver o pensar. **Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias**, v. 13, n.2, p. 236-250, jul-dez. 2018. Disponível em: <https://revistas.udistrital.edu.co/index.php/GDLA/article/view/12500/13757>.

⁴ Todos os artigos do *corpus* desse estudo foram consultados em 24 de junho de 2021, o que simplificará a notação nessas referências.

9. PROENÇA, Marcelo Carlos de. O ensino de frações via resolução de problemas na formação de futuras professoras de Pedagogia. **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 29, n. 59, p. 729-755, ago. 2015. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-636X2015000200016.
10. SANTOS, Antonio Carlos Godinho *et al.* Efeito do treino de Composição (cópia) na Aprendizagem do conceito de proporção. **Psicologia: Teoria e Pesquisa**, Pontifícia Universidade Católica de Goiás, v.30, n.4, pp. 459-469, Out-dez 2014. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ptp/a/SjnfRCwSCmnrkNBnDBnwpyz/?lang=pt>.
11. SILVA, Angélica da Fontoura Garcia; PINHEIRO, Maria Gracilene de Carvalho; CANOVA, Raquel Factori. Análise das reflexões de uma professora dos anos iniciais participante do observatório da educação a respeito da sua prática. **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 32, n.62, p. 1113 – 1133, dez. 2018. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v32n62a18>.
12. SOARES, Gilberto Augusto *et al.* Música no ensino de frações: uma nova ferramenta apresentada por meio da modelagem matemática. **Revista Mosaicum**, Teixeira de Freitas, BA, n. 14, jul.dez 2011. Disponível em: <https://revistamosaicum.org/index.php/mosaicum/article/view/250>.
13. SOUZA, Eva Santos de; CABRAL, Natanael Freitas. O Laboratório de Educação Matemática – LEMA/UNAMA – E a psicologia histórico-cultural: uma aproximação da formação inicial na Licenciatura em Matemática com o ensino e a pesquisa. **Revista Cocar**, v. 4, n.7, p.109-115, jan/jun. 2010. Disponível em: <https://periodicos.uepa.br/index.php/cocar/article/view/44>.
14. TRINTIN, Tatiane Buckôr; AMORIM, Tales Emilio Costa. A matemática e o lúdico: ensinando frações através de jogos. **REMAT – Revista Eletrônica da Matemática**, Rio Grande do Sul, v.2, n.1, p. 113-127, 2016. Disponível em: <https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/REMAT/article/view/1292>.
15. VIEIRA, Evaldo da Silva; SILVA, Américo Junior Nunes da. Dominó Fracionário: uso do material didático para o ensino de frações. **Revista Mundo Livre**, Campos dos Goytacazes, RJ, v.6, n.1, p. 134 – 146, jan/jun. 2020. Disponível em: <https://periodicos.uff.br/mundolivre/article/view/43270>.
16. ZEFERINO, Lidiane C; MORETTI, Vanessa Dias. Desenvolvimento do pensamento teórico de professores dos anos iniciais sobre frações. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.22, n.2, p. 425-451, 2020. Disponível em: <https://www.proquest.com/docview/2440363634?pq-origsite=primo>.