

**UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ
CURSO DE MATEMÁTICA**

BRUNA MIECOANSKI

**PENSAMENTO COMPUTACIONAL E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS:
POSSÍVEIS CONEXÕES**

CHAPECÓ

2022

BRUNA MIECOANSKI

**PENSAMENTO COMPUTACIONAL E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS:
POSSÍVEIS CONEXÕES**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática – Licenciatura da Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), como requisito para obtenção do título de licenciada em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Janice Teresinha Reichert

CHAPECÓ

2022

Bibliotecas da Universidade Federal da Fronteira Sul - UFFS

Miecoanski, Bruna

Pensamento Computacional e a Resolução de Problemas:
Possíveis conexões / Bruna Miecoanski. -- 2022.
69 f.

Orientadora: Dra. Janice Teresinha Reichert

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) -
Universidade Federal da Fronteira Sul, Curso de
Licenciatura em Matemática, Chapecó, SC, 2022.

1. Pilares do Pensamento Computacional. 2. Método de
Resolução de Problemas. 3. Problemas matemáticos. 4.
Educação Básica. I. , Janice Teresinha Reichert, orient.
II. Universidade Federal da Fronteira Sul. III. Título.

BRUNA MIECOANSKI

**PENSAMENTO COMPUTACIONAL E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS:
POSSÍVEIS CONEXÕES**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao
Curso de Matemática - Licenciatura da
Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS),
como requisito para obtenção do título de
licenciado em Matemática.

Este trabalho foi defendido e aprovado pela banca em 02/09/2022.

BANCA EXAMINADORA



Profa. Dra. Janice Teresinha Reichert – UFFS
Orientadora



Prof. Dr. Milton Kist - UFFS
Avaliador



Profa. Dra. Marisol Vieira Melo – UFFS
Avaliadora

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais, Domingos José Miécoanski e Nadia Miécoanski, meus maiores incentivadores, por acreditarem em mim, pelo apoio e suporte durante toda essa caminhada.

Ao meu irmão Anthony, pelos abraços e carinho. Ao meu amor e companheiro, João Henrique, pela força, motivação e cuidado.

A toda minha família, pelo apoio e por estarem ao meu lado.

A minha orientadora, Profa. Dra. Janice Teresinha Reichert, pela paciência, confiança, atenção e pelo conhecimento compartilhado.

A banca examinadora, Prof. Dr. Milton Kist e Profa. Dra. Marisol Vieira Melo, pelas valiosas contribuições.

Aos meus colegas, Anderson e Mônica, pelo auxílio e parceria de estudo durante todo o curso. A Thamara, pelo companheirismo e amizade.

Enfim, agradeço a todos que de alguma forma contribuíram para esta conquista.

RESUMO

O Pensamento Computacional popularizou-se a partir de 2006 e foi incluído oficialmente no currículo básico brasileiro com a publicação da Base Nacional Comum Curricular, em 2018. Já o método de Resolução de Problemas preconizado por Polya, em 1945, é um tema consagrado, principalmente na área da Educação Matemática. Tanto o Pensamento Computacional, estruturado por pilares, quanto o método Resolução de Problemas remetem-se a prática de resolver problemas, interligando-se a Matemática. Em que o método de Polya estrutura-se por quatro etapas: compreensão do problema, estabelecimento do plano, execução do plano e retrospecto. Este trabalho considera quatro pilares do Pensamento Computacional: a abstração, a decomposição, o reconhecimento de padrões e os algoritmos. Nesse sentido, a presente pesquisa investiga as possíveis conexões entre os pilares do Pensamento Computacional e as etapas do método de Polya. Para isso, são analisados oito problemas matemáticos por meio de categorias de análise pré-estabelecidas, dois problemas do Programa Internacional de Avaliação de Alunos e seis problemas da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. Os resultados obtidos apontam conexões entre todos os pilares do Pensamento Computacional com as etapas do método de Resolução de Problemas, podendo um pilar estar conectado a mais de uma etapa, por exemplo, o pilar algoritmos apresenta conexão com a etapa execução do plano e com a etapa retrospecto.

Palavras-chave: Pilares do Pensamento Computacional; Método de Resolução de Problemas; Problemas matemáticos; Educação Básica.

ABSTRACT

Computational Thinking became popular in 2006 and was officially included in the Brazilian basic curriculum with the publication of the National Common Curricular Base, in 2018. The Problem Solving method advocated by Polya in 1945 is a well-known topic, mainly in the field of Mathematics Education. Both Computational Thinking, structured by pillars, and the Problem Solving method refer to the practice of solving problems, interconnecting Mathematics. In which the Polya method is structured in four stages: understanding the problem, establishing the plan, executing the plan and looking back. This work considers the following pillars of Computational Thinking: abstraction, decomposition, pattern recognition and algorithms. In this sense, the present research investigates the possible connections between the pillars of Computational Thinking and the steps of the Polya method. For this, eight mathematical problems are analyzed through pre-established analysis categories, two problems from the International Student Assessment Program and six problems from the Brazilian Mathematics Olympiad in Public Schools. The results obtained point out connections between all the pillars of Computational Thinking with the steps of the Problem Solving method, and a pillar may be connected to more than one step, for example, the algorithms pillar presents a connection with the plan execution step and with the retrospect step.

Keywords: Pillars of Computational Thinking; Problem solving method; Mathematical problems; Basic education.

LISTA DE FIGURAS

| | |
|---|----|
| Figura 1 - Os quatro pilares do Pensamento Computacional | 25 |
| Figura 2 - Conceitos do Pensamento Computacional no Ensino Fundamental..... | 28 |

LISTA DE QUADROS

| | |
|--|----|
| Quadro 1 - Trabalhos selecionados inicialmente..... | 16 |
| Quadro 2 – Possíveis conexões entre os pilares do PC e as etapas do método de RP | 62 |

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

| | |
|-------|---|
| BDTD | Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações |
| CSTA | <i>Computer-Supported Telecommunications Applications</i> |
| EB | Educação Básica |
| ISTE | <i>International Society for Technology in Education</i> |
| OBMEP | Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas |
| PC | Pensamento Computacional |
| PISA | <i>Programme for International Student Assessment</i> |
| RP | Resolução de Problemas |
| SBC | Sociedade Brasileira de Computação |

SUMÁRIO

| | | |
|--------------|--|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO | 12 |
| 2 | REVISÃO DE LITERATURA | 14 |
| 2.1 | PLANEJAMENTO | 15 |
| 2.2 | EXECUÇÃO DA REVISÃO | 15 |
| 2.2.1 | Busca e seleção de trabalhos..... | 15 |
| 2.2.2 | Análise inicial dos trabalhos..... | 17 |
| 2.3 | RESULTADOS DA REVISÃO SISTEMÁTICA | 19 |
| 2.3.1 | Segunda análise dos trabalhos | 20 |
| 2.3.2 | Limitações | 22 |
| 2.3.3 | Considerações sobre a revisão..... | 23 |
| 3 | REFERENCIAL TEÓRICO | 24 |
| 3.1 | OS PILARES DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL | 24 |
| 3.2 | O PENSAMENTO COMPUTACIONAL E A BNCC | 26 |
| 3.3 | A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE POLYA | 29 |
| 3.4 | A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE ONUCHIC | 31 |
| 4 | METODOLOGIA | 34 |
| 5 | ANÁLISE DOS PROBLEMAS | 36 |
| 5.1 | PROBLEMA 1 | 36 |
| 5.1.1 | Análise dos pilares do PC | 36 |
| 5.1.2 | Análise pelo método de Polya..... | 38 |
| 5.2 | PROBLEMA 2 | 39 |
| 5.2.1 | Análise dos pilares do PC | 39 |
| 5.2.2 | Análise pelo método de Polya..... | 41 |
| 5.3 | PROBLEMA 3 | 42 |
| 5.3.1 | Análise dos pilares do PC | 42 |
| 5.3.2 | Análise pelo método de Polya..... | 44 |
| 5.4 | PROBLEMA 4 | 45 |
| 5.4.1 | Análise dos pilares do PC | 46 |
| 5.4.2 | Análise pelo método de Polya..... | 47 |
| 5.5 | PROBLEMA 5 | 47 |
| 5.5.1 | Análise dos pilares do PC | 48 |

| | | |
|--------------|--|-----------|
| 5.5.2 | Análise pelo método de Polya..... | 49 |
| 5.6 | PROBLEMA 6..... | 52 |
| 5.6.1 | Análise dos pilares do PC..... | 52 |
| 5.6.2 | Análise pelo método de Polya..... | 53 |
| 5.7 | PROBLEMA 7..... | 54 |
| 5.7.1 | Análise dos pilares do PC..... | 55 |
| 5.7.2 | Análise pelo método de Polya..... | 56 |
| 5.8 | PROBLEMA 8..... | 57 |
| 5.8.1 | Análise dos pilares do PC..... | 58 |
| 5.8.2 | Análise pelo método de Polya..... | 59 |
| 5.9 | ANÁLISE DAS POSSÍVEIS CONEXÕES..... | 61 |
| 6 | CONSIDERAÇÕES FINAIS..... | 63 |
| | REFERÊNCIAS..... | 65 |

1 INTRODUÇÃO

O Pensamento Computacional (PC) popularizou-se mundialmente após a publicação de um artigo da pesquisadora Jeannette M. Wing em 2006. Wing (2016) enfatiza que o PC compete a todo ser humano, abrangendo a resolução de problemas por meio de conceitos da Computação. Entretanto, ideias voltadas a ele foram mencionadas em 1980 por Papert em seu livro *Mindstorms*. Papert (1985) utilizava o termo “pensamento de procedimento”, referindo-se a um ferramental intelectual interligado ao computador, isto é, ao processo de propor-se a “pensar como um computador”.

A popularização do PC tornou-o foco das políticas educacionais de vários países e principalmente de diversas pesquisas, de modo que, cada pesquisador estabelece a sua definição própria ao termo e, portanto, o PC não apresenta uma definição reservada. De maneira geral, o PC, segundo Valente (2019), relaciona-se ao processo de Resolução de Problemas, em colaboração com o uso da tecnologia digital. Já de acordo com a definição de Brackmann (2017), o PC é o processo de identificar e resolver problemas por meio de passos claros, de modo que uma pessoa ou uma máquina possam executá-los.

As definições atribuídas ao PC apresentam as suas particularidades, entretanto, todas o relacionam ao processo de Resolução de Problemas e esse processo é estruturado pelos pilares. Os pilares do PC de forma análoga a definição do termo, não apresentam uma definição unificada. Neste trabalho utilizamos os quatro pilares apresentados por Brackmann (2017): a decomposição, o reconhecimento de padrões, a abstração e os algoritmos.

As políticas educacionais no Brasil passaram a integrar o PC no currículo básico, com a inclusão oficial, publicada em 2018, da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), incumbindo a área de Matemática como a principal responsável por abordar o PC. Todavia, juntamente com essa inclusão emergiram dúvidas sobre o termo e principalmente, sobre como integrá-lo na Educação Básica (EB). Nesse sentido, as pesquisas acerca do tema são de grande relevância para o âmbito educacional.

A Resolução de Problemas (RP), diferentemente do PC, vem sendo tratada na literatura há muitos anos. Segundo Onuchic (1999) a RP começou a ser investigada em 1944 por George Polya, tendo a sua utilização no processo de ensino iniciada no final da década de 1970 e na década de 1990 a RP passou a ser vista como uma metodologia de ensino.

A RP como ensino de estratégias que auxiliem na resolução de um problema foi estudada por Polya, considerado o pai da RP (ONUCHIC, ALEVATTO, 2011). Polya (1995)

menciona que o modo como um problema é visto se modifica ao longo de sua resolução e, a partir disso, estabeleceu quatro fases que contemplam e facilitam esse processo: a compreensão do problema, o estabelecimento de um plano, a execução do plano e o retrospecto.

Diante disso, tem-se que a Resolução de Problemas, bem como o Pensamento Computacional referem-se ao processo de resolver problemas e ambos se estruturam por etapas. Essa relação é destacada brevemente por Grave (2021), afirmando em seu referencial teórico que o estudo de Polya sobre a RP conversa com o PC, apresentando algumas correspondências entre as quatro etapas proposta por Polya e os pilares do PC.

Nesse sentido, partindo de uma possível relação entre as etapas do método de RP proposto por Polya com os pilares do PC e que o processo matemático de Resolução de Problemas potencializa o desenvolvimento do PC (BRASIL, 2018), o presente trabalho pretende responder ao questionamento: *Quais as possíveis conexões entre os pilares do Pensamento Computacional e as etapas do método de Resolução de Problemas estabelecido por Polya?*

Desse modo, o objetivo deste trabalho é identificar as possíveis conexões entre os pilares do PC e as etapas do método de RP proposto por Polya e para isso tecem-se os seguintes objetivos específicos: (i) Reconhecer as características da RP conforme proposto por Polya (1995) e por Onuchic (1999); (ii) Identificar os pilares do PC na resolução de problemas matemáticos específicos; (iii) Aplicar o método de RP de Polya na resolução de problemas matemáticos específicos; (iv) Construir possíveis analogias no processo de identificação e utilização dos pilares do Pensamento Computacional e das etapas do método de RP na resolução de problemas específicos.

De maneira geral, esta pesquisa se propõe a colaborar com discussões acerca do PC relacionando-o com a RP. Visando assim, contribuir para a compreensão do termo PC, a qual pode assistir na percepção de como integrá-lo na EB. Para isso, o trabalho organiza-se em seis capítulos. O presente capítulo é o primeiro, contextualizando o tema e tecendo os objetivos da pesquisa, o capítulo seguinte consiste em uma revisão sistemática de literatura sobre trabalhos que relacionam o PC e a RP na Matemática. O terceiro capítulo, apresenta o referencial teórico sobre os pilares do PC, o PC e a sua inclusão na EB, e sobre a RP segundo Polya e Onuchic. No quarto capítulo é descrita a metodologia adotada e as categorias de análises pré-estabelecidas. No quinto capítulo realiza-se a análise dos problemas, construindo as possíveis conexões entre os pilares e as etapas, exibindo os resultados encontrados. Por último, apresentam-se breves considerações sobre a pesquisa realizada e a contemplação dos objetivos propostos.

2 REVISÃO DE LITERATURA

A revisão de literatura é indispensável em trabalhos científicos, pois pode auxiliar na elaboração do tema, dos objetivos, das hipóteses e na delimitação de recursos necessários para a realização da pesquisa (GALVÃO; RICARTE, 2019). De modo que, a revisão compreende o levantamento e conhecimento de trabalhos desenvolvidos por outros autores sobre o tema a ser pesquisado podendo ser narrativa ou sistemática.

Nessa seção apresentamos uma revisão de literatura do tipo sistemática sobre a relação do PC com a RP na Matemática. Tendo que, de acordo com Botelho, Cunha e Macedo (2011) há quatro métodos para a realização de uma revisão de literatura sistemática, são eles: meta-análise, revisão sistemática, revisão qualitativa e revisão integrativa.

A revisão integrativa é o método mais amplo, pois incorpora “uma ampla gama de propósitos: definir conceitos, revisar teorias, revisar evidências e analisar questões de um determinado tópico” (WHITTEMORE; KNAFL, 2005, p. 548). Nesse sentido, adotamos para a realização da nossa revisão sistemática de literatura o método da revisão integrativa, que segundo Botelho, Cunha e Macedo (2011) é constituído de seis etapas, são elas:

- Identificação do tema e seleção da questão de pesquisa;
- Estabelecer critérios de inclusão e exclusão;
- Identificação dos estudos pré-selecionados e selecionados;
- Categorização dos estudos selecionados;
- Análise e interpretação dos resultados;
- Apresentação da revisão/síntese do conhecimento.

Desse modo, considerando as seis etapas apresentadas, a revisão organiza-se em três fases: (i) planejamento, (ii) execução e (iii) resultados da revisão. O planejamento consiste na elaboração do protocolo, que é um processo elaborado previamente para conduzir a revisão, composto pelas questões de pesquisa e pelos critérios e procedimentos de seleção dos trabalhos. Na execução da revisão realiza-se a busca por trabalhos nas bases de dados, selecionando aos que atendem o protocolo estabelecido. Por último, os trabalhos selecionados serão sistematizados e analisados, apresentando assim os resultados da revisão.

2.1 PLANEJAMENTO

Esta revisão tem como objetivo apresentar um panorama sobre trabalhos que relacionam o Pensamento Computacional e a Resolução de Problemas na Matemática, nos últimos cinco anos. Para isso selecionou-se a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) como base de dados e o *Google Acadêmico (Google Scholar)* como buscador para a realização da pesquisa. Além disso, três questões foram elaboradas para auxiliar na realização dessa revisão, são elas:

- Quais foram os critérios/estratégias de seleção dos problemas utilizados?
- De que forma o Pensamento Computacional foi evidenciado na resolução dos problemas selecionados?
- É possível identificar uma relação entre o Pensamento Computacional e a Resolução de Problemas?

Para selecionar os trabalhos que formam a base bibliográfica estabelece-se os seguintes critérios de inclusão: publicações a partir de janeiro de 2017 até maio de 2022; trabalhos categorizados como teses, dissertações, artigos completos em eventos ou em revistas, publicados no âmbito nacional; estudos que abordam o PC e a RP na área de Matemática da EB.

2.2 EXECUÇÃO DA REVISÃO

A execução da revisão ocorreu em duas etapas, na primeira foi feita a busca e a seleção de trabalhos. Na segunda etapa ocorreu uma análise inicial e a filtragem dos trabalhos selecionados na etapa anterior, levando em consideração o protocolo estabelecido. Estas duas etapas são descritas na sequência.

2.2.1 Busca e seleção de trabalhos

A revisão foi realizada utilizando como termos de busca “Pensamento Computacional” e “Resolução de Problemas”. Na BDTD utilizou-se a busca avançada, procurando por ambos os termos em todos os campos e selecionando publicações do período de 2017 a 2022, conforme

critério de inclusão proposto no protocolo, obtendo 22 resultados. No *Google Scholar* a busca ocorreu de maneira semelhante, utilizando a pesquisa avançada, encontrando trabalhos que apresentam os termos de busca definidos, no período de 2017 a 2022.

A busca no *Google Acadêmico* incluiu qualquer tipo de artigo em português, dessa maneira, a quantidade de resultados apresentados consistiu-se de diversas páginas. Portanto, atentando ao fato que os resultados se apresentam por ordem de relevância, consideramos as cinco primeiras páginas do *Google*, totalizando 50 resultados.

Após a busca nas duas bases de dados, por meio da leitura do título e do resumo dos trabalhos, selecionaram-se os que relacionavam o PC a RP na Matemática da EB. Desse modo, nessa busca inicial foram selecionados 11 trabalhos. No Quadro 1 é apresentado o ano de publicação, o(s) autor(es), o título e a categoria dos respectivos trabalhos.

Quadro 1 - Trabalhos selecionados inicialmente

| Ano | Autor(es) | Título | Categoria |
|------|------------------------------------|--|-------------|
| 2017 | Erick J. F. Costa | Pensamento Computacional na Educação Básica: uma abordagem para estimular a capacidade de Resolução de Problemas na Matemática. | Dissertação |
| 2017 | Palloma A. A. Mestre | O uso do Pensamento Computacional como estratégia para Resolução de Problemas matemáticos. | Dissertação |
| 2017 | Rivanilson S. Rodrigues | Um estudo sobre os efeitos do Pensamento Computacional na Educação. | Dissertação |
| 2018 | Luciana X. Campos | Pensamento computacional, scratch e Resolução de Problemas: uma pesquisa intervenção com alunos do 7º ano do Ensino Fundamental. | Dissertação |
| 2018 | Adriana Bordini <i>et al.</i> | Linguagem visual para Resolução de Problemas fundamentada no Pensamento Computacional: uma proposta. | Artigo |
| 2018 | Samara S. S. Sampaio <i>et al.</i> | Classificação de questões de Matemática nas diferentes competências da Matemática e do Pensamento Computacional. | Artigo |
| 2019 | Leila Ribeiro, Luciana Foss e | Pensamento Computacional: fundamentos e integração na Educação Básica. | Artigo |

| | | | |
|------|---------------------------------------|--|-------------|
| | Simone A. C. Cavaleiro | | |
| 2019 | Leonardo C. L. da Silva | A relação do Pensamento Computacional com o ensino de Matemática na Educação Básica. | Dissertação |
| 2020 | Rafaela da Silva Bobsin <i>et al.</i> | O pensamento Computacional presente na Resolução de Problemas investigativos de Matemática na escola básica. | Artigo |
| 2021 | Leomir A. S. Grave | O Pensamento Computacional na prática: uma experiência usando Python em aulas de Matemática básica. | Dissertação |
| 2022 | Aline S. Bona | A Resolução de Problemas investigativos de Matemática e o Pensamento Computacional na escola básica: um processo complexo de abstração segundo a Teoria de Piaget. | Artigo |

Fonte: Elaborado pelas autoras

Após essa primeira seleção, realizou-se a leitura na íntegra dos 11 trabalhos, com a finalidade de verificar se os mesmos realmente se relacionam ao objetivo da pesquisa e se satisfazem a todos os critérios de inclusão. Nesse sentido, a seguir, apresenta-se uma breve descrição de cada trabalho.

2.2.2 Análise inicial dos trabalhos

Selecionaram-se 11 trabalhos, seis dissertações e cinco artigos completos em português, publicados em revistas ou eventos brasileiros de abrangência nacional ou internacional, os quais em seu título ou resumo relacionavam o PC a RP na Matemática. De modo que, conforme a breve descrição dos 11 trabalhos apresentada na sequência, realizou-se uma segunda seleção dos mesmos.

A dissertação de Costa (2017) mostra que a utilização das competências do PC na RP pode estimular os estudantes da EB no componente curricular de Matemática. Assim, o autor investiga a correspondência existente entre questões de Matemática e as competências do PC, analisando se as questões que apresentam maior correspondência estimulam os alunos no processo de RP. Com base na investigação, o autor propôs e exemplifica um método de elaboração de questões que se relacionam ao PC para serem trabalhadas na EB.

Semelhantemente a Costa (2017), Mestre (2017) investiga o PC como estratégia para a RP, concluindo que o mesmo pode ser integrado facilmente na área de Matemática na EB. Para tal, a autora realizou um mapeamento em questões selecionadas do *Programme for International Student Assessment (PISA)*¹, em relação às capacidades da Matemática e do PC. Além disso, desenvolveu um banco de questões de Matemática relacionadas ao PC.

Rodrigues (2017), em sua dissertação, investiga se a capacidade de resolver problemas é influenciada pelo PC, mais especificamente pela programação. Para isso, realiza estudos com alunos do ensino superior de cursos relacionados à Computação e com alunos do 2º ano do Ensino Médio. Na pesquisa com os alunos da EB o autor aplicou um teste de resolução de problemas, atrelado a lógica e programação, não relacionando a RP com a Matemática, portanto, não satisfaz os critérios de inclusão estabelecidos.

Campos (2018) investiga através de uma atividade desenvolvida com alunos do 7º do Ensino Fundamental o desenvolvimento do PC e contribuições em RP na Matemática, por meio da utilização do *Scratch*. Para isso, os alunos dividiram-se em grupo experimental e de controle, em que foi aplicado pré-teste, atividades com o *Scratch* e o pós-teste. De modo que, o trabalho não relaciona o PC com a RP, mantendo o foco na investigação sobre as contribuições da ferramenta utilizada para a aprendizagem na Matemática, não sendo considerado para responder as questões determinadas no protocolo.

O artigo de Bordini *et al.* (2018) apresenta uma proposta para a RP por meio de linguagem visual, fundamentada no PC e direcionada a aplicação na EB. Além disso, relata um estudo de caso realizado com estudantes do curso de graduação de Ciência da Computação, partindo de um problema investigativo de Matemática.

Sampaio *et al.* (2018) apresentam uma análise sobre questões matemáticas do PISA. Os autores analisam quais competências do PC e do contexto da Matemática se fizeram presentes nas questões selecionadas. Já o trabalho de Ribeiro, Foss e Cavalheiro (2019), discute a importância do PC na RP. Todavia, direciona o foco ao âmbito da Computação em relação à integração do PC na EB por meio da RP, não relacionando o PC e a RP com a Matemática, portanto, foi desconsiderado para esta pesquisa.

A dissertação de Silva (2019) relaciona o PC com o componente curricular de Matemática, fundamentada nas habilidades do PC determinadas pela Sociedade Brasileira de

¹ O PISA, traduzido para o português, é o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes. Ele ocorre a cada três anos em diversos países, avaliando o domínio da leitura, Matemática e Ciências de estudantes na faixa etária dos 15 anos. O Brasil participa do programa desde a sua primeira edição, em 2000, e a última edição, de 2018, contou com a participação de 79 países.

Computação (SBC) e nas habilidades da área de Matemática explicitadas pela BNCC. De modo que, para cada ano escolar do Ensino Fundamental o autor relaciona um objeto do conhecimento e habilidade do PC com um objeto do conhecimento e habilidade da Matemática, apresentando uma proposta de atividade prática que contemple tais habilidades. Entretanto, tem-se que o autor não investiga o PC e a RP na Matemática, não atendendo a este critério de inclusão.

O artigo de Bobsin *et al.* (2020) relata atividades de um projeto de extensão realizadas na EB, no qual problemas investigativos são explorados e solucionados. De modo que, os problemas escolhidos relacionam-se a conceitos da computação e não diretamente a área de Matemática, como buscamos.

Grave (2021) propõe como objetivo o estudo de alternativas de integração da programação e do PC na área de Matemática na EB. Para isso, relata uma pesquisa desenvolvida com alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental, na qual utilizou Python na resolução de problemas, concluindo que há relação entre as estratégias de RP com o desenvolvimento de algoritmos. Visto que, no referencial teórico relaciona brevemente cada etapa do método de RP de Polya com os pilares do PC.

Bona (2022) apresenta uma pesquisa que relaciona o conceito de abstração, segundo Piaget, na resolução de problema investigativo matemático, com o pilar abstração do PC. Em relação ao processo de RP a autora considera quatro etapas: interpretação, criação de hipóteses, realização de testes e construção de resultados. Exemplificando a pesquisa com uma situação problema e respectivas soluções de alunos da EB e de licenciandos em Matemática.

Diante do exposto acima, selecionaram-se para a segunda análise, isto é, para responder as questões estabelecidas no protocolo, seis trabalhos, são eles: Costa (2017), Mestre (2017), Sampaio *et al.* (2018), Bordini *et al.* (2018), Grave (2021) e Bona (2022).

2.3 RESULTADOS DA REVISÃO SISTEMÁTICA

Nessa seção apresentamos a segunda análise dos trabalhos, realizada sobre os seis trabalhos selecionados na análise inicial. Além disso, discorreremos sobre possíveis ameaças à validade dos dados e expomos as considerações finais da revisão.

2.3.1 Segunda análise dos trabalhos

A segunda análise consiste na releitura na íntegra dos seis trabalhos supracitados, que atenderam aos critérios estabelecidos no protocolo, sendo dissertação, tese ou artigo completo publicado no período de janeiro de 2017 a maio de 2022 e abordando o PC e da RP na Matemática. Com essa releitura respondeu-se as questões do protocolo. Assim, apresentam-se as questões e as respostas obtidas em cada um dos trabalhos.

Houve critérios/estratégias de seleção dos problemas utilizados? Se sim, quais foram?

Dos seis trabalhos, três deles utilizam como base para a sua pesquisa questões de Matemática do PISA, justificando essa escolha pela importância deste teste, que avalia a capacidade de resolução de problemas. Os trabalhos também argumentaram que há indícios derivados de trabalhos realizados anteriormente, que as questões do PISA apresentam uma relação com o PC.

Costa (2017) é um desses três trabalhos, que realiza uma análise de conformidade de questões de Matemática com competências do PC. Para essa análise utilizou todas as 161 questões de Matemática disponíveis, utilizadas no teste do PISA do ano 2000 a 2012. Além disso, selecionou questões utilizadas para o ensino e aprendizagem de Matemática de cinco escolas do município de Campina Grande - PB. As cinco escolas foram escolhidas por terem participado da avaliação do PISA em 2012 e cada uma disponibilizou 40 questões. Destas questões, selecionaram-se aleatoriamente 20, totalizando 100 questões das escolas.

As 161 questões de Matemática do PISA do ano de 2000 a 2012 também foram utilizadas no trabalho Mestre (2017). A autora realiza um mapeamento dessas 161 questões, quantificando a relação das mesmas com o PC. Além do mais, posteriormente selecionou aleatoriamente 20 dessas questões, as quais foram submetidas a uma avaliação mais detalhada em relação aos conceitos, que correspondem aos pilares do PC. Outro trabalho que utilizou 20 questões de Matemática arbitrárias do PISA, do ano de 2000 a 2012, foi o de Sampaio *et al.* (2018), no qual, essas questões foram analisadas individualmente no contexto do PC e da Matemática.

O trabalho de Bordini *et al.* (2018) apresenta somente uma situação problema utilizada em um estudo de caso, de modo que, não é especificado o motivo e a estratégia que resultaram

na escolha deste problema. No trabalho de Grave (2021) também não conseguimos identificar se o autor utilizou critérios para a escolha dos problemas, entretanto, os mesmos são apresentados e abordam objetos do conhecimento da Matemática.

No trabalho de Bona (2022) encontramos explicitamente os critérios de escolha da situação problema. A autora apresenta a questão abordada, que foi selecionada do processo seletivo do Instituto Federal do Rio Grande do Sul (IFRS) do ano de 2013, atendendo ao fato que a questão está presente em livros didáticos, contempla vários objetos do conhecimento de Matemática na EB e pode ser explorada por recursos tecnológicos ou não.

De que forma o Pensamento Computacional foi evidenciado na resolução dos problemas selecionados?

Costa (2017) possui como base nove competências do PC fundamentando-se em Barr e Stephenson (2011). As competências são: coleta de dados, análise de dados, representação de dados, problema de decomposição, abstração, algoritmos, automação, paralelização e simulação. Cada competência é definida pelo autor, de modo que, conforme o mesmo destaca, seja possível identificá-las nas atividades de Matemática.

Na análise de conformidade realizada no trabalho de Costa (2017), cada problema selecionado foi avaliado individualmente por três pesquisadores do PC, identificando quais das nove competências do PC estavam presentes no mesmo. De maneira geral, foi identificada a presença das competências do PC na resolução dos problemas.

O trabalho de Mestre (2017) considera a abordagem do PC apresentada pela *Computer-Supported Telecommunications Applications* (CSTA) e pela *International Society for Technology in Education* (ISTE), as quais determinam nove conceitos atrelados ao PC, os mesmos que considerados por Costa (2017). A autora apresentou uma definição no contexto da computação e da Matemática para cada um dos nove conceitos e utilizando esses conceitos resolveu os problemas selecionados para a pesquisa.

Semelhantemente aos trabalhos de Costa (2017) e Mestre (2017), Sampaio *et al.* (2018) considera as mesmas competências do PC, identificando a presença das mesmas na resolução dos problemas selecionados. Esses nove conceitos também são ponderados por Bordini *et al.* (2018), utilizando especificamente dois desses conceitos, a abstração e a decomposição, para a resolução dos problemas.

Já Grave (2021) considera quatro conceitos do PC, fundamentando-se em Raabe, Brackmann e Campos (2018). São eles: abstração, algoritmos, decomposição e reconhecimento

de padrões. Entretanto, não identificamos evidências da utilização dos conceitos e do PC na resolução dos problemas. Bona (2022) também pondera esses quatro pilares, identificando-os nas resoluções dos problemas com enfoque maior no pilar abstração.

É possível identificar uma relação entre o Pensamento Computacional e a Resolução de Problemas?

Costa (2017) afirma que o PC é uma estratégia pedagógica capaz de estimular o desenvolvimento da capacidade de RP. Além disso, discorre que é possível identificar similaridades entre essas nove competências do PC e a abordagem da RP de Polya. Apontando que os conceitos do PC estão atrelados as etapas do método de RP proposto por Polya, por exemplo, a competência simulação está relacionada a etapa retrospecto.

Mestre (2017) alega sucintamente que o PC é um método para resolver problemas de diversas áreas, com grandes indícios de relação com a Matemática. Sampaio *et al.* (2018) localizam a presença de competências do PC na resolução de problemas do PISA, todavia, nós não identificamos no decorrer do trabalho, a apresentação de uma relação entre o PC e a RP.

Bordini *et al.* (2018) estabelece uma linguagem visual para RP fundamentada no PC, trazendo a definição do PC como um processo de resolver problemas, visto que, abrange habilidades fundamentais para esse processo. Bona (2022) também enfatiza que o PC favorece a RP, entretanto, não conseguimos identificar uma relação explícita entre o PC e a RP em ambos os trabalhos.

Além de Costa (2017), Grave (2021) também relaciona o PC com o método de RP de Polya. No referencial teórico o autor sinaliza semelhanças entre as etapas do método de Polya com os pilares do PC, como segue: compreensão do problema com abstração, estabelecimento de um plano com algoritmo e o retrospecto com reconhecimento de padrões. O autor não relaciona a etapa execução do plano com um pilar em específico.

2.3.2 Limitações

A revisão sistemática foi realizada rigorosamente de acordo com o protocolo estabelecido e para isso foram delimitadas bases de dados. Essa delimitação pode acometer que trabalhos relacionados diretamente ao tema da nossa pesquisa não estejam presentes nessa

revisão, devido ao fato de estarem hospedados em outras bases de dados. Todavia, a qualidade dos resultados encontrados não é afetada.

2.3.3 Considerações sobre a revisão

No presente capítulo realizamos uma revisão sistemática de literatura, apresentando um panorama sobre os trabalhos realizados nos últimos cinco anos (2017 - 2022), sobre a relação do Pensamento Computacional e a Resolução de Problemas na Matemática. Importante ressaltar novamente, que o PC não apresenta uma definição unificada e foi incluído oficialmente na EB brasileira em 2018.

O fato do PC não apresentar uma definição única faz com que as pesquisas sobre o tema apresentem fundamentações distintas, conforme pudemos perceber nos trabalhos encontrados. A maior distinção refere-se aos pilares do PC, onde a quantidade e as definições apresentam as suas particularidades. Os autores dos trabalhos adotam uma quantidade distinta de pilares, variando entre quatro e nove, além disso, utilizam termos distintos de pilares, como “competências” e “conceitos”, remetendo-se a mesma concepção.

Pode-se perceber uma preocupação com a integração e a compreensão do PC na EB mesmo antes dele ser incluído na BNCC, pelo fato da existência de publicações anteriores a 2018. Visto que, a BNCC foi aprovada na versão para Ensino Fundamental e Médio em 2018, não foi possível identificar nesta exposição uma possível expansão de pesquisas.

No que diz respeito ao tema da revisão, a relação do PC com a RP na Matemática, os trabalhos selecionados consideram o PC como um facilitador no processo de RP. Tendo que, a maioria localizou a presença dos pilares do PC na RP. Porém, o estabelecimento de uma relação do PC e a RP não se apresentou como objetivo central de nenhum dos trabalhos selecionados.

Dos seis trabalhos selecionados, com os quais respondemos as perguntas estabelecidas no protocolo, somente dois expuseram brevemente, baseados na teoria, uma relação entre os pilares do PC e as etapas do método de RP proposto por Polya. Dessa forma, o objetivo geral do nosso trabalho, de identificar as similaridades entre os pilares do PC e as etapas do método de Polya, se considera necessário para uma compreensão mais significativa do PC.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

Nessa seção apresentamos a teoria que embasará a nossa pesquisa, referente ao Pensamento Computacional e a Resolução de Problemas. No que diz respeito ao PC, apresentamos a teoria voltada aos pilares que o estruturam e a abordagem da BNCC referente ao mesmo, e em relação a RP expomos as duas principais correntes sobre o tema no Brasil, a de Polya e da Onuchic.

3.1 OS PILARES DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL

O Pensamento Computacional até os dias de hoje, não apresenta uma definição solidificada na literatura, desse modo, há dúvidas quanto ao seu conceito. Na busca de compreender o real significado do termo e principalmente de contribuir para a sua exploração, especialmente na EB, diversos pesquisadores continuam a investigá-lo. Nesse processo de investigação passaram a identificar os componentes do PC, os quais são também chamados de pilares, conceitos ou competências. Visto que, não há uma delimitação única sobre quantos e quais são os componentes.

Dentre os pesquisadores, Grover e Pea (2013) a partir de uma revisão bibliográfica, na qual examinam pesquisas que investigavam o PC e/ou abordavam competências computacionais em crianças, estabeleceram nove componentes do PC: abstrações e generalizações de padrões; processamento sistemático de informações; sistema de símbolos e representações; noções algorítmicas de fluxo de controle; decomposição estruturada do problema; pensamento iterativo, recursivo e paralelo; lógica condicional; restrições de eficiência e desempenho; depuração e detecção sistemática de erros.

Nove componentes também são identificados pelas organizações ISTE e a CSTA (VALENTE, 2019), entretanto, se diferem dos encontrados por Grove e Pea (2013). Mannila *et al.* (2014) abordam em seu relatório a situação do PC na educação de diversos países da Europa e concordam com os nove pilares estabelecidos pela ISTE e CSTA, são eles: coleta de dados, análise de dados, representação de dados, decomposição do problema, algoritmos, abstração, simulação, automação e paralelização.

Zapata-Ros (2015) também investiga o PC, as formas de pensamento relacionados ao processo de resolver problemas e assim encontrou quatorze componentes do Pensamento

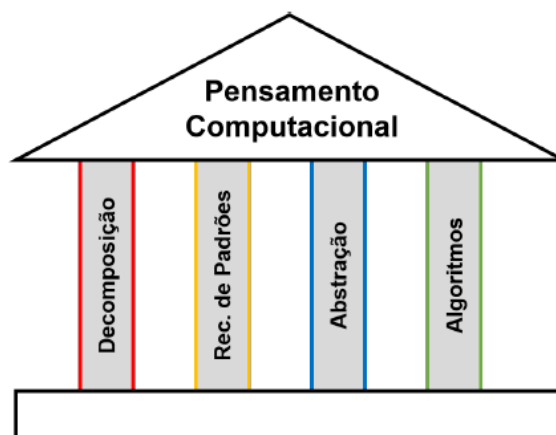
Computacional: análise ascendente, análise descendente, heurística, pensamento divergente, criatividade, resolução de problema, pensamento abstrato, interação, recursividade, métodos colaborativos, metacognição, métodos de aproximação sucessiva (erro de teste), padrões e sinético.

Diferentemente da quantidade expressiva de pilares encontradas por Grover e Pea (2013), pela ISTE e CSTA e por Zapata-Ros (2015), Brackmann (2017) apresenta somente quatro pilares, a decomposição, o reconhecimento de padrões, a abstração e os algoritmos. Segundo Brackmann (2017), esses quatro pilares resumem os pilares estabelecidos por vários pesquisadores, como Grover e Pea (2013).

Nesse sentido e tendo em visto que, Christian Brackmann é um dos principais pesquisadores brasileiros atuais sobre o tema PC, neste trabalho consideramos os quatro pilares estabelecidos por ele, os quais podem ser definidos como:

- **Decomposição:** Divisão do problema em partes menores e mais fáceis de serem resolvidas.
- **Reconhecimento de Padrões:** Identificação de características e similaridades em soluções de outros problemas, as quais podem ser adaptadas e utilizadas para resolver o problema atual.
- **Abstração:** Seleção dos dados necessários e indispensáveis para a resolução do problema descartando os demais.
- **Algoritmos:** O conjunto de regras e passos lógicos a serem executados para resolver o problema, abrangendo os demais pilares.

Figura 1 - Os quatro pilares do Pensamento Computacional



Fonte: Brackmann (2017, p. 33)

Destaca-se que os pilares solidificam o Pensamento Computacional como mostra a Figura 1, e são interdependentes no processo da resolução do problema, com importância igualitária na determinação da solução computacionalmente viável (BRACKMANN, 2017).

3.2 O PENSAMENTO COMPUTACIONAL E A BNCC

O Pensamento Computacional foi inserido oficialmente no currículo básico brasileiro em 2018, por meio da publicação da BNCC. A base é um documento regulador que descreve os conceitos essenciais que os alunos brasileiros, de instituições públicas e privadas, devem ter acesso no decorrer da Educação Básica.

A BNCC, com a finalidade de assegurar as aprendizagens essenciais, apresenta dez competências gerais que devem ser desenvolvidas ao longo das três etapas da EB: Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio. Dentre essas competências, pode-se identificar três que acompanham o PC, são elas:

- Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.
- Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.
- Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. (BRASIL, 2018, p. 9).

O termo Pensamento Computacional é mencionado nove vezes na BNCC, quatro delas são na área de Matemática, na etapa do Ensino Fundamental. Cinco vezes na BNCC do Ensino Médio, destas cinco, duas nas progressões das aprendizagens do Ensino Fundamental para o Ensino Médio e três na área de Matemática, na unidade temática de Álgebra. De acordo com as menções, tem-se, primeiramente, que processos de aprendizagem no Ensino Fundamental, como a resolução de problemas e de investigação colaboram expressivamente para o desenvolvimento do PC (BRASIL, 2018).

A aprendizagem em Álgebra, segundo a BNCC, em decorrência da capacidade de representar uma situação dada por meio de outras linguagens, pode contribuir para o

desenvolvimento do PC dos alunos, visto que, é necessário um reconhecimento de padrões para que possa ser feita essa representação. Além disso, é ressaltada a importância dos algoritmos e de seus fluxogramas para o PC, os quais possuem relações com a Álgebra e constituem-se de procedimentos para resolver um problema (BRASIL, 2018).

Nesta relação do PC e a Álgebra apresentada pela BNCC, destaca-se três habilidades: o reconhecimento de padrões, os algoritmos e consequentemente a decomposição. De modo que, tais habilidades correspondem a três dos quatro pilares do PC estabelecidos por Brackmann (2017).

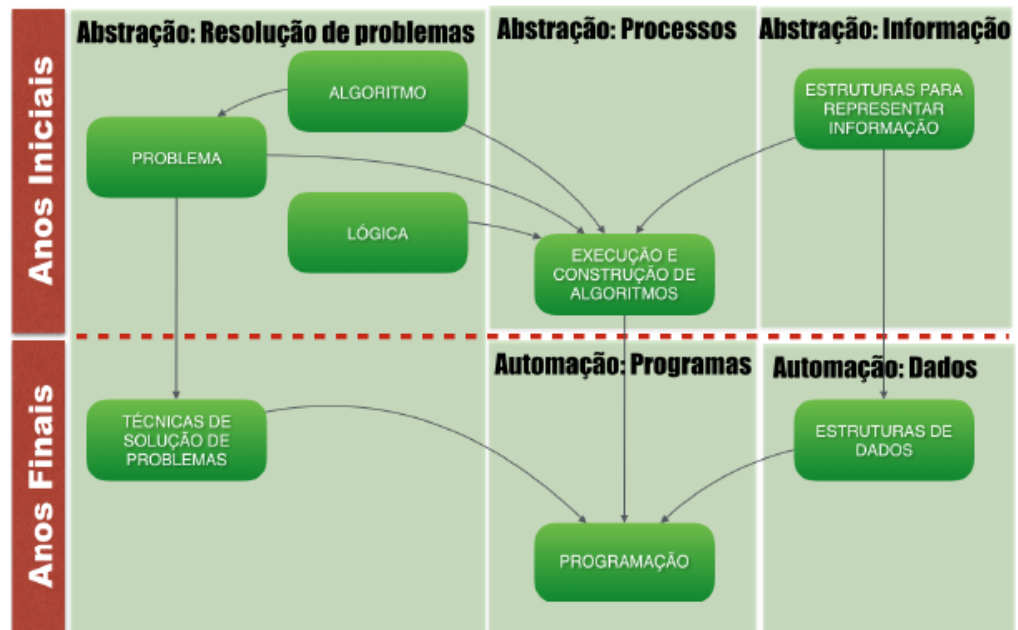
A BNCC volta a mencionar o PC na progressão das aprendizagens essenciais do Ensino Fundamental para o Ensino Médio, destacando que “a área de Matemática, no Ensino Fundamental, centra-se na compreensão de conceitos e procedimentos em seus diferentes campos e no desenvolvimento do pensamento computacional, visando à resolução e formulação de problemas em contextos diversos.” (BRASIL, 2018, p. 471). Tais conhecimentos devem ser ampliados e consolidados do decorrer do Ensino Médio, portanto, temos o PC presente fortemente no Ensino Fundamental e também no Ensino Médio.

Posteriormente, a BNCC apresenta o PC como uma das três dimensões, que moldam as Tecnologias Digitais e a Computação na EB, são elas: o Pensamento Computacional, o Mundo Digital, e a Cultura Digital. O PC é o responsável por envolver “as capacidades de compreender, analisar, definir, modelar, resolver, comparar e automatizar problemas e suas soluções, de forma metódica e sistemática, por meio do desenvolvimento de algoritmos.” (BRASIL, 2018, p. 474). Visto que, as dimensões devem ser contempladas nos objetivos de aprendizagem das três etapas da EB, respeitando as suas respectivas características (BRASIL, 2018).

De maneira geral, a BNCC destaca fortemente a presença do PC na área de Matemática, no Ensino Fundamental e na área de Matemática e suas tecnologias, no Ensino Médio. Relacionando-o com o processo investigativo, criativo, de identificação, análise e resolução de problemas. Entretanto, a BNCC não apresenta formas de abordar o PC em sala de aula e consequentemente de como integrá-lo a EB.

Preocupada com a integração do PC e da Computação na EB, a SBC engajou-se e em 2019 publicou o documento intitulado “Diretrizes para o Ensino de Computação na Educação Básica” (RIBEIRO *et al.*, 2019). O documento apresenta os principais conceitos das três dimensões das tecnologias digitais que devem ser trabalhadas na EB. Na figura 2 é possível visualizar os conceitos do PC que devem ser trabalhados no Ensino Fundamental.

Figura 2 - Conceitos do Pensamento Computacional no Ensino Fundamental



Fonte: Ribeiro *et al.* (2019, p. 9)

Os conceitos das respectivas dimensões estão inclusos nos objetos do conhecimento da Computação. De modo que, Ribeiro *et al.* (2019) apresentam quais objetos devem ser contemplados no Ensino Fundamental, por ano escolar e também no Ensino Médio. Além disso, descrevem-se habilidades relacionadas a cada um dos objetos. Todavia, o documento não explica detalhadamente e nem exemplifica esses conceitos e habilidades.

Desse modo, as Diretrizes para o Ensino de Computação na EB mantêm o mesmo caráter da BNCC, não explicitando ou ilustrando formas de trabalhar e inserir o PC na sala de aula. A BNCC mesmo apresentando as três dimensões das tecnologias digitais e computação não estabelece normas para o ensino de Computação na EB, assim em 2017 começou a ser elaborado as “Normas sobre Computação na Educação Básica – Complemento à BNCC”². Esse documento foi aprovado recentemente, em 17 de fevereiro de 2022, pelo Conselho Nacional de Educação e seguiu para homologação.

A elaboração das normas sobre Computação na EB, contou com a participação da SBC e de outras entidades, além de uma consulta pública. De modo que, quando homologado esse documento incluirá oficialmente a Computação na EB brasileira, o qual auxiliará as escolas a

² Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=182481-texto-referencia-normas-sobre-computacao-na-educacao-basica&category_slug=abril-2021-pdf&Itemid=30192. Acesso em: 10 ago. 2022.

abordarem-na e inclusive, integrar o PC. Visto que, um dos diferenciais trazidos por esse documento são as tabelas³ de competências e habilidades da Computação na EB.

As habilidades estão relacionadas a objetos do conhecimento específicos de Computação e essas são explicadas detalhadamente. Além do mais, é citado um exemplo para cada uma das habilidades de como o professor pode explorá-la em sala de aula, o que torna a habilidade mais compreensível ao professor auxiliando-o no planejamento e na elaboração das suas atividades. De acordo com as proposições anteriores, o PC está consolidado na EB, entretanto, ainda se percebe discussões sobre o assunto no que se refere a efetiva integração com os demais componentes do currículo da EB.

3.3 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE POLYA

O matemático George Polya é o pioneiro no campo de pesquisa da Resolução de Problemas e ficou famosamente conhecido pela sua obra “*How to Solve It*”, conhecida no Brasil pelo título “A Arte de Resolver Problemas”, cuja primeira edição foi publicada em 1945. Em sua obra, Polya (1995) apresenta quatro etapas: a compreensão do problema, o estabelecimento de um plano, a execução do plano e o retrospecto. Que devem ser seguidas para determinar a solução de um problema, as quais são fundamentadas em princípios heurísticos (MENEGHELLI *et al.*, 2018).

Segundo Polya (1995) a capacidade de resolver problemas é adquirida pela prática, isto é, por imitação e repetição. Nesse sentido, o professor deve instigar os alunos a resolverem problemas, dramatizando, realizando indagações e sugestões no decorrer do processo de resolução. De modo que, a fim de evitar equívocos o processo de resolução carece seguir as quatro fases do método de RP estabelecido por Polya (1995):

- i. Compreensão do problema:** Deve-se entender o enunciado do problema e demonstrar interesse em resolvê-lo. Além disso, é necessário observar as principais informações do problema, a assertiva, a incógnita, os dados e o condicionante. Tendo que, caso o problema conter figura, ela deve ser explorada, indicando as informações correlacionadas a ela.

³ Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=236791-anexo-ao-parecer-cneceb-n-2-2022-bncc-computacao&category_slug=fevereiro-2022-pdf&Itemid=30192&fbclid=IwAR22VpWNdynwk5Mb2ig98WsVXRuETCczS0WgiWqOpSnAXWn458KrHL3bDRg. Acesso em: 18 ago. 2022.

- ii. **Estabelecimento de um plano:** Na maioria das vezes apresenta-se como a parte principal da resolução de um problema. De modo geral, estabelecer um plano consiste em estabelecer um roteiro sobre quais passos deverão ser executados, definindo quais os cálculos matemáticos e desenhos deverão ser feitos. Entretanto, esse processo, o qual parte de uma ideia, não é linear e tão pouco simples, todavia, para facilitá-lo é necessário recordar-se de problemas que foram resolvidos anteriormente, que se correlacionam com o atual. Isto é, utilizar-se de conhecimentos prévios adquiridos, bem como realizar indagações sobre possíveis hipóteses.
- iii. **Execução do plano:** Consiste em realizar o roteiro que foi estabelecido na fase anterior. Entretanto, ele deve ser executado quando estiver claramente compreendido, analisando detalhadamente cada passagem da execução. Além disso, durante o desenvolvimento, alguns passos do roteiro podem ser modificados ao perceber erros ou equívocos.
- iv. **Retrospecto:** Refere-se a uma retrospectiva do processo de resolução do problema. Isto é, após encontrar a solução do problema, o caminho percorrido até a mesma deve ser revisto, reavaliando os passos seguidos e executados, além de observar se a solução encontrada é condizente com o problema inicial.

O método de Resolução de Problemas de Polya é bem organizado, em que as fases são interdependentes, por isso, cada fase deve ser executada com atenção. Além disso, Melo e Justulin (2019) destacam que a abordagem dada à RP por Polya refere-se ao ensino sobre Resolução de Problemas, em que a resolução de um problema é dada seguindo etapas e regras pré-definidas.

O estudo apresentado por Polya consiste em uma das abordagens sobre a utilização da RP para o ensino. De acordo com Melo e Justulin (2019), na literatura encontram-se três diferentes abordagens:

- i. O ensino *para* a Resolução de Problemas;
- ii. O ensino *por meio* da Resolução de Problemas;
- iii. O ensino *sobre* Resolução de Problemas.

O ensino para a RP consiste em aplicar um conteúdo ensinado, isto é, após o professor ensinar um conteúdo solicitar que os alunos resolvam problemas relacionados ao respectivo conteúdo. O ensino sobre RP, considera a RP como um método, ou seja, um conteúdo a ser ensinado, a qual se refere a proposta de Polya. Já o ensino por meio da RP, considera a RP como uma metodologia de ensino, por meio da qual são ensinados novos conteúdos.

Além do mais, é importante ressaltar que Polya foi o pioneiro na RP e segundo Allevato (2014, p. 213), o livro de Polya “tornou-se referência no ensino sobre resolução de problemas. Esta obra pode ser considerada, talvez, o mais importante exemplo entre trabalhos com teor essencialmente voltado a ensinar sobre resolução de problemas”. Já Onuchic é a principal brasileira pesquisadora sobre a Resolução de Problemas, investigando a sua importância para a Educação Matemática.

3.4 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE ONUCHIC

A professora Lourdes de La Rosa Onuchic possui formação acadêmica na área a Matemática, sendo a principal pesquisadora brasileira da Resolução de Problemas. Onuchic desenvolveu grande parte das suas pesquisas juntamente ao Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP), o qual coordena há vários anos. Sendo que, um dos principais e mais vetustos trabalhos de Onuchic foi publicado em 1999 no formato de capítulo de um livro.

O trabalho de Onuchic (1999) intitula-se “Ensino-aprendizagem através da Resolução de Problemas” e nele ela apresenta um apanhado histórico sobre a RP na Matemática, partindo do início das pesquisas sobre o tema até o mesmo tornar-se uma metodologia de ensino. Visto que, Onuchic assume a Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino de Matemática.

Onuchic (1999, p. 215) estabelece que,

Problema é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver, que o problema passa a ser um ponto de partida e que, através da resolução do problema os professores devem fazer conexões entre os diferentes ramos da matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos.

Além disso, a autora enfatiza que a Resolução de Problemas não deve ser um processo mecânico, mas um processo de construção de conceitos dando significado a RP. Nesse sentido, buscando colaborar com o processo ensino-aprendizagem por meio da RP, Onuchic (1999) apresenta um roteiro composto por sete pontos que devem guiar o professor na utilização da RP como uma metodologia de ensino da Matemática, são eles: formar grupos - entregar uma atividade, o papel do professor, resultados na lousa, plenária, análise dos resultados, consenso e formalização.

O roteiro estabelecido por Onuchic (1999) sofreu modificações com a finalidade de melhorar o andamento da RP como uma metodologia, originando um segundo roteiro composto por nove pontos, que devem ser seguidos pelo professor, assim descritos por Onuchic e Allevato (2011):

- i. **Preparação do problema:** Escolher um problema, chamado de problema gerador, de modo que, esse problema introduza um conteúdo matemático ainda não estudado pelos alunos.
- ii. **Leitura individual:** Disponibilizar o problema aos alunos, os quais devem lê-lo individualmente.
- iii. **Leitura em conjunto:** Organizar grupos e orientá-los a fazerem a leitura em seus grupos. O professor também pode fazer a leitura do problema em conjunto com alunos, esclarecendo dúvidas quanto ao entendimento do enunciado.
- iv. **Resolução do problema:** Os alunos devem resolver o problema, preferencialmente de forma colaborativa em seus grupos e após a compreensão clara do enunciado.
- v. **Observar e incentivar:** O professor deve atuar como mediador no processo de resolução, estimulando, orientando e conduzindo ao resultado esperado, principalmente por meio de questionamentos.
- vi. **Registro das resoluções na lousa:** Os alunos, ou um integrante de cada grupo deve expor a resolução para os demais, registrando na lousa todas as diferentes estratégias adotadas, estando elas certas ou erradas.
- vii. **Plenária:** Deve realizar-se uma discussão sobre as resoluções apresentadas. Os alunos devem argumentar e defender as suas ideias, de modo que o professor guie esse diálogo.
- viii. **Busca do consenso:** O professor deve conduzir a turma a chegar a um consenso sobre qual é a resolução do problema.
- ix. **Formalização do conteúdo:** O professor deve formalizar em linguagem matemática os conceitos, procedimentos e propriedades atreladas ao conteúdo desenvolvido na resolução do problema.

O roteiro proposto por Onuchic e Allevato direciona-se ao ensino através da RP, uma das três abordagens apresentadas por Melo e Justulin (2019), o ensino *através* da RP, o ensino *para* a RP e o ensino *sobre* a RP. Ressaltando que a abordagem ensino sobre RP é a abordagem de Polya e o ensino por meio da RP refere-se a proposta de Onuchic.

As teorias apresentadas por Polya e Onuchic apresentam focos diferentes, enquanto Onuchic preocupa-se com o ensino de conteúdos, Polya preocupa-se com a resolução de problemas. De modo que, como já mencionado, o método de RP de Polya estrutura-se por etapas pré-definidas que devem ser seguidas ao resolver um problema.

Desse modo, as etapas do método de Polya constituem o processo de resolver um problema. De maneira semelhante, os quatro pilares que estruturam o PC, a abstração, a decomposição, o reconhecimento de padrões e os algoritmos, se fazem presentes no processo de resolver problemas. Nesse sentido, consideramos que o método de RP de Polya apresenta maior relação com os pilares do PC, do que a teoria de Onuchic.

Nesse sentido, adotamos a teoria apresentada por Polya para a realização do nosso trabalho, o que justifica a delimitação do objetivo: Identificar as possíveis conexões entre os pilares do Pensamento Computacional e as etapas do método de Resolução de Problemas de Polya.

4 METODOLOGIA

O presente trabalho é uma pesquisa exploratória, a qual “tem como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a construir hipóteses. Pode-se dizer que estas pesquisas têm como objetivo principal o aprimoramento de ideia ou a descoberta de intuições.” (GIL, 2002, p. 41). Visto que, buscamos estabelecer possíveis conexões entre os pilares do PC e as etapas do método de RP proposto por Polya, compreendendo essas relações durante o processo de resolução de problemas específicos. Desse modo, a pesquisa é do tipo exploratória com análise qualitativa.

Para atender ao objetivo deste trabalho foram utilizados oito problemas, destes, dois do PISA (BRASIL, 2012) e seis da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) (INSTITUTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA, 2018, 2019). O PISA foi escolhido por ser uma importante avaliação a nível internacional, a qual avalia o desempenho dos alunos na leitura, Matemática e Ciências e apresenta o resultado do desempenho de cada um dos países participantes. De modo que, esse resultado é significativo para os países avaliarem as suas políticas e práticas educacionais e assim, se inspirarem e buscarem alternativas de melhoria, com base nos países que apresentaram um melhor desempenho.

A OBMEP foi escolhida por ser a principal olimpíada de Matemática a nível nacional, desenvolvida anualmente em escolas públicas e privadas, e estruturando-se em duas fases. Além disso, considerou-se os seus objetivos, dentre eles, a estimulação e promoção do estudo da Matemática, a contribuição na melhoria da qualidade da EB e o incentivo ao aperfeiçoamento dos professores e ao ingresso dos jovens na universidade. Nesse sentido, a OBMEP proporciona o envolvimento de toda comunidade escolar, escola, direção, professores e principalmente os alunos, com a Matemática.

Ao selecionar os problemas considerou-se as edições mais recentes, tanto do PISA quanto da OBMEP. Em relação ao PISA, a última edição da qual se tem acesso as questões de Matemática é a de 2012. No que se refere a OBMEP, as questões de 2022 ainda não se encontravam disponíveis no mês de maio, a edição de 2021 apresenta algumas adaptações e a edição de 2020 não ocorreu. Desse modo, as questões selecionadas são todas da primeira fase, sendo duas de cada nível, uma do ano de 2018 e uma do ano de 2019.

A análise dos problemas ocorreu de forma qualitativa, desse modo, apoiamo-nos na teoria de Análise de Conteúdo de Laurence Bardin, a qual afirma que “a maioria dos procedimentos de análise organiza-se, no entanto, em redor de um processo de categorização”

(BARDIN, 2016, p.147). Esse processo de categorização consiste em definir classes que agrupam os elementos com características comuns. Desse modo, retornando aos objetivos específicos dessa pesquisa, definimos três categorias de análise *a priori*:

- i. Identificação dos pilares do PC na resolução de problemas específicos.
- ii. Uso do método de RP na resolução de problemas.
- iii. Estabelecimento de possíveis conexões entre os pilares do PC e o método de RP.

De acordo com essas categorias analisou-se os oito problemas. Para a primeira categoria, identificou-se a presença dos pilares do PC na resolução dos problemas, na segunda categoria, os problemas foram resolvidos através do método de RP. Por fim, na última categoria, estabeleceu-se possíveis conexões entre os pilares e as etapas, embasadas nas categorias anteriores.

5 ANÁLISE DOS PROBLEMAS

Esse capítulo está organizado em nove seções. As oito primeiras seções são destinadas, cada uma a um dos problemas selecionados, enunciando o problema e apresentando as duas primeiras categorias de análise. Por fim, a última seção destina-se a terceira categoria de análise.

5.1 PROBLEMA 1

(BRASIL, 2012) - Navios velejadores

Devido ao alto custo do óleo diesel, a 0,42 zeds por litro, os proprietários do navio Nova Onda estão pensando em equipar seu navio com uma *kite sail*. Calcula-se que uma *kite sail* como essa tenha o potencial para reduzir o consumo de diesel em cerca de 20%.

Nome: Nova Onda.

Tipo: Cargueiro.

Comprimento: 117 metros.

Envergadura: 18 metros.

Capacidade de carga: 12 000 tons.

Velocidade máxima: 19 nós.

Consumo de diesel por ano, sem uma *kite sail*: aproximadamente 3 500 000 litros.

O custo para equipar o Nova Onda com uma *kite sail* é de 2 500 000 zeds.

Após quantos anos a economia com o custo do óleo diesel poderia cobrir o custo da *kite sail*? Apresente os cálculos para fundamentar sua resposta.

5.1.1 Análise dos pilares do PC

Abstração

Percebe-se a presença do pilar de abstração quando se selecionam as informações importantes e necessárias do problema para determinar a solução. São elas: o custo do óleo diesel por litro, o consumo de diesel do navio por ano, o custo para equipar o navio com a *kite sail* e a redução de consumo do óleo diesel promovida pela *kite sail*.

Decomposição

Para solucionar esse problema é possível decompô-lo em três partes, as quais são:

- Quantos litros de diesel são economizados por ano estando o navio equipado com a *kite sail*?
- Qual a economia em zeds por ano do óleo diesel promovida pela *kite sail*?
- Quantos anos de economia são necessários para cobrir o custo da *kite sail*?

Desse modo, o pilar decomposição se faz presente na resolução deste problema.

Reconhecimento de padrões

Identifica-se a presença do pilar reconhecimento de padrões no processo de determinar a quantidade de litros de diesel que são economizados por ano estando o navio equipado pela *kite sail*, onde para isso é necessário calcular 20% do consumo de diesel por ano, sem uma *kite sail*. De modo que, para efetuar esse cálculo, é preciso reconhecer e utilizar a definição de porcentagem no formato fracionário.

Algoritmos

O pilar algoritmos é identificado na resolução desse problema compreendendo todos os cálculos realizados até a obtenção da solução final. Nesse processo, determina-se a variável de entrada, o desenvolvimento e a variável de saída, da seguinte maneira:

- Entrada:
 C = consumo de óleo diesel por ano, sem uma *kite sail*
- Desenvolvimento:

$$M = 0,20 \cdot C$$

$$N = 0,42 \cdot M$$

$$T = \frac{2500000}{N}$$

Onde:

M = litros de diesel economizados em um ano graças a *kite sail*.

N = economia anual em zeds promovida pela *kite sail*.

- Saída:
- T = tempo em anos, necessário para cobrir o custo da *kite sail* com as economias por ela proporcionada.

5.1.2 Análise pelo método de Polya

Compreensão do problema

Compreende-se que neste problema é preciso determinar quantos anos serão necessários para cobrir o custo da *kite sail*, de acordo com a economia gerada por ela. Analisando todas as informações apresentadas no problema, tem-se que, as informações necessárias para determinar a solução são: o custo, em zeds, do óleo diesel por litro; o consumo de diesel do navio, em litros, por ano; o custo para equipar o navio com a *kite sail*; a economia no consumo do óleo diesel promovida pela *kite sail*.

Estabelecimento de um plano

Pode-se estabelecer um plano composto por três passos principais para resolver este problema, onde em cada passo realiza-se um cálculo:

- Passo 1: determinar a quantidade de litros de diesel que são economizados por ano estando o navio equipado com a *kite sail*, calculando 20% do consumo de diesel anual (sem a *kite sail*).
- Passo 2: estabelecer a economia em zeds por ano do óleo diesel promovida pela *kite sail*, multiplicando o valor encontrado no passo anterior pelo preço do litro de diesel.
- Passo 3: Encontrar quantos anos de economia são necessários para cobrir o custo da *kite sail*, dividindo o custo para equipar com a *kite sail*, pelo resultado encontrado no passo anterior.

Execução do plano

Realiza-se os cálculos estabelecidos no plano:

- Passo 1: $20\% \text{ de } 3500000 = \frac{20}{100} \cdot 3500000 = 700000$
- Passo 2: $0,42 \cdot 700000 = 294000$
- Passo 3: $\frac{2500000}{294000} = 8,50$

Retrospecto

Reavaliando o que foi realizado durante os três passos e observando a solução encontrada, temos:

- A *kite sail* proporciona uma economia de 20% e o consumo de diesel anual pelo navio é de 3 500 000 litros, por isso realizou-se o cálculo do passo 1;
- Sabendo o custo do litro de diesel e a economia em litros diesel, procurou-se descobrir qual seria a economia em zeds promovida pela *kite sail* no período de um ano, condizendo com o cálculo do passo 2;
- Conhecendo o custo para implementar a *kite sail* e a economia anual em zeds proporcionada por ela, realizou-se o cálculo do passo 3.
- O resultado obtido com o último cálculo, passo 3, é em anos. Entretanto, tem-se um valor decimal, isto é, uma quantidade de anos que não é exata, portanto, buscando uma quantidade de anos exata, arredonda-se o valor para o maior natural mais próximo, nesse caso o 9.

5.2 PROBLEMA 2

(BRASIL, 2012) - Aluguel de DVDs

Jane trabalha em uma loja de aluguel de DVDs e de jogos de videogame. Nessa loja, a anuidade dos membros custa 10 zeds. O preço de locação de DVDs é menor para os membros do que para os não-membros, como indica o quadro abaixo.

| Preço de aluguel de locação de um DVD para os não-membros | Preço de aluguel de um DVD para os membros |
|--|---|
| 3,20 zeds | 2,50 zeds |

No ano passado, Jonas era membro da loja de aluguel de DVDs. Durante o ano passado, ele gastou o total de 52,50 zeds, incluindo a anuidade dos membros. Quanto Jonas teria gasto para alugar o mesmo número de DVDs, se ele não fosse membro?

5.2.1 Análise dos pilares do PC

Abstração

O pilar abstração apresenta-se na resolução do problema, consistindo no reconhecimento das informações necessárias para resolvê-lo. São elas: o valor da anuidade, o valor da locação de um DVD para membros e para não membros e o valor que Jonas gastou durante um ano com locação incluindo a sua anuidade como membro.

Decomposição

Esse problema pode ser decomposto em três partes menores, por isso, identifica-se a presença do pilar decomposição. A saber, os três problemas são:

- Quantos zeds Jonas gastou somente com o aluguel de DVDs?
- Quantos DVDs Jonas alugou?
- Quantos zeds Jonas gastaria alugando os DVDs se não fosse membro?

Reconhecimento de Padrões

Identifica-se a presença do pilar reconhecimento de padrões ao utilizar as operações básica no conjunto dos números reais.

Algoritmos

Percebe-se a presença do pilar algoritmos, constituindo-se das seguintes variáveis de entrada e saída e o desenvolvimento:

- Entrada:
 $A =$ gasto de Jonas no ano passado.
- Desenvolvimento:

$$B = A - 10$$

$$N = B : 2,50$$

$$C = N \cdot 3,20$$

Onde:

$B =$ Zeds gastos somente com o aluguel por Jonas.

$N =$ Quantidade de DVDs alugados por Jonas.

- Saída:
 $C =$ Gasto de Jonas no ano passado caso não fosse membro.

5.2.2 Análise pelo método de Polya

Compreensão do problema

Entende-se que Jonas era membro de uma loja de aluguel de DVDs e gastou uma quantidade em zeds, composta pelo gasto com o aluguel de DVDs e pela anuidade, e pretende-se descobrir quanto Jonas teria gastado se não fosse membro. Nesse sentido, identificam-se as seguintes informações necessárias para a resolução: o valor da anuidade, o valor da locação de um DVD para membros e para não membros e o valor que Jonas gastou durante o ano passado.

Estabelecimento de um plano

Pode-se estabelecer um plano composto por três passos principais para resolver este problema, onde em cada passo realiza-se um cálculo:

- Passo 1: descobrir quanto Jonas gastou somente alugando DVDs, desconsiderando o valor da anuidade.
- Passo 2: determinar quantos DVDs Jonas alugou, dividindo o valor gasto alugando DVDs pelo valor do aluguel de um DVD para membros da loja.
- Passo 3: identificar quanto Jonas gastaria se não fosse membro da loja, multiplicando a quantidade de DVDs que Jonas alugou pelo valor do aluguel de um DVD para não membros.

Execução do plano

Nessa etapa executa-se o que foi determinado no plano, isto é, realiza-se os cálculos necessários conforme a situação de cada passo:

- Passo 1: $52,10 - 10 = 42,50$
- Passo 2: $42,50 : 2,50 = 17$
- Passo 3: $17 \cdot 3,20 = 54,40$

Retrospecto

Reavaliando o que foi realizado durante os três passos e observando a solução encontrada, temos:

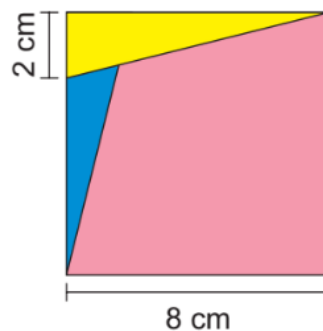
- Jonas era membro da loja e gastou 52,10 zeds no ano passado, desse valor, 10 zeds correspondem a anuidade e o restante ao aluguel de DVDs. O que justifica o passo 1.

- Como tornou-se conhecido o gasto de Jonas somente com o aluguel de DVDs e sabendo o valor do aluguel de um DVD, possibilitou a descoberta de quantos DVDs foram alugados por ele.
- Conhecida a quantidade de DVDs que Jonas alugou e sabendo o preço do aluguel de um DVD para não membros, bastou realizar a multiplicação entre os respectivos números.
- A solução encontrada corresponde ao dado que o problema pedia para que fosse descoberto.

5.3 PROBLEMA 3

(INSTITUTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA, 2019) – Nível 1

O quadrado abaixo está dividido em dois triângulos e um quadrilátero. O triângulo amarelo tem o dobro da área do triângulo azul. Qual é a área do quadrilátero rosa?



- 36 cm²
- 48 cm²
- 52 cm²
- 56 cm²
- 60 cm²

5.3.1 Análise dos pilares do PC

Abstração

Percebe-se a presença do pilar abstração na seleção das informações necessárias para a resolução do problema, são elas: o quadrado tem todos os lados com a mesma medida, a área do triângulo amarelo é o dobro do que a área do triângulo azul, a medida do lado do quadrado e a medida da base do triângulo amarelo.

Decomposição

Identifica-se a presença do pilar decomposição ao separar o problema em quatro partes menores:

- Qual a área do quadrado?
- Qual a área do triângulo amarelo?
- Qual a área do triângulo azul?
- Qual a área do quadrilátero rosa?

Reconhecimento de padrões

Percebe-se a presença do pilar reconhecimento de padrões ao identificar as fórmulas para determinar a área de um quadrado e para determinar a área de um triângulo qualquer.

Algoritmos

O pilar algoritmo é identificado no processo dos cálculos realizados, tendo as seguintes variáveis de entrada, saída e o desenvolvimento:

- Entrada:
 $L =$ lado do quadrado.
- Desenvolvimento:

$$Q = L \cdot L$$

$$T_1 = \frac{2 \cdot L}{2}$$

$$T_2 = \frac{T_1}{2}$$

$$A = Q - (T_1 + T_2)$$

Onde:

$Q =$ área do quadrado.

$T_1 =$ área do triângulo amarelo.

$T_2 =$ área do triângulo azul.

- Saída:
 $A = \text{área do quadrilátero rosa.}$

5.3.2 Análise pelo método de Polya

Compreensão do problema

A informação que se busca encontrar é a área do quadrilátero rosa tendo como informações principais: o quadrado tem todos os lados com a mesma medida, a área do triângulo amarelo é o dobro do azul, a medida do lado do quadrado e a medida da base do triângulo amarelo.

Estabelecimento do plano

Para encontrar a solução é preciso determinar antes outras três informações, por isso a resolução pode ser organizada em quatro passos:

- Passo 1: estabelecer a área do quadrado, utilizando a fórmula para calcular a área de um quadrado.
- Passo 2: determinar a área do triângulo amarelo, fazendo uso da fórmula para calcular a área de um triângulo qualquer.
- Passo 3: estabelecer a área do triângulo azul, sabendo que o triângulo amarelo tem o dobro de área.
- Passo 4: calcular a área do quadrilátero rosa, descontando a área dos dois triângulos da área do quadrado.

Execução do plano

A execução dos passos estabelecidos no plano, ocorre da seguinte maneira:

- Passo 1: a área de um quadrado é calculada multiplicando lado por lado, $8 \cdot 8 = 64$.
- Passo 2: a área de um triângulo é calculada multiplicando a base pela altura e dividindo por dois, $\frac{2 \cdot 8}{2} = 8$.
- Passo 3: o triângulo amarelo tem o dobro da área do triângulo azul, então para determinar a área do triângulo azul basta dividir a área do triângulo amarelo por dois, $\frac{8}{2} = 4$

- Passo 4: subtrai-se a área dos triângulos da área do quadrado, $64 - 8 - 4 = 52$.

Retrospecto

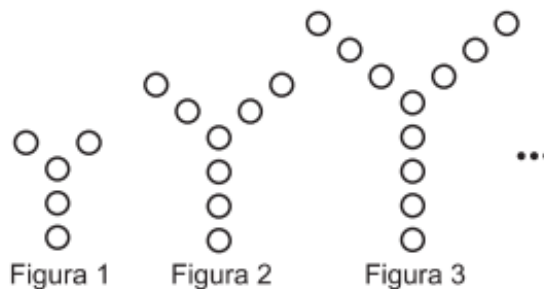
Pode-se fazer as seguintes observações revisando os passos executados na resolução do problema:

- Conhecendo a medida do lado do quadrado e sabendo a fórmula para calcular a área de um quadrado, calculou-se a área do quadrado.
- Como o quadrado tem todos os lados com a mesma medida, conhece-se a medida da altura do triângulo amarelo, bem como a sua base. Portanto, aplicando essas informações na fórmula para calcular a área de um triângulo, obteve-se a área do triângulo amarelo.
- Sabe-se que a área do triângulo amarelo é o dobro do azul, de modo que o dobro nada mais é do que a multiplicação por dois. Portanto, o azul tem a metade da área do amarelo, isto é, basta dividir a área do amarelo por dois.
- Observando a figura percebe-se que a área do quadrilátero rosa nada mais é do que a área do quadrado tirando as áreas dos dois triângulos, por isso, realiza-se a subtração obtendo a informação procurada.

5.4 PROBLEMA 4

(INSTITUTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA, 2019) - Nível 2

Observe a sequência de figuras abaixo, todas elas com a forma da letra Y. Seguindo este padrão, quantas bolinhas terá a 15ª figura?



- 35
- 47
- 50

- d) 52
- e) 60

5.4.1 Análise dos pilares do PC

Abstração

Identifica-se a presença do pilar abstração ao identificar que as figuras são formadas por uma quantidade diferente de bolinhas.

Decomposição

Pode-se decompor o problema em três partes menores que facilitam o processo de resolução, são elas:

- Quantas bolinhas compõem a primeira, segunda e terceira figura?
- Quantas bolinhas a segunda figura tem a mais do que a primeira e terceira tem a mais do que a segunda?

Reconhecimento de padrões

Percebe-se a presença do pilar reconhecimento de padrões ao identificar o padrão do aumento de bolinhas de uma figura para outra.

Algoritmos

O pilar algoritmos encontra-se presente na relação que representa o número de bolinhas em cada figura, composto pelas seguintes informações:

- Entrada:
 $n = \text{número da figura}$
- Desenvolvimento:

$$k = 5 + 3(n - 1)$$

- Saída:
 $k = \text{número de bolinhas da figura } n.$

5.4.2 Análise pelo método de Polya

Compreensão do problema

São dadas três figuras em sequência conhecendo-se a quantidade de bolinhas de cada uma, a partir disso, é preciso determinar quantas bolinhas terá a figura 15ª figura.

Estabelecimento do plano

Para determinar a solução e conhecendo a quantidade de bolinhas das três figuras dadas, é preciso estabelecer uma relação que determina a quantidade de bolinhas para cada figura. Para isso, é necessário comparar a quantidade de bolinhas das três figuras, de uma para outra, e verificar qual o padrão de aumento de bolinhas.

Execução do plano

O número de bolinhas de uma figura para outra aumenta em três unidades e o número de bolinhas de cada figura pode ser representada em função do número de bolinhas da figura 1 e em função do número de figuras da bolinha anterior. Isto é, seja a figura n , o número de bolinhas dela é dada por: $5 + 3(n - 1)$. Logo, a 15ª figura terá $5 + 3 \cdot 14 = 47$ bolinhas.

Retrospecto

A figura 1 é formada por 5 bolinhas, a figura 2 por 8 e, a figura 3 por 11 bolinhas. Desse modo, percebe-se que o número de bolinhas da figura seguinte aumenta em três unidades. Além disso, pode-se representar o número de bolinhas de cada figura em função do número de bolinhas da figura 1 e da figura anterior, assim: *figura n*: $5 + 3(n - 1)$, onde 5 é o número de bolinhas da figura 1 e n é o número da figura da qual eu quero descobrir o número de bolinhas. Portanto, para descobrir o número de bolinhas da 15ª figura, basta substituir o n por 15.

5.5 PROBLEMA 5

(INSTITUTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA, 2019) - Nível 3

Um reservatório, inicialmente vazio, é abastecido por duas torneiras de vazões diferentes. Se cada torneira for aberta por $1/3$ do tempo necessário para que a outra encha o

reservatório, este ficará com $\frac{5}{6}$ de sua capacidade preenchida. Além disso, as duas torneiras juntas enchem o reservatório inicialmente vazio em 2 horas e 30 minutos. Em quanto tempo a torneira de maior vazão enche o reservatório?

Lembre-se:

$$\text{vazão} = \frac{\text{volume}}{\text{tempo}}$$

- a) 3 horas
- b) 3 horas e 15 minutos
- c) 3 horas e 30 minutos
- d) 3 horas e 45 minutos
- e) 4 horas

5.5.1 Análise dos pilares do PC

Abstração

O pilar abstração está presente na síntese das informações principais do enunciado do problema, as quais são: as duas torneiras têm vazões diferentes, as torneiras juntas enchem o reservatório em 2 horas e 30 minutos, as torneiras abertas $\frac{1}{3}$ do tempo necessário para a outra encher o reservatório encherão $\frac{5}{6}$ do reservatório, e a vazão é a razão do volume pelo tempo.

Decomposição

Percebe-se a presença do pilar decomposição na resolução deste problema, nas informações que devem ser descobertas para que a solução do problema possa ser determinada. Representada pelas seguintes indagações:

- O que influencia o tempo que cada torneira leva para esvaziar o reservatório?
- Qual a relação entre o volume do reservatório e a vazão das torneiras?
- Qual a vazão de cada uma das duas torneiras?

Reconhecimento de padrões

Identifica-se a presença do pilar reconhecimento de padrões ao representar uma relação (mais especificamente, uma fração) por uma letra. Também é identificado na relação de horas e minutos, isto é, a quantidade de minutos que correspondem a determinada quantidade de

horas. Além disso, ao identificar uma equação de segundo grau e ao resolvê-la utilizando a fórmula resolvente ou a técnica de soma e produto o reconhecimento de padrões está presente.

Algoritmos

O pilar algoritmos está presente na resolução deste problema, apresentando a seguinte composição:

- Entrada:

v_1 = vazão da torneira 1.

v_2 = vazão da torneira 2.

V = volume do reservatório.

- Desenvolvimento:

$$t_1 = \frac{V}{v_1} \quad \text{e} \quad t_2 = \frac{V}{v_2}$$

$$\frac{5}{6}V = \frac{1}{3} \cdot v_1 \cdot \frac{V}{v_2} + \frac{1}{3} \cdot v_2 \cdot \frac{V}{v_1}$$

$$\frac{5}{2} = \frac{v_1}{v_2} + \frac{v_2}{v_1}$$

$$x = \frac{v_1}{v_2}; \quad v_1 > v_2$$

$$2x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$x = 2$$

$$t_1 = \frac{V}{v_1} = \frac{150(v_1 + v_2)}{v_1} = 150 \left(1 + \frac{1}{2} \right) = 225$$

Onde:

t_2 = tempo que a torneira 2 leva para encher o reservatório.

- Saída:

t_1 = tempo que a torneira 1 leva para encher o reservatório.

5.5.2 Análise pelo método de Polya

Compreensão do problema

Neste problema precisa-se descobrir quanto tempo a torneira que tem maior vazão leva para encher o reservatório vazio. Sabendo que, as duas torneiras têm vazões distintas, a vazão é a razão entre o volume e o tempo, as duas torneias abertas juntas enchem o reservatório em 2 horas e 30 minutos, e as torneiras abertas $\frac{1}{3}$ do tempo necessário da outra encher o reservatório enchem $\frac{5}{6}$ do reservatório.

Estabelecimento do plano

Dadas as informações do problema o primeiro passo é representá-las em linguagem matemática, tomar uma das torneiras como tendo maior vazão do que a outra, e utilizar o algebrismo para determinar a solução desejada.

Execução do plano

Sejam $v_1 =$ vazão da torneira 1, $v_2 =$ vazão da torneira 2, $V =$ volume do reservatório, $t_1 =$ tempo para a torneira 1 encher o reservatório e $t_2 =$ tempo para a torneira 2 encher o reservatório. Levando em consideração as informações do problema, temos as seguintes relações:

$$t_1 = \frac{V}{v_1} \quad \text{e} \quad t_2 = \frac{V}{v_2}$$

$$\frac{5}{6}V = \frac{1}{3} \cdot v_1 \cdot \frac{V}{v_2} + \frac{1}{3} \cdot v_2 \cdot \frac{V}{v_1}$$

$$\frac{5}{2} = \frac{v_1}{v_2} + \frac{v_2}{v_1}$$

Tomando a torneira 1 como a torneira de maior vazão, de modo que, $x = \frac{v_1}{v_2}$. Tem-se:

$$2x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$x = 2$$

Logo, obtemos:

$$t_1 = \frac{V}{v_1} = \frac{150(v_1 + v_2)}{v_1} = 150 \left(1 + \frac{1}{2} \right) = 225$$

Retrospecto

Extraídas as informações importantes do problema, todas elas podem ser representadas em linguagem matemática. Primeiramente, tomamos a torneira 1, a qual tem vazão v_1 e o tempo que ela leva para encher o reservatório é dado por t_1 , portanto, de acordo com a definição de vazão, tem-se a seguinte relação:

$$t_1 = \frac{V}{v_1}$$

De maneira análoga, se obtém a relação da torneira 2:

$$t_2 = \frac{V}{v_2}$$

Da definição de vazão, tem-se que o volume é dado pela multiplicação da vazão pelo tempo e sabendo que as duas torneiras abertas $\frac{1}{3}$ do tempo da outra encher o reservatório enchem $\frac{5}{6}$ do reservatório, extrai-se a seguinte igualdade:

$$\frac{5}{6}V = \frac{1}{3} \cdot v_1 \cdot \frac{V}{v_2} + \frac{1}{3} \cdot v_2 \cdot \frac{V}{v_1}$$

A igualdade pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\frac{5}{2} = \frac{v_1}{v_2} + \frac{v_2}{v_1}$$

Tomando a torneira 1 como a de maior vazão, e sendo x a razão da vazão da torneira 1 com a vazão da torneira 2, reescreve-se novamente a igualdade, obtendo:

$$2x^2 - 5x + 2 = 0$$

Resolvendo essa equação quadrática, encontra-se as raízes 2 e $\frac{1}{2}$, mas como $v_1 > v_2$, então $x = \frac{v_1}{v_2} > 1$. Portanto, considera-se somente a raiz $x = 2$.

O problema questionava quanto tempo a torneira de maior vazão levaria para encher o reservatório, assim, precisa-se descobrir o t_1 .

Desse modo, retorna-se à relação apresentada inicialmente em relação a torneira 1. Tendo que, o volume do reservatório é dado pela multiplicação do tempo para enchê-lo com a vazão das torneiras, e que as duas torneiras demoram 2 horas e 30 minutos para enchê-lo, isto é, 150 minutos. Logo, obtém-se:

$$t_1 = \frac{V}{v_1} = \frac{150(v_1 + v_2)}{v_1}$$

Ou seja,

$$t_1 = 150 \left(1 + \frac{1}{2} \right) = 225$$

Logo, 225 representa o tempo em minutos que a torneira 1 demora para encher o reservatório.

5.6 PROBLEMA 6

(INSTITUTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA, 2018) - Nível 1

Na conta abaixo, cada letra representa um algarismo diferente. Qual é o algarismo representado pela letra P ?

$$\begin{array}{r} O B M E P \\ + \quad O B M \\ \hline 2 0 0 0 0 \end{array}$$

- a) 0
- b) 2
- c) 5
- d) 7
- e) 9

5.6.1 Análise dos pilares do PC

Abstração

O pilar abstração está presente na identificação das informações principais e no caso deste problema, são duas: a conta representada é uma operação de adição e cada letra representa um algarismo diferente.

Decomposição

Identifica-se a presença do pilar decomposição ao analisar a adição termo a termo da conta, isto é, unidade com unidade, dezena com dezena, centena com centena, unidade de milhar com unidade de milhar e centena de milhar com centena de milhar. Desse modo, o problema é decomposto em cinco partes menores.

Reconhecimento de padrões

Percebe-se a presença do pilar reconhecimento de padrões ao reconhecer e utilizar o algoritmo da operação de adição.

Algoritmos

O pilar algoritmos está presente na resolução do problema e apresenta a seguinte estrutura:

- Entrada:

O = letra que representa um algarismo.

B = letra que representa um algarismo.

- Desenvolvimento:

$$O = 2 - 1$$

$$B = 10 - 1$$

$$M = 10 - o$$

$$E = 10 - B$$

$$P = 10 - M$$

- Saída:

P = letra que representa o algarismo procurado.

5.6.2 Análise pelo método de Polya

Compreensão do problema

O problema apresenta a soma da adição de dois números cujos algarismos são representados por letras, e cada letra representa um algarismo distinto. Com base nessas informações, é preciso descobrir qual algarismo a letra p representa.

Estabelecimento do plano

Para solucionar esse problema é preciso utilizar o algoritmo da adição e analisar cada adição termo a termo.

Execução do plano

Tem-se cinco adições termo a termo, extraído-se as seguintes relações:

$$P + M = 10$$

$$1 + E + B = 10$$

$$1 + M + O = 10$$

$$1 + B = 10$$

$$1 + O = 2$$

Resolvendo as equações tem-se:

$$O = 1; B = 9; M = 8; E = 0; P = 2$$

Retrospecto

De acordo com o algoritmo da adição, a soma inicia-se na casa das unidades, somando termo a termo, ou seja, unidade com unidade, dezena com dezena, e assim sucessivamente. De modo que, os algarismos da soma de cada termo são colocados nas ordens correspondentes.

Dada a adição é possível estabelecer uma relação para cada ordem, ou melhor, uma equação, onde o primeiro membro representa as parcelas e o segundo membro a soma:

$$P + M = 10$$

$$1 + E + B = 10$$

$$1 + M + O = 10$$

$$1 + B = 10$$

$$1 + O = 2$$

As duas últimas equações, de cima para baixo, são equações do primeiro grau com somente uma incógnita, portanto, é possível determinar o valor dessas incógnitas (letras):

$$O = 1 \text{ e } B = 9$$

Agora, substituindo os valores dessas letras nas equações seguintes, determina-se o algarismo das demais letras, inclusive do P :

$$P = 2$$

Desse modo, p representa o algarismo 2.

5.7 PROBLEMA 7

(INSTITUTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA, 2018) - Nível 2

Marcos comprou 21 litros de tinta. Ele usou água para diluir essa tinta até que a quantidade de água acrescentada fosse 30% do total da mistura. Quantos litros de água ele usou?

- a) 5

- b) 6
- c) 7
- d) 8
- e) 9

5.7.1 Análise dos pilares do PC

Abstração

Percebe-se a presença do pilar abstração no entendimento e seleção das principais informações do problema, as quais são: Uma mistura é composta por 21 litros de tinta e o restante de água, de modo que, a quantidade de água representa 30% dessa mistura.

Decomposição

Encontra-se o pilar decomposição, antes de resolver a questão problema é preciso determinar uma outra informação. Portanto, para solucionar o problema é preciso responder a dois questionamentos:

- A quantidade de tinta corresponde a qual porcentagem da mistura?
- A mistura é composta por quantos litros de água?

Reconhecimento de padrões

Identifica-se a presença do pilar reconhecimento de padrões ao perceber que a quantidade de litros de tinta e água é diretamente proporcional a porcentagem que representa na mistura e com isso, utilizar-se da regra de três simples.

Algoritmos

O pilar algoritmos encontra-se presente na resolução do problema, estruturado da seguinte maneira:

- Entrada:
 l_t = litros de tinta.
 r = porcentagem de água na mistura.
- Desenvolvimento:

$$x = \frac{l_t \cdot r}{(100 - r)}$$

- Saída:
 x = litros de água na mistura.

5.7.2 Análise pelo método de Polya

Compreensão do problema

Marcos faz uma mistura de tinta e água, de modo que essa mistura é composta por 21 litros de tinta e 30% de água. Assim, precisa-se determinar quantos litros da mistura correspondem a 30%.

Estabelecimento o plano

Primeiro é preciso determinar qual porcentagem corresponde a quantidade de tinta na mistura e depois, utilizando proporção, determinar quantos litros de água tem na mistura.

Execução do plano

Porcentagem de tinta:

$$100\% - 30\% = 70\%$$

Estabelecendo a proporção:

$$\frac{21}{x} = \frac{70}{30}$$

Retrospecto

Em relação a porcentagem, 100% representa o total, nesse caso a mistura composta por água e tinta. Portanto, como a água representa 30% da mistura, o restante é composto por tinta, ou seja, 70%:

$$100\% - 30\% = 70\%$$

Dessa maneira, 21 litros correspondem a 70% da mistura e a quantidade de litros de água, que se deseja descobrir, corresponde a 30%. Percebe-se, que conforme maior for a quantidade de litros, maior será a porcentagem que ela representa na mistura. Assim, seja x a quantidade de litros de água, tem-se:

$$\frac{21}{x} = \frac{70}{30}$$

Como as grandezas são diretamente proporcionais basta realizar a multiplicação cruzada, obtendo:

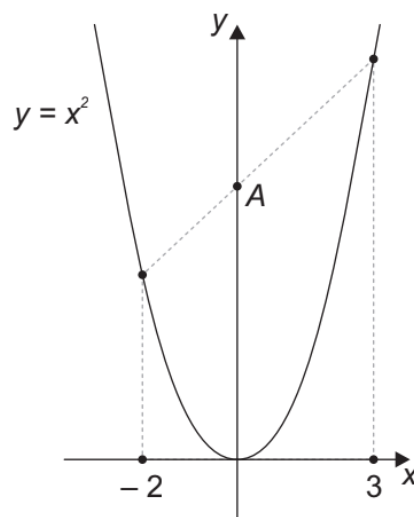
$$x = \frac{21 \cdot 30}{70} = 9$$

Portanto, a mistura é composta por 9 litros de água, que representam 30%.

5.8 PROBLEMA 8

(INSTITUTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA, 2018) - Nível 3

A figura mostra o gráfico da função definida por $y = x^2$. O ponto A tem coordenadas $(0, p)$. Qual é o valor de p ?



- a) 5
- b) 5,5
- c) 6
- d) 6,25
- e) 6,5

5.8.1 Análise dos pilares do PC

Abstração

Percebe-se a presença do pilar abstração na síntese das informações importantes do problema, são elas: o gráfico da função representada é definido por $y = x^2$ o qual passa por um ponto de abscissa -2 e por um de abscissa 3, o ponto A tem coordenadas $(0, p)$ e uma reta intercepta esses três pontos representados no gráfico.

Decomposição

O pilar decomposição está presente na separação do problema dado em partes menores, são elas:

- Quais as coordenadas dos dois pontos que o gráfico da função $y = x^2$ intercepta?
- Qual a função que intercepta o ponto A e os outros dois pontos?
- Qual a ordenada do ponto A ?

Reconhecimento de padrões

Observa-se a presença do pilar reconhecimento de padrões ao identificar que a função que intercepta os três pontos é uma função do 1º grau, definida por uma lei de formação que pode ser representada genericamente. Identifica-se também, ao perceber que as incógnitas das equações podem ser determinadas resolvendo um sistema de equações do 1º grau e para isso, adotando um processo.

Algoritmos

O pilar algoritmos se faz presente na resolução deste problema, estruturado da seguinte forma:

- Entrada:
 - $x_1 =$ abscissa do ponto 1.
 - $x_2 =$ abscissa do ponto 2.
- Desenvolvimento:

$$y_1 = x_1^2$$

$$y_2 = x_2^2$$

$$\begin{cases} x_1 a + b = x_1^2 \\ x_2 a + b = x_2^2 \end{cases}$$

$$b = x_1^2 - x_1 a$$

$$a = \frac{x_2^2 - x_1^2}{x_2 - x_1}$$

$$b = x_1^2 - x_1 \left(\frac{x_2^2 - x_1^2}{x_2 - x_1} \right)$$

$$y = \frac{x_2^2 - x_1^2}{x_2 - x_1} \cdot x + x_1^2 - x_1 \left(\frac{x_2^2 - x_1^2}{x_2 - x_1} \right)$$

$$y(0) = x_1^2 - x_1 \left(\frac{x_2^2 - x_1^2}{x_2 - x_1} \right) = p$$

Onde:

a = número real diferente de zero.

b = número real.

x = variável independente da função do 1 grau.

y = variável dependente de x .

- Saída:

p = ordenada do ponto A .

5.8.2 Análise pelo método de Polya

Compreensão do problema

O problema apresenta o gráfico da função $y = x^2$ com a sua curva passando por dois pontos, dos quais são conhecidas as abscissas e com isso é preciso determinar a ordenada do ponto P , conhecendo a sua abscissa e sabendo que pelos três pontos passa uma reta.

Estabelecimento do plano

É preciso conhecer a lei de formação da função do 1º grau que passa pelos três pontos para poder determinar a ordenada do ponto P , mas antes disso, é preciso determinar as ordenadas dos dois pontos pelos quais passa a função quadrática. Conhecendo as coordenadas dos dois pontos, basta substituí-los na lei de formação genérica de uma função do 1º grau e determinar os seus coeficientes, depois só descobrir a ordenada de P .

Execução do plano

Os dois pontos dados no gráfico pelos quais a função quadrática passa são:

$$(-2, (-2)^2) \text{ e } (3, 3^2)$$

Determina-se o seguinte sistema de equações do 1º grau:

$$\begin{cases} 4 = -2a + b \\ 9 = 3a + b \end{cases}$$

Resolvendo-o tem-se a função do 1º grau:

$$y = x + 6$$

Onde,

$$y(0) = 6$$

Retrospecto

A função quadrática $y = x^2$ passa por diversos pontos que respeitam a sua lei de formação, mas de acordo com a representação gráfica apresentada, tem-se dois pontos destacados com abscissas -2 e 3, respectivamente. Precisa-se descobrir a ordenada desses pontos, pois visualiza-se uma reta passando por eles e pelo ponto A, de modo que, descobrindo a lei de formação da reta será possível descobrir a ordenada de A.

Para descobrir a ordenada desses dois pontos basta aplicar as abscissas na função:

$$y(-2) = (-2)^2 = 4$$

$$y(3) = 3^2 = 9$$

De acordo com a representação gráfica a reta que passa pelos três pontos corresponde a uma função do 1º grau, cuja lei de formação genérica é dada por: $y = ax + b$. Substituindo as coordenadas dos dois pontos conhecidos obtém-se o seguinte sistema:

$$\begin{cases} 4 = -2a + b \\ 9 = 3a + b \end{cases}$$

Este pode ser resolvido pelo método da adição ou substituição. Resolvendo-o por substituição:

$$b = 9 - 3a$$

$$4 = -2a + 9 - 3a$$

$$a = 1$$

$$b = 6$$

Portanto, a lei de formação da função é: $y = x + 6$. Agora, como a abscissa do ponto A é conhecida basta aplica-la na função:

$$y(0) = 0 + 6 = 6$$

Desse modo, $p = 6$, portanto, $A = (0,6)$.

5.9 ANÁLISE DAS POSSÍVEIS CONEXÕES

Todos os oito problemas selecionados foram submetidos a duas análises. Na primeira análise, identificou-se de forma descritiva a respectiva presença dos pilares do PC na resolução de cada problema. Na segunda análise, os problemas foram submetidos a resolução pelo método de Polya, detalhando cada uma das etapas. De modo que, nessa seção apresenta-se a terceira análise, tomando cada um dos pilares do PC e identificando conexões dos mesmos com as etapas do método de Polya.

Essa análise consiste na identificação de possíveis conexões entre cada um dos pilares do PC com as etapas do método de Polya no processo de RP. Para isso, é importante lembrar que abstração, decomposição, reconhecimento de padrões e algoritmos, são os pilares do PC considerados nessa pesquisa. Além disso, a compreensão do problema, o estabelecimento do plano, a execução do plano e o retrospecto são as etapas que compõem o método de RP de Polya.

Considerando primeiramente o pilar abstração, é possível visualizar que este pilar se conecta com a etapa compreensão do problema. Dado que, em ambos é realizada a identificação das informações principais e necessárias para a resolução do problema e, para isso, se faz necessário assimilar o enunciado do problema. Ressalta-se que essa mesma conexão foi identificada por Grave (2021) ao comparar a definição dos dois termos, abstração e compreensão do problema.

Outro pilar, a decomposição, consiste em dividir o problema em partes menores e mais simples que ao serem resolvidas determinam a solução do problema principal. Esse processo de decompor o problema assemelha-se com a ideia de estabelecer um esquema com passos a serem seguidos e executados, para que se possa determinar a solução, o que no método de Polya é chamado de estabelecimento de um plano. Portanto, percebe-se que o pilar decomposição apresenta conexão com a etapa estabelecimento de um plano.

O pilar reconhecimento de padrões consiste em identificar, adaptar e utilizar estratégias e ideias usadas na resolução de outros problemas para solucionar o problema atual. O mesmo ocorre na etapa estabelecimento do plano e pode ocorrer também na etapa de execução do plano.

Visto que, os passos a serem executados são determinados com base em informações e táticas conhecidas, como definições e fórmulas matemáticas. Ao executar o plano, modificações podem ser feitas, devido a percepção de outras estratégias e mecanismos que veem a contribuir com a resolução do problema. Desse modo, pode-se perceber conexões do pilar reconhecimento de padrões com as etapas estabelecimento e execução do plano do método de Polya.

O último pilar do PC, algoritmos, se conecta as etapas execução do plano e retrospecto. Isso ocorre, porque tanto o pilar quanto essas etapas consistem-se da execução dos passos, regras e estratégias de maneira ordenada, isto é, interdependente. Além do mais, tem-se que o algoritmo compreende todos os demais pilares do PC e o mesmo ocorre com o retrospecto, que revisa todo o processo da resolução do problema, retomando todas as outras etapas.

Para uma melhor visualização entre as possíveis conexões dos pilares do PC e das etapas do método de RP, sintetizam-se essas as informações no Quadro 2.

Quadro 2 – Possíveis conexões entre os pilares do PC e as etapas do método de RP

| Pilar do PC | Etapa do método de RP |
|---------------------------|--|
| Abstração | Compreensão do Problema |
| Decomposição | Estabelecimento do Plano |
| Reconhecimento de Padrões | Estabelecimento do Plano e Execução do Plano |
| Algoritmos | Execução do Plano e Retrospecto |

Fonte: Elaborado pelas autoras

Nesse sentido, os pilares abstração e decomposição conectam-se somente a uma etapa do método de RP, compreensão do problema e estabelecimento do plano, respectivamente. Já a etapa estabelecimento do plano apresenta-se conectada a dois pilares, decomposição e reconhecimento de padrões. O mesmo ocorre com a etapa execução do plano, relacionando-se aos pilares reconhecimento de padrões e algoritmos, e o pilar algoritmos que também se conecta a etapa retrospecto.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa se propôs a identificar as possíveis conexões entre os pilares do PC e as etapas do método de RP proposto por Polya. Para isso, estabeleceu-se previamente os seguintes objetivos específicos: reconhecer as características da RP conforme proposto por Polya (1995) e por Onuchic (1999); identificar os pilares do PC na RP matemáticos específicos; aplicar o método de RP de Polya na resolução de problemas matemáticos específicos; construir possíveis analogias no processo de identificação e utilização dos pilares do PC e das etapas do método de RP na resolução de problemas específicos.

Inicialmente, para auxiliar no desenvolvimento e na delimitação do método de pesquisa, realizou-se uma revisão sistemática de literatura. Nessa revisão, foram analisados criticamente por meio de um protocolo estabelecido, trabalhos que relacionam o PC e a RP na Matemática, desenvolvidos nos últimos cinco anos. Na qual, percebemos que cada trabalho adota uma pesquisa como embasamento teórico do PC e na maioria dos trabalhos os pilares do PC são identificados na resolução de problemas de Matemática, mas não são resolvidos pelo método de RP de Polya. Além disso, dos trabalhos analisados, somente dois expuseram superficialmente, embasados na teoria, conexões entre os pilares do PC e as etapas do método de Polya.

A pesquisa, em relação ao PC, fundamentou-se em Brackmann (2017), por ser considerado o pioneiro e principal pesquisador brasileiro sobre o tema. O qual define o termo como um processo de RP por meio de passos claros e lógicos, de modo que uma pessoa ou uma máquina possam executá-los. Além do mais, determina quatro pilares para o PC, a abstração, a decomposição, o reconhecimento de padrões e os algoritmos. A definição dos pilares do PC apresentada no referencial teórico, embasou a identificação da presença dos pilares do PC na resolução dos problemas.

A resolução de problemas, ao contrário do PC, já é amplamente difundida, principalmente na Matemática, constituindo-se de diferentes abordagens de acordo com cada pesquisador. Onuchic investiga a RP como metodologia de ensino, formulando um roteiro a ser seguido pelo professor em sala de aula, para obter sucesso na utilização dessa metodologia. Diferentemente de Onuchic, Polya centra-se sua preocupação no processo de resolver os problemas, estabelecendo um método de RP, constituído por quatro etapas. Desse modo, a teoria de Polya volta-se para o ensino sobre RP e a teoria de Onuchic para o ensino por meio da RP. Identificada essa diferença, contemplamos o primeiro objetivo específico da pesquisa.

Os demais objetivos específicos da pesquisa são contemplados ao realizar a análise dos problemas. Na resolução de cada problema foi identificada e descrita a presença dos pilares do PC, visto que, todos os problemas abrangeram os quatro pilares. Posteriormente, os problemas foram solucionados por meio da execução das etapas do método de RP, de acordo com a definição das etapas percorridas no referencial teórico. Por último, identificou-se conexões entre a presença dos pilares do PC nas resoluções, com o desenvolvimento das etapas do método de RP.

Ao analisar os problemas identificaram-se conexões entre os pilares do PC e as etapas do método de RP, as quais foram: abstração com compreensão do problema, decomposição com estabelecimento do plano, reconhecimento de padrões com estabelecimento do plano e com execução do plano, e algoritmos com execução do plano e com retrospecto. Portanto, o objetivo geral do trabalho foi alcançado, respondendo assim ao problema de pesquisa.

As conexões identificadas diferem-se das conexões apresentadas por Grave (2021). O autor identifica conexões com base nas definições das etapas do método de RP, segundo Polya, e dos pilares do Pensamento Computacional de acordo Brackmann (2017). Segundo Grave (2021), o pilar abstração conecta-se a etapa compreensão do problema, o pilar algoritmo a etapa estabelecimento do plano e o pilar reconhecimento de padrões a etapa retrospecto.

Desse modo, há distinções entre as conexões apresentadas por Grave (2021) com as conexões identificadas neste trabalho, analisando problemas matemáticos. Acredita-se que estas distinções podem ser decorrentes da análise de problemas específicos, onde foi possível identificar com maior clareza os pilares presentes em cada problema.

Para finalizar, levando em consideração os resultados apresentados, espera-se contribuir com as discussões acerca do PC relacionando-o com a RP, possibilitando desta forma, maior clareza na sua compreensão e integração na EB. Como uma proposta de trabalho futuro, pretende-se realizar a aplicação dos problemas em sala de aula a fim de identificar a percepção das conexões pelos estudantes da EB.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N.S.G. Trabalhar através da Resolução de Problemas: Possibilidades em dois diferentes contextos. **Vidya Educação**, Santa Maria, v. 34, n. 1, p. 209-232, 2014. Disponível em: <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/26>. Acesso em: 25 fev. 2022.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Tradução: Luís Antero Reto, Augusto Pinheiro. São Paulo: Edições 70, 2016. 279 p. Título original: L'analyse de contenu.

BARR, V.; STEPHENSON, C. Bringing computational thinking to k-12: what is involved and what is the role of the computer science education community?. **ACM Inroads**, v.2, n.1, p. 48-54, 2011. Disponível em: <https://dl.acm.org/doi/10.1145/1929887.1929905>. Acesso em: 10 maio 2022.

BOBSIN, R. S. *et al.* O Pensamento Computacional presente na resolução de problemas investigativos de Matemática na escola básica. *In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO*, 31., 2020, Online. **Anais [...]**. Porto Alegre: Sociedade Brasileira de Computação, 2020. p. 1473-1482. Disponível em: <https://sol.sbc.org.br/index.php/sbie/article/view/12903>. Acesso em 11 maio 2022.

BONA, A. S. A resolução de problemas investigativos de Matemática e o Pensamento Computacional na Educação Básica: um processo complexo de abstração segundo a teoria de Piaget. **RBECM**, Passo Fundo, v. 5, n.1, p. 149-164, 2022. Disponível em: <http://seer.upf.br/index.php/rbecm/issue/view/750>. Acesso em: 12 maio 2022.

BORDINI, A. *et al.* Linguagem visual para resolução de problemas fundamentada no Pensamento Computacional: uma proposta. *In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO*, 2018. **Anais [...]**. Fortaleza: Sociedade Brasileira de Computação, 2018. p. 1-10. Disponível em: <http://ojs.sector3.com.br/index.php/sbie/article/view/7956>. Acesso em: 10 maio 2022.

BOTELHO, L. L. R.; CUNHA, C. C. A.; MACEDO, M. O método da revisão integrativa nos estudos organizacionais. **Gestão e Sociedade**. Belo Horizonte, v.5, n. 11, p. 121-136, 2011. Disponível em: <https://www.gestaoesociedade.org/gestaoesociedade/article/view/1220>. Acesso em: 31 maio 2022.

BRACKMANN, C. P. **Desenvolvimento do pensamento computacional através de atividades desplugadas na Educação Básica**. 2017. 224 p. Tese (Doutorado) – Curso de Programa de Pós-graduação em Informática na Educação, Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação, UFRGS, Porto Alegre, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Pisa 12: itens liberados de matemática**. 2012. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/pisa/testes-e-questionarios>. Acesso em: 21 jun. 2022.

CAMPOS, L. C. **Pensamento Computacional, Scratch e resolução de problemas: uma pesquisa intervenção com alunos do 7º ano do Ensino Fundamental**. 2018. 103 p. Dissertação (Mestrado) – Mestrado Profissional em Computação Aplicada, UECE, Fortaleza, 2018.

COSTA, E. J. F. **Pensamento Computacional na Educação Básica: uma abordagem para estimular a capacidade de resolução de problemas na Matemática**. 2017. 156 p. Dissertação (Mestrado) – Pós-Graduação em Ciência da Computação, UFCG, Campina Grande, 2017.

GALVÃO, M. C. B.; RICARTE, I. L. M. Revisão sistemática da literatura; conceituação, produção e publicação. **Logeion: Filosofia da informação**, Rio de Janeiro, v. 6 n. 1, p.57-73, 2019. Disponível em: <https://revista.ibict.br/fiinf/article/view/4835>. Acesso em: 30 maio 2022.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4 ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GRAVE, L. **O Pensamento Computacional na prática: uma experiência usando Python em aulas de Matemática básica**. 2021. 64 p. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Centro de Ciências Naturais e Exatas, UFSM, Santa Maria, 2021.

GROVER, S.; PEA, R. Computational Thinking in K-12: A Review of the State of the Field. **Educational Researcher**, v. 42, n. 1, p. 38 – 43, 2013. Disponível em: <https://journals.sagepub.com/doi/abs/10.3102/0013189x12463051>. Acesso em: 09 mar. 2022.

INSTITUTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA. Olimpíada brasileira de matemática das escolas públicas. **Provas e Soluções: 14. OBMEP: 1. fase**. Rio de Janeiro, 2018. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/provas.htm>. Acesso em: 22 jun. 2022.

INSTITUTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA. Olimpíada brasileira de matemática das escolas públicas. **Provas e Soluções: 14. OBMEP: 1. fase**. Rio de Janeiro, 2019. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/provas.htm>. Acesso em: 22 jun. 2022.

MANNILA, L. *et al.* Computational Thinking in K-9 Education. **ITiCSE-WGR'14: Proceedings of the Working Group Reports of the 2014 on Innovation & Technology in Computer Science Education Conference**, p. 1 - 29, 2014. Disponível em: <https://dl.acm.org/doi/abs/10.1145/2713609.2713610?accessTab=true>. Acesso em: 09 mar. 2022.

MELO, M. C. P.; JUSTULIN, A. M. Resolução de problemas: um caminho para o ensino da Matemática. **Ensino e Tecnologia em Revista**, Londrina, v. 3, n. 1, p. 112 – 128, 2019. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/etr/article/view/10052>. Acesso em: 03 maio 2022.

MENEGHELLI, J. *et al.* Metodologia de resolução de problemas: concepções e estratégias de ensino. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Ponta Grossa, v. 11, n. 3, p. 211-231, 2018. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/6763>. Acesso em: 25 fev. 2022.

MESTRE, P. A. A. **O uso do Pensamento Computacional como estratégia para resolução de problemas matemáticos**. 2017. 104 p. Dissertação (Mestrado) – Pós-Graduação em Ciência da Computação, UFCG, Campina Grande, 2017.

ONUCHIC, L.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Boletim de Educação Matemática**. Rio Claro (SP), v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011. Disponível em: <https://www.redalyc.org/pdf/2912/291223514005.pdf>. Acesso em: 03 fev. 2022.

ONUCHIC, L. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. *In*: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-218.

PAPERT, S. **Logo: Computadores e educação**. Tradução: José Armando Valente, Beatriz Bitelman e Afira Vianna Ripper. São Paulo: Editora Brasiliense, 1985. Título original: *Mindstorms – Children, Computers and Powerful Ideas*.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Tradução: Heitor Lisboa de Araújo. 2ª reimpressão, Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

RAABE, A.; BRACKMANN, C.; CAMPOS, F. Currículo de referência em tecnologia e computação. **CIEB**, São Paulo, 2018. Disponível em: <https://curriculo.cieb.net.br/>. Acesso em: 25 jun. 2022.

RIBEIRO, L. *et al.* Diretrizes de Ensino de Computação na Educação Básica. **Sociedade Brasileira de Computação**, Relatório Técnico, n. 001, 2019.

RIBEIRO, L.; FOSS, L.; CAVALHEIRO, S. A. C. Pensamento Computacional: fundamentos e integração na Educação Básica. *In*: VIII JORNADA DE ATUALIZAÇÃO EM INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 2019, Brasília. **Anais [...]**. Brasília: Sociedade Brasileira de Computação, 2019. p. 25 – 63. Disponível em: <http://ojs.sector3.com.br/index.php/pie/issue/view/185>. Acesso em: 11 maio 2022.

RODRIGUES, R. S. **Um estudo sobre os efeitos do Pensamento Computacional na Educação**. 2017. 114 p. Dissertação (Mestrado) – Pós-Graduação em Ciência da Computação, UFCG, Campina Grande, 2017.

SAMAPIO, S. S. S. *et al.* Classificação de questões de Matemática nas diferentes competências da Matemática e do Pensamento Computacional. *In*: WORKSHOPS DO CONGRESSO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 2018, Fortaleza. **Anais [...]**. Fortaleza: Sociedade Brasileira de Computação, 2018, p. 1-9. Disponível em: <http://ojs.sector3.com.br/index.php/wcbie/article/view/8298>. Acesso em: 10 maio 2022.

SILVA, L. C. L. **A relação do Pensamento Computacional com o ensino da Matemática na Educação Básica**. 2019. 131 p. Dissertação (Mestrado) – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, UNESP, Presidente Prudente, 2019.

VALENTE, J. A. Pensamento Computacional, Letramento Computacional ou Competência Digital? Novos desafios da educação. **Revista educação e cultura contemporânea**. v. 16, n. 43, p. 147-168, 2019. Disponível em:

<http://periodicos.estacio.br/index.php/reeduc/article/view/5852/47965988>. Acesso em: 22 dez. 2021.

WHITTEMORE, R.; KNAFL, K. The integrative review: updated methodology. **Journal of Advanced Nursing**, Oxford, v. 52, n. 5, p. 546 - 553, 2005. Disponível em: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.465.9393&rep=rep1&type=pdf>. Acesso em: 30 maio 2022.

WING, J. M. Pensamento Computacional – Um conjunto de atitudes e habilidades que todos, não só os cientistas da computação, ficaram ansiosos para aprender e usar. Tradução: Cleverson Sebastião dos Anjos. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia (online)**. v.9, n.2, p. 1-10. Ponta Grossa. 2016. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/4711>. Acesso em: 16 dez. 2021.

ZAPATA-ROS, M. Pensamiento computacional: Una nueva alfabetización digital. **Revista de Educación a Distancia**, v. 46, n. 4, p. 1 - 47, 2015. Disponível em: <https://revistas.um.es/red/article/view/240321>. Acesso em: 05 mar. 2022.