

**UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ - SC**

Relatório de Estágio de Pós-Doutorado

O Pensamento Computacional no Ensino Fundamental II

Pós-doutoranda: Profa. Dra. Rosane Rossato Binotto

Superivior: Prof. Dr. Marcus Vinicius Maltempi

CHAPECÓ/SC
Março, 2023

PROFA. DRA. ROSANE ROSSATO BINOTTO

O PENSAMENTO COMPUTACIONAL NO ENSINO FUNDAMENTAL II

Relatório de Estágio de Pós-doutorado
apresentado à Universidade Federal da Fronteira
Sul (UFFS).

SUPERIVOR: PROF. DR. MARCUS VINICIUS MALTEMPI

CHAPECÓ, SC

2023

RESUMO

Neste relatório apresentamos as principais atividades de pós-doutorado realizadas por Rosane Rossato Binotto no período de 01/03/2022 a 28/02/2023, no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho - UNESP, Rio Claro, SP, sob a supervisão do Prof. Dr. Marcus Vinicius Maltempi. Realizamos uma pesquisa que teve como objetivo investigar possibilidades de explorar, por meio de atividades de programação e dispositivo de robótica, o pensamento computacional no saber e fazer matemático e os benefícios do ensino da programação de computadores na formação inicial e continuada de professores. Desenvolvemos uma pesquisa de natureza qualitativa, utilizando metodologias ativas e tendo como aporte teórico a Teoria de Aprendizagem Construcionista, em que elaboramos atividades de programação utilizando o ambiente de programação Scratch, a linguagem de programação Python, o software Tinkercad e o dispositivo de robótica Micro:bit, abordando objetos de conhecimento da Matemática. Estas atividades foram validadas com professores de Matemática que atuam nos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio e, com estudantes do curso de Licenciatura em Matemática da UNESP, Rio Claro, e uma estudante do Ensino Médio, em um curso de extensão ofertado de modo semipresencial no período de setembro a novembro de 2022. A análise dos dados produzidos está sendo realizada ainda por meio de categorias de análise elaboradas *a posteriori*. Com esta pesquisa aprofundamos os estudos sobre pensamento computacional, Construcionismo e metodologias ativas de aprendizagem, produzimos materiais didáticos digitais com potencialidade para o desenvolvimento do pensamento computacional e para o ensino e aprendizagem em Matemática, bem como para a formação dos cursistas participantes dessa pesquisa.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	5
1.1 OBJETIVOS	7
3. RESULTADOS E DISCUSSÕES	11
4. OUTRAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS E PUBLICAÇÕES	16
4.1 ATIVIDADES DE ORIENTAÇÃO NA UNESP	16
4.3 ATIVIDADES DE EXTENSÃO NA UNESP	16
4.4 OUTRAS ATIVIDADES E PUBLICAÇÕES	17
5. REFERÊNCIAS	21
ANEXOS	22

1. INTRODUÇÃO

As Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) estão cada vez mais presentes na sociedade e têm revolucionado tanto o cotidiano das pessoas, bem como seu ambiente de estudo e de trabalho. Essa revolução causada pelas TIC influencia “a maneira de ser, viver, fazer e aprender da maioria das pessoas, de modo que ter a tecnologia a serviço da transmissão de conhecimentos não é mais suficiente” (MALTEMPI, 2005, p. 2).

Neste sentido, notamos, nos últimos anos, uma preocupação com a inserção da programação de computadores no ambiente escolar, que surgiu inicialmente com Seymour Papert, em meados de 1960, considerado um dos principais teóricos da Informática Educativa e criador da linguagem de programação Logo. De acordo com Papert (1994) o computador deveria ser utilizado como ferramenta educacional para a aprendizagem por meio de uma abordagem em que o estudante constrói o seu próprio conhecimento, o construcionismo. Neste sentido, a educação tem o papel de “criar os contextos adequados para que as aprendizagens possam se desenvolver de modo natural” (PAPERT, 1997, p. 8). Nos seus trabalhos com a linguagem de programação Logo, há a presença de ideias do que hoje é denominado pensamento computacional, ao propor atividades de programação como ferramenta didática para aprendizagem, conforme destacado por Valente (2016).

O termo pensamento computacional (PC), traduzido do inglês *computational thinking*, apresentado inicialmente por Wing (2006), “[...] baseia-se no poder e nos limites de processos de computação, quer eles sejam executados por um ser humano ou por uma máquina” (WING, 2006, p. 33). Ela afirma ainda que “pensamento computacional é uma habilidade fundamental para todos, não somente para cientistas da computação” (WING, 2006, p. 33), associado a processos de resolução de problemas utilizando conceitos e ferramentas da Ciência da Computação.

Em Valente (2016, p. 870), encontramos uma definição para PC, que apresenta nove conceitos que poderiam ser trabalhados, tais como: “coleta de dados, análise de dados, representação de dados, decomposição de problema, abstração, algoritmos, automação, paralelização e simulação”. Percebemos uma ligação do PC com a resolução de problemas explorando conceitos de lógica, abstração, algoritmo, sequência de passos, reconhecimento de padrões, generalização, entre outros.

Já para Brackmann (2017), o PC é uma abordagem muito presente na solução de problemas, que se utiliza de conceitos básicos da computação. Nas atividades desenvolvidas nessa perspectiva, o PC é organizado em quatro pilares: decomposição, reconhecimento de padrões, abstração e algoritmos.

Como nosso foco de pesquisa está na Educação Básica consideramos também as orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) no que diz respeito ao PC. Esse documento sugere que o PC seja trabalhado no componente curricular de Matemática, no Ensino Fundamental e, com a indicação de que continuem sendo exploradas atividades para o seu desenvolvimento na área de Matemática e suas Tecnologias no Ensino Médio. Na etapa do Ensino Fundamental, ele aparece associado a competência específica e unidade temática Álgebra, onde é enfatizado que “[...] a aprendizagem de Álgebra, como também aquelas relacionadas a Números, Geometria e Probabilidade e estatística, podem contribuir para o desenvolvimento do pensamento computacional dos alunos” (BRASIL, 2018, p. 271).

Além disso, a BNCC apresenta o PC relacionado às generalizações, à identificação de propriedades e algoritmos para a resolução de problemas. Ela destaca ainda a ligação entre PC e linguagem algébrica, bem como a relação entre linguagem algorítmica e algébrica (BRASIL, 2018), ou seja, o PC é uma habilidade que pode ser desenvolvida com a resolução de problemas da área da Matemática e suas Tecnologias.

De acordo com Valente (2016) podemos introduzir o PC na Educação Básica por meio de atividades de programação baseadas em linguagem de blocos visuais (Scratch, por exemplo), e robótica educacional, entre outros.

Assim, elaboramos atividades de programação utilizando o ambiente de programação Scratch, a linguagem de programação Python, o software Tinkercad e o dispositivo de robótica Micro:bit, cuja programação é realizada no MakeCode, abordando objetos de conhecimento da Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. Essas atividades foram validadas com professores de Matemática que atuam nos Anos Finais do Ensino Fundamental ou Ensino Médio e, com estudantes de um curso de licenciatura em Matemática e uma estudante do Ensino Médio, em um curso de extensão ministrado pela pós-doutoranda e seu supervisor.

Na realização desse curso adotamos metodologias ativas, que surgiram como uma alternativa àquelas utilizadas no ensino tradicional, permitindo que os estudantes atuem como sujeitos ativos na construção dos seus próprios conhecimentos. De acordo com Moran (2018), metodologias ativas são métodos de ensino que destacam o educando na

organização do processo de aprendizagem, de forma ajustável, interligada e participativa com instrução do educador.

Por fim, observamos que ocorreu uma mudança nos sujeitos da pesquisa, que na proposta inicial eram estudantes da Educação Básica. Todavia, considerando o momento pós-pandemia da COVID 19 em que as escolas estavam se reorganizando para a volta das atividades presenciais, tivemos dificuldade de encontrar uma escola para a produção dos dados. Neste sentido, os sujeitos foram alterados para professores de Matemática da Educação Básica e estudantes de cursos de licenciatura em Matemática. Além disso, os objetivos e o contexto da produção dos dados foram alterados/adaptados.

1.1 OBJETIVOS

Para a pesquisa de pós-doutorado, propomos as seguintes questões para investigação:

- (1) Quais as possibilidades de explorar o PC no saber e fazer matemático por meio de atividades de programação e dispositivos de robótica nos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio?
- (2) Quais os benefícios da programação de computadores para o ensino e a aprendizagem de Matemática?
- (3) Quais as principais dificuldades e limitações do ensino da programação de computadores na formação inicial e continuada de professores?
- (4) Quais os principais benefícios do ensino da programação de computadores na formação inicial e continuada de professores?

Elencamos como objetivo investigar possibilidades de explorar, por meio de atividades de programação e dispositivo de robótica, o PC no saber e fazer matemático e os benefícios do ensino da programação de computadores na formação inicial e continuada de professores.

Para tanto, apresentamos como objetivos específicos: (i) Ampliar o referencial teórico sobre os temas construcionismo, pensamento computacional, aprendizagem baseada em projetos – metodologias ativas, entre outros pertinentes ao desenvolvimento desta pesquisa; (ii) Construir atividades de programação utilizando o Scratch, o Python e o dispositivo de robótica Micro:bit abordando objetos de conhecimento da Matemática; (iii) Investigar habilidades do PC que podem ser exploradas na construção de atividades de programação; (iv) Identificar benefícios da programação de computadores para o

ensino e aprendizagem de Matemática; (v) Investigar o processo de ensino da programação de computadores na formação inicial e continuada de professores.

2. MATERIAIS E MÉTODOS

Desenvolvemos uma pesquisa na perspectiva qualitativa quanto ao tipo de dados, pois ela pretendeu “[...] atingir aspectos humanos sem passar pelos crivos da mensuração, sem partir de métodos previamente definidos e, portanto, sem ficar presos a quantificadores e aos cálculos recorrentes” (BICUDO, 2006, p. 107). Ainda de acordo com Bogdan e Biklen (1994, p. 209), os estudos de natureza qualitativa “[...] devem revelar maior preocupação pelo processo e significado e não pelas suas causas e efeitos”.

Compreende também uma pesquisa com o estudo de caso, que de acordo com Godoy (1995, p. 25) esse estudo procura “responder às questões ‘como’ e ‘por quê’ certos fenômenos ocorrem, quando há pouca possibilidade de controle sobre os eventos estudados e quando o foco de interesse é sobre fenômenos atuais, que só poderão ser analisados dentro de algum contexto de vida real”.

O desenvolvimento da presente pesquisa seguiu cinco etapas:

(i) Leituras Preliminares acerca dos temas propostos: Construcionismo, PC, metodologias ativas. Incluímos também leituras sobre pensamento criativo e matemática criativa, e resolução de problemas, entre outros assuntos pertinentes da Educação Matemática essenciais para o desenvolvimento da pesquisa em tela e também para a formação da pós-doutoranda.

(ii) Elaboração de Materiais Didáticos digitais usando o ambiente de programação Scratch, a linguagem de programação Python e o dispositivo de robótica Micro:bit, abordando objetos de conhecimento da Matemática, dos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio. Incluímos também o uso do software Tinkercad que permite a simulação de programação na placa Micro:bit. Além disso, para a elaboração de atividades ou projetos sobre programação também consultamos livros didáticos do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD -2018) para o Ensino Médio acerca dos temas PC, programação e ambientes ou linguagem de programação.

(iii) Produção de Dados, que ocorreu na terceira etapa, em um curso de extensão em que participaram no total 14 pessoas entre professores de Matemática da Educação Básica, estudantes do curso de licenciatura em Matemática da UNESP, Rio Claro e uma estudante do Ensino Médio, nomeadas neste texto por cursistas. Este curso foi ministrado pela pós-doutoranda e seu supervisor, de modo semipresencial, com 18h presenciais realizados na UNESP/RC, distribuídos em 6 encontros e 30h de atividades a distância, realizadas por meio da plataforma AVA Moodle da UNESP. O curso foi desenvolvido de setembro a

novembro de 2022. A coleta dos dados produzidos foi realizada por meio dos seguintes instrumentos: registros escritos e digitais produzidos pelos participantes do curso de extensão, que incluem respostas a cinco questionários disponibilizados via *Google Forms*, atividades de programação elaboradas pelos cursistas, dentre outros. A coleta de dados também foi realizada por meio de anotações em diário de bordo, observações e fotos, realizadas pela pós-doutoranda. Este curso teve aprovação do Comitê de Ética em Pesquisa da UNESP, Botucatu, SP, com os seguintes dados, CAAE: 38656322.8.0000.5411, Número do Parecer: 5.462.880, aprovado em 10 de junho de 2022.

(iv) Organização e Análise dos Dados, etapa que ainda está ocorrendo em função do curso ter terminado no final de novembro, sendo que algumas das atividades foram entregues pelos participantes no início de dezembro. Para a análise dos dados consideramos a análise de conteúdo, que segundo Bardin (2016), compreende as fases de: (i) Pré-análise, que é a fase em que se definem os materiais a serem analisados, formulam-se hipóteses e objetivos e elaboram-se indicadores, a fim de interpretar o material coletado; (ii) Exploração do material, fase em que os dados obtidos são organizados por meio de categorias. É o momento da descrição analítica; (iii) Tratamento dos resultados que é a inferência e a interpretação, fase em que os dados obtidos são analisados a partir da categorização. As categorias de análise estão sendo definidas, a partir da organização e sistematização dos dados produzidos, levando-se em conta as questões e os objetivos propostos.

(v) Publicação de trabalhos, também previmos a elaboração e submissão de trabalhos/artigos científicos para periódicos e eventos, a fim de divulgar os resultados obtidos.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Na sequência listamos alguns dos resultados obtidos na pesquisa:

- (i) Ampliação dos conhecimentos acerca dos temas da Educação Matemática já elencados.
- (ii) Para explorar o PC no saber e fazer matemático nos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio, utilizamos o Scratch, o Python, o software Tinkercad e placas Micro:bit, que são ambientes ricos em conceitos computacionais. Construímos atividades de programação abordando os seguintes conceitos matemáticos: expressões algébricas, médias aritmética e ponderada, equações polinomiais, problemas de lógica, fatorial, tabuadas, sequência de Fibonacci, triângulo e retângulo áureo, entre outros, além de conceitos da Física tais como, iluminação, som e sensores de temperatura. Também foram selecionadas atividades de programação para os cursistas realizarem o exercício de identificar habilidades do PC.
- (iii) Na investigação dos benefícios da programação de computadores para ensino e aprendizagem de Matemática, os cursistas elencaram: motivação do aluno para o estudo podendo contribuir para a aprendizagem em Matemática; o uso de ambientes como o Scratch, por exemplo, é uma possibilidade de ensinar os conteúdos de “forma visível, criativa e dinâmica [...]”; possibilidade de realizar programas abordando conteúdos matemáticos, o que facilita a aprendizagem desses conteúdos; aprendizagem de lógica matemática necessária para a implementação do algoritmo no programa; estimula o desenvolvimento do raciocínio matemático, faz o aluno pensar sobre a resolução do problema, escrevê-la em forma de algoritmo e realizar sua implementação usando uma linguagem de programação; o uso da placa Micro:bit por ser algo tangível facilita o entendimento do que está acontecendo com a programação; o uso dessa placa auxilia na compreensão de conceitos de Física, entre outros; estimula a autonomia e o protagonismo dos alunos para o desenvolvimento de pequenos projetos de programação relacionados ao seu cotidiano; a programação aproxima a teoria da prática; entre outros.
- (iv) Sobre os benefícios do ensino da programação de computadores na formação inicial e continuada de professores, os cursistas indicaram que o curso contribuiu para a ampliar seus conhecimentos acerca do tema, para a sua formação, tendo em vista o pouco conhecimento ou “praticamente nenhum conhecimento sobre essa parte computacional de programações, ainda mais envolvendo a matemática”. O curso também contribuiu para motivar o interesse pelo assunto a fim de ampliar seus conhecimentos sobre programação de computadores e inseri-lo na sua prática em sala de aula; Outro cursista manifestou que

além do seu aprendizado pessoal o curso também contribuiu para “estruturar o conteúdo para ser aplicado em sala de aula”.

(vii) Na investigação das principais dificuldades e limitações do ensino da programação de computadores na formação inicial e continuada de professores, os cursistas relataram as seguintes dificuldades: na parte dos comandos para organizar as repetições. Questionaram se não teria formas mais fáceis de escrever essa repetição; de “transpor a lógica [...] existente” na linguagem Fortran 90 para o Scratch, uma vez que alguns alunos estudaram Fortran 90 na disciplina de Introdução à Ciência da Computação (ICC); de escrever o algoritmo em blocos lógicos no Scratch, apesar desse ambiente de programação ser “intuitivo com o sistema de blocos, as vezes temos que elaborar uma ideia e fazer adaptações porque não se tem mais comandos. [...] que por mais que as ideias matemáticas possam ser simples na atividade não quer dizer que programar no scratch também o seja”; na “Implementação do som em looping encontrado nos comandos do Scratch”; na “construção e sequência dos comandos para o correto funcionamento da programação na placa Micro:bit, após isso acaba ficando fácil [o] ‘transporte’ da programação”; na interação “com a protoboard, os circuitos da placa na hora de colocar os LEDs”. A placa Micro:bit em si é de fácil manuseio; de entender o funcionamento e o encaixe dos blocos, no programa MakeCode, para que a programação tenha sucesso.

No que diz respeito a simulação de programação - Micro:bit - no Tinkercad, em geral os cursistas não tiveram dificuldades de usar esse software. Um cursista elencou que o software possui limitação “no controle da corrente elétrica, limitação do visor de respostas, limitação no número de saídas, etc...”. Outro cursista indicou como empecilho “alguma ferramenta ou componente que ele não tenha e a pessoa necessite para realizar um projeto ou atividade proposta, sendo limitado o seu uso”. Outra desvantagem apontada é o “aluno não compreender ou não perceber que o processo é algo físico”.

A maioria dos cursistas indicou que esse software é bom para simulação de programação com a placa Micro:bit, por exemplo, principalmente, quando não se tem a placa nas escolas. Todavia na opinião de cursistas o uso da placa na sequência, após a simulação, é mais dinâmico, palpável e “de maior interesse sobre o funcionamento dessa, o que acaba trazendo mais clareza no entendimento desse tipo de programação.

Além das dificuldades e limitações já elencadas, acrescentamos outras, tais como, dificuldade de conciliar as atividades de trabalho ou de estudo dos cursistas com o horário dos encontros presenciais; problemas com acesso à internet, inconsistência entre computador e placa Micro:bit.

Diante do exposto concluímos que os objetivos propostos no trabalho foram alcançados.

(v) Também produzimos atividades no GeoGebra, abordando fractais, mandalas e jogos, a fim de ampliar o leque de opções para explorar o PC, cujos resultados foram apresentados no SMEM, no PPGEM da UNESP, Rio Claro.

Dos dados analisados até o momento produzimos trabalhos científicos que são listados na sequência:

(1) Produzimos o artigo intitulado “Relações entre Pensamento Criativo e Programação de Computadores: uma experiência em um curso de formação continuada”, que apresenta os resultados de um estudo que teve por objetivo identificar e analisar a criatividade matemática em atividades de programação desenvolvidas em Python, ao longo de um curso de formação continuada que contou com a participação de estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática, do Ensino Médio e de professores que atuam na Educação Básica. Os cursistas responderam a uma questão aberta e implementaram sua solução em Python, cujos códigos são analisados aqui. Essa pesquisa foi norteada pela abordagem qualitativa e utilizou a Análise de Conteúdo para categorizar os dados obtidos. Por meio da análise realizada, verificamos que a programação em Python para a solução de problemas abertos tem potencialidades para desenvolver o pensamento criativo em matemática pois facilita a simulação, a depuração, o refletir sobre o processo, a motivação e o engajamento, produzindo soluções criativas. Este artigo foi submetido à revista Zetetike, em 31/01/2023, conforme comprovante de submissão no Anexo 1.

(2) Produzimos o trabalho intitulado “O Uso do Scratch para o Estudo da Razão Áurea: Uma Proposta de Atividades com foco no Pensamento Computacional”, em que objetivamos apresentar material didático com atividades de programação elaboradas no Scratch e discutir aspectos do Pensamento Computacional (PC) que podem emergir em uma abordagem sobre a razão áurea. Estas atividades contemplam os conteúdos matemáticos: sequência de Fibonacci, sequência de retângulos áureos e espiral de Fibonacci, destinadas a estudantes da Educação Básica. Como resultados obtidos concluímos que as atividades propostas têm potencialidades para desenvolver nos

estudantes habilidades do PC aliado ao fazer matemático. Este trabalho foi apresentado no IX Congresso Ibero Americano de Educação Matemática - IX CIBEM (certificado no Anexo 2) e será publicado como resumo expandido nos Anais do Evento.

(3) Participação em mesa redonda na XXXIV Semana da Licenciatura em Matemática, em 01/12/2022, da UNESP, Bauru, SP, proferindo a palestra intitulada “Metodologias Ativas e Pensamento Computacional: conexões possíveis para a aprendizagem de Matemática”, em que relatamos uma experiência com atividades desenvolvidas em um curso de extensão, utilizando o software Tinkercad e placa Micro:bit, que alia metodologias ativas, PC e aprendizagem Matemática. As metodologias ativas surgiram como uma alternativa àquelas utilizadas no ensino tradicional, permitindo que os estudantes atuem como sujeitos ativos na construção dos seus próprios conhecimentos sob a mediação do professor. No trabalho com metodologias ativas, o professor pode propor o desenvolvimento de projetos que contemplem problemas reais, desafios relevantes e jogos, entre outros, combinando tempos individuais e tempos coletivos. No que diz respeito ao desenvolvimento de projeto pode-se explorar habilidades do Pensamento Computacional (PC), sendo que o PC é um processo de pensamento que envolve a formulação de problemas e suas soluções, de modo que possam ser realizadas por uma máquina ou uma pessoa. Realizar este tipo de atividade utilizando ideias da computação aliado a metodologias ativas pode incentivar a criatividade e autonomia do estudante, bem como a produção de conhecimento. Comprovação no Anexo 3.

(4) Os demais dados produzidos no curso de extensão estão sendo analisados, e pretendemos escrever dois artigos científicos. Um deles está relacionado a programação de computadores, PC e formação inicial de professores e o outro com as temáticas programação de computadores, PC e formação continuada de professores.

(5) Um outro trabalho que está sendo produzido surgiu a partir da preparação do curso de extensão em que buscamos conhecer melhor os materiais didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. Focamos na análise dos seguintes livros didáticos do Programa Nacional do Livro Didático PNLD (2018) para o Ensino Médio:

- DANTE, L. R.; VIANA, F. **Análise combinatória, Probabilidade e Computação**. São Paulo: Ática, 2020. Coleção: Matemática em Contextos.

- LEONARDO, F. M. **Grandezas, álgebra e algoritmos**. 1.ed. São Paulo: Moderna,

2020. Coleção: Conexões - Matemática e suas Tecnologias.

- ANDRADE, T. M. de. **Trigonometria, fenômenos periódicos e programação**. São Paulo: Scipione, 2020. Coleção: Matemática Interligada.

- CHAVANT, E.; PRESTES, D. **Grandezas, Medidas e Programação**. São Paulo: SM, 2020. Coleção: Quadrante - Matemática e suas Tecnologias.

- FERREIRA, F. E.; SMOLE, K. S.; DINIZ, M. **Pensamento Computacional e Fluxogramas**. São Paulo: SM, 2020. Coleção: Ser Protagonista.

- FREITAS, L. M. T. de; LONGEN, A.; BLANCO, R. M. **O Tratamento da Informação e a Resolução de Problemas Por Meio Da Função do 1º Grau**. São Paulo: Editora do Brasil, 2020. Coleção: Interação Matemática.

- CEVADA, J., *et al.* **Algoritmos e Álgebra**. São Paulo: SEI, 2018. Coleção: Matemática nos Dias de Hoje.

A escolha por estes livros didáticos deve-se ao fato deles possuírem temáticas relacionadas ao PC, tais como: introdução à computação, algoritmos, fluxogramas, programação, linguagem de programação, exemplos de ambientes e linguagens de programação, tratamento da informação e aspectos do PC.

Ainda estamos na fase do levantamento dos dados, mediante a leitura e análise minuciosa das temáticas apontadas anteriormente, presentes em cada uma destas obras. Na sequência pretendemos elaborar um artigo científico acerca deste estudo.

4. OUTRAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS E PUBLICAÇÕES

Acrescentamos que, além da pesquisa em tela, tendo em vista a formação da pós-doutoranda na área de Educação Matemática, outras atividades também foram desenvolvidas e são listadas na sequência.

4.1 ATIVIDADES DE ORIENTAÇÃO NA UNESP

(a) Auxílio na elaboração do Projeto de Iniciação Científica intitulado “Geometria Euclidiana, GeoGebra e Pensamento Computacional: Uma possível abordagem para os anos finais do Ensino Fundamental”, de Davi Aga Frozoni Antun, graduando em Matemática da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho - UNESP, Rio Claro, orientado pelo Prof. Dr. Marcus Vinicius Maltempi.

(b) Auxílio na produção de dados, em 2022.2, da mestranda do PPGEM da UNESP, Ingrid Oara Sales Lopes, para a sua dissertação de mestrado, cujo projeto é intitulado “Programação no ambiente Scratch: caminho possível para a abordagem de Estatística”, tendo como orientador o Prof. Dr. Marcus Vinicius Maltempi.

A comprovação das orientações está no Anexo 4.

4.3 ATIVIDADES DE EXTENSÃO NA UNESP

Participação na organização e desenvolvimento do Curso de extensão intitulado “Pensamento Computacional na Formação do Professor de Matemática: programação e robótica”, realizado de modo semipresencial, com 18h presenciais realizado na UNESP/RC, distribuído em 6 encontros e 30h de atividades a distância que foi realizado por meio da plataforma AVA Moodle da UNESP. As datas dos encontros presenciais foram: 19/09/2022, 03/10/2022, 17/10/2022/ 07/11/2022 e 21/11/2022. Objetivos alcançados no curso: (1) Discussão sobre o pensamento computacional vinculado à matemática escolar. (2) Apresentação do ambiente de programação Scratch, a linguagem de programação Python e o dispositivo de robótica Micro:bit. (3) Elaboração de atividades de programação para a Educação Básica utilizando Scratch, Python, Tinkercad e placa Micro:bit, considerando objetos de conhecimento da Matemática. (4) Produção de dados para a elaboração de artigos científicos. (5) Disponibilização as atividades produzidas para compartilhamento e uso na Educação Básica. O curso participou com 14 pessoas, conforme já mencionado. Comprovação no Anexo 5.

4.4 OUTRAS ATIVIDADES E PUBLICAÇÕES

O conjunto de atividades listadas na sequência são comprovadas no Anexo 6, compreendem elaboração de artigos, capítulos de livros e trabalhos científicos; participação em disciplinas do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática - PPGEM, da UNESP, Rio Claro; avaliação de artigos e trabalhos científicos; apresentação de trabalho; organização de evento, entre outras atividades. A lista completa com as devidas comprovações está no Anexo 6. Algumas dessas publicações provêm de pesquisas, de orientações de dissertações de mestrado e trabalho de conclusão de curso de graduação, que a pós-doutoranda realizou na Universidade Federal da Fronteira Sul - UFFS, anterior ao seu afastamento para a realização do estágio de pós-doutorado.

(a) Artigos publicados

- KONZEN, S.; BINOTTO, R. R. Uma experiência com ensino remoto de semelhança de triângulos em tempos de pandemia, Boletim Cearense de Educação e História da Matemática - BOCEHM, v. 10, p. 1-18, 2023. DOI: <https://doi.org/10.30938/bocehm.v10i28.8587>.

- BINOTTO, R. R.; PETRY, V. J.; GAIO, S. M. Estudo de Possibilidades do Uso de Objetos Virtuais de Aprendizagem no Ensino de Cônicas por meio de um Exercício de Imaginação Pedagógica. Ensino da Matemática em Debate, v. 9, p. 108-129, 2022. DOI: <https://doi.org/10.23925/2358-4122.2022v9i257628>.

- MOHR, L. C.; BINOTTO, R. R. Concepções de álgebra, educação algébrica e pensamento algébrico de professores da Educação Básica. Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática - ReBECM, v. 6, p. 175-192, 2022. Disponível em: <https://e-revista.unioeste.br/index.php/rebecem/article/view/29322>.

- DREON, T.; BINOTTO, R. R. Mandalas e a geometria do Ensino Fundamental Anos Finais. Revista de Ensino de Matemática Sem Fronteiras: Pesquisas em Educação Matemática, v. 4, p. 1-21, 2022. DOI: <https://doi.org/10.36661/2596-318X.2022v4n1.12764>.

(b) Capítulos de livros publicados

- BORGES, P. A. P.; SCHEFFER, N. F.; BINOTTO, R. R. Iniciação à docência e formação da identidade do professor de Matemática no PIBID. In: CAVALHEIRO, A. C. D.; LEITE, F. de A.; CORÁ, E. J. (Org.). Tempos e espaços de formação no PIBID da

UFFS: diálogos em contexto pandêmico. 1ed. Chapecó: UFFS, 2023, p. 156-168. DOI: <https://doi.org/10.29327/5137292>.

- SCHEFFER, N. F.; BORGES, P. A. P.; BINOTTO, R. R. Professores em formação inicial, uma vivência com objetos de aprendizagem no PIBID. In: Scheffer, N. F.; Pasa, B. C. (Org.). EDUCAÇÃO BÁSICA, EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E OBJETOS DE APRENDIZAGEM. 1ed. Curitiba: CRV, 2022, p. 53-69. DOI: [10.24824/978652513247.1](https://doi.org/10.24824/978652513247.1).

(c) Artigo aceito para publicação

BINOTTO, R. R.; BARBIERI, L. Análise de uma sequência didática para a educação financeira explorando ambientes de aprendizagem à luz da Educação Matemática Crítica, na Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Matemática - RBECM.

(d) Resumos expandidos publicados

- FERREIRA, I. O. L.; TEIXEIRA, F. S.; BINOTTO, R. R. O uso do Scratch para abordar grafos no Ensino Fundamental. Anais do III Simpósio Internacional de Tecnologias e Educação Matemática - SITEM, 2022. p. 1-12. Disponível em: <https://www.even3.com.br/anais/sitem2022/510868-O-USO-DO-SCRATCH-PARA-ABORDAR-GRAFOS-NO-ENSINO-FUNDAMENTAL>.

- GAIO, S. M.; PETRY, V. J.; BINOTTO, R. R. OBJETOS VIRTUAIS DE APRENDIZAGEM CONSTRUÍDOS NO GEOGEBRA: Estudo de Possibilidades para o Ensino de Cônicas. Anais do III SITEM - Simpósio Internacional de Tecnologias em Educação Matemática, 2022, Rio Claro, 2022. p. 1-12. Disponível em: <https://www.even3.com.br/anais/sitem2022/506538-OBJETOS-VIRTUAIS-DE-APRENDIZAGEM-CONSTRUIDOS-NO-GEOGEBRA--ESTUDO-DE-POSSIBILIDADES-PARA-O-ENSINO-DE-CONICAS>.

- GAIO, S. M.; PETRY, V. J.; BINOTTO, R. R. OBJETOS VIRTUAIS DE APRENDIZAGEM NO GEOGEBRA: Estudo de Possibilidades para o Ensino de Parábolas. Anais da XII Jornada de Iniciação Científica e Tecnológica (JIC), 2022, Chapecó, 2022. Disponível em: <https://portaleventos.uffs.edu.br/index.php/JORNADA/issue/view/135>.

(e) Artigos submetidos

- “Equações Diofantinas Lineares por meio da Resolução de Problemas: possibilidades para Cursos de Licenciatura em Matemática”, submetido ao periódico Educação Matemática Pesquisa, em 01/03/2023. Artigo elaborado em conjunto com André Luís Berres Hartmann e Lais Cristina Pereira da Silva, ambos doutorandos do PPGEM da UNESP, Rio Claro, SP.

- “A gamificação como estratégia para aprendizagem significativa de geometria do 9º ano do Ensino Fundamental”, submetido à revista Em TEIA, em 23/02/2022. Artigo elaborado em conjunto com Julieta Ferronato, UFFS, Chapecó, SC.

- “Exercício de Imaginação Pedagógica com Professores de Matemática sobre o Uso de Objetos Virtuais de Aprendizagem no Ensino de Cônicas”, submetido à revista RÍPEM, em 20/11/2022. Artigo elaborado em conjunto com Vitor José Petry e Sandy Maria Gaio, UFFS, Chapecó, SC.

(f) Capítulo de livro submetido e organização de livro E-book

- Submissão do capítulo intitulado “OBJETOS VIRTUAIS DE APRENDIZAGEM CONSTRUÍDOS NO GEOGEBRA: Uma Proposta para o Estudo de Cônicas”, elaborado em conjunto com Vitor José Petry e Sandy Maria Gaio, UFFS, Chapecó, SC, para o livro E-book “TECNOLOGIAS DIGITAIS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA: Uma articulação entre Pesquisa e Extensão”, a ser publicado pela SBEM, que foi organizado pela Profa. Dra. Nilce Fátima Scheffer com a colaboração da Profa. Dra. Rosane Rossato Binotto.

(g) Palestra e Minicurso ministrados

- Palestra intitulada “Uma abordagem do Pensamento Computacional utilizando o GeoGebra”, proferida de modo presencial no Seminário de Matemática e Educação Matemática - SMEM, em 08/11/2022, no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – PPGEM, da UNESP- Rio Claro, SP.

- Minicurso intitulado “Livro on-line no GEOGEBRA”, ministrado presencialmente na XXXIV Semana da Licenciatura em Matemática, em 30/11/2022, na UNESP – Bauru, SP.

(h) Participação como ouvinte nas disciplinas do PPGEM, da UNESP, Rio Claro, SP: **(i)** “Pensamento Computacional na Educação Matemática”, de 06 créditos, ministrada pelo

Prof. Dr. Marcus Vinicius Maltempi em 2022.1 e (ii) “Tópicos Especiais em Educação Matemática: Resolução de Problemas – Ensino, Aprendizagem e Avaliação”, de 06 créditos, ministrada pela Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic, Profa. Dra. Rosineide de Sousa Jucá e Prof. Dr. Márcio Pironel, ofertada em 2022.2.

(i) Avaliação de artigos e trabalhos científicos de eventos - Avaliação de trabalhos do III SITEM e de artigos para as revistas: Ensino da Matemática em Debate, Ensino de Matemática Sem Fronteiras: Pesquisas em Educação Matemática e a Revista *Insignare Scientia* - RIS.

(j) Participação nos grupos de pesquisa: Grupo de Pesquisa em Informática e Educação Matemática - GPIMEM e Grupo de Pesquisa Diálogos e Indagações sobre Escolas e Educação Matemática - DIEEM, ambos da UNESP, Rio Claro.

(k) Participação em eventos

- Participação como ouvinte na XI Atividade Inaugural de Verão do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática - PPGEM e da palestra de abertura, realizadas no dia 16 de março de 2022, e da XII Conferência Interna do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, realizada nos dias 17 e 18 de março de 2022, UNESP, Rio Claro.

- Participação como ouvinte no IX Congresso Ibero Americano de Educação Matemática - IX CIBEM, realizado de modo on-line no período de 05 a 09 de dezembro de 2022.

- Participação na comissão organizadora e como ouvinte do III – Internacional de Tecnologias e Educação Matemática - III SITEM, realizado de modo híbrido no período de 06 a 08 de outubro de 2022.

- Participação como Coordenadora de Grupo de Discussão no XIV Encontro Nacional de Educação Matemática – XIV ENEM e como ouvinte, realizado de modo on-line de 11 a 15 de julho de 2022.

- Participação como ouvinte III Encontro Internacional do GeoGebra em Língua Portuguesa, realizado de modo on-line de 21 a 23 de novembro de 2022.

- Participação como ouvinte na XI Atividade Inaugural de Inverno do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM), realizada no dia 16 de agosto de 2022.

5. REFERÊNCIAS

BARDIN, L. **ANÁLISE DE CONTEÚDO**. 1. ed. 3. reimp. Edição revista e ampliada. São Paulo: Edições 70, 2016.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. de L. (Org.). **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. São Paulo: Autêntica, 2006.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BRACKMANN, C. P. **Desenvolvimento do Pensamento Computacional Através de Atividades Desplugadas na Educação Básica**. 2017. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Cinted da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf. Acesso em: 01 out. 2021.

GODOY, A. S. Pesquisa qualitativa: tipos fundamentais. **Revista de Administração de Empresas**. São Paulo, v. 35, n. 3, p. 20-29, 1995. Disponível em: <http://bibliotecadigital.fgv.br/ojs/index.php/rae/article/view/38200>. Acesso em: 1 nov. 2021.

MALTEMPI, M.V. Novas Tecnologias e Construção de Conhecimento: Reflexões e Perspectivas. In: **V Congresso Ibero-americano de Educação Matemática (CIBEM)**, 2005, Porto, Portugal. Anais em CD, 2005.

MORAN, J. M. Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda. In: BACICH, Lilian; _____ (Org.). **Metodologias ativas para uma educação inovadora**: uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre: Penso, 2018. p. 02-25.

PAPERT, S. A família em rede: ultrapassando a barreira digital entre gerações. Título original: **The Connected Family: bridging the digital generation gap**. Lisboa: Relógio D'Água Editores, 1997.

PAPERT, S. **A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

VALENTE, J. A. Integração do pensamento computacional no currículo da educação básica: diferentes estratégias usadas e questões de formação de professores e avaliação do aluno. **Revista e-Curriculum**, v. 14, n. 3, p. 864-897, 2016.

WING, J. M. *Computational thinking*. **Communications of the ACM**, v. 49, n. 3, p. 33-35, 2006. Disponível em <https://www.cs.cmu.edu/afs/cs/Web/People/15110-s13/Wing06-ct.pdf>. Acesso em: 06 out. 2021.

ANEXOS

ANEXO 1

Submissões

Fila 1

Arquivos

Ajuda

Minhas Submissões Designadas

Buscar Filtros

867218 **Rossato Binotto et al.**

Relações entre Pensamento Criativo e Programação de Computadores: uma experiência em u...

1

Submissão

Visualizar



1

Discussões abertas

Última atividade registrada em sexta-feira, 10 de fevereiro de 2023.

ANEXO 2



IX CIBEM

Congresso Iberoamericano de Educação Matemática
Congreso Iberoamericano de Educación Matemática



FEDERACIÓN IBEROAMERICANA
DE SOCIEDADES DE
EDUCACIÓN MATEMÁTICA



Certificado

Certificamos que **Rosane Rossato Binotto** apresentou/apresentaram o trabalho **O Uso do Scratch para o Estudo da Razão Áurea: Uma Proposta de Atividades com foco no Pensamento Computacional** no **IX Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática - IX CIBEM**, na Modalidade **Comunicações** do Eixo Temático **Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática**.

São Paulo, 09 de dezembro 2022.

Claudia Lisete Oliveira Groenwald
Presidente da Sociedade Brasileira de Educação
Matemática - SBEM

Ana Lucia Manrique
Presidente do Comitê Organizador e Científico
IX CIBEM 2022

Agustín Carrillo de Albornoz Torres
Secretario Geral da Federação Iberoamerica de Educação
Matemática - FISEM

ANEXO 3

Verifique o código de autenticidade 5404834.5300066.516591.3.58537547888114014207 em <https://www.even3.com.br/documentos>



Certificamos que **Rosane Rossato Binotto**, participou, na qualidade de **Palestrante**, da XXXIV Semana da Licenciatura em Matemática, na atividade **MESA-REDONDA: Metodologias ativas e as Tecnologias no ensino de matemática** contabilizando carga horária total de 2,5 horas.

Bauru, 1º de dezembro de 2022.

Luiz Henrique da Cruz Silvestrini

Prof. Dr. Luiz Henrique da Cruz Silvestrini
Coordenador Geral da Comissão Organizadora

José Remo Ferreira Brega

Prof. Assoc. José Remo Ferreira Brega
Vice-Diretor da Faculdade de Ciências

Programação - XXXIV SELMAT

- 28/11/2022. [19:00-19:30] Abertura da XXXIV SELMAT (Evento online).
- 28/11/2022. [19:30-22:30] Mesa-Redonda. Modelagem Matemática e Etnomatemática. (Evento online).
- 29/11/2022. [17:30-18:30] Roda de Conversa: Sobre a educação para a diversidade, racismo sistêmico e a participação das pessoas negras na docência e pesquisa. (Evento presencial).
- 29/11/2022. [18:30-19:30] CALMAT apresenta: CineMAT (Evento presencial).
- 29/11/2022. [19:30-22:30] Minicursos (Evento presencial).
- 30/11/2022. [17:30-18:30] Roda de Conversa: Sobre o Novo Ensino Médio. (Evento presencial).
- 30/11/2022. [18:30-19:30] Apresentação dos trabalhos científicos aprovados para a XXXIV SELMAT. (Evento Híbrido).
- 30/11/2022. [19:30-22:30] Minicursos (Evento presencial).
- 01/12/2022. [17:30-19:00] Encontro ORMUB (Evento Híbrido).
- 01/12/2022. [19:00-21:30] Mesa-Redonda: Metodologias ativas e as Tecnologias no ensino de matemática (Evento Híbrido).
- 01/12/2022. [21:30-22:30] Encerramento e Apresentação Cultural. (Evento presencial).

ANEXO 4

Declaração

Declaro que **Rosane Rossato Binotto** me auxiliou nas seguintes atividades de orientação em 2022.2:

(i) Elaboração do Projeto de Iniciação Científica intitulado "Geometria Euclidiana, GeoGebra e Pensamento Computacional: Uma possível abordagem para os anos finais do Ensino Fundamental", de Davi Aga Frozoni Antun, graduando em Matemática deste Instituto.

(ii) Produção de dados do projeto de mestrado intitulado "Programação no ambiente Scratch: caminho possível para a abordagem de Estatística", que está sendo desenvolvido por Ingrid Oara Sales Lopes, discente deste Programa de Pós-graduação.

Rio Claro, 15 de março de 2023.



Prof. Dr. Marcus Vinicius Maltempi
- orientador -

ANEXO 5

Declaração

Declaramos que Rosane Rossato Binotto integrou a equipe proponente e ministrou atividades no Curso de Extensão “Pensamento Computacional na Formação do Professor de Matemática: programação e robótica” promovido pela Universidade Estadual Paulista – Unesp, Campus Rio Claro, realizado de setembro a novembro de 2022, coordenado pelo Prof. Dr. Marcus Vinicius Maltempi.

Rio Claro, 02 de dezembro de 2022.

A handwritten signature in blue ink, appearing to read "Maltempi".

Marcus Vinicius Maltempi

ANEXO 6



UMA EXPERIÊNCIA COM ENSINO REMOTO DE SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS EM TEMPOS DE PANDEMIA

AN EXPERIENCE WITH REMOTE TEACHING OF SIMILARITY OF TRIANGLES IN TIMES OF PANDEMIC

Sandra Konzen¹; Rosane Rossato Binotto²

RESUMO

Este trabalho apresenta um relato de experiência com foco no ensino de semelhança de triângulos em tempos de pandemia. A pesquisa teve como objetivo geral identificar potencialidades e fragilidades no uso dos Recursos Educacionais Digitais *Khan Academy*, Google Sala de Aula e Google Formulários para o ensino de semelhança de triângulos em aulas remotas. Trata-se de um estudo de abordagem qualitativa realizado com 11 alunos de uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Santa Catarina, utilizando-se como instrumentos para a coleta dos dados: registros em diário de bordo, registros escritos das respostas dadas aos questionários, testes aplicados e dados obtidos diretamente do *Khan Academy*, Google Sala de Aula e Google Formulários. Utilizou-se também o *WhatsApp* para contato com os alunos participantes desse estudo. Observou-se como fragilidades, nessa experiência, a não implementação de aulas síncronas, algumas dificuldades iniciais dos alunos no entendimento e uso do *Khan Academy* e na resolução de atividades matemáticas. Com relação as potencialidades observadas, destacam-se: o *Khan Academy* como um recurso digital com múltiplas funcionalidades para o ensino de Matemática, sendo completo em relação aos objetos de conhecimento matemáticos trabalhados e por proporcionar um ensino individualizado; o Google Sala de Aula, que se mostrou bastante eficiente para postagem, envio e recebimento de materiais didáticos e o Google Formulários como um bom recurso para aplicação de avaliações on-line. Também se destaca, como ponto positivo, desse estudo, o uso destes Recursos Educacionais Digitais como forma de retomada das aulas em tempos de pandemia.

Palavras-chave: *Khan Academy*; Google Sala de Aula; Google Formulários; Educação Básica.

ABSTRACT

This study shows an experience report focused on teaching triangle similarity in time of pandemic. The research had as a general objective to identify potentialities and weaknesses in the use of the Digital Educational Resources *Khan Academy*, Google Classroom and Google Forms for teaching similarity of triangles in remote classes. This is a qualitative study carried out with 11 students from a 9th grade class of a public school in Santa Catarina, using as instruments for data collection: logs, written records of the answers given to the questionnaires, tests applied and data

¹ Mestre em Matemática pela Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS). Professora de Matemática na EEBNSS, Maravilha, Santa Catarina, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Eloi Luiz Dandan, 28, Centro, Maravilha, SC, CEP: 89874-000. E-mail: sandrakonzen@unochapeco.edu.br.

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-5192-0339>.

² Doutora em Matemática pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Professora efetiva na Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), Chapecó, SC, Brasil. Endereço para correspondência: Rodovia SC 484 Km 02, Bairro Fronteira Sul, Chapecó, SC, Brasil, CEP: 89815-899. E-mail: rosane.binotto@uffs.edu.br.

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-9420-9312>.



obtained directly from Khan Academy, Google Classroom and Google Forms. WhatsApp was also used to contact the students participating in this study. The weaknesses observed in this experience were the non-implementation of synchronous classes, some initial difficulties of the students in understanding and using Khan Academy and in solving mathematical activities. Regarding the potentialities observed, the following stand out: Khan Academy as a digital resource with multiple features for teaching mathematics, being complete in relation to the mathematical knowledge objects worked on and for providing individualized teaching; Google Classroom, which proved to be very efficient for posting, sending and receiving teaching materials, and Google Forms as a good resource for applying online assessments. The use of these Digital Educational Resources as a way to resume classes in times of pandemic is also highlighted as a positive point of this study.

Keywords: Khan Academy; Google Classroom; Google Forms; Basic Education.

Introdução

A pandemia do Novo Coronavírus³, no primeiro semestre de 2020, fez com que no Brasil as aulas presenciais em todos os níveis de ensino fossem suspensas. Neste sentido, as Secretarias de Educação, escolas e professores tiveram que buscar alternativas para que as atividades escolares continuassem de forma não presencial. Assim, foi instituída a Educação Remota Emergencial (Ensino Remoto Emergencial) como uma alternativa para dar continuidade às atividades escolares e evitar a propagação do Coronavírus.

A Educação Remota Emergencial possui características semelhantes à educação presencial, uma vez que a transmissão das aulas pode ocorrer em horários específicos, o que permite a participação e interação de todos, de modo simultâneo. Também é possível gravar essas atividades para que os alunos possam assistir posteriormente (ARRUDA, 2020). Este formato de aula é conhecido como aula síncrona, em que ocorre a interação simultânea entre professor e aluno em um mesmo ambiente, em aulas ao vivo.

Além disso, a Educação Remota Emergencial também pode envolver a Educação a Distância, caracterizando aulas denominadas assíncronas, em que não ocorre transmissão e interação simultânea dos participantes. Nesse formato de aula a transmissão de conteúdos pode ocorrer por “TV, rádio ou canal digital estatal, de forma mais massiva e emergencial” (ARRUDA, 2020, p. 266).

Em virtude desta pandemia, no estado de Santa Catarina (SC) as aulas presenciais foram suspensas no dia 17 de março de 2020, sendo que essa suspensão continuou ao longo do semestre 2020.1. O Governo do Estado, por meio da Resolução

³ Também conhecida como Síndrome Respiratória Aguda Grave (SRAG) ou COVID-19. Provocada pelo vírus SARS-CoV-2.



2020/009/CEE/SC⁴, instituiu o regime especial de atividades escolares não presenciais no sistema estadual de ensino, para fins de cumprimento do calendário letivo do ano de 2020, como medida de prevenção e combate ao contágio do Coronavírus (COVID-19).

Por intermédio da Secretaria de Estado da Educação, criaram-se contas de e-mail para professores e alunos das escolas estaduais, usando-se o número da matrícula de cada um. Também se implementaram turmas no Google Sala de Aula, de acordo com os anos escolares, onde em cada turma foram inseridas as disciplinas em forma de tópicos. As aulas remotas deveriam ser realizadas com auxílio desse recurso digital para quem tivesse acesso à internet e por meio de atividades impressas para quem não tivesse.

Esta nova realidade, causada pela pandemia, ocasionou a busca por conhecimentos e estratégias alternativas, principalmente pelos professores, para ministrar aulas remotas. Foi necessário escolher e conhecer dispositivos eletrônicos, aplicativos, plataformas digitais ou softwares para o ensino e comunicação que melhor se adaptassem à realidade do professor e do aluno.

Nesse contexto, com distanciamento social e retomada de aulas em 2020.1, realizou-se uma experiência de ensino com 11 alunos de uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental da Escola de Educação Básica Santa Terezinha, localizada em Maravilha-SC. Por meio do ensino remoto, abordou-se o objeto de conhecimento da Matemática – Semelhança de Triângulos – utilizando-se os Recursos Educacionais Digitais *Khan Academy*, Google Sala de Aula e Google Formulários.

Em um primeiro momento, a escolha pelo *Khan Academy* deveu-se ao fato de esse possuir os objetos de conhecimento da Matemática dispostos conforme a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), além de ser um recurso digital de acesso livre, em que o aluno pode fazer as atividades conforme sua disponibilidade de tempo. Ele também apresenta um nível de dificuldade que vai do básico ao avançado. Seu método de resolução dos exercícios, em sequência, permite que o aluno avance para o próximo assunto somente se já tiver realizado as atividades anteriores.

Elencou-se como questão norteadora da pesquisa: quais potencialidades e fragilidades podem ser identificadas no uso dos Recursos Educacionais Digitais *Khan*

⁴ Disponível em: <http://www.cee.sc.gov.br/index.php/legislacao-downloads/educacao-basica/outras-modalidades-de-ensino/educacao-basica/educacao-basica-ensino-especial-resolucoes/1812-resolucao-2020-009-cee-sc-2>. Acesso em: 26 jul. 2022.



Khan Academy, Google Sala de Aula e Google Formulários para o ensino de semelhança de triângulos em aulas remotas?

Propôs-se como objetivo geral identificar potencialidades e fragilidades no uso dos Recursos Educacionais Digitais *Khan Academy*, Google Sala de Aula e Google Formulários para o ensino de semelhança de triângulos em aulas remotas.

Com a finalidade de produzir dados de pesquisa, os alunos participantes responderam a um Questionário Diagnóstico; desenvolveram atividades e estudaram materiais didáticos sobre semelhança de triângulos disponíveis no *Khan Academy* e no Google Sala de Aula; realizaram uma Avaliação Final sobre esse objeto de conhecimento da Matemática e responderam a um Questionário Final.

Este relato é um recorte da pesquisa desenvolvida por Konzen (2020) em sua Dissertação de Mestrado Profissional, defendida junto ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), na Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS). Ressalta-se que os dados aqui apresentados integram uma pesquisa aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa da UFFS, com os seguintes dados - CAAE: 26526319.9.0000.5564, número do parecer: 4.044.276 de 24 de maio de 2020.

Tecnologias Digitais e o Ensino de Matemática

A presença e o uso das Tecnologias Digitais e da internet no ambiente escolar são temas recorrentes de pesquisas na Educação Matemática (BORBA, 2009; BORBA; PENTEADO, 2010; BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2020). Para esses autores, as Tecnologias Digitais estão mudando a noção do que é ser humano, sendo que as Tecnologias Digitais móveis – internet, celular e *tablet* – vêm transformando o cotidiano das pessoas e influenciando suas ações. No entanto, essa transformação acontece em ritmo diferente dentro e fora da escola. Conforme Borba; Silva; Gadanidis (2020, p. 49), “o aluno está plugado na internet, mas na escola ela é proibida”.

O mesmo acontece em relação ao uso de equipamentos eletrônicos, tais como celular e *tablet*, no ambiente escolar. Antes da pandemia, observou-se *in loco* que às vezes a escola não permitia seu uso em sala de aula ou no ambiente escolar como um todo.

No que diz respeito ao ensino de Matemática com o uso de tecnologias, conforme afirmam Borba; Penteado (2010, p. 100),

[...] a presença dos ambientes de aprendizagem baseados nas tecnologias



educacionais educativas na escola, podem mudar a forma pela qual os estudantes se relacionam com a Matemática, pois esses ambientes fornecem novas perspectivas ao uso da linguagem Matemática.

Esses autores defendem o uso das tecnologias no ambiente escolar, pois elas podem contribuir para que o aluno construa seu modo de pensar e adquirir conhecimentos matemáticos, com vistas à melhoria do seu ensino e aprendizagem.

Particularmente, no que se refere ao ensino de semelhança de triângulos usando Tecnologias Digitais, conforme Radin; Rodrigues (2015), “acredita-se que o uso das tecnologias possa ser uma das formas de trazer o aluno enquanto sujeito atuante na sociedade à atuar também em sala de aula no processo de ensino-aprendizagem”.

Além disso, a BNCC, Área de Matemática, apresenta as competências específicas dessa área para o Ensino Fundamental, onde, dentre as oito competências citadas, destaca-se a competência cinco, que trata das tecnologias: “Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados” (BRASIL, 2018, p. 267).

Essa competência trata especificamente da necessidade da presença e do uso das Tecnologias Digitais nas aulas de Matemática, visto que os alunos deverão ter ao final do Ensino Fundamental a capacidade de conhecer e saber utilizar ferramentas matemáticas e as Tecnologias Digitais para resolver problemas do cotidiano.

Neste sentido, escolheu-se o Recurso Educacional Digital *Khan Academy*, que é um ambiente digital de ensino e aprendizagem criado pelo norte-americano Salman Khan em 2008. É um recurso digital ou aplicativo livre, gratuito, com versão em português e que está disponível⁵ para computadores, *tablets* e *smartphones*. Além disso, apresenta conteúdos de outras áreas, com destaque para os conteúdos de Matemática.

O professor pode criar turmas no *Khan Academy*, inserindo seus alunos nestas. Pode ainda recomendar quais conteúdos os alunos devem estudar e os exercícios que eles precisam fazer. Durante a realização dessas atividades, o professor acompanha de modo personalizado, via *Khan Academy*, se os alunos estão realizando as atividades propostas, o tempo de estudo destinado no aplicativo e as habilidades que cada um atingiu.

⁵ A versão em português do *Khan Academy* está disponível em: <https://pt.khanacademy.org/brasil>. Acesso em: 26 jul. 2022.



Analisando os objetos de conhecimento da Matemática do 9º ano do Ensino Fundamental e comparando-os com as habilidades que a BNCC apresenta, percebe-se que estão elencados na mesma ordem no *Khan Academy*, para esse ano escolar, sendo apresentados em blocos. Nos referidos blocos, cada conteúdo está distribuído conforme disponibilizado em Brasil (2018), permitindo que os usuários possam abrir diretamente o tópico que desejarem estudar.

No tocante ao uso do *Khan Academy* para o ensino, Mognhol (2015) relata uma experiência com turmas do 1º ano de um curso técnico, em que durante o primeiro semestre letivo foi usada a metodologia tradicional de ensino – aula expositiva, resolução de exercícios e provas – e no segundo semestre os alunos foram avaliados de acordo com os resultados obtidos no aplicativo. Na avaliação sobre as principais diferenças e os benefícios obtidos com a implementação destes dois procedimentos metodológicos, conclui-se que o seu uso foi bastante positivo, mas como ferramenta suporte, não devendo substituir as tradicionais ferramentas de ensino.

Destaca-se o trabalho desenvolvido por Johannsen (2019, p. 5), que objetivou utilizar o *Khan Academy* com alunos do 9º ano de uma escola estadual, com a finalidade de “compreender as contribuições da inclusão de ferramentas tecnológicas na prática pedagógica desses alunos”. Os alunos assistiram, de modo on-line, vídeos do *Khan Academy* e realizaram exercícios de Matemática dispostos nesse recurso digital. Nesta pesquisa, a autora utilizou a metodologia sala de aula invertida, com o intuito de que os alunos estudassem os conteúdos antes das aulas, de modo a possibilitar sua participação ativa no processo de aprendizagem. Segundo essa autora, os alunos se mostraram motivados para aprender matemática e houve uma melhora nas notas das avaliações.

Observa-se uma semelhança entre o trabalho de Johannsen (2019) e a experiência que está sendo relatada. Ambos se assemelham no sentido de que os alunos estudaram e resolveram exercícios de Matemática no *Khan Academy* – extraclasse – com a mediação do professor.

Ainda sobre o uso do *Khan Academy*, Corrêa (2016) relata uma experiência de ensino híbrido com alunos do Ensino Fundamental de uma escola municipal de Canoas no RS. O *Khan Academy* foi utilizado como recurso tecnológico, relacionando as soluções de funcionamento do aplicativo com as descobertas da Neurociência Cognitiva. Ao final do trabalho, o autor notou uma melhora significativa no nível de aprendizagem dos alunos envolvidos nesta pesquisa.



Diante do exposto, apresenta-se o percurso metodológico adotado, na sequência.

Percurso metodológico

Este estudo realizou-se por meio de uma abordagem qualitativa, pois pretendeu “[...] atingir aspectos do humano sem passar pelos crivos da mensuração, sem partir de métodos previamente definidos e, portanto, sem ficar preso a quantificadores e aos cálculos decorrentes” (BICUDO, 2019, p. 113).

Os dados foram coletados pela primeira autora desse trabalho, que não era professora regente da turma. Utilizaram-se os seguintes instrumentos de coleta: registros em diário de bordo, em escritos das respostas dadas aos questionários e testes aplicados, bem como dados individuais dos alunos, obtidos diretamente do *Khan Academy*. Participaram da produção dos dados 11 alunos (nomeados por Aluno 1 até Aluno 11) de uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental da Escola de Educação Básica Santa Terezinha, localizada em Maravilha, SC, em 2020.1. O aceite para a participação destes foi formalizado mediante assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) pelo responsável e do Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE) pelo aluno. Estes alunos já estavam participando das aulas remotas de Matemática. Destes, têm-se sete meninos e quatro meninas com idades entre 13 e 17 anos, sendo que, seis residiam na zona rural e cinco na zona urbana, à época da realização do estudo.

Realizaram-se quatro encontros semanais, nomeados de Semana 1, 2, 3 e 4, com o desenvolvimento das seguintes atividades (Quadro 1): (i) Questionário Diagnóstico – composto por 18 questões sobre dispositivos eletrônicos e as condições de acesso à internet dos alunos participantes da pesquisa, conhecimentos e uso de recursos digitais para estudo e conhecimentos prévios sobre semelhança de triângulos; (ii) Atividades desenvolvidas no *Khan Academy* e Google Sala de Aula sobre razão, proporção e semelhança de triângulos; (iii) Avaliação Final – composta por 10 questões objetivas e dissertativas sobre semelhança de triângulos e (iv) Questionário Final – composto por 10 questões sobre as percepções dos alunos acerca do uso dos Recursos Educacionais Digitais – *Khan Academy*, Google Sala de Aula e Google Formulários – para o ensino de semelhança de triângulos em aulas remotas. Havia também uma questão sobre metodologias ativas, que não foi abordada neste relato de experiência.



Quadro 1 – Metodologia das atividades realizadas

Período	Atividades Realizadas pelos Alunos e Ferramentas Utilizadas
Semana 1	Responderam ao Questionário Diagnóstico no Google Formulários; Resolveram testes sobre razão no <i>Khan Academy</i> .
Semana 2	Assistiram videoaulas e realizaram testes sobre o conteúdo de proporção no <i>Khan Academy</i> ; Estudaram o material disponibilizado no Google Sala de Aula, na forma de slides, com a teoria e exemplos de razão e proporção.
Semana 3	Estudaram o conteúdo de semelhança de triângulos e resolveram exercícios no <i>Khan Academy</i> ; Assistiram a uma videoaula sobre o assunto, gravada pela pesquisadora e postada no Google Sala de Aula.
Semana 4	Realizaram uma Avaliação Final sobre semelhança de triângulos, sendo a devolutiva pelo Google Sala de Aula; Responderam ao Questionário Final no Google Formulários.

Fonte: Elaborado pelas autoras (2022).

Além disso, o contato com os alunos ocorreu por meio de grupo de *WhatsApp* nas quartas-feiras, com troca de mensagens escritas ou de áudios e disponibilização de vídeos complementares sobre os conteúdos abordados. Todas as aulas foram desenvolvidas de modo assíncrono, pois nem todos tinham disponibilidade ou recursos digitais adequados para participar de aulas síncronas. Esses encontros fizeram parte das atividades regulares de Matemática dos alunos. Os demais alunos da turma, que não participaram desse estudo, receberam material físico elaborado pela professora regente.

Relato da Experiência Realizada

Esta seção está dividida em duas partes. Inicia-se com a ilustração dos dados quantitativos obtidos no Questionário Diagnóstico e nas atividades desenvolvidas no *Khan Academy*. Também se apresenta duas atividades sobre semelhança de triângulos desenvolvidas no *Khan Academy*. Na segunda parte, descrevem-se as percepções dos alunos sobre o uso dos Recursos Educacionais Digitais *Khan Academy*, Google Sala de Aula e Google no ensino remoto.

Descrição Quantitativa dos Dados

Os 11 alunos participantes da pesquisa responderam no Questionário Diagnóstico que possuíam celular, computador ou *tablet*, sendo o celular o mais utilizado. No aspecto conexão à internet, 10 possuíam acesso à internet fixa em sua residência (via fibra ótica ou via rádio) e um aluno tinha sinal cedido por um vizinho.

Eles foram questionados se nas aulas de Matemática, nos anos anteriores, algum professor utilizou recursos tecnológicos digitais no ensino. Todos responderam que não, evidenciando que a presença desses recursos nas aulas de Matemática ainda é baixa.



Quando perguntados se conheciam algum aplicativo/software ou site da internet para estudar Matemática, três alunos responderam que sim, sendo que dois deles citaram o *Khan Academy* e um o Google Sala de Aula. Ao serem perguntados se utilizavam os mesmos no cotidiano para estudo, eles responderam que sim.

Com relação aos conhecimentos prévios dos alunos sobre semelhança de triângulos, quando solicitado: **Escreva o que você sabe sobre triângulos semelhantes**, mais de 50% deles responderam que não possuíam conhecimento sobre o conteúdo, pois se este havia sido abordado em anos anteriores, teria sido de modo superficial. Entretanto, ao serem questionados, em outra pergunta, se os triângulos dados eram semelhantes, a maioria dos alunos respondeu que sim, apresentando uma ideia de semelhança. O que pode ter facilitado essa resposta foi a representação de dois triângulos semelhantes.

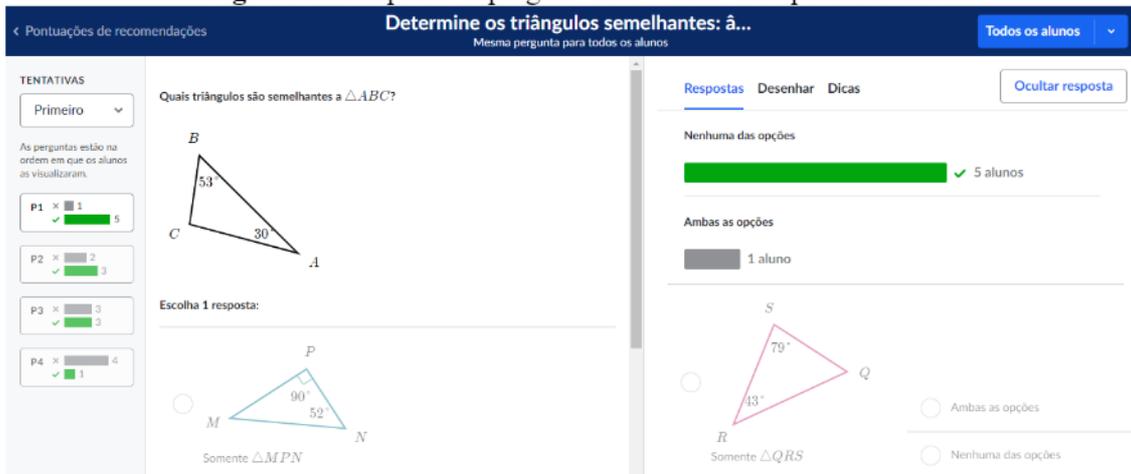
Na sequência, descrevem-se algumas das atividades realizadas no *Khan Academy*. Iniciou-se com atividades sobre razão e proporção, pré-requisitos para o estudo de semelhança de triângulos. Posteriormente, abordou-se conceitos, propriedades e exercícios sobre semelhança de triângulos no *Khan Academy*. Também se disponibilizou videoaulas no Google Sala de Aula como complementação ao estudo. Essas atividades foram realizadas de modo assíncrono, intercalando com os momentos de interação entre professor e aluno via *WhatsApp*, por mensagens escritas e de áudio.

Apresentam-se duas atividades desenvolvidas pelos alunos no *Khan Academy*, Figuras 1 e 2, que integram, respectivamente, os blocos de questões – **Determine os triângulos semelhantes: Ângulos – AA** e **Determine os triângulos semelhantes: LLL**.

No *Khan Academy*, os exercícios são nomeados por perguntas (P1, P2, ...). Conforme ilustrado na Figura 1, dos seis alunos que resolveram a pergunta P1, observou-se que cinco obtiveram êxito na resposta (cor verde) e apenas um aluno errou (cor cinza). Registra-se que esse bloco possui mais de três perguntas – P2, P3 e P4 – que foram respondidas pelos alunos, cujos resultados não se apresentam neste relato.



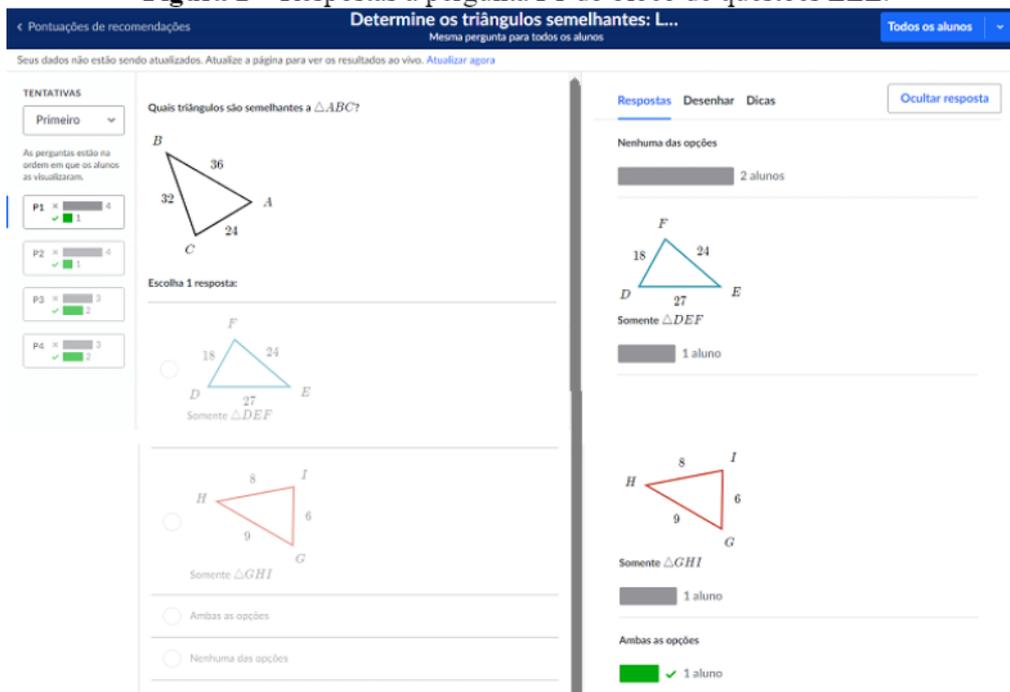
Figura 1 – Respostas à pergunta P1 do bloco de questões AA.



Fonte: Dados obtidos do Khan Academy (2020).

No que diz respeito ao bloco de questões LLL, a Figura 2 apresenta respostas à pergunta P1. Percebeu-se que os alunos tiveram mais dificuldade nessa pergunta, e consequentemente mais erraram do que acertaram a resposta. A solução para esse tipo de pergunta exige o cálculo da razão entre os lados correspondentes. Além disso, a posição dos triângulos deve ter dificultado a interpretação do enunciado e a resolução da questão.

Figura 2 – Respostas à pergunta P1 do bloco de questões LLL.



Fonte: Dados obtidos do Khan Academy (2020).



O *Khan Academy* também possui mecanismos quantitativos para gerar quadros que apresentam um panorama do envolvimento individualizado dos alunos nas tarefas recomendadas. Uma dessas possibilidades é por meio de atribuição de notas para as tarefas desenvolvidas nos blocos de atividades, que variam de 0 a 100 pontos.

O Quadro 2 apresenta os dados dos 11 alunos participantes do estudo, no caso específico de semelhança de triângulos, blocos de atividades **Ângulos – AA e LLL**.

Quadro 2 – Pontuação individual de cada aluno nas atividades de semelhança de triângulos.

ALUNOS	Introdução à semelhança de triângulos. Jul 17	Postulados/critérios da semelhança de triângulos Jul 17	Determine os triângulos semelhantes: ângulos Jul 17	Como determinar a semelhança de triângulos Jul 17	Determine os triângulos semelhantes: LLL Jul 17	Revisão sobre semelhança de triângulos Jul 17
ALUNO 8	✓	✓	100	✓	75	✓
ALUNO 7	-	-	-	-	-	-
ALUNO 5	✓	✓	50	✓	50	✓
ALUNO 1	✓	✓	0	-	75	✓
ALUNO 9	✓	-	-	-	-	✓
ALUNO 3	-	-	-	-	-	-
ALUNO 6	-	-	-	-	-	-
ALUNO 10	-	-	-	-	-	-
ALUNO 2	-	-	75	-	50	✓
ALUNO 4	✓	✓	75	-	50	✓

Fonte: Dados obtidos do *Khan Academy* (2020).

Quanto às notas obtidas, percebeu-se que mesmo quem assistiu as videoaulas e tirou dúvidas, apresentou dificuldades para desenvolver algumas tarefas, conforme anotações da pesquisadora. Nenhum dos alunos conseguiu obter 100 pontos em todas as atividades desenvolvidas nos dois blocos – **ângulos - AA e LLL**.

O Quadro 3 descreve outra possibilidade de apresentar um panorama do envolvimento individualizado dos alunos nas tarefas recomendadas no *Khan Academy*, nos aspectos: **Total de minutos de Aprendizado, Habilidades em que houve progresso e Habilidades sem progresso**. Referem-se a todas as atividades desenvolvidas pelos alunos participantes do estudo que abordou os conteúdos de razão, proporção e semelhança de triângulos.

Analisando o Quadro 3, observou-se que dois alunos não realizaram nenhuma das atividades (Alunos 10 e 11) e dois (Alunos 7 e 9) tentaram realizar algumas, não obtendo progresso nelas, isto é, ao resolverem os exercícios não conseguiram acertar a sua resposta. Os outros sete alunos obtiveram progresso e se dedicaram de 24 minutos (mínimo) a 535 minutos (máximo) para estudo no *Khan Academy*.

**Quadro 3** – Panorama das atividades realizadas pelos alunos no *Khan Academy*.

Identificação	Total de minutos de Aprendizado	Habilidades em que houve progresso	Habilidades sem progresso
Aluno 1	149	6	11
Aluno 2	104	19	3
Aluno 3	24	5	1
Aluno 4	66	13	2
Aluno 5	535	18	6
Aluno 6	142	3	2
Aluno 7	58	0	0
Aluno 8	174	21	3
Aluno 9	78	0	5
Aluno 10	0	0	0
Aluno 11	0	0	0

Fonte: Dados obtidos do *Khan Academy* (2020).

Sobre o tempo dedicado aos estudos no *Khan Academy*, considera-se que é algo relativo e não há como mensurar o ideal. Alguns alunos avançam nos estudos em menos tempo. Já outros, por terem mais dificuldades, levam mais tempo para realizar as mesmas atividades. É o que pode ter acontecido com os Alunos 5 e 8, uma vez que o Aluno 5 teve mais minutos de aprendizado e 18 habilidades de progresso, já o Aluno 8 teve menos minutos de aprendizado que o Aluno 5, mas alcançou progresso em 21 habilidades, o que pode demonstrar mais facilidade no entendimento e resolução das questões.

No decorrer das semanas de realização das atividades, percebeu-se que nem todos os alunos estavam fazendo as tarefas propostas. Em conversa com a professora regente da turma, esta informou que esses mesmos alunos nem sempre faziam as atividades disponibilizadas por ela nas aulas presenciais anteriores ao contexto das aulas remotas.

Como essas ações fizeram parte das atividades da escola, aplicou-se uma Avaliação Final, elaborada pela pesquisadora, que objetivou aferir a aprendizagem dos alunos sobre semelhança de triângulos. Essa avaliação, composta por questões de múltipla escolha e dissertativas, de nível médio de dificuldade quando comparada ao nível das questões do *Khan Academy*, foi desenvolvida individualmente pelos alunos, sendo a devolutiva postada por eles no Google Sala de Aula.

O Quadro 4 ilustra os dados obtidos nessa avaliação, com pontuação de 0 a 10.

Nesse quadro, as questões com as respostas corretas estão na cor azul, as incorretas na cor vermelha e as questões parcialmente corretas na cor amarela. Além disso, as questões não respondidas estão na cor branca.

**Quadro 4** – Pontuação obtida pelos alunos na Avaliação Final.

Aluno	1a	1b	1c	2	3	4a	4b	5	6a	6b	6c	6d	7a	7b	7c	8	9	10	Nota
1	Red	Blue	Blue	Blue	Red	Blue	Red	Red	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	7,0
2																			
3	Red	Blue	Blue	Blue	Blue	Yellow	Yellow	Blue	Blue	Red	Yellow	Yellow	Blue	Blue	Red	Blue	Blue	Red	7,0
4	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	10,0
5	Yellow	Blue	Yellow	Blue	Blue	Yellow	Yellow	Blue	Blue	Red	Yellow	Yellow	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Red	7,0
6	Yellow	Blue	Yellow	Blue	Blue	Yellow	Yellow	Blue	Blue	Red	Blue	Yellow	Blue	Blue	Red	Blue	Blue	Red	7,0
7																			
8	Yellow	Blue	Yellow	Blue	Blue	Yellow	Yellow	Blue	Blue	Red	Yellow	Yellow	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Red	7,0
9																			
10	Blue	Blue	Blue																1,0
11																			

Fonte: Dados obtidos no Google Sala de Aula (2020).

Verificou-se que, nessa avaliação, a maioria dos alunos que realizou as atividades obteve nota satisfatória. Apenas o Aluno 10 resolveu somente uma questão, já os alunos nomeados por Aluno 2, Aluno 7, Aluno 9 e Aluno 11 não resolveram nenhuma questão, visto que esses não estavam realizando as atividades no *Khan Academy*. Porém, o Aluno 2 surpreendeu, uma vez que havia realizado com êxito as atividades no *Khan Academy* e acabou não respondendo a Avaliação Final, apesar dos contatos feitos com ele.

Percepções dos Alunos Referente ao uso dos Recursos Educacionais Digitais

O Questionário Final, aplicado ao término da coleta de dados e respondido por oito alunos, teve como objetivo descrever as percepções destes sobre o uso dos Recursos Educacionais Digitais *Khan Academy*, do Google Sala de Aula e Google Formulários no ensino de semelhança de triângulos de modo remoto.

Quando questionados sobre o que mais gostaram no aplicativo *Khan Academy*, os Alunos 1 e 8 responderam que foram as atividades/problemas; o Aluno 4 respondeu que “*ele ajuda muito, tira as dúvidas, sempre explica bem*”; outros alunos (Alunos 1 e 10) responderam que gostaram de tudo; o Aluno 11 disse que gostou de poucas coisas; já o Aluno 6 respondeu que “*não utilizei o app para mais nada a não ser para fazer as atividades recomendadas*”.

Sobre as dificuldades apresentadas com o *Khan Academy*, três alunos responderam que não tiveram dificuldades (Alunos 3, 5 e 10) e o Aluno 4 respondeu que teve dificuldades no início, pois não sabia usá-lo, mas que após aprender estava gostando. Outros alunos também relataram que tiveram algumas dificuldades na resolução dos exercícios no *Khan Academy* por serem um pouco difíceis.



Em outra questão, além da experiência com o uso deste aplicativo, os alunos listaram pontos positivos e negativos sobre o seu uso, conforme dado no Quadro 5.

Quadro 5 – Respostas dos Alunos ao Questionário Final.

Questão: Como foi a sua experiência com o aplicativo <i>Khan Academy</i> e o estudo de Semelhança de Triângulos? i) Aponte pontos positivos. ii) Aponte pontos negativos.
Aluno 1 - <i>Foi uma experiência meio boa, pontos positivos algumas explicações eram bem claras de entender e pontos negativos não tinha experiência com o aplicativo.</i>
Aluno 3 - <i>Foi bom, ponto positivo é que foi tudo bem explicado.</i>
Aluno 4 - <i>Positivos: Bons vídeos, poder retornar os vídeos para entender as explicações, correção automática. Negativo: está ótimo não tenho nada a reclamar.</i>
Aluno 5 - <i>aprendi de formas diferentes, e conheci novos meios de estudos; às vezes não entendia muito bem o conteúdo.</i>
Aluno 6 - <i>O ponto positivo foi que aprendamos algo novo, o ponto negativo foi que foi poucos exemplos explicando.</i>
Aluno 8 - <i>Com o Khan Academy foi muito boa essa experiência com este aplicativo; Já como conteúdo de Semelhança de Triângulos foi bom, porém um pouco complicado.</i>
Aluno 10 - <i>Top.</i>
Aluno 11 - <i>Ruim de mexer, mas um app rápido.</i>

Fonte: Dados da pesquisa (2020).

Foi possível perceber que a maioria dos alunos gostou de utilizar o *Khan Academy*, apesar destes exporem que tiveram dificuldades iniciais para entender o funcionamento do aplicativo. No entanto, algumas dessas respostas se confundem com as dificuldades apresentadas no entendimento do conteúdo de semelhança de triângulos.

No tocante ao uso das Tecnologias Digitais para o ensino e aprendizagem, obteve-se as seguintes respostas, conforme dados descritos no Quadro 6.

Quadro 6 – Respostas dos Alunos ao Questionário Final.

Questão: Na sua opinião, o uso de uma ferramenta tecnológica pode contribuir para o ensino e a aprendizagem de conteúdos matemáticos?
Aluno 1 - <i>Eu não concordo plenamente pois a alunos que não conseguem aprender através de ensinoss online.</i>
Aluno 3 - <i>Porque sempre tem atividades e explicações lá.</i>
Aluno 4 - <i>Sim, pois teremos acesso a diferentes explicações para um determinado conteúdo e também diferentes formas de resolver as atividades.</i>
Aluno 5 - <i>eu acho que enquanto estamos em casa seria bom se outros professores fizessem proveito de mais aplicativos ou do mesmo para diferenciar e descontraír um pouco da rotina "ANTIGA".</i>
Aluno 6 - <i>Acho melhor vídeos, porém com a ferramenta que podemos perguntar quais são as nossas dificuldades no momento das perguntas.</i>
Aluno 8 - <i>Sim, pois é uma maneira modificada para novas possibilidades de estudo.</i>
Aluno 11 - <i>Porque é uma ferramenta boa pra pesquisas.</i>

Fonte: Dados da pesquisa (2020).

Nas respostas apresentadas, há referências ao ensino remoto, inclusive com críticas a esse formato de ensino, vide retorno do Aluno 1. Enquanto o Aluno 4 sugere



que sejam utilizados mais aplicativos digitais nas aulas remotas. Pelas respostas apresentadas, a maioria dos alunos defende o uso de Tecnologias Digitais no ensino.

Como os alunos não tinham experiência com o uso de tecnologias digitais nas aulas presenciais de Matemática, conforme relatado no Questionário Diagnóstico, creditou-se a isso algumas das dificuldades apresentadas por eles para se adaptarem a essa realidade do uso de Tecnologias Digitais para o ensino de Matemática, somando-se a isso outra experiência nova, o ensino remoto.

No que tange ao uso do Google Sala de Aula, a maioria dos alunos opinou que gostou de usá-lo, achou-o de fácil acesso e manuseio, além de ótimo recurso digital para estudo. No geral, os estudantes gostariam de continuar utilizando-a após o retorno às aulas presenciais. Porém, o Aluno 11 comentou que achou o Google Sala de Aula “*Ruim, preferia ir na escola mesmo*” e o Aluno 6 escreveu que “*Acho que não, por mais que prefiro aula online, aulas presenciais sérias (seriam) melhor para entendermos o conteúdo*”. Esses alunos demonstraram sua preferência pelas aulas presenciais.

Referente ao Google Formulários e seu uso para testes e avaliações de forma online, esse foi bem avaliado pelos alunos, inclusive foi sugerido que poderia ser utilizado nas aulas presenciais. Para o Aluno 4 ele “*É um método interessante, porém o problema é que alguns estudantes poderiam pesquisar na internet*”. O Aluno 5 respondeu: “*sim além de ser (ser) bem mais prático economizamos papel sem precisarmos nos preocuparmos com erros pois podemos apagar sem manchar de corretivo*”. Apenas um aluno avaliou negativamente o uso do Google Formulários, sem justificar sua resposta.

Após o relato das atividades desenvolvidas nessa experiência de ensino, faz-se uma breve ponderação no que diz respeito ao ensino remoto.

O acesso às Tecnologias Digitais e internet de boa qualidade nem sempre foi igualitário. Essa discrepância ficou bastante evidente na pandemia, conforme observado nesse relato. Da turma, os 11 alunos participantes desse estudo possuíam aparelho de celular e acesso à internet, mesmo que limitado, o que tornou possível realizar as atividades no *Khan Academy*, Google Sala de Aula, Google Formulários e envio e recebimento de mensagens pelo *Whatsapp*.

No entanto, devido a precariedade do acesso à internet, não foi possível realizar aulas síncronas, o que se pode concluir como uma fragilidade observada na implementação do ensino remoto. As dúvidas dos alunos eram resolvidas via *WhatsApp*, o que não se considera adequado. No entanto, foi um modo encontrado para a retomada



das aulas nessa turma em 2020.1, considerando a pandemia da COVID-19, o distanciamento social enfrentado e as condições de dispositivos eletrônicos e internet apresentados.

Considerações Finais

Este trabalho apresentou um relato de uma experiência de ensino realizada em um momento totalmente novo no contexto educacional, imposto pela pandemia da COVID-19, com necessidade de adequações e de novos aprendizados pelos professores e alunos, no que diz respeito ao ensino remoto. Teve como objetivo identificar potencialidades e fragilidades no uso dos Recursos Educacionais Digitais *Khan Academy*, Google Sala de Aula e Google Formulários para o ensino de semelhança de triângulos em aulas remotas.

Sobre as fragilidades identificadas com relação ao *Khan Academy*, tais como entender seu funcionamento e uso, consideram-se normais, pois foi o primeiro contato deles com esse recurso digital e ainda de modo remoto, realidade que não estavam acostumados, exigindo maior autonomia e dedicação para os estudos de forma individual. Soma-se a isso as dificuldades apresentadas no conteúdo de semelhança de triângulos, o que também pode ter influenciado negativamente no uso desse recurso digital.

Observa-se que, apesar de todos os esforços da pesquisadora responsável para estar disponível nos horários para tirar dúvidas, poucos alunos realizaram os exercícios ilustrados nas Figuras 1 e 2, sendo que quase todos eles dedicaram tempo de estudo no *Khan Academy*, conforme descrito no Quadro 3. Estes exercícios tratam de casos de semelhança de triângulos que são fundamentais para a compreensão deste conteúdo da Matemática. Todavia, ao resolverem questões sobre semelhança de triângulos na Avaliação Final, houve maior adesão e melhor êxito na solução dessas questões.

Neste sentido, não se tem elementos substanciais para avaliar a aprendizagem dos alunos nesse conteúdo, apesar de haver indícios de aprendizagem, conforme mostrado na seção anterior.

Ainda como um ponto de fragilidade, destaca-se o pouco tempo para a realização desta experiência de ensino e a não realização de atividades síncronas, com destaque para a indisponibilidade de recursos eletrônicos adequados e conexão à internet inadequada. Isso reflete a realidade de muitos lares brasileiros e foi bastante evidenciado nessa pandemia.



Por outro lado, considera-se um ponto positivo a retomada das aulas, mesmo que esta tenha ocorrido no formato remoto no contexto em questão. No que diz respeito a esse formato de ensino, alguns alunos manifestaram sua opinião contrária, pelas razões já elencadas. Reitera-se que a experiência aqui relatada ocorreu logo no início da implementação das aulas remotas, em 2020.1, em um período de muito aprendizado e necessidade de adequação para todos os envolvidos neste processo.

No tocante às potencialidades do uso dos Recursos Educacionais Digitais Google Sala de Aula e Google Formulários, pelas percepções da maioria dos alunos, foram bastante satisfatórias, inclusive sugerindo a continuidade do seu uso no retorno às aulas presenciais, conforme relatado na seção anterior.

Com relação ao *Khan Academy*, seu uso mostrou-se satisfatório para a maioria dos alunos participantes, conforme descrito no Quadro 5, apesar das dificuldades relatadas. Também se considera uma escolha acertada por ser um recurso digital de fácil acesso, com versão em português e que dispõe os conteúdos conforme a BNCC, além de ter a possibilidade de o aluno estudar no seu ritmo, podendo rever as videoaulas a qualquer tempo.

Após a realização deste trabalho, que relatou uma experiência vivenciada em tempos de pandemia, conclui-se essa etapa com maior preparo para atuar de forma que as Tecnologias Digitais estejam cada vez mais inseridas nas aulas de Matemática, principalmente no retorno as atividades presenciais.

Referências

ARRUDA, Eucidio Pimenta. Educação remota emergencial: elementos para políticas públicas na educação brasileira em tempos de Covid-19. **EmRede: Revista de Educação a Distância**, Porto Alegre, v. 7, n. 1, p. 257-275, 2020. Disponível em: <https://www.aunirede.org.br/revista/index.php/emrede/article/view/621/575>. Acesso em: 25 set. 2022.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. São Paulo: Autêntica, p. 107-119, 2019.

BORBA, Marcelo de Carvalho. Potencial scenarios for Internet use in the mathematics classroom. **ZDM Mathematics Education**, v. 41, p. 453-465, 2009.

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática e Educação**



Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

BORBA, Marcelo de Carvalho; SILVA, Ricardo Scucuglia Rodrigues da; GADANIDIS, George. **Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática:** sala de aula e internet em movimento. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC** (Ensino Fundamental). Brasília, DF, 2018. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/conselho-nacionalde-educacao/base-nacional-comum-curricular-bncc>. Acesso em: 11 out. 2019.

CORRÊA, Paulo Marcos Hollweg. **A plataforma Khan Academy como auxílio ao ensino híbrido em Matemática:** um relato de experiência. 2016. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Rio Grande, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Rio Grande, 2016.

JOHANNSEN, Deise de Matos. **Inserção do Khan Academy nas aulas de Matemática do 9º Ano do Ensino Fundamental:** um estudo de caso. 2015. Monografia (Especialização). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Especialização em Informática Instrumental para Professores do Ensino Fundamental, Porto Alegre, 2015. Disponível em <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/194950>. Acesso em: 25 set. 2022.

KONZEN, Sandra. **Reflexões acerca do uso do Khan Academy para o ensino de semelhança de triângulos em aulas remotas.** Dissertação (Mestrado). Universidade Federal da Fronteira Sul, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Chapecó, 2020.

MOGNHOL, Tiago Delpupo. **O uso da plataforma adaptativa Khan Academy no ensino de matemática e o impacto nas avaliações.** 2015. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Espírito Santo, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Vitória, 2015.

RADIN, Leandro Duarte; RODRIGUES, Márcio Alexandre Rodriguez de. **O estudo da semelhança de triângulos:** uma abordagem por meio de objetos de aprendizagem. 2015. Monografia (Especialização). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Especialização em Matemática, mídias digitais e didática para a educação básica, Porto Alegre, 2015.

Recebido em: 09 / 08 / 2022

Aprovado em: 03 / 11 / 2022

Estudo de Possibilidades do Uso de Objetos Virtuais de Aprendizagem no Ensino de Cônicas por meio de um Exercício de Imaginação Pedagógica

Possibilities Study of Virtual Learning Objects Using in Conics Teaching through an Pedagogical Imagination Exercise

Rosane Rossato Binotto¹

Vitor José Petry²

Sandy Maria Gaio³

RESUMO

Neste artigo, apresenta-se um estudo de possibilidades para o uso de objetos virtuais de aprendizagem (OVA), elaborados no GeoGebra, visando ao ensino de cônicas no Ensino Médio. O trabalho caracteriza-se como uma pesquisa de natureza qualitativa propositiva em que se realizou uma análise de possibilidades e potencialidades de interação e de abordagem de conceitos da Matemática, em dez OVA, por meio de um exercício de imaginação pedagógica desenvolvida pelos autores, na perspectiva de Skovsmose. Nesse exercício, elencaram-se conceitos, elementos e propriedades da elipse, da parábola e da hipérbole, que podem ser explorados, em especial a propriedade reflexiva, usada em diferentes aplicações. Destaca-se, também, a possibilidade de manipular elementos dos OVA, facilitando visualmente, aos estudantes, o entendimento de resultados matemáticos presentes nesses objetos. Espera-se que o material didático produzido seja utilizado pelos professores do Ensino Médio nas aulas de Matemática.

Palavras-chave: *Elipse; Parábola; Hipérbole; GeoGebra; Ensino Médio.*

ABSTRACT

This article presents a possibility study for the use of virtual learning objects (OVA), developed in GeoGebra, aiming conics teaching in High School. The work is characterized as a qualitative propositional research in which possibility and potential analysis of interaction and Mathematics concepts approach, in ten OVA, through a pedagogical imagination exercise, developed by the authors, from Skovsmose's perspective. In this exercise, concepts, elements and properties of the ellipse, the parabola and the hyperbola were listed, which can be explored, in particular the reflective property, used in different applications. It is also noteworthy the possibility of manipulating the OVA elements resulting a better viewing and understanding of mathematical

¹ Doutora em Matemática pela UNICAMP. Docente do Curso de Licenciatura em Matemática e do PROFMAT na Universidade Federal da Fronteira Sul - UFFS - Campus Chapecó/SC. E-mail: rosane.binotto@uffs.edu.br

² Doutor em Matemática Aplicada pela UFRGS. Docente do Curso de Licenciatura em Matemática e do PROFMAT na Universidade Federal da Fronteira Sul - UFFS - Campus Chapecó/SC. E-mail: vitor.petry@uffs.edu.br

³ Acadêmica do Curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Federal da Fronteira Sul - UFFS - Campus Chapecó. E-mail: sandymariagaio@gmail.com

results by the students present in these objects. It is expected that the didactic material produced will be used by High School teachers in Mathematics classes.

Keywords: *Ellipse; Parabola; Hyperbola; GeoGebra; High School.*

Introdução

No Brasil, o uso das tecnologias de informação e comunicação (TIC) nas aulas de Matemática iniciou a partir da primeira metade da década de 1990, quando muitos professores, estudantes e pesquisadores começaram a usar computadores para explorar possibilidades didáticas e pedagógicas, o que proporcionou o desenvolvimento de diversos softwares educacionais, com destaque para os softwares de geometria dinâmica (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2015). De acordo com esses autores, em geometria dinâmica, há a possibilidade de “[...] utilizar, manipular, combinar, visualizar e construir virtualmente objetos geométricos, permitindo traçar novos caminhos de investigação” (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2015, p. 23).

O advento dessas tecnologias vem proporcionando mudanças no modelo pedagógico estático e restrito, adotado por alguns professores, para aulas mais dinâmicas e interativas. Com o intuito de contribuir com materiais digitais para as aulas de Matemática, apresenta-se uma sequência de atividades composta por dez objetos virtuais de aprendizagem (OVA), construídos no GeoGebra, para o ensino de cônicas no Ensino Médio. Segundo Audino e Nascimento (2010), um OVA é qualquer material digital que possa ser utilizado e reutilizado para dar suporte ao processo de ensino.

Além da proposição dos OVA, apresenta-se um estudo de possibilidades de uso desses objetos pelos estudantes, realizado pelos autores deste trabalho. Esse estudo ocorreu por meio de um exercício de imaginação pedagógica, na perspectiva proposta por Skovsmose. Conforme esse autor, a imaginação pedagógica, ou pesquisa de possibilidades em Matemática, “[...] inclui não somente um estudo de ‘o que é’ ou ‘o que é construído’, mas também um estudo de ‘o que não é’ e ‘o que poderia ser construído’” (SKOVSMOSE, 2015, p. 69-70). Para tanto, ele sugere que se considere uma situação imaginada ou uma situação arranjada para efetuar tal pesquisa, sendo esta situação arranjada o mais próximo possível da realidade a ser investigada.

A presente pesquisa teve como objetivo descrever possibilidades e potencialidades de interação, que podem ser realizadas por estudantes do Ensino Médio, com OVA sobre cônicas. Realizou-se uma pesquisa de abordagem qualitativa propositiva, em que foram propostos dez OVA, analisados por meio do exercício de imaginação pedagógica.

Diante do exposto, neste artigo, discorre-se sobre o marco teórico do trabalho com destaque para TIC, OVA e imaginação pedagógica. Na sequência, expõe-se o delineamento metodológico do trabalho. Em resultados e discussões, apresentam-se dez OVA sobre cônicas e realiza-se uma análise de possibilidades, para cada um deles, focada nas percepções dos autores deste trabalho. Por fim, explicitam-se as considerações finais.

Marco Teórico

Numa sociedade em constante evolução tecnológica, é imprescindível que a comunidade escolar busque integrar-se às novas situações emergidas do avanço tecnológico. Observa-se o potencial das TIC nos mais diversos contextos da atividade humana, pela capacidade de permitir rápida transmissão e acesso às informações e ao conhecimento, o que pode favorecer seu uso no âmbito educacional. Isso seguramente passa por adequar as metodologias, métodos ou estratégias de ensino e aprendizagem a essa realidade, de forma que as TIC estejam presentes em diferentes abordagens dos objetos do conhecimento trabalhados com os estudantes.

De acordo com Oliveira, Moura e Sousa (2015), as TIC são “um conjunto de recursos tecnológicos integrados entre si, que proporcionam, por meio das funções de software e telecomunicações, a automação e comunicação dos processos de negócios, da pesquisa científica e de ensino e aprendizagem” (OLIVEIRA; MOURA; SOUSA, 2015, p. 4).

Kenski (2003) sugere que as TIC impulsionam novas formas de aprender, visto que:

Os atributos das novas tecnologias digitais tornam possível o uso das capacidades humanas em processos diferenciados de aprendizagem. A interação proporcionada por *softwares* especiais e pela Internet, por exemplo, permite a articulação das redes pessoais de conhecimentos com objetos técnicos, instituições, pessoas e múltiplas realidades [...] para a construção de espaços de inteligência pessoal e coletiva (KENSKI, 2003, p. 05).

Um aspecto a ser considerado sobre o uso das tecnologias em sala de aula consiste no fato de os educandos estarem cada vez mais imersos no mundo digital, por meio de jogos, redes sociais, vídeos ou qualquer outra atividade que lhes desperte curiosidade e proporcione satisfação. Assim, a interação com aplicativos, softwares, jogos ou qualquer tipo de mídia digital mostra-se uma alternativa promissora na tentativa de despertar o interesse e a motivação dos estudantes, visando aproximá-los dos conteúdos a serem trabalhados e romper barreiras de aprendizagem.

Contudo, o uso das TIC em sala de aula pode oferecer aos estudantes muitos caminhos a percorrer, podendo facilmente ocorrer o desvio da finalidade, que é o processo de ensino e aprendizagem. Por isso, é indispensável a presença mediadora do professor, pois é ele quem pode dinamizar todo esse processo por meio dos artefatos disponíveis, buscando explorá-los ao máximo com criatividade e objetivos bem definidos. Ponte (2003) salienta a relevância dos professores de Matemática no decorrer de suas aulas e a necessidade de estes dominarem as ferramentas das TIC, em especial softwares educacionais específicos da sua disciplina ou de educação, no âmbito geral.

Pesquisadores da área da Educação Matemática frequentemente propõem investigações que exploram o uso das TIC e suas potencialidades em sala de aula e, na maioria das vezes, com resultados promissores, considerando que as tecnologias viabilizam a experimentação e a rápida visualização de diferentes situações. Com isso, proporcionam maior tempo e melhores argumentos para discussões e reflexões sobre os problemas abordados em suas mais diversas formas, permitindo investigar, descobrir e desmistificar a Matemática. De acordo com Scheffer (2012, p. 31), “a incorporação de novos recursos tecnológicos na sala de aula de matemática resulta na criação de ambientes de aprendizagem que levam o estudante ao desenvolvimento de novos conceitos e à consolidação da aprendizagem”.

A importância do uso de artefatos tecnológicos em sala é evidenciada também nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Neles se aborda a necessidade “do uso de computadores pelos alunos como instrumento de aprendizagem escolar, para que possam estar atualizados em relação às novas tecnologias da informação e se instrumentalizarem para as demandas sociais presentes e futuras” (BRASIL, 1998, p. 67).

O uso de tecnologias digitais também está previsto na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que traz, nas competências e habilidades do Ensino Médio, a recomendação de se utilizar artefatos tecnológicos, como softwares ou aplicativos de álgebra e de geometria dinâmica, para o auxílio na aprendizagem. A importância da utilização de softwares que permitam visualizações dinâmicas está presente em diversos momentos do documento, como, por exemplo, na quinta competência específica da área de Matemática e suas Tecnologias:

Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas (BRASIL, 2018, p. 532).

Nesse sentido, o uso de softwares de geometria dinâmica, como o GeoGebra, por exemplo, é relevante, pela possibilidade de construção e representação algébrica e geométrica de inúmeros objetos de estudo. Isso permite a interação dinâmica e ágil dos estudantes em diferentes situações, possibilitando a percepção das mais diversas formas de visualização de objetos matemáticos e de propriedades relacionadas a esses objetos. Destaca-se, ainda, a importância do uso de aplicativos ou softwares de forma integrada, acompanhados de formalização dos conceitos matemáticos e suas aplicações. Considera-se fundamental a intervenção do professor como mediador no processo de ensino.

Ao se referir à inserção e uso de tecnologias nas aulas de Matemática, é fundamental apresentar opções aos professores que atuam na Educação Básica de forma a facilitar esse processo. Uma das possibilidades apontadas por diversos autores para o desenvolvimento de propostas metodológicas remete ao desenvolvimento e aplicação de OVA, como ferramenta auxiliar para o processo de ensino e aprendizagem, tendo como objetivo possibilitar diferentes formas de representação dos objetos de estudo. Conforme Hay e Knaack (2007), OVA são todas as ferramentas interativas, baseadas na *Web*, que apoiam o aprendizado de conceitos específicos, incrementando, ampliando ou orientando o processo cognitivo dos aprendizes. De acordo com Spinelli (2007, p. 7):

Um objeto virtual de aprendizagem é um recurso digital reutilizável que auxilie na aprendizagem de algum conceito e, ao mesmo tempo, estimule o desenvolvimento de capacidades pessoais, como, por exemplo, imaginação e criatividade. [...] Dessa forma, pode compor um percurso didático, envolvendo um conjunto de atividades e integrando a metodologia adotada para determinado trabalho.

Guarda e Petry (2020, p. 717), consideram que “os OVA constituem-se como elementos auxiliares no processo de aprendizagem de conteúdos da Matemática, contribuindo na motivação e interação dos estudantes, permitindo uma visualização gráfica/geométrica dos objetos estudados”. Ressaltam, porém, a necessidade de complementação dos estudos mediante sistematizações para o desenvolvimento de habilidades da representação descritiva desses objetos.

Ainda sobre os benefícios de se trabalhar com OVA, na interação entre professor e estudante, Alcântara (2015, p. 2), afirma que

Com a dinâmica dos Objetos Virtuais de Aprendizado - OVA, os alunos passam de sujeitos passivos que só copiam os conteúdos a sujeitos mais ativos que interagem com o novo, despertando um maior interesse pois são eles que manipulam o computador e não o professor, tornando o aprendizado mais dinâmico para ambos os lados, onde os alunos não recebem o aprendizado, bem pelo contrário, o constroem de forma que não esquecem assim tão facilmente, porque o apelo visual fica bem mais fácil do que algo totalmente escrito.

Além do desenvolvimento e disponibilização de OVA para auxiliar professores da Educação Básica na inserção das TIC nas aulas de Matemática, é importante que esses objetos sejam acompanhados de sugestões de sequências de atividades ou de análise de possibilidades e potencialidades de interação. Essa análise tem como objetivo sugerir ao professor uma gama de opções e perspectivas de abordagens de conceitos e conteúdos da Matemática e suas aplicações a partir da interação com os OVA disponibilizados.

A análise de possibilidades, conforme Skovsmose (2015), quando ela se refere à escolarização e à educação é denominada imaginação pedagógica. Segundo esse autor, “tal imaginação pode sugerir que práticas educativas alternativas são possíveis” (SKOVSMOSE, 2015, p. 76).

Ainda de acordo com esse autor, a imaginação pedagógica necessita de combustível e de recursos para ocorrer, sendo importante na busca de alternativas para o processo de ensino e aprendizagem. Esse exercício constitui-se em uma “pesquisa de possibilidades” através de um “raciocínio exploratório” com o relacionamento entre diferentes situações. Tem também a finalidade de “desenvolver uma compreensão mais profunda da situação imaginada [...] é por meio desse processo que a situação imaginada se torna fundamentada” (SKOVSMOSE, 2015, p. 79). Assim, sugere-se transformar a imaginação em alternativas mais acessíveis, estabelecendo novas possibilidades ou formas de abordagem dos conteúdos a serem trabalhados com os estudantes.

No que diz respeito aos OVA e à imaginação pedagógica, conforme Spinelli (2007), um OVA pode contribuir para o desenvolvimento da imaginação que, no contexto educacional, é entendida como uma situação matemática que pode ser explorada a partir da interação com o objeto. Segundo Lima (2021, p. 124), “a partir de uma situação imaginada, pode-se analisar as possibilidades de levá-la à situação corrente”, provocando reflexões na tentativa de responder a algumas questões, como “o que, de fato, pode ser

feito? O que pode ser organizado? Que ferramentas existem à disposição? Há algum entrave que impossibilite a implementação de algo?” (LIMA, 2021, p. 124).

Delineamento Metodológico

Este trabalho consistiu-se em uma pesquisa de abordagem qualitativa propositiva. Insere-se na perspectiva qualitativa, pois pretende “[...] atingir aspectos do humano sem passar pelos crivos da mensuração, sem partir de métodos previamente definidos e, portanto, sem ficar preso a quantificadores e aos cálculos decorrentes” (BICUDO, 2019, p. 113). Ainda, de acordo com Bogdan e Biklen (1997, p. 209), os estudos de natureza qualitativa “devem revelar maior preocupação pelo processo e significado, e não pelas suas causas e efeitos”.

Trata-se em um estudo propositivo, pois nele, de acordo com Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 69), o pesquisador “não utiliza dados e fatos empíricos para validar uma tese ou ponto de vista, mas a construção de uma rede de conceitos e argumentos desenvolvidos com rigor e coerência lógica”.

Nessa perspectiva, propôs-se uma sequência de atividades definidas a partir da elaboração de OVA sobre cônicas. Desenvolveu-se uma pesquisa de possibilidades por meio de um exercício de imaginação pedagógica, na perspectiva proposta por Skovsmose (2015), considerando as percepções dos próprios autores do trabalho. Nesse exercício são apontados os principais conceitos e conteúdos relacionados ao estudo de cônicas que podem ser abordados a partir da interação de estudantes do Ensino Médio com os objetos.

Resultados e Discussões

Nesta seção, apresentam-se os OVA e, para cada um deles, realiza-se uma breve descrição do objeto, seguido da análise de possibilidades e potencialidades de interação e de conceitos que possam ser explorados. A manipulação dos OVA pode ser realizada por professores e estudantes, mas o foco é o seu uso para a aprendizagem.

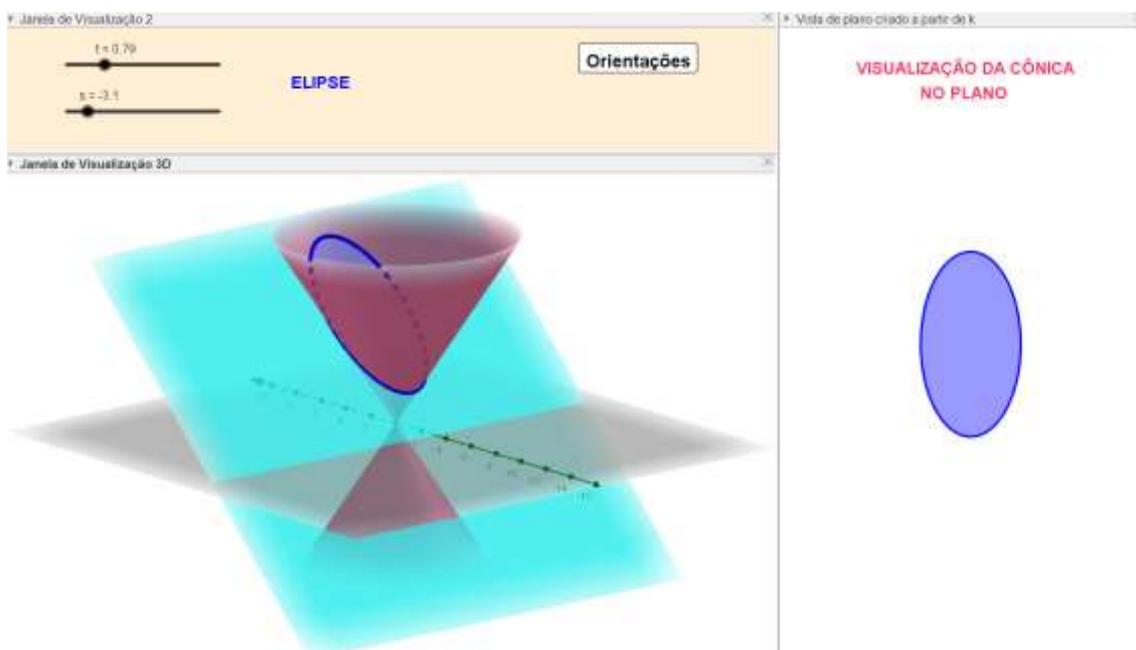
Introdução ao estudo das cônicas

Com a finalidade de introduzir o estudo das cônicas a partir da interseção de um plano com um cone circular reto de duas folhas, apresentam-se o OVA 1 e o OVA 2. As curvas obtidas nessas interseções são denominadas seções cônicas ou, simplesmente, cônicas,

que podem ser: parábolas, elipses e hipérbolas. Pode-se obter também as cônicas degeneradas: ponto, reta e um par de retas, não abordadas neste trabalho.

O OVA 1, em que um *print* do GeoGebra é ilustrado na Figura 1, apresenta um cone circular reto de duas folhas, um plano secante a ele, uma seção cônica (elipse) e sua representação no plano (ou da região determinada por ela). Além de controles deslizantes com números t e s , em que t representa o ângulo entre o plano secante ao cone e o eixo horizontal e s está associado à translação desse plano ao longo desse eixo.

Figura 1 – OVA 1: Seção cônica.



Fonte: Os Autores, 2021.

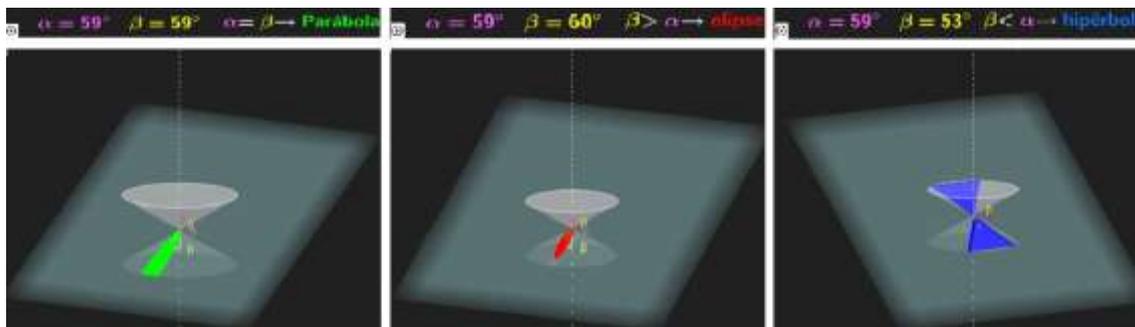
A partir das orientações especificadas, o estudante pode movimentar os controles deslizantes e observar a seção cônica obtida. Pela interação com o objeto, pode-se observar, por exemplo, que se mantendo o valor de t fixo e movendo-se o controle deslizante s , o tipo de cônica obtida é sempre o mesmo, para qualquer valor de s diferente de zero. Além disso, por meio da interação com o OVA, ao alterar os valores de t , pode-se observar que, uma vez fixado o cone, existe um número $0 < a < \pi$ tal que: se $t = 1$ ou $t = a$ e $s \neq 0$, a cônica obtida é uma parábola; se $0 < t < 1$ ou $a < t < \pi$ e $s \neq 0$, a cônica obtida é uma elipse; se $1 < t < a$ e $s \neq 0$, a cônica obtida é uma hipérbole. Para o cone utilizado neste OVA, $a = 2,14$. Quando $s = 0$, são obtidas as cônicas degeneradas.

O OVA 2, em que *prints* do GeoGebra são apresentados na Figura 2, foi desenvolvido com o objetivo de caracterizar as cônicas a partir da identificação de relações entre os

ângulos α e β , sendo β o ângulo determinado pelo plano secante ao cone e seu eixo central e α o ângulo entre uma reta diretriz do cone e seu eixo central.

Ao clicar no *play* (localizado no canto esquerdo superior da tela do GeoGebra), o plano secante é animado, alterando o valor do ângulo β e tornando esse OVA interativo.

Figura 2 – OVA 2 em diferentes situações.



Fonte: Adaptado pelos Autores de *Conic Section - angles* – GeoGebra⁴, 2021.

Desse modo, os estudantes podem analisar a relação entre os ângulos α e β e a respectiva cônica obtida, concluindo que: se $\alpha = \beta$, a cônica é uma parábola; se $\alpha < \beta$, a cônica é uma elipse; e se $\alpha > \beta$, a cônica é uma hipérbole, Figura 2.

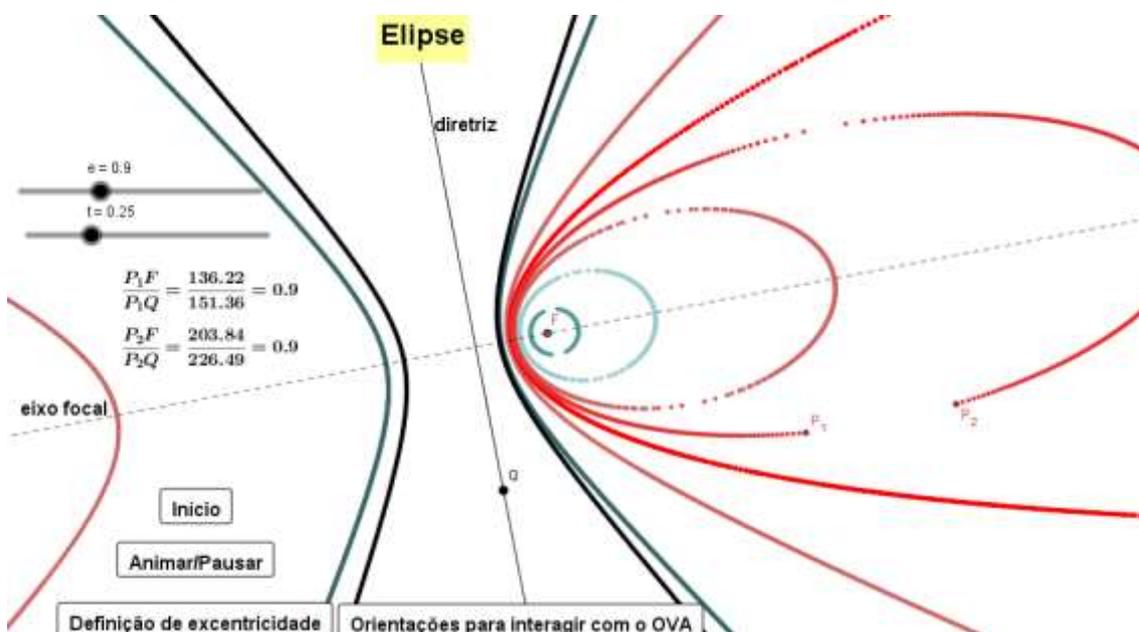
Com a finalidade de visualizar as diferentes cônicas que podem ser obtidas a partir de uma reta diretriz e um foco, elaborou-se o OVA 3, que possui um *print* do GeoGebra, ilustrado na Figura 3. Na tela inicial desse OVA, é dada uma reta diretriz e um foco F . Esses elementos podem ser livremente alterados por meio de manipulação, seguindo as orientações que aparecem na tela, ao acionar o botão específico. Esse OVA possui também um controle deslizante em que é possível escolher o valor da excentricidade para a representação do lugar geométrico correspondente à cônica.

A excentricidade pode ser definida como sendo a razão entre a distância de um ponto P qualquer da cônica até o foco e a distância desse ponto até a reta diretriz, ou seja, $e = \frac{PF}{PQ}$, sendo que e é a excentricidade e Q é a projeção ortogonal de P sobre a reta diretriz. Ao resolver esse problema para um ponto genérico P (que varia de acordo com as distâncias consideradas, mantendo a razão igual à constante e), chega-se a uma equação polinomial de segundo grau, que poderá ter até duas raízes.

⁴ Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/vw3kawyn>. Acesso em: 10 nov. 2021.

Assim, foram definidos dois pontos P_1 e P_2 , de forma que, habilitados seus rastros, estes percorrem o lugar geométrico que representa a cônica a ser visualizada, ao ativar o botão Animar/Pausar.

Figura 3 – OVA 3: Definição das cônicas a partir da reta diretriz e um dos focos.



Fonte: Os Autores, 2021.

A imagem da Figura 3 mostra as cônicas geradas para distintos valores da excentricidade. Pela interação com o objeto, pode-se observar que, quando $e < 1$, a cônica obtida corresponde a uma elipse. No momento do *print* apresentado nesta figura, o valor da excentricidade era $e = 0,9$ e os pontos P_1 e P_2 estavam ambos no mesmo semiplano (com origem na diretriz) que o ponto F . Nesse caso, as distâncias dos pontos da curva até o foco e até a diretriz, respectivamente, são limitadas, sendo que ao passar desses limites, a equação de segundo grau mencionada, não tem solução. Para dois valores específicos das referidas distâncias, a solução é única e, para valores abaixo desse limite, têm-se duas soluções, resultando em pontos distintos, conforme ilustrado na Figura 3. A união de todos os pontos P_1 e P_2 , que mantém a razão entre as distâncias constantes, é que define o lugar geométrico da respectiva cônica.

Para o caso em que $e = 1$, tem-se $\frac{PF}{PQ} = 1$ e, portanto, $PF = PQ$. Independente da distância considerada, a solução para a referida equação do segundo grau é única, de forma que os pontos P_1 e P_2 são coincidentes. Isso pode ser observado ao animar o OVA 3. Nesse caso, os pontos P_1 e P_2 (de forma coincidente) descrevem a parábola representada

em vermelho na Figura 3. Observa-se, também, nesse caso, que todos os pontos desse lugar geométrico estão no mesmo semiplano do ponto F .

Ao escolher um valor da excentricidade $e > 1$, é possível observar duas soluções para o ponto P , independente das distâncias consideradas, de forma que, nestes casos, sempre se tem $P_1 \neq P_2$, formando os dois ramos de uma hipérbole, que ficam em semiplanos opostos (em relação à reta diretriz).

A caixa de texto inserida nesse OVA, com as razões entre as distâncias, permite observar que, mesmo que as distâncias sejam diferentes entre os pontos considerados, ao animar o objeto as respectivas razões se mantêm constantes e iguais ao valor da excentricidade escolhida. É possível, por meio desse OVA, estabelecer uma relação entre o valor da excentricidade e o tipo de cônica obtida, bem como concluir que, quanto maior for o valor da excentricidade, maior será a curvatura da respectiva cônica.

Além da determinação das cônicas pela reta diretriz e um dos seus focos, de acordo com a excentricidade, como sugerido nesse OVA, existem outras formas equivalentes para defini-las. Essas formas são as mais usuais nos materiais didáticos disponíveis para o Ensino Médio e são exploradas em OVA apresentados na sequência. Também são exploradas propriedades de cada uma das cônicas abordadas, com o objetivo de auxiliar na compreensão de aplicações deste estudo em situações práticas.

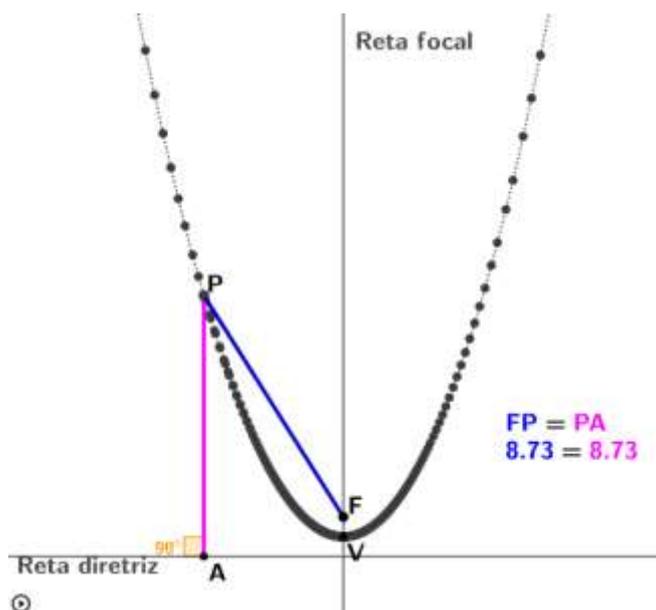
Parábola: definição, elementos e propriedade refletora

Pretende-se, com o OVA 4, explorar a definição de parábola e identificar seus elementos. Nesse objeto, é possível animar o ponto P clicando no *play*, localizado no canto inferior esquerdo do objeto, como mostrado na Figura 4.

Animando o OVA 4, o ponto P percorre o lugar geométrico da parábola e, conseqüentemente, os comprimentos dos segmentos FP e PA alteram-se; contudo, mantêm-se a igualdade entre eles, ou seja, $FP = PA$. Ao manipular esse OVA, os estudantes podem iniciar e parar a animação várias vezes com o intuito de verificar a veracidade dessa igualdade. Por outro lado, conforme P é animado, o rastro desse ponto permanece e, nesse sentido, espera-se que os estudantes percebam que todos os pontos que satisfazem à igualdade mencionada estão em uma parábola.

Com esse mesmo OVA, também pode-se abordar os elementos da parábola: foco (F), vértice (V), reta diretriz e reta focal (ou eixo focal). É possível, também, alterar a posição do foco, facilitando a compreensão entre as dependências desses elementos.

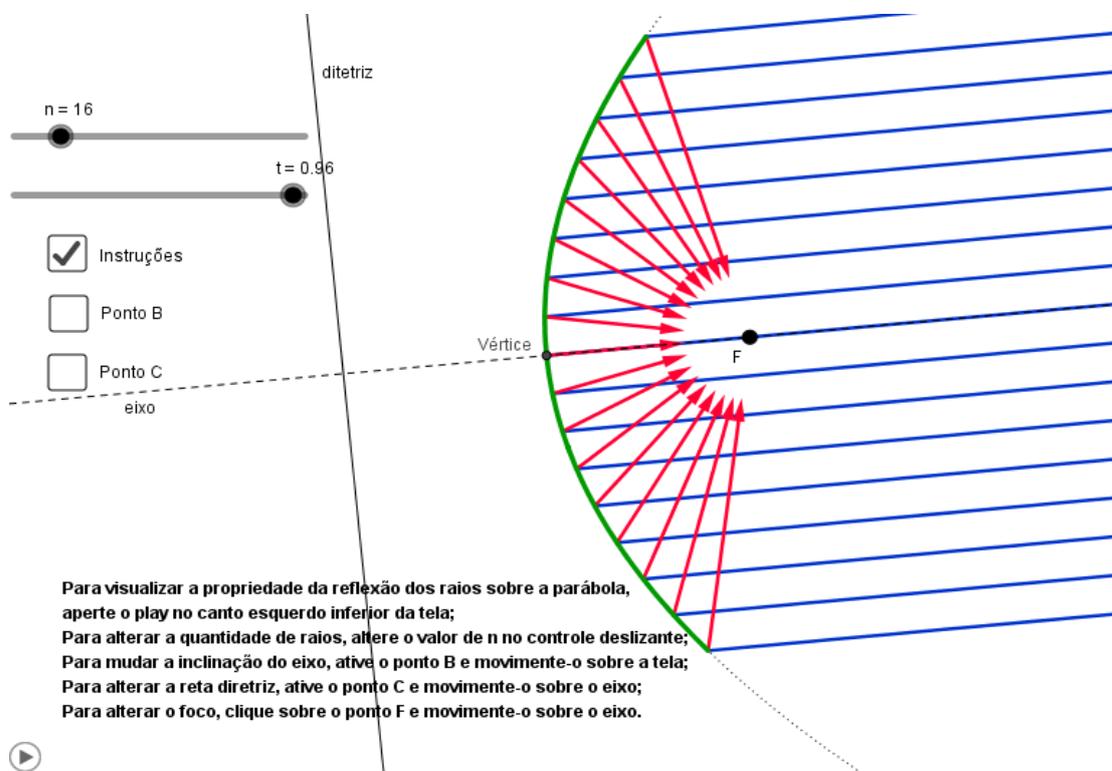
Figura 4 – OVA 4: Conceito de parábola.



Fonte: Os Autores, 2021.

Para ilustrar uma propriedade da parábola usada em aplicações, como antenas parabólicas, espelhos parabólicos usados em faróis de carros, dentre outras, desenvolveu-se o OVA 5, ilustrado na Figura 5.

Figura 5 – OVA 5: Propriedade refletora da parábola.



Fonte: Os Autores, 2021.

Ao acionar o botão com as instruções, mostram-se as principais informações necessárias para sua manipulação e visualização da propriedade. Com esse OVA, espera-se que o estudante perceba que todos os raios incidentes sobre a parábola, paralelamente ao eixo focal, são refletidos para o seu foco, considerando a parábola uma curva sobre uma superfície espelhada.

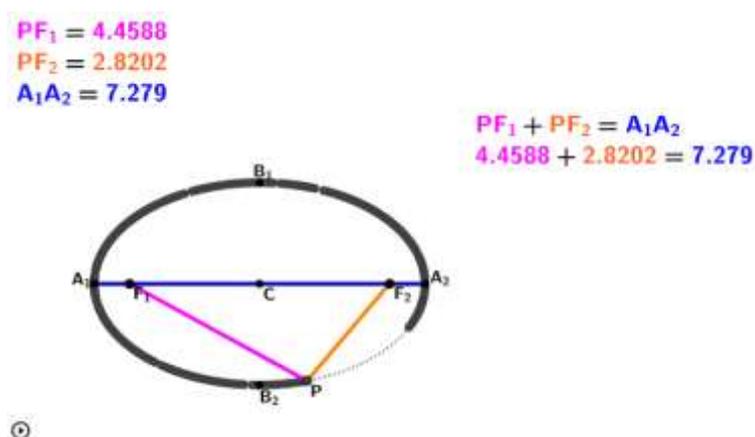
A possibilidade de alterar o foco, o eixo focal e a reta diretriz permite que o estudante compreenda que essa propriedade é válida para qualquer parábola, bastando que os raios incidentes sejam paralelos ao seu eixo focal.

Elipse: definição, elementos e propriedade refletora

O OVA 6, ilustrado na Figura 6, tem como objetivo introduzir a definição de elipse e identificar alguns de seus elementos. Trata-se de um objeto interativo em que o ponto P pode ser animado, percorrendo o lugar geométrico da elipse.

Dado um ponto P na elipse, conforme sua posição no plano muda, os comprimentos dos segmentos F_1P e F_2P alteram-se; contudo, sua soma sempre resulta no valor do comprimento do segmento A_1A_2 , ou seja, $F_1P + F_2P = A_1A_2$. Para verificar a veracidade dessa equação, para alguns casos, pode-se utilizar uma das possibilidades de manipulação desse OVA, que é iniciar e parar a animação, clicando no *play* e, assim, visualizar os resultados obtidos na equação apresentada no objeto.

Figura 6 - OVA 6: Definição de elipse.



Fonte: Os Autores, 2021.

Nesse objeto, também pode-se explorar os elementos da elipse, tais como focos (F_1 e F_2), vértices (A_1, A_2, B_1 e B_2), eixo maior (A_1A_2), eixo menor (B_1B_2) e centro (C), Figura 6.

Pode-se manipular esse OVA alterando a posição dos focos, por exemplo, e com isso perceber que, conseqüentemente, os demais elementos também se alteram, possibilitando a compreensão das dependências entre eles. Também pode-se mover os focos da elipse para outras posições do plano e observar o que ocorre com a posição dos seus eixos, bem como de seus comprimentos.

Ainda no que diz respeito à elipse, ela possui uma propriedade, segundo a qual qualquer raio, emitido a partir de um dos seus focos em direção à curva determinada por ela, é refletido por esta em direção ao outro foco. Sua veracidade e validação do ponto de vista dos conceitos e propriedades da Matemática pode ser atestada a partir da manipulação de um OVA desenvolvido com essa finalidade, mas não apresentado neste artigo⁵.

Os argumentos matemáticos que o sustentam se baseiam em resultados relacionados à congruência de triângulos, propriedades do triângulo isósceles, de retas tangentes, propriedade do ângulo de incidência e de reflexão, além da própria definição do lugar geométrico da elipse. Dessa forma, ao abordá-lo, é possível e conveniente que o professor retome com os estudantes os conceitos envolvidos nessa validação.

Uma animação que ilustra a propriedade citada anteriormente pode ser verificada na interação com o OVA 7, mostrado na Figura 7. Ao interagir com esse objeto, os estudantes podem alterar os elementos da elipse e, independente da elipse obtida, a propriedade pode ser verificada.

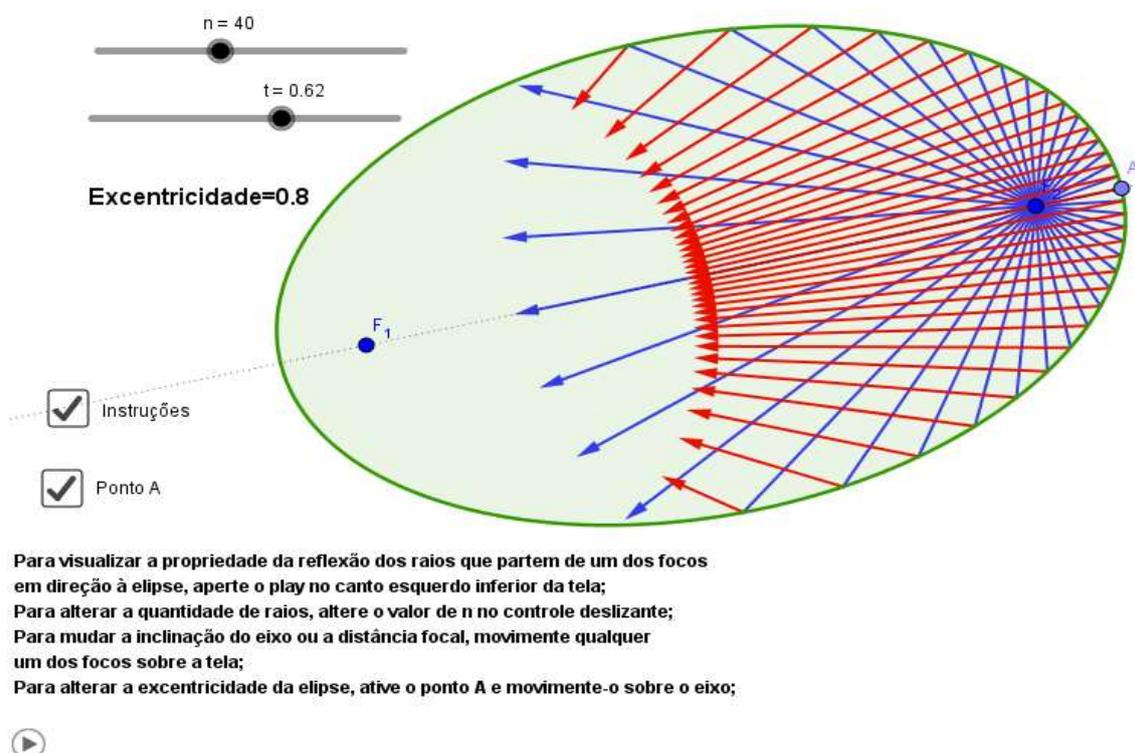
Ao acionar a animação do OVA, é exibida uma sequência de vetores (representados na cor azul) com origem em um dos focos da elipse e extremidade variável sobre as semirretas com mesma origem. Em algum momento, cada um desses vetores intercepta a elipse. A partir desse ponto de interseção, traça-se um outro vetor (representado na cor vermelha), de modo que o ângulo de incidência (do vetor sobre a citada semirreta) sobre a curva seja congruente ao ângulo de reflexão. Esse segundo vetor, com origem em um ponto sobre a elipse, é refletido na direção do outro foco.

Essa propriedade está presente em diferentes aplicações, como, por exemplo, na confecção de espelhos elípticos, que servem para direcionar os raios de uma fonte luminosa para um ponto de interesse. Essa situação pode ser observada na iluminação usada em consultórios de dentistas (ou de mesas cirúrgicas), em que esta deve ser

⁵ Este OVA está disponível em: <https://www.geogebra.org/m/qccarw4u>. Acesso em: 30 ago. 2022.

direcionada para um ponto específico da boca (ou do corpo) do paciente, evitando atingir os olhos.

Figura 7 – OVA 7: Propriedade refletora da elipse.



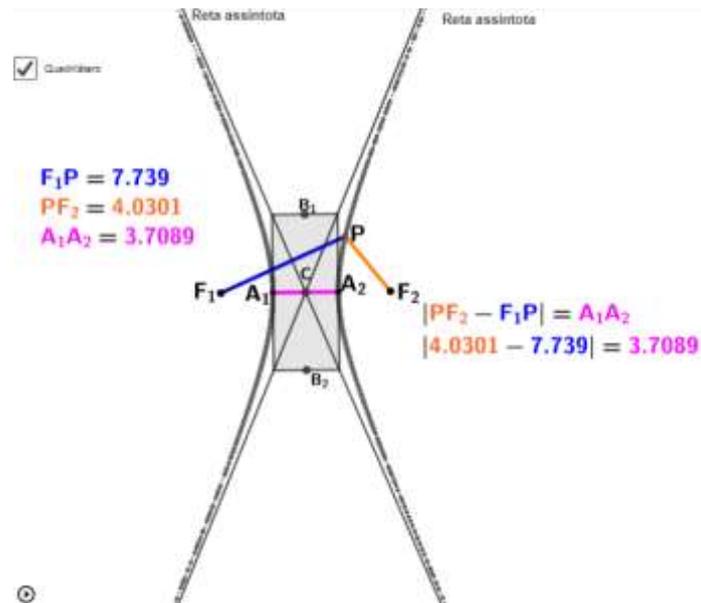
Fonte: Os Autores, 2021.

Hipérbole: definição, elementos e propriedade refletora

O OVA 8, ilustrado na Figura 8, tem como finalidade explorar, de modo dinâmico e interativo, a definição de hipérbole e abordar alguns de seus elementos. Nesse objeto, o ponto P pode ser animado, percorrendo-se o lugar geométrico definido pela hipérbole. Assim, os comprimentos dos segmentos PF_2 e F_1P alteram-se; contudo, o módulo da diferença desses comprimentos é sempre igual ao comprimento do segmento A_1A_2 , ou seja, $|PF_2 - F_1P| = A_1A_2$. O estudante pode animar o ponto P , que pertence à hipérbole, e pausar a animação sempre que quiser. Ele pode verificar a validade dessa equação, visualizando o resultado obtido na equação apresentada no objeto.

Nesse OVA também podem ser explorados os elementos da hipérbole, tais como focos (F_1 e F_2), vértices (A_1 e A_2), eixo focal (A_1A_2), eixo imaginário (B_1B_2) e centro (C). A distância focal é a medida do segmento F_1F_2 . Além disso, destacam-se as retas assíntotas da hipérbole (Figura 8). Movendo-se, por exemplo, os focos e vértices da elipse, observa-se que, conseqüentemente, os demais elementos também se alteram, mostrando assim as dependências desses elementos.

Figura 8 – OVA 8: Definição e elementos de uma hipérbole.



Fonte: Os Autores, 2021.

Um outro elemento que se espera que o estudante perceba é o retângulo formado (Figura 8), que tangencia a hipérbole nos vértices, cujas diagonais estão nas assíntotas da hipérbole. Pode-se explorar características desse retângulo, de forma a chegar na relação $(CF_2)^2 = (CA_2)^2 + (CB_1)^2$.

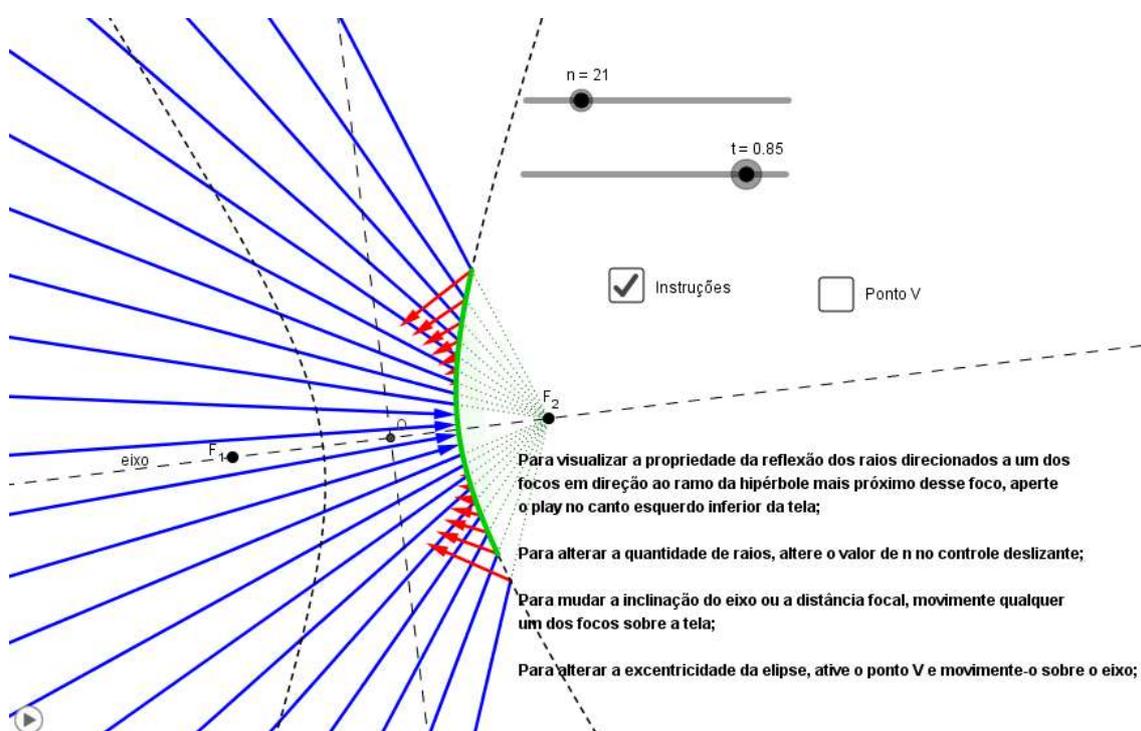
Além disso, o estudante pode mover os focos ou os vértices da hipérbole para outras posições no plano e observar o que acontece com a posição da hipérbole e com o comprimento de seu eixo focal.

A interação da Geometria com a Álgebra, permitida no GeoGebra, destacada nas Figuras 4, 6 e 8, facilita a exibição da equação geral dessas cônicas. Contudo, considera-se necessário que o professor sistematize e formalize os conceitos de forma a construir com os estudantes essas equações a partir dos elementos conhecidos. Os autores elaboraram outros objetos mais específicos para essa finalidade, não disponibilizados neste artigo.

Uma propriedade da hipérbole, usada em diversas aplicações, consiste no fato de que, ao incidir um raio sobre um espelho convexo situado em um dos ramos da cônica direcionado para o foco localizado no interior da região convexa delimitada pelo respectivo ramo, este será refletido na direção do outro foco. Essa propriedade pode ser observada na interação com o OVA 9, cujo *print* do GeoGebra é mostrado na Figura 9. Ao interagir com esse objeto, é possível alterar os elementos da hipérbole, conforme orientações disponíveis no botão de instruções.

Ao acionar a animação do OVA 9, cria-se uma sequência de vetores (representados na cor azul) com origem em diferentes pontos do plano e extremidade variável sobre as semirretas com origem no ponto F_2 . Em algum momento, cada um desses vetores intercepta o ramo da hipérbole que delimita uma região convexa contendo o ponto F_2 . A partir desse ponto de interseção, traça-se um outro vetor (representado na cor vermelha), de modo que o ângulo de incidência (do vetor sobre a semirreta citada) sobre a curva seja congruente ao ângulo de reflexão. Esse segundo vetor, com origem em um ponto sobre o ramo da hipérbole, será refletido na direção do outro foco.

Figura 9 – OVA 9: Propriedade refletora da hipérbole.

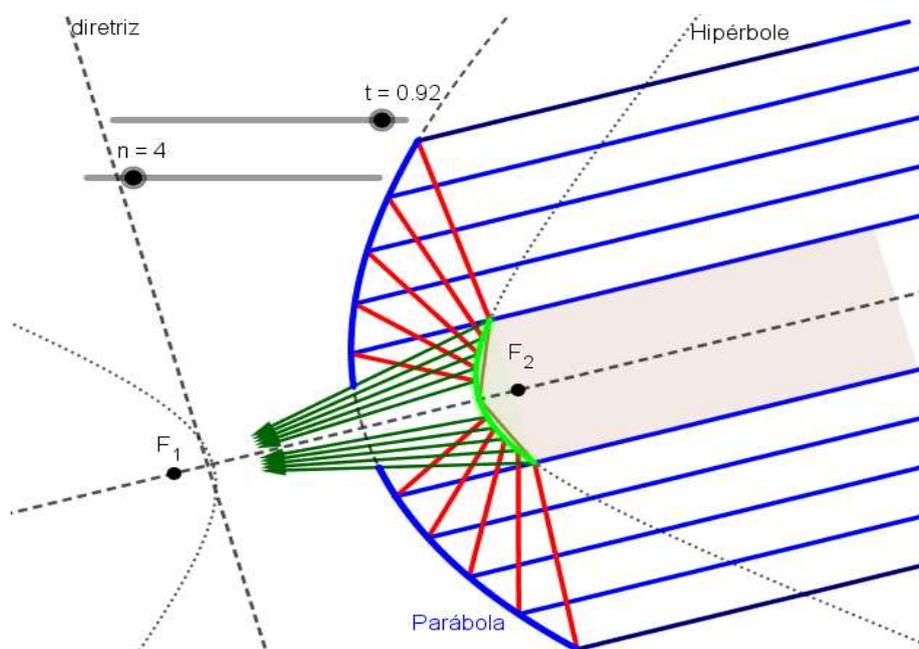


Fonte: Os Autores, 2021.

A veracidade e validação do ponto de vista dos conceitos e propriedades da Matemática pode ser atestada a partir da manipulação de um outro OVA desenvolvido com essa finalidade, usando argumentos matemáticos, principalmente geométricos, que os sustentam. Essa propriedade está presente em diferentes aplicações, como, por exemplo, em espelhos hiperbólicos, que servem para direcionar os raios para um ponto de interesse, como é o caso de um telescópio refletor. O funcionamento desse tipo de telescópio baseia-se em dois espelhos: um parabólico côncavo e um hiperbólico convexo, conforme esquema obtido na animação do OVA 10, mostrado na Figura 10. Nesse caso, o foco da parábola coincide com um dos focos da hipérbole (F_2).

Dessa forma, de acordo com as propriedades da parábola verificadas no OVA 5, os raios incidem paralelamente ao eixo sobre o espelho parabólico (representados na cor azul no OVA 10) e são refletidos (em cor vermelha) para o seu foco, que também é foco do espelho hiperbólico. Assim, como os raios incidem sobre o espelho hiperbólico em direção ao foco F_2 , estes são refletidos (com representação na cor verde) em direção ao outro foco (F_1), de acordo com a propriedade verificada no OVA 9. Como consequência, a imagem é formada e pode ser visualizada no foco F_1 .

Figura 10 – OVA 10: Funcionamento de um telescópio.



Fonte: Os Autores, 2021.

Ao propor a interação dos estudantes com esse OVA, é possível alterar os focos e a reta diretriz da parábola, de forma a obter diferentes tamanhos de espelhos ou mesmo distâncias focais, permitindo flexibilidade na montagem do refletor hiperbólico e, adequando-o, assim, às necessidades de cada situação a ser observada. Basta apenas observar a necessidade de coincidir o foco F_2 do espelho hiperbólico com o foco do espelho parabólico, de modo a manter a validade das propriedades mencionadas.

Considerações Finais

Neste trabalho, desenvolveu-se um estudo de possibilidades para o uso de OVA, elaborados no GeoGebra, visando ao ensino de cônicas, no Ensino Médio, por meio de um exercício de imaginação pedagógica. Indicaram-se possibilidades e potencialidades

que podem ser exploradas neste estudo. Dentre os tópicos que podem ser abordados a partir da interação dos estudantes com os OVA desenvolvidos neste trabalho, destacam-se a obtenção de diferentes lugares geométricos ao seccionar um cone circular reto de duas folhas por um plano, dando origem a diferentes seções cônicas. Abordaram-se, também conceitos, elementos e propriedades, do ponto de vista geométrico, da parábola, da elipse e da hipérbole. Explorou-se, também, a obtenção da representação do lugar geométrico determinado por essas cônicas, no plano, a partir da determinação de uma reta diretriz e de um foco, em função de sua excentricidade. Ainda, apresentaram-se OVA que permitem explorar as definições usualmente apontadas em materiais didáticos para o estudo das cônicas no Ensino Médio, acompanhados de OVA que permitem visualizar algumas de suas propriedades usadas em aplicações práticas.

Ao desenvolver a análise das possibilidades, sugere-se que a interação dos estudantes com os objetos possa contribuir para a aprendizagem de conceitos matemáticos, bem como para a compreensão da importância de suas propriedades em aplicações para a projeção de equipamentos usados em situações práticas. Acredita-se que o fato de estarem acompanhados de um exercício de imaginação pedagógica que aponta algumas possibilidades e potencialidades de exploração e manipulação do material desenvolvido favoreça sua utilização. Isso corrobora com as proposições de Skovsmose (2015) quando sugere que esse exercício permite transformar a imaginação em alternativas mais acessíveis, estabelecendo novas possibilidades ou formas de abordagem dos conteúdos a serem trabalhados com os estudantes.

Vale ressaltar que as possibilidades não se esgotam na análise explicitada neste trabalho, podendo este exercício ser ampliado por professores e até mesmo por estudantes aos interagirem com os OVA. Ao refazer o seu próprio exercício de imaginação pedagógica, o professor pode avaliar a melhor forma de usar os OVA no momento de abordar esses objetos de estudos com seus estudantes.

Apesar das inúmeras possibilidades de TIC disponíveis aos professores de Matemática, como, por exemplo, o GeoGebra ou outros softwares dinâmicos, identificam-se com frequência muitos desafios, dificuldades e barreiras que ainda trazem resistência para sua inserção nas aulas. Um fator a ser considerado nesse sentido refere-se à demanda de tempo (muitas vezes não disponibilizada dentro da jornada normal de trabalho do professor) necessária para a preparação de OVA com atividades interativas. Essa demanda é ainda maior para aqueles professores que apresentam certa dificuldade de interação com tecnologias, que, em muitos casos, não estavam acessíveis no momento

de sua formação profissional. Isso reforça a importância do desenvolvimento e disponibilização de OVA aos professores, principalmente aqueles objetos que exigem um conhecimento mais aprofundado dos softwares, pois

a apropriação dessas tecnologias para fins pedagógicos requer um amplo conhecimento de suas especificidades tecnológicas e comunicacionais e que devem ser aliadas ao conhecimento profundo das metodologias de ensino e dos processos de aprendizagem. Não é possível pensar que o simples conhecimento da maneira de uso do suporte (ligar a televisão ou o vídeo ou saber usar o computador e navegar na Internet) já qualifica o professor para a utilização desses suportes de forma pedagogicamente eficiente em atividades educacionais (KENSKI, 2003, p. 05).

A disponibilidade de diferentes OVA, acompanhados das respectivas sugestões de uso, pode minimizar as dificuldades trazidas por esses professores, motivando-os e encorajando-os para o uso das TIC em sua prática docente. Entende-se que a universidade, em seus grupos de pesquisa, juntamente com os professores de Matemática em formação, seja um espaço adequado para esse desenvolvimento.

Por fim, entende-se que OVA são elementos auxiliares importantes no processo de aprendizagem de conteúdos da Matemática, principalmente por permitirem visualizações geométricas (e algébricas) dos objetos estudados, de forma rápida e dinâmica, permitindo comparar suas diferentes perspectivas. Isso permite a elaboração de conjecturas referentes às propriedades, levando os estudantes a uma melhor compreensão dos conceitos abordados. Ressalta-se, porém, a necessidade da constante intervenção mediadora do professor, com objetivos bem definidos, visando melhor explorar as potencialidades dos objetos utilizados, bem como uma complementação mediante sistematizações e da formalização dos conceitos neles abordados.

Agradecimento

A pesquisa apresentada neste trabalho teve apoio financeiro da UFFS por meio de projeto PES-2020-0299, aprovado no Edital N° 270/GR/UFFS/2020.

Recebido em: 10/03/2022
Aprovado em: 06/09/2022

Referências

ALCÂNTARA, R. L. Utilização dos OVAs (Objetos Virtuais de Aprendizagem) no processo de aprendizagem de alunos desde as séries iniciais utilizando Power Point. **Revista Eletrônica Argentina-Brasil de Tecnologias da Informação e da Comunicação**, v. 1, n. 3, 2015. Disponível em: <https://revistas.setrem.com.br/index.php/reabtic/article/view/79>. Acesso em: 08 dez. 2021.

AUDINO, D. F.; NASCIMENTO, R. S. Objetos de aprendizagem – diálogos entre conceitos: uma nova proposição aplicada à educação. **Revista Contemporânea de Educação**, v. 5, n. 10, p. 128-148, 2010. Disponível em <https://revistas.ufrj.br/index.php/rce/article/view/1620/1468>. Acesso em: 08. nov. 2021

BICUDO, M. A. V. Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. São Paulo: Autêntica, 2019, p. 107-119.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Portugal: Porto Editora, 1997.

BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R. S.; GADANIDIS, G. **Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática: sala de aula e Internet em movimento**. Belo Horizonte: Autêntica, 2015.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Orientações didáticas. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/UNDIME, 2018.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3. ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2012.

GUARDA, S. M.; PETRY, V. J. Uso de Objetos Virtuais de Aprendizagem Visando a Compreensão e a Representação de Elementos da Geometria Analítica. **Acta Latinoamericana de Matemática Educativa**, v. 33, n. 1, p. 707-7017, 2020.

HAY, R. H.; KNAACK, L. Evaluating the learning in learning objects. **Open Learning: The Journal of Open and Distance Education**, v. 22, n. 1, p. 5-28, 2007.

KENSKI, V. M. Aprendizagem Mediada pela Tecnologia. **Revista Diálogo Educacional**, v. 4, n. 10, p. 47-56, 2003.

LIMA, P. C. Imaginação pedagógica, educação matemática e inclusão: em busca de possibilidades para as aulas de Matemática. **Intermaths**. v. 2, n. 1, p. 121-137, 2021. Disponível em: <https://periodicos2.uesb.br/index.php/intermaths/article/download/8595/5927>. Acesso em: 19 set. 2021.

OLIVEIRA, C.; MOURA, S. P.; SOUSA, E. R. TIC'S na educação: a utilização das tecnologias da informação e comunicação na aprendizagem do aluno. **Pedagogia em Ação**, v. 7, n. 1, p. 1-21, 2015.

PONTE, J. P. Investigação sobre investigações matemáticas em Portugal. **Investigar em Educação**, v. 2, p. 93-169, 2003.

SCHEFFER, N. F. A argumentação em matemática na interação com tecnologias. **Ciência e Natura**, v. 34, p. 23-38, 2012.

SKOVSMOSE, O. Pesquisando o que não é, mas poderia ser. In: D'AMBROSIO, U.; LOPES, C. E. (Org.). **Vertentes da subversão na produção científica em educação matemática**. Campinas: Mercado de Letras, 2015, p. 63-90.

SPINELLI, W. **Os Objetos Virtuais de Aprendizagem**: ação, criação e conhecimento. s/d. Disponível em: <http://www.lapef.fe.usp.br/rived/textoscomplementares/textoImodulo5.pdf>. Acesso em: 28 jul. 2021.

CONCEPÇÕES DE ÁLGEBRA, EDUCAÇÃO ALGÉBRICA E PENSAMENTO ALGÉBRICO DE PROFESSORES DA EDUCAÇÃO BÁSICA

CONCEPTIONS OF ALGEBRA, ALGEBRAIC EDUCATION AND ALGEBRAIC THINKING OF BASIC EDUCATION TEACHERS

Larissa Cassol Mohr¹

Rosane Rossato Binotto²

Resumo: Este artigo apresenta resultados de uma pesquisa que objetivou investigar concepções de um grupo de professores da Educação Básica acerca de álgebra, educação algébrica e pensamento algébrico. Desenvolveu-se uma pesquisa de abordagem qualitativa com estudo de caso, tendo como instrumento de produção de dados, um questionário aplicado a um grupo de professores atuantes no Ensino Fundamental e Médio, respectivamente, de escolas públicas e privadas, localizadas na região do município de Chapecó - SC. Este estudo ancorou-se em diversas concepções, envolvendo a álgebra, presentes na literatura e que embasaram a elaboração das categorias textuais de análise dos dados, segundo a análise de conteúdo de Bardin. Concluiu-se que as concepções dos professores sobre os temas propostos são diversas e vão ao encontro do apresentado na literatura, com destaque à perspectiva da resolução de problemas e da habilidade de generalizar situações envolvendo um padrão matemático ou não.

Palavras-chave: Concepções algébricas; Ensino Básico; Professores de Matemática; Educação Matemática.

Abstract: This paper presents the results of a research that aimed to investigate conceptions of a group of teachers of Basic Education about algebra, algebraic education and algebraic thinking. It was developed a qualitative research with a case study, having as instrument of data production, a questionnaire applied to a group of teachers working in Elementary and Secondary Education, respectively, in public and private schools, located in the region of the city of Chapecó - SC. This study was anchored in several conceptions, involving algebra, present in the literature and which were the basis for the elaboration of textual categories of data analysis, according to Bardin's content analysis. It was concluded that the conceptions of the teachers about the proposed themes are diverse and are in line with what is presented in the literature, with emphasis on the perspective of problem solving and the ability to generalize situations involving a mathematical pattern or not.

Keywords: Algebraic concepts; Basic Education; Mathematics Teachers; Mathematics Education.

1 Introdução

Compreender a Matemática pode ser um momento crítico e enigmático para grande parte das pessoas, estando elas em qualquer etapa de aprendizado, inclusive na

¹ Licenciada em Matemática, Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS). Chapecó, SC, Brasil. E-mail: larissa_cmohr@hotmail.com.

² Doutora em Matemática (PPGM - UNICAMP). Professora Adjunta da Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS). Chapecó, SC, Brasil. E-mail: rosane.binotto@uffs.edu.br.

vida adulta. Quando o assunto é lecionar essa disciplina, podem surgir contextos desafiadores, que abrangem o domínio dos conteúdos, a criticidade e a capacidade didática, e destacadamente, a relação entre professor e aluno.

Segundo Rocha e Fiorentini (2005), a decisão de ser professor, bem como o caminho percorrido durante a sua formação é árduo, marcado por medos, dúvidas e ansiedades. O objetivo principal desse percurso é garantir a formação consolidada de indivíduos capazes de favorecer o aprendizado.

Nesse sentido, percebe-se que assumir o ofício de lecionar Matemática, evidencia a incumbência de ensinar. Compreende-se que para satisfazer a a docência, dominar os conteúdos constitui um pilar importante, aliado à forma como são mediados ou abordados. Convém assinalar que alguns conteúdos curriculares dificultam o exercício da docência, pois, de acordo com Tardif e Raymond (2000), considerando a forma como o professor teve contato com os conteúdos no decorrer de sua formação inicial, o modo como esse profissional compreende e interpreta esses conteúdos, define a sua concepção de ensino.

Sobre os tópicos de Matemática a serem ensinados, Veloso e Ferreira (2011) destacam que a álgebra é complexa. Possivelmente, isso ocorre devido às diferentes concepções de conhecimento algébrico existentes, manifestadas no momento da exploração dos conteúdos de álgebra. Com isso, apesar de ser rica em significados, conceitos e aplicações, a álgebra pode ser explorada superficial ou meramente mecânica, tornando dificultoso o desenvolvimento do pensamento algébrico pelo aluno.

Assim, mostrou-se relevante investigar as diferentes concepções (sobre conteúdos, significados, representações e interpretações, entre outras) da álgebra de professores atuantes da Educação Básica. Para tal, formulou-se a seguinte questão de pesquisa: quais são as concepções de álgebra, educação algébrica e pensamento algébrico, firmadas por professores atuantes da Educação Básica, da região de Chapecó - SC? Como objetivo, propôs-se investigar as concepções sobre álgebra, educação algébrica e pensamento algébrico de um grupo de professores da Educação Básica da região do município de Chapecó - SC.

A pesquisa que originou este artigo decorreu da dificuldade observada em alunos da Educação Básica para compreenderem conteúdos de álgebra. A dificuldade foi identificada pela primeira autora ao realizar atividades acadêmicas durante o seu curso de graduação em Matemática. Após uma revisão da literatura e conhecer o escopo do tema, observou-se que o foco principal de muitas investigações referentes ao ensino da álgebra

está no aluno, deixando em segundo plano o olhar para o professor e a forma com que ele concebe o ensino.

Da mesma forma que a literatura apresenta concepções variadas de álgebra e do pensamento algébrico, entre os professores não é diferente. Assim, torna-se imprescindível conhecer o entendimento dos professores sobre o objeto de estudo, para compreender as ações docentes em sala de aula.

Tomou-se como base, o trabalho desenvolvido por Melo e Zuin (2019), que desenvolveram um estudo de caso sobre o modo como os professores definem, interpretam e concebem a álgebra e o seu ensino. Os referidos autores correlacionam as expressões dos livros didáticos utilizadas pelos professores participantes, de modo a identificar possíveis influências dos livros didáticos na interpretação da álgebra.

Nesse sentido, este trabalho aborda o marco teórico da álgebra, fundamentado em estudos existentes sobre as concepções de álgebra, com destaque para as definições da álgebra e do pensamento algébrico, propostos Lins e Gimenez (1997), Usiskin (1995) e Ponte, Branco e Matos (2009). No delineamento metodológico desta pesquisa, apresenta-se o cenário, o perfil dos sujeitos participantes, o instrumento de produção dos dados e a forma de sua categorização. Na sequência, dedica-se atenção à análise dos dados produzidos, conforme as categorias estabelecidas.

Destaca-se que este artigo é um recorte de atividades desenvolvidas pela primeira autora, Mohr (2021), em seu Trabalho de Conclusão de Curso na Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), *Campus Chapecó - SC*.

2 Marco teórico

A álgebra e a aritmética, embora estejam interligadas, diferem entre si em aspectos específicos. Conforme descrição dada por Booth (1995), há uma diferença entre elas que:

[...] é, obviamente, a utilização, nesta última, de letras para indicar valores. As letras também aparecem em aritmética, mas de maneira bastante diferente. A letra *m*, por exemplo, pode ser utilizada em aritmética para representar "metros", mas não para representar o número de metros, como em álgebra. (BOOTH, 1995, p. 30).

Segundo Lins e Gimenez (1997), a álgebra e a aritmética são delineadas na Matemática escolar de acordo com os conteúdos que abordam, assim, a álgebra implica: equações, inequações, funções, dentre outras especificidades. Já a aritmética é a parte da Matemática que lida com as operações numéricas. Além disso, esses autores sugerem que

não apenas a álgebra depende da aritmética ou vice-versa, mas também que são mutualistas.

Para Souza e Diniz (1996), a álgebra constitui-se na linguagem matemática para expressar fatos genéricos, possuindo seus próprios símbolos e regras. Os símbolos são representados por letras e sinais da aritmética, enquanto as regras, oriundas da aritmética, possibilitam a manipulação de símbolos, garantindo o que é possível e o que não é dentro deste contexto.

Percebe-se na visão de Lins e Gimenez (1997), como na de Souza e Diniz (1996), as especificidades da álgebra e da aritmética, não devendo serem tratadas de forma isolada no ensino da Matemática. Contudo, muitas vezes, na Educação Básica há resistência para aliar os dois tópicos, de modo que a introdução à álgebra se torna um processo complexo para o professor.

Conforme Oliveira e Laudares (2015), a postura do professor influencia diretamente o estudo da álgebra. Mesmo sendo um tópico bastante delicado e desafiador, é necessário que tenha em mente a importância de ministrá-lo de modo a favorecer a construção do pensamento algébrico do educando, bem como, a significação dos conceitos específicos da álgebra.

Assim, mostra-se oportuno averiguar quais são as concepções de professores da Educação Básica sobre a educação algébrica e a álgebra em si, visto que a forma pela qual os mesmos as definem, atribuem significado e designam importância, podem constituir fatores determinantes para que o seu ensino e aprendizagem dos alunos. Além disso, os professores desenvolvem métodos específicos para a docência de acordo com o ambiente em que estão inseridos e mesmo que o conteúdo algébrico a ser mediado seja o mesmo em ambas as situações, as concepções e interpretações atribuídas à álgebra por eles podem vir a ser distintas (TARDIF; RAYMOND, 2000).

Para Garnica (2008), uma concepção contextualizada e relacionada às crenças, valores, percepções, juízos e experiências prévias; definindo-a como um suporte para ação. Ainda na visão do autor, “mantendo-se relativamente estáveis, as concepções criam-se alguns hábitos, algumas formas de intervenção que julgamos seguras” (GARNICA, 2008, p. 5).

Segundo Ponte, Branco e Matos (2009), algum tempo atrás a resposta correta para a pergunta: quais são os objetos fundamentais da álgebra? Seria: expressões e equações. Atualmente essa resposta já não satisfaz a pergunta, por reduzir a álgebra a uma atividade de manipulação de símbolos e processos de resolução de equações, dando ao simbolismo

potencialidade no contexto algébrico, e ao mesmo tempo, fraqueza. Assim, “o grande objectivo do estudo da Álgebra nos ensinos básico e secundário é desenvolver o pensamento algébrico dos alunos. Esse pensamento inclui a capacidade de manipulação de símbolos, mas vai muito além disso”. (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 9).

No que se refere ao pensamento algébrico, esse é definido como:

[...] processo no qual os alunos generalizam as ideias matemáticas a partir do conjunto de casos particulares, estabelecendo generalizações por meio de argumentações, expressando-as, progressivamente, de modo formal e adequado à sua idade”. (BLANTON; KAPUT, 2005, p. 413, tradução nossa).

Além disso, para Kaput (2000), a generalização envolve a extensão do raciocínio ou da comunicação, em que o foco não está mais nos casos ou situações particulares, “[...] mas nos padrões, procedimentos, estruturas e nas relações entre eles (tornando-se novos objetos de raciocínio ou comunicação” (KAPUT, 2000, p. 6, tradução nossa).

Na visão de Usiskin (1995, p. 13), “as finalidades da álgebra são determinadas por, ou relacionam-se com, concepções diferentes da álgebra que correspondem à diferente importância relativa dada aos diversos usos das variáveis”.

Esse autor estabelece quatro concepções para a álgebra, levando em consideração os diferentes usos de variáveis, elucidadas no Quadro 1.

Concepção da Álgebra	Uso das variáveis
Aritmética generalizada	Generalizadoras de modelos (traduzir, generalizar)
Meio de resolver certos problemas	Incógnitas, constantes (resolver, simplificar)
Estudo de relações	Argumentos, parâmetros (relacionar, gráficos)
Estrutura	Sinais arbitrários no papel (manipular, justificar)

Quadro 1: Concepções da álgebra e uso das variáveis

Fonte: Usiskin (1995, p. 20).

As concepções de álgebra estabelecidas por Usiskin (1995), mostram o uso de variáveis presente em situações e contextos diversos, devendo ser exploradas em sua totalidade durante o processo de ensino do tópico, apresentando possibilidades algébricas amplas e significativas.

Ainda, no contexto das concepções de Lins e Gimenez (1997), o projeto de educação algébrica permite aos alunos produzirem significados para a álgebra e desenvolverem o pensamento algébrico. Para isso, tais estudiosos apontam quatro possíveis linhas para a atividade algébrica: letrista, letrista facilitadora, álgebra como aritmética generalizada e campo conceitual (Quadro 2).

Concepções de Álgebra	Características
Letrista	A atividade algébrica fica restrita ao cálculo com letras. Apresenta-se a técnica (algoritmo) seguida da prática (resolução de exercícios).
Letrista facilitadora	Parte-se do “concreto” para se chegar no “formal”. Utiliza-se material concreto/manipulativo e situações reais no processo de abstração.
Álgebra como aritmética generalizada	Desenvolver, universalizar, moldar uma situação. A álgebra surge da generalização de casos particulares da aritmética.
Campo conceitual	Baseada na teoria de Vergnaud. Caracteriza-se pela expressão de generalidade, ou seja, algo que geral apenas em certa situação; tratado como caso isolado.

Quadro 2: Concepções de álgebra atribuídas a Lins e Gimenez (1997)

Fonte: Adaptado de Lins e Gimenez (1997) e Melo e Zuin (2019).

Nem sempre é verdadeira a percepção dos professores sobre seus alunos estarem aprendendo álgebra ou desenvolvendo o pensamento algébrico, pelo simples fato de dominarem a resolução de equações ou a manipulação de símbolos. Desse modo, Ponte, Branco e Matos (2009) atentam para o fato de resumir a atividade algébrica à exclusiva manipulação simbólica, correspondendo a redução da álgebra a apenas uma de suas vertentes, ao uso de expressões, equações e inequações.

Assim, o ensino sólido e de qualidade da álgebra deve proporcionar ao educando – além da capacidade de lidar com equações, expressões e funções – o desenvolvimento do pensamento algébrico, ocorrendo pela reflexão, abstração, observação de regularidades e generalização de problemas matemáticos ou de outros domínios.

Nesse sentido, o Quadro 3, dispõe as vertentes fundamentais do pensamento algébrico, propostas por Ponte, Branco e Matos (2009).

Vertentes	Características
Representar	<ul style="list-style-type: none"> - Ler, compreender, escrever e operar com símbolos usando as convenções algébricas usuais; - traduzir informações representadas simbolicamente para outras formas de representação (por objectos, verbal, numérica, tabelas, gráficos) e vice-versa; - evidenciar sentido de símbolo, nomeadamente interpretando os diferentes sentidos no mesmo símbolo em diferentes contextos.
Raciocinar	<ul style="list-style-type: none"> - relacionar (em particular, analisar propriedades); - generalizar e agir sobre essas generalizações revelando compreensão das regras; - deduzir.
Resolver problemas e modelar situações	- usar expressões algébricas, equações, inequações, sistemas (de equações e de inequações), funções e gráficos na interpretação e resolução de problemas matemáticos e de outros domínios (modelação).

Quadro 3: Vertentes fundamentais do pensamento algébrico

Fonte: Ponte, Branco e Matos (2009, p. 11).

Com base nesse quadro, percebe-se que a álgebra é ampla em possibilidades e vertentes de ensino, incluindo-se o pensamento algébrico. Para consolidar esse fenômeno, o professor deveria promover situações, reflexões e aplicar métodos de ensino. Além disso, esse profissional precisa reconhecer o amplo potencial da álgebra, o que muitas vezes, pode ser tarefa difícil.

3 Delineamento metodológico

Neste trabalho, foram investigadas concepções atribuídas à álgebra, à educação algébrica e ao pensamento algébrico de um grupo de professores. Este trabalho se inscreve como um estudo de caso com abordagem qualitativa, inserindo-se na perspectiva qualitativa, pois pretendeu “[...] atingir aspectos do humano sem passar pelos crivos da mensuração, sem partir de métodos previamente definidos e, portanto, sem ficar preso a quantificadores e aos cálculos decorrentes” (BICUDO, 2019, p. 113).

Ademais, esta investigação tem o questionário como instrumento de coleta de dados. Lakatos e Marconi (2003), ao se referirem a esse instrumento, apontam suas possíveis vantagens, elencando a economia de tempo, a capacidade de atingir um maior número de pessoas simultaneamente, a obtenção de respostas de forma mais rápida e precisa, a maior liberdade nas respostas em virtude do anonimato e a diminuição do risco de distorção, já que o pesquisador não está presente durante o preenchimento do questionário pelo participante.

Quanto à aplicação, o questionário foi digital e *on-line*, via *Google* Formulários, com amostra de conveniência. A escolha dessa modalidade é decorrente do distanciamento social protetivo à pandemia de covid19, sendo realizado no período de junho a agosto de 2021.

A amostra envolveu doze professores licenciados em Matemática das redes pública e privada da Educação Básica, dos municípios catarinenses de Nova Erechim, Nova Itaberaba, Pinhalzinho, São Lourenço do Oeste e Chapecó. Esses professores responderam questões sobre sua formação acadêmica e atuação docente, bem como questões sobre suas concepções referentes à álgebra, educação algébrica e pensamento algébrico.

Com relação à análise dos dados produzidos, adotou-se a análise de conteúdo proposta por Bardin (2011), uma vez que essa análise tem caráter qualitativo, visando explorar a opinião ou visão de um número determinado de professores sobre álgebra,

educação algébrica e pensamento algébrico. Para essa análise, a categorização permitiu reunir maior número de informações à custa de uma esquematização e, assim, correlacionar classes de acontecimentos para ordená-los (BARDIN, 2011).

Haja vista que o referencial teórico está ancorado nas concepções de álgebra propostas por Lins e Gimenez (1997), Usiskin (1995) e Ponte, Branco e Matos (2009), definiu-se três categorias, escolhidas *a priori*, para classificar as concepções de álgebra, educação algébrica e pensamento algébrico: (i) concepções de álgebra a partir do uso ou papel das variáveis (Quadro 1); (ii) concepções de álgebra voltadas à educação algébrica (Quadro 2) e (iii) vertentes fundamentais do pensamento algébrico (Quadro 3).

A pesquisa foi aprovada pelo Comitê de Ética da UFFS, com CAAE: 45304121.3.0000.5564 e parecer de aprovação n. 4.717.535, de 17 de maio de 2021.

4 Resultados e Discussões

Com relação à formação inicial dos doze professores participantes da pesquisa em tela, o período de início e conclusão do curso de graduação, limitou-se entre os anos de 1992 e 2018, de modo que nove professores possuem entre 10 e 25 anos de graduado e os outros três professores possuem quatro, cinco e sete anos. Dos participantes da pesquisa, dez licenciados em Matemática frequentaram uma instituição privada, sendo que há variação de quatro universidades distintas entre eles. Apenas dois professores concluíram sua formação inicial em universidades pública federal.

Constatou-se, também, que todos os professores participantes da pesquisa possuem especialização ou mestrado, concluído ou em andamento. As áreas citadas no contexto da especialização foram: Matemática e suas tecnologias, tecnologias da informação e comunicação na educação, educação matemática, metodologia de ensino de matemática e educação especial inclusiva. Por sua vez, no que diz respeito ao mestrado, seis docentes citaram situação concluído ou em andamento, prevalecendo o Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), mencionado por quatro mestrandos e/ou mestres. Além disso, destaca-se o título de mestre por parte de um docente na área de modelagem matemática e o ingresso de outro no mestrado em educação inclusiva.

Referente ao contato com a álgebra durante a formação inicial, os participantes listaram as disciplinas específicas cursadas, citadas na sequência: Álgebra I, Álgebra II, Álgebra III, Álgebra linear I, II e III, Álgebra elementar, Álgebra abstrata, Álgebra

vetorial, Estruturas algébricas, Introdução à álgebra, Matemática discreta, disciplinas de cálculo e pré-cálculo e história da Matemática. Além de listar as disciplinas, um professor manifestou sua opinião, ao alegar que “**no ensino superior, meu contato com a álgebra foi bastante abstrato, ou seja, um ensino voltado as generalizações, desenvolvimento e propriedades**”. Outro docente, por sua vez, ressaltou que houve a existência de disciplinas que “**utilizam-se da álgebra, mas não para explicar a teoria etc.**”. Ressalta-se, que somente um professor manifestou sua participação em alguma atividade envolvendo a álgebra, sendo esta a realização de oficinas na disciplina de estágio supervisionado.

No que tange ao tempo de exercício de docência na Educação Básica, houve variação de 29 anos a 3 anos e 6 meses, com bastante alternância no que corresponde ao tipo de escola e/ou rede de ensino em que trabalham. Em resposta ao questionário dez professores indicaram que lecionavam em escola pública e dois lecionavam em escola privada, naquele momento. Salientou-se, também, uma predominância no que diz respeito ao nível de ensino, com dez entre os doze professores participantes lecionando no Ensino Fundamental, seis deles trabalhando também com Ensino Médio, um com Ensino Superior e três exclusivamente com o Ensino Fundamental.

Na sequência, sintetiza-se a análise dos dados produzidos de acordo com as categorias elencadas. Nos Quadros 4 a 7, transcrevem-se as respostas dadas pelos professores participantes da pesquisa. Em todos esses quadros, buscou-se selecionar palavras-chave, destacadas em negrito, de modo a auxiliar na categorização dos dados.

O Quadro 4 mostra as respostas ao questionário sobre as concepções dos professores acerca dos termos generalização, variável e incógnita. Esses dados evidenciam um panorama sobre as concepções dos participantes da pesquisa, com relação a termos essenciais da álgebra que corroboram para o entendimento do seu significado.

Generalização
Geral pode ser usado em todos os casos . Em geral, fazer com que seja usado na maioria das situações . Tornar genérico, princípio básico para usar como sendo usado em todas as interpretações/geral dentro da situação específica.
Não vale apenas para um caso específico . Ação de considerar para todos os casos uma propriedade observada em alguns casos particulares.
Totalmente vinculado a álgebra, a generalização tem por objetivo identificar padrões existentes em operações. Estabelecimento de relações que permitem padronizar uma situação a ser investigada. Conhecimento prévio, dedução e álgebra. Indução por regularidade.
<i>Forma que estabelece sempre a resolução de um problema (fórmula).</i>
Variável
Pode variar. Grandeza que varia. Termo que pode variar. Quantidade/número indeterminada, cujo valor varia/muda .
Todas as variações que podem interferir no resultado de uma determinada situação.

<p>Letras que podem assumir valores. Letra ou situação envolvida que representa um valor em cada situação apresentada podendo ter uma condição de dependência ou não, analisada/calculada em cada contexto. Está presente nas expressões. Uma característica da função e/expressão. A grandeza que será substituída por um símbolo para o estabelecimento de um modelo matemático.</p>
<p>Incógnita</p>
<p>Grandeza a ser determinada. Valor a ser descoberto. Quantidade/número desconhecida cujo valor pode ser determinado. Pode ser determinado, diferentemente da variável que é indeterminada. Aquilo que não conheço. Valor/Termo desconhecido. [...] Todos termos que compõem a álgebra em sua essência primitiva/conceitos iniciais. A letra ou símbolo que representa a grandeza analisada no problema, no modelo ou no padrão analisado. Está presente nas equações. Grandeza subjativa ou particular.</p>

Quadro 4: Concepção dos termos generalização, variável e incógnita

Fonte: Dados da pesquisa (2021).

Sobre o termo generalização, notou-se a predominância de respostas designando-o como interpretação, princípio ou ação que pode ser utilizada em casos gerais e não apenas em um caso específico. Entre as outras respostas, observou-se a repetição da palavra padrão, aplicada no sentido de encontrar algo comum entre casos específicos, podendo ser interpretado na mesma linha das respostas que envolvem os termos dedução e indução, ao analisar uma situação e encontrar peculiaridades, ou a partir delas chega-se a um caso geral. Ainda, identificou-se uma definição que envolve a palavra problema, de modo que generalização se define como um caminho ou fórmula que possa resolver determinado problema.

Com relação ao termo variável, predominantemente, apresentou-se como definição de grandeza, quantidade ou número que está suscetível a variação. Também, é concebível que os respondentes do questionário considerem a variável como letra ou símbolo, podendo representar valores distintos ao escrever expressões ou funções, remetendo à utilização de variáveis para resolver ou interpretar um problema.

Por fim, sobre o termo incógnita, prevaleceu a definição referente a esse termo como algo desconhecido, ou ainda, a resposta de determinado problema. Em diferentes palavras e modos de expressão, notou-se que as definições para **incógnita** foram bastante semelhantes, por exemplo, apenas um professor citou a palavra **equações** na sua resposta, contudo, resolver uma equação nada mais é do que encontrar um valor desconhecido, fazendo com que implicitamente as definições sejam parecidas.

Nessa conjuntura, ressalta-se a resposta de um professor, que caracterizou a **incógnita** diferenciando-a de **variável**, alegando que enquanto a **incógnita** diz respeito a um termo determinado, a **variável**, por sua vez, é indeterminada. Ainda, outro professor conceituou **incógnita**, definindo-a como uma grandeza subjativa ou particular, enquanto

descreveu a **variável** como grandeza que varia. Ambas as respostas conceituaram os termos em questão através da exposição de aspectos que os diferenciam.

De forma geral, evidenciou-se uma clareza muito grande acerca da definição de cada termo, entretanto, apenas dois professores responderam à questão de modo que, em suas interpretações, definissem os três termos conjuntamente. Ambos os professores escreveram que se tratam de termos que permitem ser substituídos por valores para se resolver um problema, mas não especificaram ou definiram separadamente cada um deles, o que justifica a ausência dessas respostas no Quadro 4.

Com o intuito de categorizar os dados produzidos, de acordo com o proposto por Usiskin (1995), dispõe-se o Quadro 5.

Concepção de álgebra dos professores participantes da pesquisa	Concepções de álgebra conforme Usiskin
<p>Introdução das variáveis como expressões, equações. Generalizações. Álgebra na perspectiva da Educação Básica é a generalização de situações aritméticas, principalmente de operações matemáticas que acontecem nos conjuntos numéricos (naturais, inteiros, racionais, irracionais, reais) e pode-se estender para a resolução de situações-problemas a partir de padronizações, construção de modelos para compreensão, interpretação e análise de relações com o uso de variáveis e grandezas. Além da descoberta de valores desconhecidos em sentenças matemáticas. O estudo das regularidades.</p>	<p>Aritmética generalizada</p>
<p>Álgebra: ramo da matemática que modula equações no ensino fundamental: trabalha as operações básicas da matemática. Educação Básica: maneira de tornar os conhecimentos científicos em relações que poderão ser aplicadas no cotidiano. Introdução das variáveis como expressões, equações. Generalizações. Álgebra na perspectiva da Educação Básica é a generalização de situações aritméticas, principalmente de operações matemáticas que acontecem nos conjuntos numéricos (naturais, inteiros, racionais, irracionais, reais) e pode-se estender para a resolução de situações-problemas a partir de padronizações, construção de modelos para compreensão, interpretação e análise de relações com o uso de variáveis e grandezas. Além da descoberta de valores desconhecidos em sentenças matemáticas. Desenvolve o raciocínio e prepara para resolver situação do cotidiano. Muito importante, desenvolve raciocínio lógico, mostra a aplicação da matemática.</p>	<p>Meio de resolver certos problemas</p>
<p>Ensino básico: área da matemática que valoriza também a abstração. Porém, nessa fase acredito que as abordagens devam ser mais concretas (dentro do possível), já que as turmas costumam ser extremamente heterogêneas com diferentes com diferentes estilos de aprendizagens. Aqui, acredito que os currículos da educação básica devessem passar por uma reorganização. Na perspectiva do ensino fundamental e médio necessário para o desenvolvimento do raciocínio e interpretação de dados. Bastante interpretativo que busca a abstração, nem sempre fundamentado com exemplos nas vivências e utilização dos alunos.</p>	<p>Estudo de relações</p>

Álgebra: ramo da matemática que modula equações no ensino fundamental: trabalha as operações básicas da matemática . Manipulação de operações em conjuntos e suas propriedades básicas.	Estrutura
--	-----------

Quadro 5: Categorização das concepções de álgebra de acordo com Usiskin (1995)

Fonte: Dados da pesquisa (2021).

Verificou-se que essas concepções são amplas, algumas podendo enquadrar-se em mais de uma das concepções propostas por Usiskin (1995). Contudo, uma delas se sobressaiu e diz respeito à álgebra como meio de resolver certos problemas. De acordo com essa concepção, as variáveis são empregadas assumindo o papel de incógnitas e constantes, permitindo a atividade de resolver e simplificar situações-problema da Matemática. Além disso, os professores apresentaram concepções que contemplam os termos equações, expressões, variáveis, grandezas, valores desconhecidos e, sobretudo, evidenciaram a utilidade da álgebra como ferramenta capaz de auxiliar na resolução de problemas do cotidiano.

Analisando-se, ainda, os dados apresentados no Quadro 5, notou-se a presença dos termos generalização ou regularidade, sendo então associados à concepção de álgebra como aritmética generalizada, conforme propõe Usiskin (1995).

A definição de álgebra como estrutura também apareceu nas respostas dos professores, apresentadas no Quadro 5. Ela se referiu à manipulação de variáveis, simplificação e fatoração, envolvendo operações e propriedades básicas da Matemática. A palavra manipulação está explícita na resposta de um professor, o que sugere a concepção de álgebra como estrutura. Também, obteve-se como resposta a definição de álgebra utilizando as palavras abstração, interpretação e raciocínio. Esses termos têm associação direta com as variáveis representadas ou utilizadas em fórmulas matemáticas, como parâmetros ou argumentos, situações que de fato exigem uma interpretação minuciosa e enquadram-se na concepção de álgebra como estudo de relações.

Por fim, ressalta-se a existência de um único professor que apresentou uma resposta bastante ampla, visto que concebe a álgebra como **“Fundamental para o educando”**. Isso não permite, de fato, identificar como este professor descreve a álgebra, impossibilitando que sua concepção seja enquadrada em alguma das categorias propostas por Usiskin (1995).

Constatou-se que nos dados produzidos apareceram as quatro concepções propostas por Usiskin (1995), diversificando as interpretações sobre álgebra conforme o uso ou papel das variáveis. Contudo, salienta-se a prevalência da concepção de álgebra como meio de resolver certos problemas, a qual é identificada nas respostas.

O Quadro 6 sistematiza os dados produzidos, pelos professores, no que tange à educação algébrica, categorizados de acordo com a concepção de Lins e Gimenez (1997).

Concepção de educação algébrica dos professores participantes	Concepções conforme Lins e Gimenez
<p>Expressa resoluções de problemas. É a capacidade de relacionar fatos que ocorrem nos mais variados campos do conhecimento com relações matemáticas dotadas de regras, vindo a facilitar a resolução de problemas. É uma linguagem simbólica utilizada para construir significado na resolução de problemas. E você resolver um problema que para o aluno é um tanto improvável e de difícil compreensão, que leva um certo tempo para entendimento do mesmo. Como sendo o estudo da álgebra focada para a educação matemática, mas com intuito/busca por aproximar e subsidiar as vivências e objetivos dos alunos. Ainda difícil de ser aplicada/explorada nos contextos escolares. Desenvolvimento do raciocínio lógico algébrica e aprendizagem de ferramentas para descrever fenômenos e resolver problemas.</p>	Letrista facilitadora
<p>Acredito que seja o ensino da álgebra na educação básica, compreensão das generalizações. Acredito que a educação algébrica deva se fazer presente durante todo o período de educação básica, pois esta auxilia na construção de um pensamento lógico e generalizado. Porém, a maneira como esta se apresenta aos educandos muitas vezes se mostra ineficiente. É o processo pelo qual são repassados conceitos matemáticos que enfatizam o uso de letras e símbolos para o estabelecimento de padrões, modelos, regularidades. Sendo necessária a abstração e compreensão por parte do estudante do que e como representar uma generalização e uma variável. Desenvolver o raciocínio, compreender os conceitos desde o início da formação. Desenvolvimento do raciocínio lógico algébrica e aprendizagem de ferramentas para descrever fenômenos e resolver problemas.</p>	Campo conceitual

Quadro 6: Categorização das concepções de álgebra de acordo com Lins e Gimenez (1997)

Fonte: Dados da pesquisa (2021).

Percebeu-se a existência de apenas duas entre as quatro classificações propostas por Lins e Gimenez (1997), prevalecendo a que concebe a álgebra como letrista facilitadora. Essa classificação se sobressaiu, pois, a maior parte dos professores compreende a educação algébrica como ferramenta que possibilita descrever fenômenos, resolver problemas ou subsidiar vivências dos educandos, o que vai ao encontro do que de fato é a álgebra nessa concepção, segundo Lins e Gimenez (1997).

Embora os professores não tenham citado o uso de material concreto ou manipulável em suas aulas, ressaltaram com frequência a necessidade da aproximação do conteúdo de álgebra com situações do cotidiano do aluno. Isso configura também a álgebra como letrista facilitadora, segundo Lins e Gimenez (1997).

No Quadro 6, observou-se, ainda, as definições de educação algébrica enquadradas na concepção de álgebra como campo conceitual, ao mencionar termos

como raciocínio ou pensamento lógico, generalização, estabelecimento de padrões, modelos e regularidades, que compactuam com esta concepção. Essas respostas não condizem com a concepção de álgebra como aritmética generalizada, pois em nenhuma definição os professores citaram termos como generalização da aritmética, ou somente aritmética para descrever a educação algébrica.

Por fim, ressalta-se a resposta fornecida por dois professores sobre educação algébrica. Um deles escreveu que: “**Nunca ouvi, mesmo na graduação, o termo "educação algébrica"**”. Outro professor, por sua vez, definiu educação algébrica como sendo “**diferentes formas de se trabalhar a Matemática, vários caminhos para chegar num mesmo lugar**”, esta definição, por ser um tanto quanto ampla, impossibilitou que seja interpretada como uma das categorias sugeridas por Lins e Gimenez (1997).

Partindo do quadro proposto por Ponte, Branco e Matos (2009), elaborou-se o Quadro 7, de modo a categorizar o entendimento dos professores acerca do pensamento algébrico. Com essa categorização, pretendeu-se entender como os professores concebem o pensamento algébrico que tem como característica o seu desenvolvimento no aluno.

Concepção sobre pensamto algébrico dos professores participantes da pesquisa	Vertentes fundamentais do pensamento algébrico
<p>Onde os alunos generalizam ideias matemáticas, por mais de um caminho. Conseguir abstrair, sair dos exemplos numéricos. Pensamento que desenvolve o raciocínio, a interpretação, a observação e argumentação. Onde o aluno generaliza ideias matemáticas. Conseguir obter generalizações. Compreensão dos fatos, generalização das ideias, discursos e argumentos.</p>	Raciocinar
<p>É a capacidade de relacionar cálculos através do uso de estruturas sistematizadas. E levar o aluno a pensar, usar diversas formas de linguagem e símbolos, tabelas, exercício de aprofundamento que envolva Álgebra.</p>	Representar
<p>Uma organização da matemática do desenvolvimento das atividades.</p>	Resolver problemas e modelar situações
<p>Domínio de habilidades e de representações estruturais, bem como de manuseio de situação matemáticas. Pensamento seguido de uma estrutura algébrica para resolução de cada situação problema envolvida. É a resolução, representação ou manipulação de situações problemas através de um conjunto de símbolos e propriedades.</p>	Representar, resolver problemas e modelar situações
<p>É o processo por meio do qual os sujeitos generalizam situações matemáticas a partir de uma dada situação e com ela estabelecem padrões, generalizações e criam os modelos necessários para a resolução do problema ou da situação proposta.</p>	Raciocinar, resolver problemas e modelar situações

Quadro 7: Categorização conforme as vertentes do pensamento algébrico

Fonte: Dados da pesquisa (2021).

Dentre as vertentes fundamentais do pensamento algébrico propostas por Ponte, Branco e Matos (2009), observou-se que, de forma geral, todas aparecem entre as respostas dos professores, contudo, na maior parte das vezes, há o destaque para apenas uma vertente por resposta. Somente quatro professores descrevem o pensamento algébrico por meio de uma resposta que compreenda duas vertentes fundamentais do pensamento algébrico, sendo estas, raciocinar, resolver problemas e modelar situações e, representar, resolver problemas e modelar situações.

Identificou-se menção sobre a importância de: generalizar situações; deduzir; abstrair e estabelecer padrões; explorar relações entre a álgebra e o cotidiano do aluno; e operar e reconhecer as propriedades estruturais da álgebra, proporcionando uma variedade de respostas mediante a compreensão dos professores sobre o pensamento algébrico.

Considerando o contexto de atuação dos participantes, no qual há predominância de atuação no Ensino Fundamental, pode-se justificar a concepção de álgebra voltada à resolução de situações-problema do cotidiano do aluno. Levanta-se a possibilidade de que as concepções de álgebra de professores podem ser fortemente influenciadas pelo nível de ensino no qual eles atuam e pelo tipo de abordagem do referido conteúdo.

Nesse sentido, evidenciou-se a concepção de álgebra como ferramenta que permite interpretar a realidade e resolver problemas presentes cotidianos. Para os professores participantes, a álgebra, quando contextualizada, mostra-se mais eficiente para a compreensão e interpretação do simbolismo algébrico. Para Lins e Gimenez (1997), essa concepção é categorizada como letrista facilitadora e utiliza as variáveis como: meio de resolver certos problemas, de acordo com o que é proposto por Usiskin (1995).

Destaca-se a concepção de alguns professores ao citar a álgebra como o estudo e compreensão das generalizações; sejam essas generalizações da aritmética ou qualquer outra situação que exija a busca de um padrão, modelo ou regularidade. Essa concepção utiliza as variáveis como aritmética generalizada, segundo o proposto por Usiskin (1995) e enquadra-se na concepção de álgebra como Campo conceitual, de acordo com o que propõem Lins e Gimenez (1997).

Positivamente, mostra-se rara a concepção de álgebra que se baseia somente na resolução de exercícios, cópias do livro didático, ou ainda, na mera reprodução de algoritmos, indiretamente enquadrada na álgebra letrista de Lins e Gimenez (1997) e no

uso das variáveis como estrutura, conforme Usiskin (1995). Por mais que professores tendam a conceber a álgebra dentro desse contexto, suas respostas não se restringem ao ensino tradicional, citando termos como generalização, raciocínio, resolução de problemas, os quais ampliam as concepções letristas ou estruturais, encaixando-se em mais de uma categoria.

Com relação ao pensamento algébrico, a maior parte dos professores se referiu a apenas uma das vertentes fundamentais propostas por Ponte, Branco e Matos (2009). Entretanto, segundo esses autores, é importante que todas elas sejam exploradas na aula de álgebra para desenvolver o pensamento algébrico no aluno.

De maneira geral, evidenciaram-se concepções de álgebra que ocasionam a busca constante por estratégias de ensino capazes de possibilitar ao educando a aprendizagem significativa dos conteúdos de álgebra, seja no Ensino Fundamental ou Médio.

5 Considerações finais

Interpretar os conceitos algébricos não é uma tarefa fácil para o aluno e tampouco para o professor. Contudo, é preciso olhar para o docente, pois o domínio, sua concepção e sua interpretação acerca da álgebra são pontos importantes que nortearão os procedimentos que julga importantes para a compreensão algébrica discente.

Entre as concepções de álgebra dos professores participantes, notou-se a existência de coerência significativa quando comparadas às concepções presentes na literatura, salvo dois professores, que apresentaram respostas amplas sobre suas concepções, sugerindo certa insegurança ou falta de domínio neste contexto.

No que se refere às disciplinas listadas pelos professores participantes, elas foram cursadas no período da sua formação inicial. Notou-se que apesar do leque de disciplinas que envolvem a álgebra ser grande, a maioria delas diz respeito à álgebra abstrata, baseada nos conceitos, definições e demonstrações em Matemática, o que, em hipótese alguma mostra-se irrelevante, contudo, distancia-se consideravelmente da álgebra que se ensina na Educação Básica.

Ainda, nesse contexto, apenas um entre os doze professores citou sua participação em atividades envolvendo a álgebra, situada na disciplina de estágio supervisionado. Não houve menção de participação em cursos de formação continuada para o ensino da álgebra, nem a qualquer outra atividade formativa para a educação algébrica no Ensino Básico, o que sugere uma certa lacuna no contexto da formação inicial.

Apesar dessa defasagem, os professores não mostraram dificuldades em conceber ou interpretar a álgebra e a educação algébrica, o que provavelmente tem relação com o fato de todos os participantes da pesquisa possuírem formação docente além da formação inicial, já que apresentam pós-graduação concluída ou em andamento. Essa situação mostra-se extremamente positiva, explicitando-se nas respostas dos docentes, que revelaram concepções de álgebra, pensamento algébrico e educação algébrica bastante coerentes.

O fato de a maior parte dos professores lecionar no Ensino Fundamental possivelmente pode justificar suas concepções de álgebra serem bastante voltadas à resolução de problemas, já que neste nível de ensino os alunos não possuem maturidade em Matemática para lidarem apenas com o formalismo envolvido nessa disciplina. Evidencia-se a preocupação, por meio das concepções dos docentes, de aproximar a álgebra dos educandos e abordá-la de forma prática e contextualizada, não se atendo tanto ao seu formalismo simbólico.

Por fim, destaca-se a relevância das respostas obtidas e a clareza dos professores participantes mediante as concepções de álgebra, educação algébrica e pensamento algébrico. As concepções apresentadas abrangem a álgebra em grande parte das suas vertentes e atribuem a devida importância a esse tópico, fazendo com que a preocupação em ensiná-la qualifique e desenvolva o pensamento algébrico, cumprindo de fato com o papel da álgebra na Educação Básica.

Referências

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 2011.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: Borba, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Orgs.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. São Paulo: Autêntica, 2019, p. 107-119.

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 36, n. 5, p. 412-446, 2005.

BOOTH, L. R. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In: COXFORD, A.F.; SHULTE, A. P. (Orgs.). **As idéias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995, p. 23-37.

GARNICA, A. V. M. Um ensaio sobre as concepções de professores de Matemática: possibilidades metodológicas e um exercício de pesquisa. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 34, n. 3, p. 495-510, 2008. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/8574>>. Acesso em: 23 maio 2022.

KAPUT, J. Teaching and learning a new Algebra with understanding. **ERIC**, Dartmouth, MA, p. 1-34, 2000. Disponível em: <<https://eric.ed.gov/?id=ED441662>>. Acesso em: 23 maio 2022.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. A. **Fundamentos de metodologia científica**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 1997.

MELO, J. S.; ZUIN, E. S. L. As concepções de álgebra na visão de professores que ensinam matemática na educação básica: um estudo de caso. In: Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM, SBEM, 13., 2019, Cuiabá. **Anais...** Cuiabá: SBEM, 2019. Disponível em: <<https://www.sbemmatogrosso.com.br/eventos/index.php/enem/2019/paper/view/969/1421>>. Acesso em: 14 nov. 2020.

MOHR, L. C. **Concepções de álgebra de professores na educação básica**: da interpretação ao ensino. 2021. 56 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática Licenciatura) – Universidade Federal da Fronteira Sul, Chapecó, 2021.

OLIVEIRA, S. C.; LAUDARES, J. B. Pensamento algébrico: uma relação entre álgebra, aritmética e geometria. In: Encontro Mineiro de Educação Matemática, SBEM-MG, VII, 2015, São João del-Rei. **Anais...** São João del-Rei: UFSJ/SBEM, 2015. Disponível em: <<https://www.ufjf.br/emem/programacao/comunicacoes-cientificas/cc-textos-completos/>>. Acesso em: 04 nov. 2020.

PONTE, J. P.; BRANCO, N., MATOS, A. **Álgebra no ensino básico**. Lisboa: DGIDC, 2009. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10451/7105>>. Acesso em: 30 out. 2020.

ROCHA, L. P.; FIORENTINI, D. O desafio de ser e constituir-se professor de matemática durante os primeiros anos de docência. In: Reunião Anual da ANPED - Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação, 28, 2005, Caxambu. **Anais...** Caxambu: ANPED, 2005. p. 1-17. Disponível em: <<http://28reuniao.anped.org.br/>>. Acesso em: 12 mai. 2022.

SOUZA, E. R.; DINIZ, M. I. S. V. **Álgebra: das variáveis às Equações e Funções**. São Paulo: IME – USP, 1996.

TARDIF, M.; RAYMOND, D. Saberes, tempo e aprendizagem do trabalho do magistério, **Educação e Sociedade**, Campinas, n. 73, p. 209-244, 2000.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Orgs.). **As idéias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995. p. 09-21.

VELOSO, D. S.; FERREIRA, A. C. Uma reflexão sobre as dificuldades dos alunos que se iniciam no estudo da álgebra. In: Semana da Matemática e II Semana da Estatística, 10., 2010, Ouro Preto. **Anais...** Ouro Preto: Editora da UFOP, 2010. p. 59-65. Disponível em: <<https://www.repositorio.ufop.br/handle/123456789/1292>>. Acesso em: 19 mai. 2022.

Recebido em: 05 de junho de 2022

Aceito em: 20 de julho de 2022

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA SEM FRONTEIRAS: Pesquisa em Educação Matemática

MANDALAS E GEOMETRIA DO ENSINO FUNDAMENTAL ANOS FINAIS MANDALAS AND GEOMETRY OF ELEMENTARY EDUCATION FINAL YEARS

Taís Cristina Dreon¹

Rosane Rossato Binotto²

Resumo

O presente trabalho teve como objetivo construir três Objetos Virtuais de Aprendizagem (OVA) baseados em mandalas geométricas e analisar possibilidades e potencialidades de conteúdos de geometria e de interação desses objetos, por meio de um exercício de imaginação pedagógica. Desenvolveu-se uma pesquisa de natureza qualitativa propositiva, sendo os OVA considerados dados de pesquisa e a partir de sua análise individual descreveram-se conteúdos de geometria que podem ser explorados, bem como os benefícios da interação com o objeto, a visualização e a possibilidade de relacionar Matemática e Arte com a realização de um trabalho interdisciplinar. Por fim, realizou-se uma classificação dos objetos de conhecimento de geometria presentes nesses OVA, por ano do Ensino Fundamental Anos Finais, conforme objetos de conhecimento presentes na BNCC, para as duas unidades temáticas Geometria e Grandezas e Medidas. Concluiu-se que os objetos de conhecimento que podem ser explorados nesses OVA são polígonos, ângulos, construções geométricas, simetrias, círculo e circunferência, entre outros.

Palavras-Chave: Mandalas; Objetos Virtuais de Aprendizagem; GeoGebra; Imaginação Pedagógica.

Abstract

This work aimed to build three virtual learning objects (OVA) based on geometric mandalas and analyze the possibilities and potential of geometry and interaction content through an exercise in pedagogical imagination. Developed a qualitative propositional research, in which the presented OVA were considered research data and, based on their individual analysis, geometry contents present in them were described, as well as other potentialities observed as benefits of interaction with the object and even the possibility of relating Mathematics and Art with the realization of an interdisciplinary work. Finally, there was a classification of the geometry contents present in these OVA, per year of Elementary School Final Years, according to knowledge objects present in the BNCC, for the thematic units Geometry and, Quantities and Measures. As a conclusion that the knowledge objects that can be explored in these OVA are like polygons, angles, geometric constructions, symmetries, circle and circumference, among many others.

Keywords: Mandalas; Virtual Learning Objects; GeoGebra; Pedagogical Imagination.

¹ Licenciada em Matemática pela Universidade Federal da Fronteira Sul – UFFS – *Campus* Chapecó. E-mail: dreontais@gmail.com

² Doutora em Matemática pela Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP. Docente do Curso de Matemática - Licenciatura e do PROFMAT na Universidade Federal da Fronteira Sul – UFFS – *Campus* Chapecó. E-mail: rosane.binotto@uffs.edu.br

Introdução

A geometria é uma das áreas da Matemática. No contexto educacional atual, muitos estudiosos reconhecem que ela tem sido pouco trabalhada nas escolas e tem sido, desde muito tempo, um grande desafio para os professores de Matemática, pois momentaneamente os estudantes compreendem os conceitos, porém mais tarde, se questionados, já não lembram mais.

Como forma de superar esses desafios, sobre o ensino da geometria, pode-se propor a utilização de metodologias ou estratégias para o seu ensino, que valorizem, por exemplo, a representação visual e a manipulação de objetos geométricos aliadas às definições.

Com o objetivo de contribuir com recursos didáticos para o ensino de geometria, escolheu-se o tema mandala, que é uma expressão derivada do sânscrito, língua ancestral da Índia, e significa “círculo sagrado”. Em algumas religiões as mandalas são desenhos que representam símbolos sagrados, ciclos e portais de energia. As mandalas geométricas são desenhos com representações de retas, circunferências, polígonos e curvas simétricas.

Nesse sentido, apresentam-se como recursos didáticos três Objetos Virtuais de Aprendizagem (OVA), baseados em mandalas geométricas e construídos no software GeoGebra. Além disso, realiza-se uma análise de possibilidades e potencialidades desses OVA para a exploração de conteúdos de geometria do Ensino Fundamental Anos Finais, por meio do exercício da imaginação pedagógica.

Para tanto, define-se a seguinte questão norteadora: Quais possibilidades e potencialidades de interação e de conteúdos de geometria, do Ensino Fundamental Anos Finais, podem ser exploradas em OVA construídos a partir de mandalas geométricas?

Elenca-se, como objetivo geral deste trabalho, indicar possibilidades e potencialidades de interação e de conteúdos de geometria, do Ensino Fundamental Anos Finais, que podem ser explorados em OVA construídos a partir de mandalas geométricas. E como objetivos específicos têm-se: (i) Definir o que são mandalas geométricas; (ii) Construir OVA baseados em mandalas geométricas utilizando-se o software GeoGebra; (iii) Indicar potencialidades e possibilidades de conteúdos de geometria e de interação dos OVA por meio de um exercício de imaginação pedagógica; (iv) Classificar os conteúdos de geometria obtidos, por ano escolar do Ensino Fundamental Anos Finais. Esta classificação realiza-se conforme objetos de conhecimento das duas unidades

temáticas: Geometria e Grandezas e Medidas, indicadas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Neste artigo, discorre-se sobre ensino de geometria, mandalas, utilização de tecnologias da informação e comunicação no ensino de Matemática, OVA e imaginação pedagógica. Também se citam trabalhos que tratam do uso de mandalas no ensino de geometria.

Trata-se de uma pesquisa qualitativa propositiva, em que são apresentados três OVA e, para cada um deles, realiza-se uma análise de potencialidades e de possibilidades a partir de um exercício de imaginação pedagógica, segundo a percepção das autoras.

Este artigo apresenta um recorte de atividades desenvolvidas por Dreon (2021), no seu Trabalho Final de Graduação, no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), *Campus* Chapecó, SC.

Ensino de Geometria

A geometria é uma das áreas da Matemática que integra currículos escolares. Seu ensino tem sido tema constante de pesquisas na área da Educação Matemática. Uma das linhas de pesquisa desenvolvida por pesquisadores é apontar métodos ou estratégias adequados para o seu ensino.

Segundo Oliva (1981, p. 28), a geometria “é uma das áreas mais antigas de estudos e surgiu da necessidade dos povos de medir terras, construir moradias, templos, monumentos, etc [...]” Ela é intuitiva e concreta e está presente no cotidiano das pessoas, sendo indispensável seu estudo, porque, como destaca Lorenzato:

[...] sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem habilidade, dificilmente conseguirão resolver as situações da vida que forem geometrizadas; também não poderão utilizar da Geometria como a fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer a Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se incompleta. (LORENZATO, 1995, p. 5).

Concorda-se com o autor que a geometria estimula a percepção visual, o desenvolvimento do raciocínio lógico e dedutivo e que, por estar presente no cotidiano das pessoas, estudá-la auxiliaria na interpretação do espaço em que elas vivem.

Formas e ideias geométricas estão presentes em construções antigas e modernas, em mapas, na natureza com representações de espirais, esferas e hexágonos em árvores, flores e favos de mel. Essa presença da geometria no cotidiano permite a realização de uma abordagem crítica da realidade, relacionando seu conteúdo com situações concretas. Tal abordagem pode despertar o interesse do estudante e contribuir para a aprendizagem de conceitos geométricos.

Além disso, é fundamental proporcionar aos estudantes uma experiência que trabalhe um paralelo entre as definições formais e a representação visual, com o intuito de assegurar a construção e a compreensão dos conceitos geométricos. Isso está de acordo com o que destaca Pais (1996, p. 68), de que “a representação dos conceitos geométricos por um desenho é um dos recursos didáticos mais fortemente consolidados no ensino e na aprendizagem da geometria.”

Com relação ao ensino de geometria no Ensino Fundamental Anos Finais, a BNCC destaca a importância “da comunicação em linguagem matemática com o uso da linguagem simbólica, da representação e da argumentação” (BRASIL, 2018, p. 19). Também orienta que sejam utilizados recursos didáticos para o seu ensino, tais como softwares de geometria dinâmica, entre outros, “[...] pois esses têm um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas. [...] Esses materiais precisam estar integrados a situações que levem à reflexão e à sistematização, para que se inicie um processo de formalização dos conceitos” (BRASIL, 2018, p. 278).

Mandalas e o Ensino de Geometria

Nesse contexto de valorização das representações visuais, pode-se destacar a ligação entre Matemática e Arte, duas áreas que têm muito em comum. A área das Artes, por meio de mandalas, pode auxiliar o estudante a produzir e expressar ideias geométricas.

As mandalas são consideradas de origem oriental e são uma das formas de arte mais antigas da humanidade. Em muitas culturas, representam cura e espiritualidade e são utilizadas por budistas e hindus na prática de orações e meditações, pois ajudam na concentração. Elas podem constituir um interessante objeto de estudo para a geometria, uma vez que a beleza e a harmonia expressas dependem de uma estrutura geométrica. Uma definição apresentada por Yamada diz que:

A mandala vem de uma palavra em sânscrito que significa “círculo, centro, circunferência” e apresenta figuras inscritas criadas com base em uma estrutura geométrica, constituída por retas e arcos que partem de pontos correspondentes à divisão igualitária da circunferência, podendo apresentar características fortemente simétricas. (YAMADA, 2013, p. 3).

Assim, destaca-se nas mandalas um grande potencial para explorar conceitos e relações geométricas, conforme é reforçado por Ramos (2016, p. 21), em que a:

[...] construção de Mandalas apresenta grande potencial de exploração e fixação de conceitos geométricos, assim como de estudo de relações geométricas e de sobreposição de figuras e linhas, além de melhorar a percepção visual dos estudantes.

O uso de mandalas para o ensino de geometria é um tema ainda pouco presente na literatura e que vem sendo explorado mais, nos últimos anos, em trabalhos acadêmicos. Em sua maioria, esses trabalhos têm como foco principal a elaboração de uma sequência de atividades com o objetivo de construir e explorar elementos e conceitos geométricos presentes em mandalas. Destaca-se, entre eles, um estudo realizado por Silva (2020), que apresenta exemplos de mandalas presentes em diferentes culturas e sua construção utilizando régua, compasso e o software GeoGebra, por meio de uma sequência de atividades, para estudar simetrias no 7º Ano do Ensino Fundamental.

Destaca-se também o trabalho de Ramos (2016), que descreve e analisa uma intervenção pedagógica realizada também em uma turma do 7º Ano do Ensino Fundamental, com a construção de mandalas para estudar conteúdos matemáticos. Já o trabalho de Souza, *et al.* (2017) apresenta uma breve discussão relacionando geometria e arte e, descreve uma prática de construção de mandalas com uma turma do 6º Ano do Ensino Fundamental.

Conforme enfatizam Chulek, Santos e Burak (2018), o exercício de construir mandalas com os estudantes é muito benéfico, pois pode-se aprofundar mais o estudo e abranger maior gama de conceitos geométricos, ao contrário de se explorar uma mandala pronta.

Por isso, a fim de se explorar conteúdos mais elementares de geometria, definiu-se a mandala geométrica como sendo um desenho de formas geométricas concêntricas, ou seja, que se desenvolvem a partir de um mesmo centro. Ela pode ser composta de retas, circunferências ou qualquer curva, quadrados ou demais polígonos.

Com relação à construção de mandalas geométricas, podem-se utilizar instrumentos de desenho geométrico (compasso, régua e transferidor) manuais ou softwares de geometria dinâmica.

Tecnologias da Informação e Comunicação

Nos últimos anos, o mundo tem vivenciado constantes e grandes avanços nas transformações tecnológicas. Esse desenvolvimento tecnológico reflete diretamente na vida humana e, portanto, torna-se necessário utilizá-lo também na educação. Para Oliveira e Moura (2015, p. 76), “a utilização de recursos tecnológicos no processo de ensino é cada vez mais necessária, pois torna a aula mais atrativa, proporcionando aos estudantes uma forma diferenciada de ensino”.

Com relação a uma definição para tecnologia da informação e comunicação (TIC), de acordo com Monteiro *et al.* (2016, sp),

a Tecnologia da Informação e Comunicação (TIC) é um conjunto de recursos tecnológicos, usados de forma integrada, com um objetivo comum. As TIC podem ser usadas no comércio (publicidade), na educação (processo de ensino aprendizagem, na Educação a Distância) [...].

Sobre seu uso nos processos de ensino e aprendizagem, conforme Felipe (2015), uma vez que as TIC estão presentes no cotidiano das pessoas, elas não podem estar fora do contexto escolar:

[...] a introdução das tecnologias de informação e comunicação (TICs) na sociedade, foi motivo de uma mudança comportamental e social nitidamente vista e aqueles que não acompanham o desenvolvimento das mesmas ficam excluídos desse processo social e são denominados analfabetos digitais. Sendo algo tão viável é óbvio que a educação, princípio norteador do ser humano, não poderia ficar de fora desse contexto, visto que é muito o leque de contribuição das tecnologias no processo ensino-aprendizagem [...]. (FELIPE, 2015, p. 10).

Percebe-se uma defesa para a utilização das TIC na educação como uma possibilidade para facilitar o ensino e a aprendizagem. Porém, apesar de muitos avanços, há que se ter cuidado com a inclusão digital dos estudantes, principalmente os que são mais vulneráveis socialmente. Nesse sentido, compete à escola cumprir o seu papel de inclusão digital e igualdade social levando, conforme destaca Felipe (2015, p. 15), “de maneira prática e dinâmica, as TIC para dentro do ambiente escolar visando uma universalização de acesso às novas tecnologias”. Assim, a inserção de tecnologias digitais

nas atividades escolares permite que esses estudantes conheçam, acessem e aprendam a manusear recursos tecnológicos digitais.

Isso está de acordo com o proposto pela BNCC, para a Educação Básica, na competência cinco, que trata da importância da compreensão, do uso e da criação de tecnologias digitais de informação e comunicação, de modo consciente e crítico, tanto para comunicação quanto para o ensino e a aprendizagem de conteúdos:

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. (BRASIL, 2018, p. 9).

Com relação à utilização de TIC nas aulas de Matemática, Scheffer (2012, p. 31) afirma que “a incorporação de novos recursos tecnológicos na sala de aula de matemática resulta na criação de ambientes de aprendizagem que levam o estudante ao desenvolvimento de novos conceitos e à consolidação da aprendizagem”.

Ainda com relação ao uso de tecnologias nas aulas de geometria, de acordo com Puentes (2017, p. 45),

o uso de *softwares* de geometria dinâmica aumenta significativamente as possibilidades de melhoria das práticas pedagógicas em sala de aula e, com isso, a aprendizagem dos estudantes. Estes *softwares* são caracterizados por ambientes virtuais interativos que permitem a criação e manipulação de figuras geométricas a partir de suas propriedades. Desde esse ponto de vista, tais dispositivos tecnológicos facilitam a compreensão de conceitos e propriedades envolvidos.

Concorda-se, com esses autores, que o uso de softwares pode trazer benefícios para o ensino de geometria considerando suas características de dinamicidade, construção e manipulação de objetos, interatividade e visualização.

Por fim, um recurso tecnológico com muitas potencialidades para se trabalhar a Matemática é o software GeoGebra. Ele é um software livre, de domínio público e fácil manuseio, que apresenta versão em português e também pode ser utilizado de modo on-line com a publicação de atividades desenvolvidas. É um software de Matemática dinâmica que combina geometria e álgebra. Ele possibilita operar “as ferramentas de geometria disponíveis no menu ou no comando de entrada do software, criando construções geométricas na janela gráfica e, simultaneamente, obter as representações algébricas relacionadas.” (HALBERSTADT, ASSUMPÇÃO e MATHIAS, 2016, p. 35).

Pelas suas características e pelos seus benefícios, escolheu-se o software GeoGebra para a construção dos OVA.

Objetos Virtuais de Aprendizagem (OVA)

Segundo Audino e Nascimento (2010), OVA é qualquer material digital que possa ser utilizado e reutilizado para dar suporte ao processo de ensino. Ainda, de acordo com Spinelli,

um objeto virtual de aprendizagem é um recurso digital reutilizável que auxilie na aprendizagem de algum conceito e, ao mesmo tempo, estimule o desenvolvimento de capacidades pessoais, como, por exemplo, imaginação e criatividade. [...] Dessa forma, pode compor um percurso didático, envolvendo um conjunto de atividades e integrando a metodologia adotada para determinado trabalho (2007, p. 7).

Guarda e Petry (2020, p. 717), por sua vez, consideram que “os OVA constituem-se como elementos auxiliares no processo de aprendizagem de conteúdos da Matemática, contribuindo na motivação e interação dos estudantes, permitindo uma visualização gráfica/geométrica dos objetos estudados”. Ressaltam, porém, a necessidade de complementação dos estudos mediante sistematizações para o desenvolvimento de habilidades da representação descritiva desses objetos. Os autores ainda destacam que, “no âmbito escolar, o objeto virtual de aprendizagem tem por finalidade dinamizar o processo de ensino e aprendizagem focado na construção do conhecimento científico. Softwares, como GeoGebra, são utilizados como ferramenta na construção de OVA”.

Imaginação Pedagógica

Conforme Skovsmose (2015, p. 69-70), a pesquisa de possibilidades em Matemática “inclui não somente um estudo de ‘o que é’ ou ‘o que é construído’, mas também um estudo de ‘o que não é’ e ‘o que poderia ser construído’”. Para tanto, ele sugere que se considere uma situação imaginada ou uma situação arranjada para efetuar tal pesquisa. A questão é que uma situação imaginada pode estar longe da realidade, além de incluir esperanças, aspirações parciais e inconsistentes. Já a situação arranjada apesar de ser mais complexa, é um tipo de situação intermediária que, segundo Skovsmose (2015, p. 75), “oferece-nos uma maneira de olhar para o que se imaginava”.

Essa pesquisa de possibilidades, conforme Skovsmose (2015), quando se refere à escolarização e à educação, é denominada imaginação pedagógica. Ainda segundo esse autor, “[...] tal imaginação pode sugerir que práticas educativas alternativas são possíveis” (2015, p. 76).

No entanto, conforme destacam Kleemann e Petry (2020, p. 236), “quando são desenvolvidas ou apresentadas novas propostas metodológicas para o ensino de matemática, é importante fazer um exercício de imaginação pedagógica”.

A partir do exposto propõem-se este trabalho.

Delineamento Metodológico

Este trabalho consiste numa pesquisa qualitativa propositiva, em que foram considerados três OVA construídos no GeoGebra, a fim de disponibilizar aos professores de Matemática materiais que possam contribuir para o ensino de geometria, no Ensino Fundamental Anos Finais.

Trata-se de uma pesquisa de natureza qualitativa, pois ela “trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis” (MINAYO, 2001, p. 14).

Inserem-se na perspectiva de estudo propositivo, que conforme Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 69), neste tipo de estudo, o pesquisador “não utiliza dados e fatos empíricos para validar uma tese ou ponto de vista, mas a construção de uma rede de conceitos e argumentos desenvolvidos com rigor e coerência lógica”.

Além disso, desenvolveu-se um estudo de possibilidades e potencialidades de conteúdos e de interação com esses OVA, por meio de um exercício de imaginação pedagógica, na perspectiva proposta por Skovsmose. Esta análise realizou-se a partir das percepções das autoras deste trabalho.

Por fim, organizam-se em quadros, por ano do Ensino Fundamental Anos Finais, conteúdos de geometria presentes nesses OVA, conforme objetos de conhecimento apresentados na BNCC.

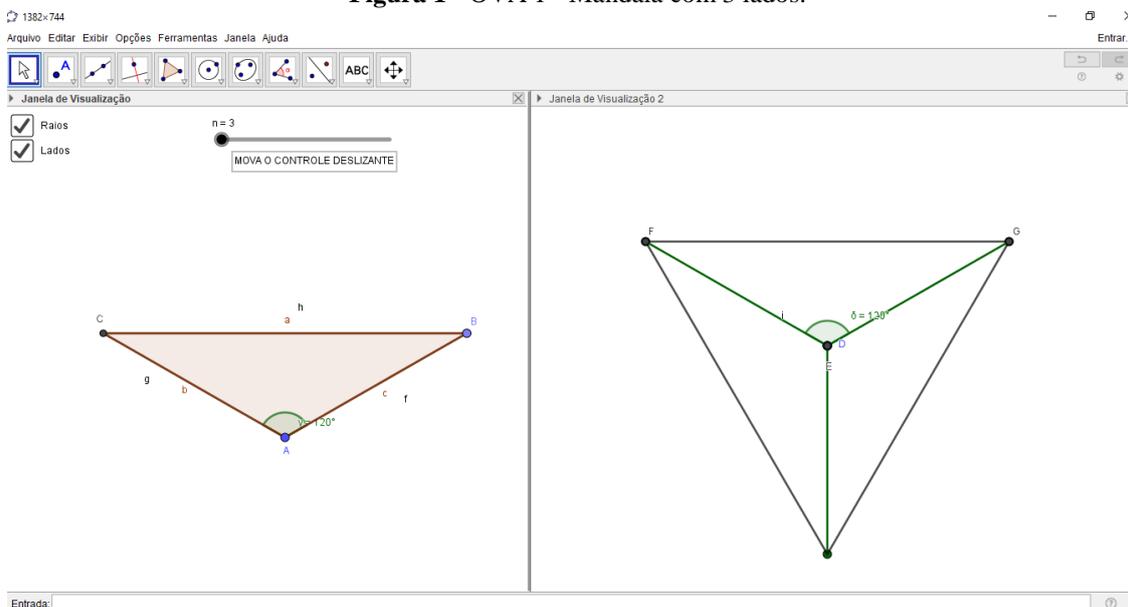
Resultados e Discussões

Inicialmente apresentam-se os três objetos (OVA 1, OVA 2 e OVA 3), sendo que, para cada um deles, é realizada uma descrição de potencialidades e possibilidades, por meio do exercício de imaginação pedagógica. Os OVA apresentados poderão ser construídos pelo professor, em conjunto com seus estudantes, a partir dos roteiros descritos e disponibilizados em Dreon (2021, pp. 41-45). Essa construção conjunta poderá contribuir para a argumentação e a compreensão de conceitos pelos estudantes.

Análise de Possibilidades e Potencialidades dos OVA

O OVA 1, em que *prints* da tela do GeoGebra são dados pelas Figuras 1 e 2, representa uma mandala que é um polígono regular, composto por triângulos, sendo que em uma das janelas de visualização aparece um dos triângulos que o compõem. Esse OVA possui um controle deslizante para o número de lados n do polígono.

Figura 1 - OVA 1 - Mandala com 3 lados.

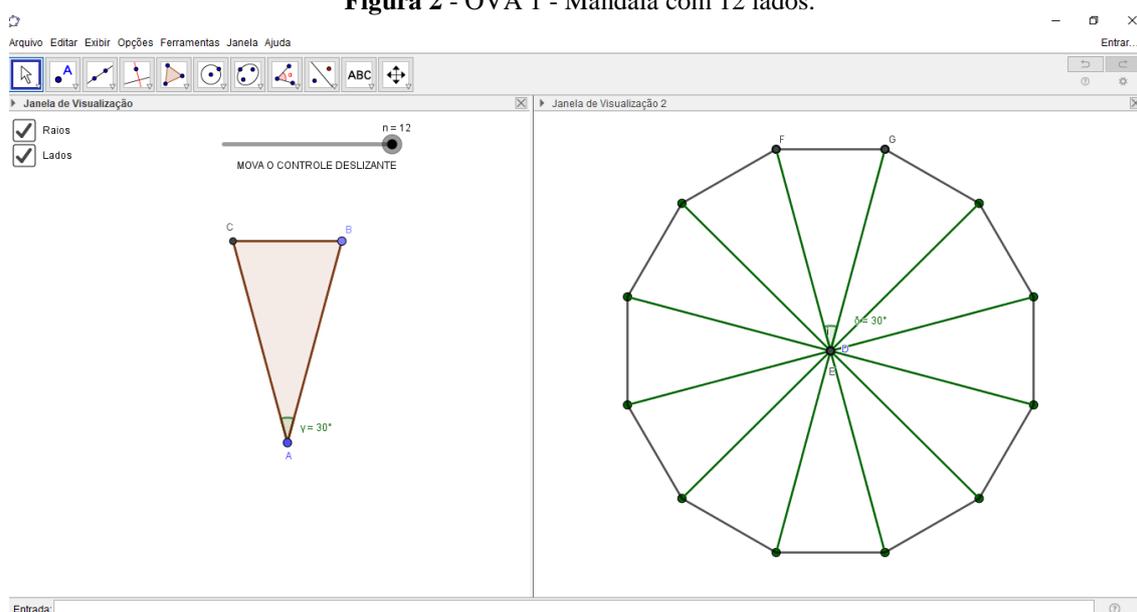


Fonte: Adaptado pelas autoras³, 2021.

A Figura 2 apresenta *print* do OVA 1 com 12 lados.

³ Arquivo original disponível em: <https://www.geogebra.org/m/evhphp9t>, acesso em: ago. 2021

Figura 2 - OVA 1 - Mandala com 12 lados.



Fonte: As autoras, 2021.

No OVA 1, podem ser explorados objetos de conhecimento relacionados ao tópico de ângulos, como reconhecer os elementos que compõem um ângulo e sua classificação com relação à medida em agudo, reto e obtuso, além da construção geométrica dos ângulos de 90° , 60° , 45° e 30° . Também pode ser explorada a bissetriz de um ângulo.

Observando o ângulo γ representado nas Figuras 1 e 2 do triângulo ABC , utilizando $n=3$ o ângulo γ mede 120° . Já para $n=12$ o ângulo γ mede 30° . Assim, tem-se que a alteração no número de lados implica uma mudança nas medidas dos ângulos e dos lados dos triângulos que compõem a mandala.

A partir da utilização do controle deslizante, podem ser exploradas várias propriedades ligadas aos triângulos, tais como a identificação dos elementos básicos vértices, ângulos e lados, além da condição de existência de um triângulo. Também podem ser exploradas a classificação dos triângulos quanto à medida dos seus lados: equilátero, isósceles e escaleno, e a classificação dos triângulos quanto à medida dos seus ângulos internos: retângulo, obtusângulo e acutângulo. Ainda, podem ser estudadas propriedades como a soma dos ângulos internos de um triângulo igual a 180° , o menor lado de um triângulo é sempre oposto ao menor ângulo interno e o maior lado é sempre oposto ao maior ângulo interno. Movimentando o controle deslizante, podem ser analisados os triângulos obtidos quanto à semelhança e quanto à congruência.

Podem ser explorados conteúdos relacionados a polígonos, como sua definição, nomenclatura, apótema, polígonos convexos e não convexos. Além disso, pode ser estudada a classificação dos polígonos regulares em relação ao número de lados e calcular a medida dos ângulos internos. Também pode ser explorado o cálculo de área de polígonos regulares de $n=5, 6, \dots, 12$ lados, a partir do cálculo da área de um triângulo.

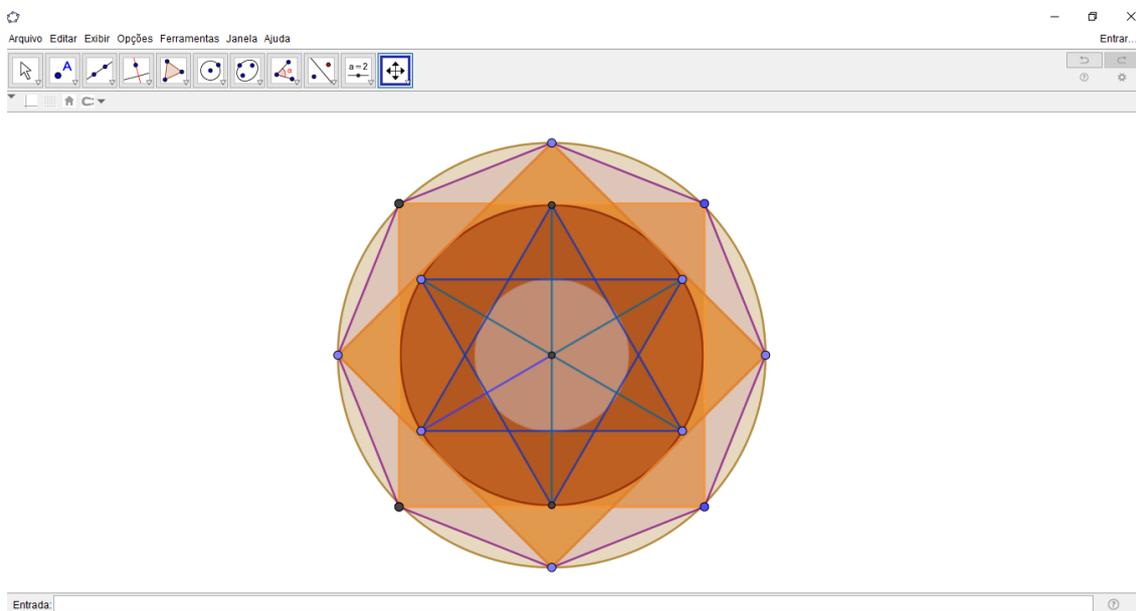
Outros conteúdos que também podem ser explorados são as relações trigonométricas: seno, cosseno e tangente, que relacionam as medidas dos lados de um triângulo retângulo com as medidas de seus ângulos.

Ainda, por meio do OVA 1, podem ser exploradas questões de raciocínio lógico, como, por exemplo, sabendo que o triângulo ABC é isósceles e que a medida do ângulo $\gamma=120^\circ$, qual é a medida dos outros dois ângulos? Para a sua solução, pode-se resolver a equação $120^\circ + 2x = 180^\circ$, em que x é a medida do ângulo procurada.

Portanto, por meio da análise de possibilidades do OVA 1, observam-se vários conteúdos que podem ser explorados para o estudo da geometria.

O segundo objeto (OVA 2), *print* da tela dado pela Figura 3, representa uma mandala composta por círculos, triângulos, quadrados e um octógono.

Figura 3 - OVA 2.



Fonte: As autoras, 2021.

Nesse OVA pode ser explorada a definição de círculo, circunferência e propriedades relacionadas a eles. Podem ser identificados, nessa mandala, o raio e o diâmetro das três circunferências presentes. A partir disso, pode-se explorar a razão entre o comprimento da circunferência e o seu diâmetro e, também, observar que sempre resulta em um mesmo número, chamado pi, denotado pelo símbolo π e que vale aproximadamente 3,141592653.... A partir dessa razão, encontra-se a fórmula que possibilita determinar o comprimento da circunferência em função do seu raio. Também é possível explorar a fórmula do cálculo da área de um círculo.

Utilizando-se as cores presentes na mandala, é possível comparar e estabelecer a diferença entre as definições de circunferência e círculo.

Com relação ao círculo, utilizando-se o OVA 2 é possível calcular a área dos três círculos presentes. Ainda, é possível identificar elementos como corda, arco, setor circular e segmento circular.

Nessa mandala, pode-se observar polígonos inscritos e circunscritos. Polígonos inscritos são aqueles que estão no interior de uma circunferência, de modo que todos os seus vértices são pontos dela. Já os polígonos circunscritos estão no exterior de uma circunferência e apresentam todos os seus lados tangentes a ela.

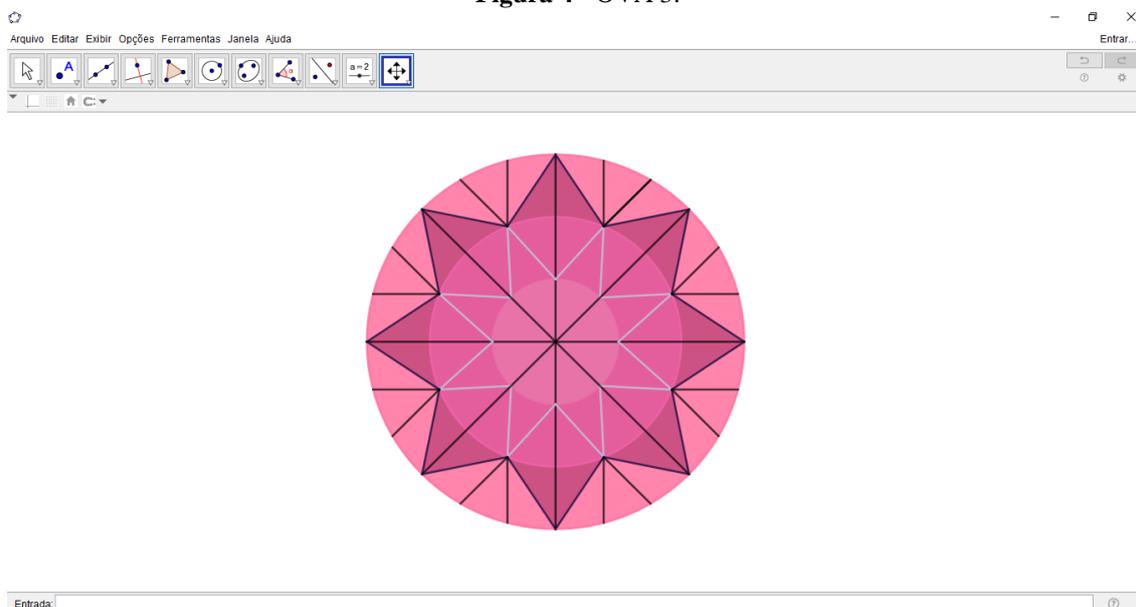
No OVA 2, todos os pontos do octógono pertencem à circunferência; nessa situação, tem-se que o octógono é inscrito na circunferência ou que a circunferência circunscreve esse polígono. Além disso, observando-se os dois quadrados e a circunferência que está no seu interior, como todos os lados do polígono são tangentes à circunferência diz-se que o polígono circunscreve a circunferência ou a circunferência está inscrita no polígono. Também pode-se explorar o caso de triângulos inscritos e circunscritos em uma circunferência.

Uma informação adicional: na construção desse objeto, o conceito de mediatriz pode ser explorado, visto que o quadrado cor laranja claro foi construído a partir da construção da mediatriz de dois segmentos. Traçando a mediatriz dos segmentos que formam o lado do quadrado laranja escuro, os pontos em que a mediatriz interceptou a circunferência maior foram ligados por meio de quatro segmentos formando o quadrado laranja claro.

Nesse OVA, também podem ser exploradas as simetrias de figuras planas (reflexão e rotação) e suas propriedades, bem como a congruência de triângulos a partir dos dois triângulos apresentados.

O OVA 3, *print* dado pela Figura 4, representa uma mandala composta por círculos e polígonos não convexos. Ele foi elaborado a partir da construção de retas paralelas, perpendiculares e da mediatriz de segmentos, entre outros resultados de geometria e construções geométricas elementares que podem ser explorados com os estudantes.

Figura 4 - OVA 3.



Fonte: As autoras, 2021.

Nele também podem ser exploradas propriedades de simetria de reflexão e rotação. A simetria reflexiva, também conhecida como simetria do espelho ou axial, ocorre quando uma reta divide a figura em partes congruentes. Ela pode ser observada no OVA 3, traçando-se um eixo de simetria na vertical que passe pelo seu centro, por exemplo. De modo análogo, qualquer outro eixo que passe pelo centro da mandala é um eixo de simetria. A simetria de rotação ou central acontece se, ao girar uma figura ao redor de um ponto, ela fica exatamente com o mesmo formato como na posição original. Isso pode ser observado rotacionando-se esse OVA.

Assim como no OVA 2, também no OVA 3 podem ser explorados os conceitos de círculo e circunferência, raio, diâmetro e suas relações. Ainda, podem ser explorados polígonos convexos e não convexos, visto que a mandala apresenta dois polígonos não convexos com 16 lados.

Classificação dos objetos de conhecimento

A unidade temática Geometria e a unidade Grandezas e Medidas fazem parte do componente curricular de Matemática do Ensino Fundamental Anos Finais. Na unidade Geometria, do 6º ao 9º Ano, alguns dos objetos de conhecimento que devem ser trabalhados são polígonos e polígonos regulares, retas paralelas, perpendiculares, figuras semelhantes, triângulos, simetrias, circunferência, mediatriz e bissetriz; na unidade Grandezas e Medidas, são ângulos, perímetro e área de polígonos e comprimento da circunferência, conforme Brasil (2018).

Neste trabalho, a partir da análise realizada, agrupam-se os OVA em quadros, por ano do Ensino Fundamental Anos Finais, considerando-se os objetos de conhecimento e as unidades temáticas Geometria e Grandezas e Medidas. Não se faz distinção dos objetos de conhecimento e suas respectivas unidades temáticas.

Inicia-se com a classificação do 6º Ano, dada pelo Quadro 1.

Quadro 1: Conhecimentos geométricos - 6º Ano.

OVA	Objetos de Conhecimento
OVA 1	<ul style="list-style-type: none">- Polígonos: nomenclatura quanto ao número de lados, vértices e ângulos.- Classificação dos polígonos em regulares e não regulares.- Classificação dos triângulos em relação às medidas dos lados e dos ângulos.- Construção de figuras planas semelhantes em situações de ampliação e redução.
OVA 2	<ul style="list-style-type: none">- Definição e propriedades de quadrado, triângulo e octógono.
OVA 3	<ul style="list-style-type: none">- Construção de retas paralelas fazendo uso de softwares.

Fonte: As autoras, 2021.

Analisando-se o Quadro 1, conclui-se que, em relação ao 6º Ano, o OVA que apresenta mais possibilidades de interação de objetos de conhecimento é o OVA 1. Esse OVA permite explorar grande parte dos conteúdos de geometria plana previstos para esse ano escolar. Os demais OVA apresentam menos possibilidades para se trabalhar os objetos de conhecimento do 6º Ano.

O Quadro 2 apresenta a classificação para o 7º Ano.

Quadro 2: Conhecimentos geométricos - 7º Ano.

OVA	Objetos de Conhecimento
OVA 1	- Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos.
OVA 2	- A circunferência como lugar geométrico: definição e seus elementos. - Círculo: definição e seus elementos. - Simetrias: rotação e reflexão.
OVA 3	Simetrias: rotação e reflexão.

Fonte: As autoras, 2021.

Para o 7º Ano, os três OVA apresentam potencialidades de se explorar conteúdos. O OVA 2 é o que apresenta mais possibilidades, permitindo um estudo da circunferência e do círculo. Os OVA 2 e 3 possibilitam o estudo de simetrias, um conteúdo que, na maioria das vezes, não é trabalhado na Educação Básica. A simetria é bastante visual; assim, a utilização de OVA facilita seu ensino pois estimula o raciocínio e a compreensão do conceito através da visualização.

O Quadro 3 apresenta a classificação para o 8º Ano.

Quadro 3: Conhecimentos geométricos - 8º Ano.

OVA	Objetos de Conhecimento
OVA 1	- Congruência de triângulos. - Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.
OVA 2	- Mediatriz como lugar geométrico e construção. - Simetrias: rotação e reflexão.
OVA 3	- Mediatriz como lugar geométrico e construção. - Simetrias: rotação e reflexão.

Fonte: As autoras, 2021.

Para o 8º Ano, destaca-se, nos OVA 2 e 3, a possibilidade de estudo da mediatriz que aparece na construção desses OVA. Neste sentido, enfatizam-se, novamente, os benefícios de o professor realizar as construções dos OVA com os estudantes, explorando cada ferramenta do GeoGebra utilizada, aumentando a quantidade de conceitos que podem ser trabalhados.

Por fim, o Quadro 4 apresenta a classificação para o 9º Ano.

Quadro 4: Conhecimentos geométricos - 9º Ano.

OVA	Objetos de Conhecimento
OVA 1	- Estudo dos triângulos. - Estudo dos polígonos.
OVA 2	- Polígonos inscritos e circunscritos na circunferência. - Relações entre arcos e ângulos na circunferência.
OVA 3	- Estudo dos triângulos. - Estudo dos demais polígonos.

Fonte: As autoras, 2021.

Com relação aos objetos de conhecimento do 9º Ano, os OVA 1, 2 e 3 apresentam duas possibilidades cada, na percepção das autoras, potencialidades para se trabalhar objetos de conhecimento desse ano escolar.

Outras Conclusões

Foram apresentados três OVA, dois mais simples e um mais elaborado, construídos no GeoGebra, o que facilitou bastante sua construção. Nesses OVA, foi possível elencar objetos de conhecimento tais como ângulos, polígonos, simetrias, estudo do círculo e da circunferência, construções geométricas, entre vários outros destacados nos Quadros 1, 2, 3 e 4.

A partir dessa classificação, concluiu-se que dos três OVA o OVA 1, apesar de, no contexto das mandalas, representar uma construção mais simples, é o objeto que mais possibilidades traz de se explorar conteúdos de geometria, enquanto o OVA 3, que representa uma mandala muito mais elaborada, é o que apresenta menos possibilidades.

Utilizando-se o OVA 1, podem ser estudados quase todos os conteúdos de geometria plana previstos para o 6º Ano. Ainda, destaca-se que a utilização do controle deslizante nesse objeto permite a realização de vários questionamentos para os estudantes estimulando o desenvolvimento do raciocínio exploratório.

No OVA 2, salientam-se várias possibilidades de exploração a partir dos conceitos de circunferência, círculo e simetrias. Já o OVA 3 configura-se em uma excelente ferramenta para o estudo das simetrias.

Além das possibilidades de se explorar conteúdos ou objetos de conhecimento de geometria podem-se destacar outras potencialidades, tais como a construção dos OVA no

GeoGebra utilizando-se as ferramentas do GeoGebra, a visualização e o movimento proporcionados pela interação com o software e a realização de um trabalho interdisciplinar entre Matemática e Arte, que não foi abordada neste trabalho. Como a construção de mandalas permite explorar conceitos matemáticos e estéticos de forma interdisciplinar, tais como a simetria e a disposição harmônica dos polígonos, demonstra-se que há possibilidades de articulação entre os componentes curriculares de Arte e Matemática.

Considerações finais

Neste trabalho, buscou-se construir um OVA mediante uma abordagem ainda pouco explorada para ensinar conceitos de geometria: a construção de mandalas utilizando-se o GeoGebra. Foram apresentados três OVA baseados em mandalas geométricas, acompanhados de um exercício de imaginação pedagógica, para indicar possibilidades e potencialidades que podem ser exploradas na Educação Básica. Pode-se verificar, por meio dos quadros apresentados e do exercício de imaginação pedagógica, que vários conceitos geométricos fazem parte do currículo da Educação Básica e permitem utilizar esses OVA.

Destaca-se a importância de os docentes buscarem alternativas de recursos metodológicos, entre as formas de representação de objetos de estudos da Matemática, para a consolidação do processo de aprendizagem, de forma a desenvolver, nos estudantes, habilidades de representação dos conceitos estudados. A utilização de recursos tecnológicos na prática docente apresenta-se como um aliado para despertar o interesse e o comprometimento dos estudantes na construção do conhecimento. Nesse sentido, a fim de também contribuir na disponibilização de material para professores utilizarem em suas aulas, desenvolveu-se este trabalho.

O objetivo principal foi indicar possibilidades e potencialidades de interação e de conteúdos de geometria que passam ser explorados em OVA elaborados a partir de mandalas geométricas como estratégias diferenciadas para aprender geometria e, também, identificar a sua presença no meio em que se vive. A prática com a construção de mandalas é desafiadora e pode conquistar o estudante, sendo um recurso facilitador e, ao mesmo tempo, motivador do processo ensino, dando ênfase à relação teoria e prática,

para que os estudantes possam, a partir do concreto, abstrair conceitos para uma aprendizagem mais significativa.

Conclui-se que os objetivos propostos foram alcançados e espera-se que este material produzido seja utilizado por professores da Educação Básica em suas aulas e que as discussões e os resultados obtidos contribuam para a melhoria do ensino de geometria.

Referências

AUDINO, D. F.; NASCIMENTO, R. S. Objetos de aprendizagem – diálogos entre conceitos - uma nova proposição aplicada à educação. **Revista Contemporânea de Educação**, 10(5), 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/UNDIME, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 30 nov. 2021.

CHULEK, C.; SANTOS, S. R. P.; BURAK, D. Mandala: relato de experiência de uma atividade de modelagem Matemática. VIII Encontro Paranaense de Modelagem Matemática. Cascavel, **Anais...** 2018.

DREON, T. C. **Mandalas e a Geometria do Ensino Fundamental II**. 2021. 46 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Curso de Licenciatura em Matemática, Universidade Federal da Fronteira Sul, Chapecó, 2021.

FELIPE, F. A. M. **O uso das TICs nas aulas de Matemática**. 2015. 43 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Curso de Matemática, Universidade Aberta do Brasil e Instituto UFC Virtual da Universidade Federal do Ceará, Quixadá, 2015. Disponível em: http://www.repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/35895/1/2015_tcc_famfelipe.pdf. Acesso em: 18 nov. 2021.

GUARDA, S. M.; PETRY, V. J. Uso de Objetos Virtuais de Aprendizagem Visando à Compreensão e à Representação de Elementos da Geometria Analítica. **Acta Latinoamericana de Matemática Educativa**, 33 (1):707-7017, 2020.

HALBERSTADT, F. F.; ASSUMPÇÃO, P. G. S. de; MATHIAS, C. V. Possibilidades de uso do GeoGebra no ensino e aprendizagem da geometria: algumas reflexões. **Educ.&Tecnol.** Belo Horizonte. v. 21, n. 3, p. 32-44, set./dez. 2016.

KLEEMANN, R.; PETRY, V. J. Desenvolvimento de um Exercício de Imaginação Pedagógica a partir de uma Proposta Metodológica Interdisciplinar. **Investigações em Ensino de Ciências (on-line)**, v. 25, p. 232-251, 2020.

LORENZATO, S. Por que não ensinar geometria? A Educação Matemática em Revista – Geometria, Blumenau, SC: SBEM – **Sociedade Brasileira de Educação**

Matemática, ano III, n. 4, p. 3-13, 1º semestre 1995. Disponível em:
http://professoresdematematica.com.br/wa_files/0_20POR_20QUE_20NAO_20ENSINAR_20GEOMETRIA.pdf. Acesso em: 18 ago. 2021.

MINAYO, M. C. D. S. (Org.). Pesquisa Social. Teoria, método e criatividade. 18. ed. Petrópolis: Vozes, 2001. Disponível em:
http://www.faed.udesc.br/arquivos/id_submenu/1428/minayo_2001.pdf. Acesso em: 05 out. 2021.

MONTEIRO, L. S. *et al.* Tecnologia da Informação e Comunicação Empregados na Engenharia. **Revista de Trabalhos Acadêmicos – Universo Recife**, v. 3, n. 4, 2016. Disponível em:
<http://revista.universo.edu.br/index.php?journal=1UNICARECIFE2&page=article&op=view&path%5B%5D=3449>. Acesso em: 06 dez. 2021.

OLIVA, W. M. Geometria não euclidiana. **Revista do professor de matemática**. SBM, n. 2, p. 28-31, 1981.

OLIVEIRA, C. D.; MOURA, S. P. TICs na educação: a utilização das tecnologias da informação e comunicação na aprendizagem do aluno. **Pedagogia em Ação**, v. 7, n. 1, p. 75-94, dez. 2015. Disponível em:
<http://periodicos.pucminas.br/index.php/pedagogiacao/article/view/11019/8864>. Acesso em: 04 jul. 2021.

PAIS, L. C. Intuição, Experiência e Teoria Geométrica. **Zetetiké**, Campinas, v. 4, n. 6, p. 65-74, dez. 1996. Disponível em:
<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646739/13641>. Acesso em: 26 out. 2021.

PUNTES, R. V. **Tecnologias de informação e comunicação no ensino de Matemática**. 2017. 69 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Curso de Matemática, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2017. Disponível em:
<https://repositorio.ufu.br/bitstream/123456789/25245/1/Tecnologias%20de%20informacao%20e%20comunicacao.pdf>. Acesso em: 16 ago. 2021.

RAMOS, A. P. D. O. **Mandalas e a construção de saberes em Arte e Matemática**. 2016. 28f. Monografia (Licenciatura em Ciências Exatas - Matemática) - Universidade Federal do Pampa, Unipampa, Caçapava do Sul (RS), 2016. Disponível em:
http://cursos.unipampa.edu.br/cursos/cienciasexatas/files/2014/06/TCC_AnaPaula2016-2.pdf. Acesso em: 09 abr. 2021.

SCHEFFER, N. F. A argumentação em matemática na interação com tecnologias. **Ciência e Natura**, v. 34, p. 23-38, 2012.

SILVA, H. P. D. **O uso de mandalas como estratégia para o ensino de simetrias**. 2020. 77f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) – Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia de São Paulo, IFSP, São Paulo (SP),

2020. Disponível em: https://sca.proformat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc4.php?cod=5561_6333f571bde7a44116108848ba3747faec4058f8. Acesso em: 09 abr. 2021.

SKOVSMOSE, O. Pesquisando o que não é, mas poderia ser. In: B. S., D´Ambrosio; C. E., Lopes (Org.). **Vertentes da subversão na produção científica em educação matemática**. (p. 63-90). Campinas: Mercado de Letras, 2015.

SPINELLI, W. **Os Objetos Virtuais de Aprendizagem**: ação, criação e conhecimento. s/d. Disponível em: <http://www.lapef.fe.usp.br/rived/textoscomplementares/textoImodulo5.pdf>. Acesso em: 10 abr. 2021.

SOUZA, M. B. *et al.* **Matematicando**: a geometria nas mandalas. **Signos**, Lajeado, v. 38, n. 1, p. 97 - 117, 2017. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.22410/issn.1983-0378.v38i1a2017.1387>. Acesso em: 09 abr. 2021.

YAMADA, T. R. U. **A abordagem com mandalas na formação do professor de Matemática**. Disponível em: https://silo.tips/queue/a-abordagem-com-mandalas-na-formacao-do-professor-de-matematica?&queue_id=-1&v=1629328687&u=MTc3Ljc1LjEzMy40OQ==. Acesso em: 18 ago. 2021.

INICIAÇÃO À DOCÊNCIA E FORMAÇÃO DA IDENTIDADE DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA NO PIBID

Pedro Augusto Pereira Borges⁴⁹
 Nilce Fátima Scheffer⁵⁰
 Rosane Rossato Binotto⁵¹

1 Introdução

A iniciação à docência de futuros professores de Matemática é a meta do Subprojeto de Matemática do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) da Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), *campus* Chapecó – SC, edição de 2020, o núcleo de Matemática no

49 Pós-Doutor em Educação Científica e Tecnológica e doutor em Engenharia Mecânica. Professor do magistério superior da Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), coordenador de área do Subprojeto de Matemática, *campus* Chapecó - SC, do PIBID-UFFS. Correio eletrônico: pedro.borges@uffs.edu.br

50 Pós-Doutora em Educação Matemática e doutora em Educação Matemática. Professora do magistério superior da Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), vice-coordenadora de área do Subprojeto de Matemática, *campus* Chapecó - SC, do PIBID-UFFS. Correio eletrônico: nilce.scheffer@uffs.edu.br

51 Doutora em Matemática. Professora do magistério superior da Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), colaboradora de área do Subprojeto de Matemática, *campus* Chapecó - SC, do PIBID-UFFS. Correio eletrônico: rosane.binotto@uffs.edu.br

qual foram desenvolvidas, além de outras, atividades em escolas públicas com atendimento aos estudantes, um acompanhamento complementar às aulas de Matemática, que nomeamos de Programa Tira-Dúvidas, como alternativa de inserir os pibidianos no ambiente escolar, mesmo que de modo remoto. Para além da eficiência neste acompanhamento de apoio à aprendizagem, os relatos mostraram elementos particulares de cada futuro professor, emergindo naqueles momentos. Desde a insegurança para ensinar Matemática na Educação Básica, do sentir-se reconhecido como professor, do sentir-se ajudando alguém, do gostar de ensinar, até o querer continuar ensinando, ficou evidente que alguma outra variável, além do conhecimento dos conteúdos, teorias de aprendizagem e metodologias de ensino, faz parte substancial da formação de um professor.

Entender como alguém decide ser professor ou constrói sua identificação com o magistério parece ser tão importante quanto instrumentalizá-lo tecnicamente. Assim, partimos da hipótese de que há algo de pessoal na decisão de ser professor, que está relacionado tanto à área do conhecimento, quanto ao ato de ensinar. Ambas as relações são intrínsecas ao sujeito. A primeira é uma identificação com o conhecimento, porque tem afinidade, facilidade, gosto, prazer, admiração ou sucesso. A segunda é a identificação com uma missão de comunicar-se com o outro, de ser reconhecido pelo benefício de ensinar, de transformar o domínio do conhecimento em um valor social e necessário para a humanidade.

Evidentemente, a opção pelo magistério tem outros condicionantes, tal como o reconhecimento social, como qualquer profissão. Porém, aceitos os desafios de tais condições, ao escolher ser professor, o sujeito, de alguma forma, ao longo de sua história, desenvolve sua própria identidade de professor, concomitantemente à sua formação pessoal, como refere-se Nóvoa: “[...] ser professor obriga a opções constantes, que cruzam nossa maneira de ser com a nossa maneira de ensinar, e que desvendam na nossa maneira de ensinar a nossa maneira de ser” (NÓVOA, 1992, p. 9).

Este capítulo apresenta uma reflexão realizada com um grupo de pibidianos do núcleo de Matemática, norteadas pela seguinte questão: Que tipos de contribuições as práticas de acompanhamento do Programa Tira-Dúvidas proporcionaram à identificação com o ato de ensinar e à identidade profissional dos pibidianos como professores de Matemática?

Reunimos, na segunda seção deste trabalho, posicionamentos sobre a identificação e a construção da identidade do professor de Matemática e com base neles,

sintetizamos os eixos de análise da pesquisa.⁵² Na terceira seção, descrevemos os recursos metodológicos empregados para a coleta e análise de dados e, na quarta, apresentamos a análise dos dados sob a luz desses eixos.

2 A identidade do professor de Matemática em formação

A formação do professor é tomada como um processo complexo, longo, contínuo, intrínseco, social e multivariável. Envolve questões de ordem pessoal: capacidades cognitivas, de relacionamento, gostos e desejos. É um processo longo e contínuo, porque é para toda a vida profissional. É também um processo de amadurecimento individual e social ao mesmo tempo, porque, assim como a atuação de cada professor transforma o ambiente escolar, as rotinas, os cursos, a partilha de informações e experiências transformam o indivíduo.

Nesse sentido, para Huberman (1995), de modo geral, como em outras profissões, a formação do profissional da educação passa por diferentes fases: exploração, estabilização, diversificação, serenidade, distanciamento afetivo e, por fim, o desinvestimento. Os primeiros contatos com a profissão ocorrem ainda nas vivências escolares como estudante, a partir da observação dos próprios professores: “[...] embora nem sempre esse processo seja consciente, os professores que tivemos ao longo da vida, influenciam, muitas vezes em nossa escolha profissional, em nossa atuação e no tipo de professor que somos ou almejamos ser [...]” (AMARAL, COSTA e FALCÃO, 2020, p. 297).

Ao considerar o desenvolvimento profissional do professor que ensina Matemática, Santos e Couto (2020) o destacam como um processo de estruturação da pessoa que o vivencia. Essa posição é resultado de posturas dos professores frente aos desafios que afetam sua capacidade de se integrar a um projeto maior de educação e salientam que tudo o que acontece com o objetivo de melhorar o fazer pedagógico pode ser entendido como ação de desenvolvimento profissional. Assim, o sentido do desenvolvimento profissional dos professores depende da história de suas vidas profissionais e pessoais, de políticas públicas e contextos escolares nos quais realizam suas atividades docentes. Particularmente, para que a identificação do ser professor se consolide, vale a experiência com diferentes frentes de atuação oferecidas pela profissão, tais como o ministrar aulas particulares, o ensinar alguma criança da família ou o contato com professores mais experientes e em atividade.

52 Pesquisa aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa, CAAE: 50898721.80000.5564, Número do Parecer: 4.990.198 em 09 de setembro de 2021.

Na fase de exploração, conforme Huberman (1995), ser professor ainda é uma opção provisória. Uma vez feita a escolha pela licenciatura, mesmo que ainda parem dúvidas, a inserção no contexto escolar e em rotinas de trabalho em educação, em leituras e práticas pedagógicas conduzem para a fase de estabilização, aspecto que a vivência proporciona. Momento em que o sujeito, aos poucos, apodera-se de conhecimentos técnicos e práticos que lhe dão segurança nas ações e, por sua atuação, os outros o veem como professor. Essas duas fases, no nosso entendimento, são próprias do período de formação universitária, com experiências, leituras, debates, práticas pedagógicas nas escolas.⁵³

Nesse sentido, entendemos que a identificação do jovem com a educação é um elemento-chave para que o educador se estabeleça no ambiente escolar e desenvolva sua identidade. Mas o que é a identidade do profissional do professor? como ela é formada e se transforma?

Em Oliveira, são apontados princípios e valores como elementos constitutivos da identidade docente:

A identidade faz parte de uma construção de princípios e valores, através de inúmeras socializações as quais são construídas ao longo da vida do sujeito. Entende-se também que é um conjunto de características próprias de um sujeito, portanto, é aquilo que o identifica (OLIVEIRA, 2017, p. 4341).

Imbernón acrescenta que a identidade “[...] é modificável, sendo a união de representações, sentimentos, experiências, biografias, influências, valores, etc., o que vai mudando” (IMBERNÓN, 2010, p. 80).

Para esses autores e para Amaral, Costa e Falcão (2020), a formação da identidade profissional é um processo dinâmico, uma construção, uma transformação pessoal, que ocorre às custas dos próprios esforços e no espaço das interações sociais. São as experiências pessoais, o percurso formativo e a atuação docente que constituem o ser professor.

Considerando a ideia de Oliveira (2017) e dos demais autores citados, de que a identidade do professor é aquilo que o identifica, classificamos, neste estudo, os elementos da identidade em eixos que, evidentemente, estão

53 A fase de diversificação é quando o professor experimenta múltiplas funções na escola e/ou na vida, tais como coordenações, conselhos, direção (diversificação); a serenidade é quando a preocupação com os detalhes de fatos e procedimentos (pois existe um certo domínio desses) dá lugar à condução de processos ao que se quer de fato: o envolvimento dos alunos, a interação ou, para alguns, a desilusão. O “não estudar mais”, a acomodação à rotina e o desinteresse pelas ações de educação são próprios da fase do desinvestimento. O leitor encontrará uma descrição detalhada dessas fases em Huberman (1995, p. 34-44).

relacionados entre si: Princípios e valores; Relacionamentos sociais; Características pessoais; Relação com o conhecimento e Recursos pedagógicos.

Conseqüentemente, os princípios e valores são as crenças e sínteses de seus estudos sobre o que é uma sociedade humana, e mais, como a educação e, particularmente, como sua vida e seu trabalho se conectam no mundo moderno. Dessa compreensão, consciente, coerente ou não, brotam a sua ética, seus compromissos, seus relacionamentos sociais, afetivos e seus posicionamentos políticos e profissionais.

Assim, o modo como o professor conversa, compartilha ideias, se comunica, ouve seus colegas e estudantes constitui sua identidade de relacionamento social. Por isso, ser um professor autoritário, impositivo ou democrático é mais do que uma escolha: é uma consequência da autoconfiança, dos medos, das inseguranças, das convicções, dos orgulhos, das ambições, das relações com o poder e da humildade.

As características pessoais dos professores podem ser divididas em aparentes e simbólicas. As aparentes são a imagem física, os tipos de roupas, os gestos, o comportamento tímido ou extrovertido e a linguagem. As características simbólicas são as afetivas, decorrentes dos relacionamentos, das simpatias e antipatias, das cobranças, das avaliações, dos desentendimentos e superações, que ficam de alguma forma na memória dos estudantes.

A relação com o conhecimento, entendemos, é outro eixo da identidade do professor de Matemática. Particularmente, o saber específico é o que o distingue dos colegas de outras áreas. Para além do aspecto técnico do domínio conceitual e das habilidades operatórias com a linguagem simbólica, entender a Matemática nas suas características dialética, algorítmica e como conhecimento útil para a humanidade⁵⁴ constitui uma identificação epistemológica.⁵⁵ Essa relação não se consolida sem uma admiração, um reconhecimento da beleza e do prazer em conjecturar e demonstrar proposições. Na medida em que o estudante aperfeiçoa seu conhecimento matemático, consolida sua identificação com os procedimentos próprios da área, o que passa a fazer parte da sua forma de pensar, de analisar os fatos e, principalmente, para os objetivos deste trabalho, marca fortemente sua maneira de ensinar.

54 A Matemática algorítmica é entendida como uma investigação que gera resultados matemáticos (tais como raízes de números e zeros de funções, por exemplo) e a dialética como uma ciência da argumentação lógica (DAVIS; HERSCH, 1985, p. 215).

55 Para Charlot as relações epistêmicas são aquelas que dependem de como o sujeito entende o que é o saber, a sua estrutura e suas características (CHARLOT, 2000, p. 68).

Os recursos pedagógicos que o professor utiliza, entendemos, são decorrentes dos outros eixos da identidade profissional, citados anteriormente. A escolha do professor pelo binômio aulas expositivas e livro didático, pode ser justificada pela praticidade. Porém, mesmo nessas condições, o tipo de exposição, a argumentação, a maneira de explorar os conceitos e propriedades são recursos pedagógicos próprios de cada um. Tais escolhas, consciente ou inconscientemente, estão vinculadas às concepções de educação e sociedade, às características pessoais e aos tipos de vivências no contexto escolar.

Além disso, concordamos com Pimenta (2012), que os eixos da identidade profissional, se transformam dinamicamente ao longo do tempo em função de experiências, estudos e influências historicamente estabelecidas, nas vivências do professor.

3 Metodologia de coleta e análise de dados

Este estudo insere-se na perspectiva qualitativa quanto ao tipo de dados e tem como material de análise as manifestações de nove pibidianos integrantes do núcleo de Matemática que participaram do Programa Tira-Dúvidas atendendo estudantes do Ensino Fundamental II, do contexto de duas escolas públicas, uma municipal e outra estadual, do município de Chapecó - SC.

A coleta de dados foi realizada a partir de um questionário sobre experiências vivenciadas na iniciação à docência. Esse instrumento foi disponibilizado e respondido via Google Formulários e, na sua parte I, contemplou a relação com a Matemática, na parte II a decisão de ser professor e, na parte III, a experiência no Programa Tira-Dúvidas.

A organização e análise dos dados foi desenvolvida a partir da análise de conteúdo, que, segundo Bardin (2016), compreende as fases de: (i) Pré-Análise, em que se definem os materiais a serem analisados, formulam-se hipóteses e objetivos e elaboram-se indicadores, a fim de interpretar o material coletado; (ii) Exploração do Material, em que os dados obtidos são organizados por meio de categorias, sendo o momento da descrição analítica; e (iii) Tratamento dos Resultados em que há inferência e interpretação, na qual os dados obtidos são analisados a partir da categorização.

Na análise dos dados, foram consideradas quatro categorias sintetizadas a partir dos eixos descritos na seção anterior:

- (a) Crenças e princípios sobre educação, sociedade e Matemática;

- (b) A identificação com a Matemática e o seu ensino;
- (c) As características pessoais da atuação como professor no meio escolar; e
- (d) Atuação e recursos pedagógicos.

Na próxima seção, apresentamos a exploração do material e a análise das manifestações dos pibidianos de acordo com as categorias dadas.

4 Transformações da identidade profissional e iniciação à docência

O estudo contou com a participação de pibidianos do Programa Tira-Dúvidas, no ano de 2021, atuando na resolução de atividades de Matemática, solicitadas pelas professoras supervisoras⁵⁶ e discutindo coletivamente as experiências.

As respostas ao questionário foram examinadas, classificadas e analisadas com base na questão em estudo e nas categorias propostas na seção anterior.

4.1 As relações entre Educação, Sociedade e Matemática

Podemos observar que existem relações entre a educação e a sociedade, no ideário de um pibidiano, ao afirmar que “[...] a área da educação é um pilar fundamental pra sociedade”.

A importância dada à educação como elemento de transformação das pessoas é observada no relato: “O poder que ela tem de transformar vidas, compartilhar conhecimento e melhorar os seres humanos, e consequentemente o mundo, é inexplicável [...]”. Uma pibidiana coloca-se à disposição para participar dessa tarefa transformadora: “Eu acredito que a educação é um meio de mudar o mundo, então decidi ser professora para fazer parte desta história.”

A possibilidade de transformar a relação dos estudantes com a Matemática é entendida pelos pibidianos, como uma missão específica do professor. É o que se observa em: “[...] essa profissão é muito importante, temos uma responsabilidade tremenda já que podemos afetar negativamente na vida dos estudantes, em contraposição temos a oportunidade de mudá-la positivamente.”

Outros participantes da pesquisa entendem a atuação do professor como uma espécie de missão qualificada por um saber pedagógico que viabiliza o desenvolvimento cognitivo e a capacidade de resolver problemas, de todos os estudantes: “[...] cabe a um docente de Matemática preparar

56 Às supervisoras, Professoras Josi Bazzo Coradi e Josiane de Souza, nossos agradecimentos.

quaisquer que sejam seus alunos para que os mesmos tenham um raciocínio lógico e habilidades em resolução de problemas desenvolvidos.”

Essas concepções das relações entre escola, sociedade e Matemática estão praticamente em um nível de senso comum, mas poderão ser aperfeiçoadas com leituras efetuadas no decorrer do curso de licenciatura.

Algumas concepções de Matemática carregam a crença de que ela é basicamente cálculos, certeza e exatidão: “Desde sempre tive muita facilidade com cálculos e passei a ter muito interesse nessa área; a matemática nos leva no caminho certo; Matemática são [...] coisas exatas, que dão certo [...]” Porém, para outros, observamos indícios de ampliação dessas ideias, com uma visão mais voltada à lógica e investigação da verdade de proposições: “Sempre me dei bem com números e tive ainda mais certeza do que queria quando os números deixaram de ser algo específico e passaram a envolver um nível maior de lógica e demonstração.”

Com essa categoria podemos dizer que os pibidianos mencionam três características para a Matemática: quando se referem à Matemática como cálculos, a entendem como algorítmica, associada a habilidade de fazer contas. Ao constatarem que os algoritmos são proposições e sua validade precisa ser justificada, perceberam que fazer Matemática significa criar proposições e demonstrá-las. Por fim, os usos da Matemática em outras áreas ou no cotidiano, justificam do ponto de vista social, todo esse esforço de criação científica. Nessas concepções, também identificamos forte influência de elementos das discussões ocorridas no núcleo, iniciadas a partir da leitura de Davis e Hersch (1998, p. 215), bem como no processo de elaboração das atividades de ensino.

4.2 A identificação com a Matemática e o seu ensino

A identificação com o conhecimento matemático durante os primeiros anos escolares foi manifestada de diversas formas pelos pibidianos. Os termos e expressões, “entender”, “afinidade”, “gostar de estudar” e “boa relação” foram bem frequentes, como podemos observar em: *Sempre gostei de fazer atividades matemáticas em sala de aula, casa; Sempre gostei da matemática, tinha afinidade com a matéria e isso me fez querer conhecer mais sobre ela.* Porém, para outros, ela nem sempre foi objeto de admiração e prazer, mas de dificuldades iniciais, seguidas de dedicação, estudos e superações: *Não gostava da matemática, com as abordagens dos professores comecei a aprender e compreender o que é a importância da matemática na nossa vida.*

Observamos, nas respostas, que a identificação com a Matemática veio de experiências escolares, associadas ao sucesso em executar exercícios,

resolver problemas e ajudar os colegas. Os talentos pessoais, como habilidade de cálculo, combinados com o reconhecimento social, formaram um quadro de sucesso que promoveu a identificação. Durante a graduação, essa identificação tende a se aperfeiçoar, com o aprofundamento do estudo dos conceitos matemáticos e da formação pedagógica que potencializará o atendimento aos outros. As atividades do núcleo PIBID e particularmente o Programa Tira-Dúvidas contribuíram para essa identificação, ao desenvolver planejamentos pedagógicos, nos quais os estudantes ampliaram sua compreensão da Matemática a ser ensinada.

4.3 Características pessoais da atuação como professor no meio escolar

Esta categoria contempla os aspectos da identidade física dos pibidianos, modos típicos de atuação em aula, que certamente não sofreram alteração significativa no curto espaço de tempo analisado na pesquisa. Mesmo assim, consideramos que ocorreram transformações na identificação com a carreira profissional, na passagem de jovens aspirantes a professores com alguma experiência inicial. Na medida em que essa passagem se efetiva, potencializada pelo amadurecimento natural, alguma influência pode ocorrer no modo de falar e relacionar-se com os outros. É a transição da fase de exploração para a fase de estabilização, descrita na segunda seção, com base em Huberman (1995).

A experiência com o Programa Tira-Dúvidas teve alguma influência no desenvolvimento do equilíbrio emocional e no reconhecimento como professor. O nervosismo nas interações em classe é natural, não apenas nas primeiras experiências. A insegurança é significativa e, com o passar do tempo, tende a diminuir, com o ganho de confiança, como diz um pibidiano: “Nas primeiras aulas o nervosismo era maior, mas depois fomos ganhando confiança e tudo ficou mais leve e mais fácil.”

O reconhecimento como professor ocorre no meio social, na medida em que estudantes, familiares, amigos e colegas percebem o sujeito como professor. Não parece ser um processo imediato, já que o próprio sujeito precisa aceitar-se como professor, contemporizando suas expectativas de atenção, realização pessoal e afirmação como profissional. Nos seguintes depoimentos, percebemos que a experiência foi significativa nesse sentido: “[...] tive poucas experiências ensinando, mas gosto da sensação de estarem me escutando, me dando atenção para o que eu estou falando e também quando perguntam algo para eu responder, algo que eu sei.”

Essas contribuições nos colocam em sintonia com Gadotti (2003) quando se refere à profissão de professor como uma carreira que está renascendo. Segundo o autor: “[...] o professor não está morrendo, sua função não está desaparecendo, mas ela está se transformando profundamente, adquirindo uma nova identidade.” (GADOTTI, 2003, p. 4).

Para ele, isso não é nada novo, pois cada geração de professores constitui sua própria identidade docente no contexto em que vive.

4.4 Atuação e recursos pedagógicos

Na manifestação *Auxiliar não dando as respostas ou dando pronto mas sim dando algumas dicas para a resolução, e perguntando: como você fez esse exercício?*, observamos uma preocupação que transcende a simples resolução de exercício como tarefa a ser cumprida, pela busca de fundamentação dos procedimentos realizados, significação dos conceitos e verificação, pelo diálogo, sobre o entendimento. Esse tipo de postura é diferente daquela do professor-treinador de métodos de resolver problemas. Ao contrário, parece estar se formando, nessa atuação, um educador que instiga seus alunos a pensarem com autonomia, a criarem alternativas e a entenderem o que fizeram.

No planejamento de acompanhamento do Tira-Dúvidas, o pibidiano percebeu a necessidade de, inicialmente, saber o que os estudantes já estudaram, para atuar no reforço aos conceitos. Essa característica é própria do professor que não está interessado apenas em passar conteúdos, mas em conectá-los a outros já conhecidos, como nesta manifestação de um pibidiano: “[...] o nosso planejamento todo foi pensado já nas dificuldades que esses alunos estão tendo com a falta de aulas presenciais, devido à pandemia da covid-19. Pensamos o nosso planejamento desde fazer um resgate em conceitos básicos, e sempre perguntando para eles: o que é? os alunos já viram isso? pra que usa? como resolve?”

A experiência de explicar e não ser entendido foi vivenciada: *Acho que, quando eu explicava de uma forma e eles diziam que não tinha ficado claro, eu tentava explicar de outra forma, mas falar a mesma coisa.* A prática de refazer o discurso, mudar a linguagem, usar desenhos e símbolos alternativos certamente começou a ser desenvolvida para superar os impasses de entendimento entre professor e alunos.

As dificuldades com o modo remoto de ensino foram de ordem prática, como falta de energia e sinal: “Tivemos dificuldade em relação à *internet* ou então falta de luz..., coisas desse tipo [...]. E também pela dificuldade de acompanhamento visual das ações e reações dos alunos: A insegurança pelo fato de ser remoto e

não se poder ver e sentir o que estavam fazendo e saber se estavam entendendo.”

O modo como os pibidianos atuaram lembra Gadotti (2003 p. 15), quando se refere ao novo professor como um profissional que aprende em rede (ciberespaço da formação), sem hierarquias, cooperativamente (sabendo organizar o seu próprio trabalho). Como um aprendiz permanente, um organizador do trabalho do aluno; consciente, mas também sensível. Ele desperta o desejo de aprender para que o aluno seja autônomo e se torne sujeito da sua própria formação.

5 Considerações finais

As respostas dos pibidianos obtidas nos dados expressaram seus posicionamentos, crenças, expectativas e revelaram possíveis contribuições do Programa Tira-Dúvidas com relação à transformação da identificação com o magistério e da constituição da identidade profissional. Nesse sentido, destacamos:

(i) Sobre o caráter dinâmico da formação da identificação e da identidade profissional: ambas são funções do tempo e das experiências de vida. A participação no Programa Tira-Dúvidas do PIBID foi apenas uma etapa desse processo que contribuiu significativamente para a formação técnico-pedagógica de futuros professores de Matemática. O desenvolvimento da capacidade de explicar ocorreu de maneira prática, evidenciando-se quando os pibidianos constatarem que os estudantes os estavam entendendo, mesmo nas condições de ensino remoto. O contato com os estudantes também contribuiu para a formação da estrutura emocional. A experiência mostrou que é comum estar inseguro e nervoso nos momentos iniciais das aulas e que, na medida em que a exposição flui, o equilíbrio emocional se estabelece. Assim, o professor passa a administrar esse ciclo, não com a tensão da surpresa paralisante, mas com o domínio de um fenômeno conhecido. No decorrer da vida profissional, outras experiências serão adicionadas produzindo novas transformações.

(ii) Sobre o *status* da reflexão na formação da identidade: as reuniões e reflexões coletivas sobre o ocorrido nas experiências, sensibilizaram os pibidianos. As práticas pedagógicas não se limitaram à descrição das interações com os estudantes. O questionamento sobre como transcorreram as aulas mostrou aos futuros professores a relevância de interpretar o real, pensar alternativas, trocar ideias, escutar a opinião dos outros, fazendo dos dados obtidos na prática, objetos de interesse profissional e de pesquisa acadêmica.

(iii) Sobre a relação entre sociedade, Matemática e educação: o entendimento dessa relação é a base para a formação do professor. Dada sua complexidade, as observações do real, mesmo que importantes, não são suficientes.

Leituras especializadas e reflexões são necessárias. Transformar a sociedade pela educação não pareceu ser uma ideia vaga, visto que alguns pibidianos colocam-se como atores comprometidos com esse processo. É como se eles encontrassem seu lugar no mundo como cidadãos professores conscientes, necessários e significativos para a sociedade. A Licenciatura, as reflexões do núcleo e as conversas com os colegas promoveram uma identificação e uma identidade profissionais fortalecidas por saberes pedagógicos e específicos, que conferiram competências aos pibidianos, reconhecidas por seus pares, familiares e estudantes. Assim, o Programa Tira-Dúvidas, pelo exercício da prática e da reflexão sobre esta, transformou identificações pessoais em competências e com isso, deu contribuições significativas para a constituição da identidade de professores de Matemática conscientes da sua inserção social e do contexto escolar a ser campo de trabalho desse profissional da educação.

Seguindo com Gadotti (2003, p. 20), o professor precisa indagar-se constantemente sobre o sentido do que está fazendo. Se isso é fundamental para todo ser humano, como ser que busca sentido o tempo todo, para toda e qualquer profissão, para o professor é também um dever profissional. Faz parte de seus saberes profissionais continuar indagando, junto com seus colegas e estudantes, sobre o sentido do que estão fazendo na escola. Assim, ele estará sempre em processo de construção de sentido.

Referências

AMARAL, B.; COSTA, M.; FALCÃO, G. M. B. Identidade de professores iniciantes: Trajetórias Formativas à Luz de Cartas Narrativas. **Colloquium Humanarum**, Presidente Prudente, v. 17, p. 295-307, 2020.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. 3. reimp. da 1. ed. Ed. rev. e ampl. São Paulo: 70, 2016.

CHARLOT, B. **Da relação com o saber**: elementos para uma teoria. Porto Alegre: Artmed, 2000.

DAVIS, P. J.; HERSH, R. **A experiência matemática**. Rio de Janeiro: F. Alves, 1985.

GADOTTI, M. **Boniteza de um Sonho**: ensinar e aprender com sentido. Novo

Hamburgo: Feevale, 2003.

IMBERNÓN, F. **Formação Continuada de Professores**. Porto Alegre: Artmed, 2010.

HUBERMAN, M. O ciclo de vida profissional dos professores. *In*: NÓVOA, A. (org.). **Vidas de professores**. 2. ed. Porto: Porto, 1995. p. 31-60.

NÓVOA, A. Notas sobre a formação (contínua) de professores. *In*: **Os professores e sua formação**. Lisboa: Publicações D. Quixote, 1992. p. 13-33.

OLIVEIRA, T. L. F. F. Formação e identidade do professor de matemática. *In*: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, EDUCERE, 13., 2017, Curitiba. **Anais [...]** Curitiba: PUCPR, 2017. p. 4.341-4.352.

PIMENTA, S. G. **Saberes pedagógicos e atividade docente**. São Paulo: Cortez, 2012.

SANTOS, L. M.; COUTO, M. E. S. Desenvolvimento profissional de professores de matemática: a visão da gestão escolar. **Colloquium Humanarum**, Presidente Prudente, v. 17, p. 280-297, 2020.

CAPÍTULO 3

PROFESSORES EM FORMAÇÃO INICIAL, UMA VIVÊNCIA COM OBJETOS DE APRENDIZAGEM NO PIBID

*Nilce Fátima Scheffer*¹

*Pedro Augusto Pereira Borges*²

*Rosane Rossato Binotto*³

Editora CRV - Proibida a impressão e/ou comercialização

1. Introdução

Este capítulo tem por objetivo apresentar uma breve reflexão a respeito da formação inicial do professor de matemática, bem como relatar uma experiência realizada no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência – PIBID, Núcleo de Matemática, em sua segunda edição, com acadêmicos do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Fronteira Sul – UFFS, *Campus* Chapecó – SC.

Inicialmente, nos referimos à formação inicial e à identidade do professor que ensina Matemática. A seguir, descrevemos uma experiência do PIBID – Núcleo de Matemática na UFFS, suas características e ações realizadas na UFFS e nas escolas públicas do município de Chapecó – SC.

Decorrente dessa experiência, apresentamos uma reflexão a respeito da nossa concepção de Objetos de Aprendizagem para auxiliar os processos de ensino e de aprendizagem que ocorrem no Ensino Fundamental – Anos Finais, e algumas cenas de objetos produzidos pelos pibidianos, especialmente para o período de pandemia do coronavírus, momento em que desenvolvemos a prática com os estudantes da Educação Básica por meio de atividades híbridas e remotas. Por fim, elaboramos uma breve análise do estudo realizado com a experiência desses futuros professores.

1 Doutora em Educação Matemática – UNESP, Professora da UFFS – Campus de Chapecó SC e Campus de Erechim RS, Brasil. Líder do Grupo de Pesquisa em TIC, Matemática e Educação Matemática – GPTMEM – UFFS, vice-coordenadora de área do Subprojeto de Matemática PIBID (Campus Chapecó/SC) do PIBID-UFFS. E-mail: nilce.scheffer@uffs.edu.br

2 Doutor em Engenharia Mecânica. Professor da UFFS, membro do Grupo de Pesquisa em TIC, Matemática e Educação Matemática – GPTMEM – UFFS, coordenador de área do Subprojeto de Matemática PIBID (Campus Chapecó/SC) do PIBID-UFFS. E-mail: pedro.borges@uffs.edu.br

3 Doutora em Matemática. Professora da UFFS, membro do Grupo de Pesquisa em TIC, Matemática e Educação Matemática – GPTMEM – UFFS, colaboradora de área do Subprojeto de Matemática (Campus Chapecó/SC) do PIBID-UFFS. E-mail: rosane.binotto@uffs.edu.br

2. Reflexões iniciais

2.1 A formação inicial do professor

Nos dias atuais, há uma argumentação cada vez mais forte sobre o papel fundamental que os professores desempenham na construção da “sociedade”. Assim, nos juntamos às vozes que clamam pela valorização da profissão docente, por maior autonomia profissional e por uma imagem social mais digna. Ainda nos dias de hoje os professores são olhados com desconfiança, acusados de terem uma formação deficiente; porém, contraditoriamente, são bombardeados com uma argumentação que os considera elementos essenciais para a melhoria da qualidade do ensino e para o progresso social e cultural, além de socioambiental.

Nesse sentido, a profissionalização docente depende da possibilidade de construir um saber pedagógico que não seja somente instrumental; consequentemente, é natural que os momentos de produção do discurso científico na educação sejam momentos de afirmação profissional dos professores. Para Nóvoa, um dos domínios ao qual os especialistas internacionais dedicam mais atenção é a formação inicial e continuada de professores (2019, p. 4). Quando se refere à afirmação profissional dos professores, numa época em que se fala de “autonomia profissional” ou de “professores reflexivos” (2019, p. 5), o autor destaca que os professores se organizam em torno de princípios educativos, de propostas de ação e, ainda, de métodos de ensino e aparatos tecnológicos digitais.

Por outro lado, Sena (2020, p. 200-201) destaca que o avanço significativo desse suporte tecnológico apresenta uma imposição repentina das tecnologias digitais como única possibilidade de manutenção dos vínculos interativos das escolas com os estudantes, aspecto que reavivou o debate, no período de pandemia, tendo em vista o papel que cumpre a escola na formação dos sujeitos sociais. E mais: retomou essa discussão sobre a função do professor no processo de ensino e os aspectos de sua formação profissional, o que acentuou o desafio da universalização do acesso às tecnologias da informação e comunicação e a necessidade de sua incorporação aos processos educativos.

A autora, ao se referir à formação profissional, destaca que, nessa perspectiva, a ênfase no discurso de que a base dessa formação deve ser o ensino das “aprendizagens essenciais” requeridas na Educação Básica é uma proposta que leva às técnicas e estratégias metodológicas que reforçam a autoaprendizagem, ou o “aprender a aprender”, aspecto que é chamado, no contexto das atuais reformas educacionais, de competências e habilidades.

Esse aspecto fica evidenciado em políticas de formação como Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica, tendo instituído a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação) (BRASIL, 2019). De acordo

com Sena, além de descaracterizar a docência como campo epistemológico, o que se observa na BNC-Formação é o descaso para com uma formação teórica sólida e consistente, o que caracteriza um rompimento da unidade teoria-prática, visando a um processo formativo profissional meramente instrumental.

Nesse sentido, vemos a importância de os professores em formação inicial ingressarem no PIBID, como parte de sua formação, considerando um trabalho de complementação teórico-prática da licenciatura que agrega experiências relevantes para a formação profissional do professor.

2.2 Aprender com a reflexão sobre a prática – a proposta do PIBID

2.2.1. Contextualizando a prática

A prática foi desenvolvida no município de Chapecó, localizado no oeste do Estado de Santa Catarina, com população estimada em 220 mil habitantes⁴ e que tem características industriais, com predominância na produção de alimentos, carne, leite e seus derivados a partir de um grande número de frigoríficos, aviários e integrados para a produção de suínos. A agricultura familiar e a indústria moveleira são presenças marcantes também na economia local.

O município conta com universidades públicas e privadas, sendo que a UFFS é a única instituição pública que oferece o Curso de Licenciatura em Matemática nesta região do estado.

A Educação Básica concentra-se nas redes pública e privada, sendo que a rede pública municipal e estadual possui o maior número de escolas localizadas no centro e periferias da cidade de Chapecó. De acordo com dados do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP, o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica – IDEB⁵ das escolas estaduais e municipais de Chapecó, no ano de 2017, para os anos finais do Ensino Fundamental, foi de 5.1 e 5.3, respectivamente, e o IDEB da rede pública do município foi de 5.2, para esse ano. Já o IDEB das escolas estaduais de Chapecó para o Ensino Médio foi 3.5 e da rede pública 3.8 nesse mesmo ano.

Trabalhamos com duas escolas públicas nesta edição do PIBID, uma escola Municipal periférica e outra escola Estadual central, nas quais a maioria das atividades foi desenvolvida de forma remota, com alunos do 5º ao 9º ano, em função do período da pandemia. Os pibidianos desenvolveram Objetos de Aprendizagem que envolveram os seguintes temas: Estudo de Frações, Conceito de Áreas de Polígonos, Equações do 1º e 2º grau, Estudo de Volumes, no mínimo foram alcançadas 3 turmas de alunos do Ensino Fundamental – Anos Finais em cada uma das escolas parceiras.

4 Fonte: IBGE. Disponível em: <https://cidades.ibge.gov.br/brasil/sc/chapeco/panorama>. Acesso em: 1º jun. 2022.

5 Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/ideb>. Acesso em: 1º jun. 2022.

2.2.2 *A proposta do PIBID*

As atividades desenvolvidas no PIBID-Núcleo de Matemática na UFFS envolveram conhecimentos específicos de Matemática, além de pedagógicos e do desenvolvimento de práticas de ensino, estudados e debatidos em seminários, os quais se constituíram em oportunidades de o professor em formação inicial aprimorar-se individual e coletivamente, demarcando posições próprias na busca de mais autonomia intelectual para fundamentar a sua futura atuação profissional. Este tipo de atividade assume diferentes possibilidades práticas que partiram de leituras, oficinas ou criação de ações que consistem em discussões entre toda a equipe, para revisão de compreensões, análise de produção, esclarecimento de dúvidas e debate de diferentes posições.

Outros aspectos viabilizados nessa interação foram a produção coletiva e o desenvolvimento de capacidades de expressão, fundamentais à formação inicial do professor, privilegiando ações e estudos de Matemática, a análise e discussão de textos sobre o que é Matemática, argumentação e demonstração, diferenciação entre Matemática pura, aplicada e Educação Matemática. O estudo de tópicos de Matemática no PIBID envolveu a discussão de conceitos e propriedades presentes nos conteúdos de Matemática do Ensino Fundamental-Anos Finais e no Ensino Médio, que foram objeto de atividades elaboradas pelos pibidianos e aplicadas no contexto escolar.

Uma frente de estudos à qual dedicamos muita atenção no PIBID esteve relacionada a estudos pedagógicos que contemplam dois grandes tópicos: a Aprendizagem de Matemática, que envolveu os princípios básicos das teorias de aprendizagem comportamentalistas e cognitivistas para a proposição de estratégias de ensino; e a Didática da Matemática, que envolve a produção de materiais de ensino, técnicas de ensino, ensinamentos diretivo e ativo, bem como a análise didática de atividades de ensino e a análise didática das práticas de ensino.

As oficinas foram oportunidades práticas para a discussão e aprofundamento de tópicos de Matemática, criação de materiais de ensino e técnicas didáticas conduzidas pelos elementos da equipe (pibidianos, supervisores e coordenadores) e por professores convidados. Foram desenvolvidas atividades com Metodologias Ativas, Resolução de Problemas, Argumentação no Ensino de Matemática, Modelagem Matemática e Tecnologias Digitais no Ensino da Matemática, assim como a produção de Objetos de Aprendizagem. Além, é claro, de outras oficinas para construção de materiais de ensino físicos e tecnológicos desenvolvidos para instrumentalizar o planejamento dos futuros professores de matemática.

Por último, a atenção se voltou para o planejamento pedagógico, que foi o ponto de chegada dos estudos e seminários teóricos, consolidados na forma de microaulas e práticas escolares. Como atividades de ensino, os planejamentos

foram desenvolvidos e aplicados para os colegas pibidianos na forma de laboratório de ensino, discutidos e avaliados em seminário e, por fim, organizados para aplicação nas escolas parceiras e publicação no site do Grupo de Pesquisa em Tecnologias da Informação e Comunicação, Matemática e Educação Matemática – GPTMEM⁶ e em relatórios. As microaulas abordaram apenas um conceito matemático e a sua aplicação, enquanto as práticas escolares abordaram um campo conceitual e a aplicação ocorreu nas turmas das escolas parceiras.

Assim, este núcleo alcançou as características e objetivos propostos, indo desde a promoção da formação pedagógica dos futuros professores de Matemática, associando-os ao estudo de conceitos matemáticos, com as ciências da educação, com as orientações da Base Nacional Comum Curricular – BNCC e a prática pedagógica escolar. Além disso, também ao desenvolvimento da identidade dos futuros professores em um ambiente de diálogo, discussão crítica, apoio e trabalho coletivo de aperfeiçoamento profissional.

A promoção da formação inicial em nível de laboratório de ensino e de tecnologias digitais, tendo em vista o contexto escolar com atividades de criação, fundamentação, análise e experimentação didática da prática de alternativas pedagógicas para o ensino da Matemática, ocorreu considerando o ciclo Teoria-Prática-Reflexão, além de articular-se com as ações do PIBID de modo a significar e potencializar as atividades acadêmicas de ensino, pesquisa e extensão, desenvolvidas no Curso de Licenciatura em Matemática da UFFS.

A partir de práticas com essas características, são estabelecidas interações com professores das escolas públicas, de modo a torná-los parceiros do Curso de Matemática, nos processos de formação inicial de professores que ensinam Matemática. Além, é claro, de incentivar o exercício consciente e ético da profissão como forma de valorização do magistério. Nesse sentido, a UFFS, por meio do Curso de Matemática, tem parcerias firmadas com escolas públicas do município de Chapecó, das redes estadual e municipal, em diferentes programas e projetos de ensino, pesquisa e extensão. Vale o registro de que essas escolas são, também, campo de Estágios Curriculares Supervisionados das Licenciaturas.

2.2.3. A prática

Nas práticas escolares, que envolveram interações de, ao menos, duas semanas de aula dos pibidianos nas escolas parceiras, na primeira etapa apresentou-se o projeto PIBID, do Curso de Matemática da UFFS, depois passou-se para o reconhecimento das escolas e turmas; na segunda, ocorreu

6 Disponível no link de acesso: https://www.uffs.edu.br/institucional/pro-reitorias/pesquisa-e-pos-graduacao/pesquisa/grupos_de_pesquisa/grupo-de-pesquisa-em-tic-matematica-e-educacao-matematica/sobre-nos.

a aplicação de atividades planejadas com o devido acompanhamento dos supervisores e coordenação do núcleo.

Assim, o Programa PIBID de matemática da UFFS alcançou as características e objetivos propostos, indo desde a promoção da formação pedagógica dos futuros professores, passando pelo estudo dos conceitos matemáticos, das ciências da educação, das orientações da BNCC, até a reflexão sistemática, coletiva e democrática sobre a prática pedagógica escolar. Esse ambiente de reflexão e interação de saberes teóricos e práticos, de diálogo, discussão crítica, apoio e trabalho coletivo de aperfeiçoamento profissional, certamente foi decisivo para o desenvolvimento da identidade dos futuros professores. Assim, a promoção da formação inicial em nível de laboratório de ensino e de tecnologias digitais tendo em vista o contexto escolar com atividades de criação, fundamentação, análise e experimentação didática da prática de alternativas pedagógicas para o ensino da Matemática, ocorreu considerando o ciclo Teoria-Prática-Reflexão. Além de articular com as ações do PIBID de modo a significar e potencializar as atividades acadêmicas de ensino, pesquisa e extensão, desenvolvidas no Curso de Matemática – Licenciatura da UFFS.

2.2.4 A formação inicial do professor de Matemática

A formação do professor de Matemática nos cursos de licenciatura pode ser descrita de modo similar ao que sugere Tardif (2008, p. 36-40), como um somatório de saberes, estruturados com componentes curriculares de várias áreas: os saberes disciplinares, os saberes profissionais, os saberes curriculares, e os saberes experienciais. Para Tardif, enquanto os saberes disciplinares, profissionais e curriculares são produzidos no âmbito acadêmico, considerando o tripé ensino-pesquisa e extensão da universidade, os saberes experienciais são produzidos pelos professores sobre sua própria prática pedagógica nas escolas, aspecto que justifica a presença de um programa de iniciação à docência com as características do PIBID.

O Curso de Licenciatura em Matemática da UFFS existe em Chapecó desde o ano de 2014, com uma estrutura que contempla as frentes teórico-matemática, a educação, a frente metodológica (tendo em vista a prática pedagógica) e a frente tecnológica. Nesse sentido, o Programa PIBID oferece fundamentais contribuições à formação inicial do professor que irá ensinar Matemática.

A superação da dicotomia teoria – prática pode ocorrer no ambiente do PIBID, desde que se estabeleçam oportunidades para que os saberes de formação, enunciados anteriormente, sejam efetivamente experienciados e discutidos. Nesse sentido, os quatro pilares do projeto PIBID de formação inicial de professores contemplam: o estudo dos conceitos matemáticos da Escola Básica (já que os futuros professores estão na primeira metade do curso); o estudo das ciências

da educação (as teorias que fundamentam as formas que os alunos aprendem e dão suporte ao planejamento didático); as orientações da BNCC (BRASIL, 2018) (como amparo institucional de planejamento da educação a partir de 2018); e a prática didática escolar (como experiência vivida e racionalizada).

A diferença básica entre o ambiente disciplinar da licenciatura e a prática vivenciada no PIBID é de que, nesse programa, a racionalização das ações de formação profissional pode ocorrer de forma mais objetiva e coletiva. A inserção dos futuros professores nas escolas representa uma mudança na forma como eles pensam, assim como nas relações com os estudantes, com os professores e com as rotinas escolares. Desse modo, a condução de processos de ensino acrescenta elementos de responsabilidade e compromissos próprios da vida profissional, contribuindo para a formação da identidade do professor.

Consequentemente, valorizar o pensamento, o raciocínio, o poder de síntese e o relacionamento social dos sujeitos, a partir de oportunidades de elaboração de argumentações, pelo debate, pela busca de espaço nos grupos de vivência e pelo fortalecimento da autonomia, se constitui em ponto fundamental do Curso de Matemática Licenciatura da UFFS, que expressa no seu objetivo geral:

Promover a formação de professores de Matemática para atuar nos anos finais do ensino fundamental e no ensino médio, nas diversas modalidades de ensino, e em especial no ensino público, propiciando conhecimentos e vivências que permitam tomar consciência do papel social do professor, participando ativamente das transformações da realidade contemporânea, propiciando uma prática docente qualificada, além de desempenhar atividades na gestão educacional e coordenação pedagógica, bem como em áreas acadêmicas em nível de pós-graduação, seja nos campos da Matemática, da Educação Matemática ou das áreas afins (UFFS, 2021, p. 38).

Assim, a combinação de estudos individuais com os coletivos, proporcionada pelo PIBID, é a condição necessária para o desenvolvimento cultural e profissional do licenciando. Enquanto os estudos lhe dão as informações, os conceitos, o conhecimento matemático e didático, fortalecendo a cultura profissional do futuro professor, os seminários lhe proporcionam a oportunidade de conversar sobre suas crenças, angústias, prática pedagógica, além da vivência democrática do debate científico.

2.3 Objetos de aprendizagem: algumas concepções

Diante da necessidade de refletir a respeito da construção de saberes matemáticos com diferentes tecnologias digitais e, também, por meio de materiais manipulativos na sala de aula de Matemática, apresentamos

reflexões a respeito da definição, caracterização e classificação de Objetos de Aprendizagem.

Muitas são as interrogações relativas à educação que inquietam o professor, principalmente aquele em formação inicial, que busca possibilidades de novos materiais, estratégias e/ou métodos para o ensino. Essa discussão contempla novas competências para ensinar, que, no momento, são amplamente discutidas e divulgadas na literatura, principalmente quanto à exploração de tecnologias digitais que já fazem parte da vida das pessoas atualmente.

Apresentamos aqui uma breve discussão a respeito de novas alternativas à prática docente com a utilização de Objetos de Aprendizagem, destacando-se possibilidades de criação para o professor. Estes, representam iniciativas que se utilizam de inúmeras tecnologias que podem envolver materiais manipulativos e digitais, para o ensino e aprendizagem na sala de aula em diferentes disciplinas.

Os Objetos de Aprendizagem são considerados recursos interativos que ganharam visibilidade e valorização na última década, principalmente quando a discussão se voltou para os processos metodológicos de ensino e de aprendizagem. Com o advento da Educação a Distância, esses objetos foram validados como entidade, digital ou não digital, a ser usada e reutilizada ou referenciada como suporte tecnológico à ação escolar (SCHEFFER, 2020, p. 72).

Assim, um objeto de aprendizagem passou a ser considerado parte, ou melhor, uma peça discreta pertencente ao conteúdo educacional de que o professor vai se utilizar para discutir os conceitos, tendo potencial de ser um texto, um gráfico, uma construção geométrica, uma animação, um arquivo de áudio, um vídeo, entre outros, sendo que cada um terá propósito educacional específico. Por outro lado, para Almeida e Silva, as Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação – TDIC colaboram de forma significativa com o ambiente escolar, pois constituem-se em alternativas que contribuem para os processos de ensino e de aprendizagem, possibilitando a construção cooperativa e colaborativa, o que permite a produção do conhecimento pelo estudante em qualquer nível de ensino (2011, p. 4).

Para Hay e Knaack (2007), os Objetos de Aprendizagem são considerados ferramentas interativas que podem estar baseadas na web, apoiando situações de aprendizagem de conceitos específicos que ampliam ou orientam o processo cognitivo dos estudantes. No entanto, uma atividade para ser considerada objeto de aprendizagem precisa seguir, de acordo com Miranda (2009), alguns princípios e normas, para que possa ser replicada em outros contextos.

Os Objetos de Aprendizagem, de acordo com alguns pesquisadores como Wiley (2002), Sá e Machado (2003), González (2009), Lütchemeyer (2012) e Scheffer (2020), são considerados recursos com funções e objetivos determinados, digitais ou não, que podem ser combinados com outros objetos e

reutilizados, sendo capazes de servir de tecnologias de apoio às aulas nas diferentes áreas e poder ser orientadas à reflexão, interpretação e contextualização do conteúdo. Portanto, são considerados tecnologias fundamentais de apoio às aulas e podem ocorrer mediante vídeos ou simulações interativas. Consequentemente, os Objetos de Aprendizagem são atividades que empregam diferentes mídias, recursos educacionais que podem se apresentar de diversas maneiras, contemplando desde livros didáticos e de literatura, cadernos didáticos, slides, roteiros de atividades ou animações digitais com auxílio de tecnologias, constituindo-se, assim, em parte do cenário de investigações e relações vividas pelo professor com seus estudantes.

3. Uma experiência de construção de objetos de aprendizagem para o ensino de Matemática

Os acadêmicos do PIBID – Núcleo de Matemática na UFFS, no período de 2020 e 2021, vivenciaram todas as fases previstas no programa inicialmente, desde a fundamentação teórica, do estudo dos conceitos matemáticos da Escola Básica, do estudo das ciências da educação e das teorias que fundamentam a aprendizagem, dando suporte ao planejamento didático, à discussão e reflexão a respeito de orientações da BNCC, ao planejamento da educação a partir do ano de 2018, à prática escolar e à produção de materiais – virtuais ou não – como Objetos de Aprendizagem que possam vir a contribuir com a experiência dos futuros professores.

Nesta seção, são apresentadas algumas cenas dos Objetos de Aprendizagem produzidos pelos grupos de pibidianos, trabalhados com os estudantes da Educação Básica, nas escolas parceiras no período da pandemia.

3.1 A temática *o ensino de volume*: uma proposta de atividades para o 6º ano do Ensino Fundamental

A temática *O ensino de volume* foi desenvolvida pelos pibidianos Clisman Schoenmeier, Luis Fernando Silveira da Silva e Marcos Rombaldi, supervisionados pela professora Regi Bazzo Coradi, supervisora do Núcleo de Matemática do PIBID/2020 e professora da Escola Básica Municipal Jardim do Lago, localizada em Chapecó, local onde foi praticada a atividade, com o acompanhamento e coordenação da Professora Rosane Rossato Binotto do Curso de Licenciatura em Matemática da UFFS, *Campus* Chapecó, e colaboradora do Núcleo do PIBID/2020.

A produção é composta por uma sequência de atividades de ensino que tem como objetivo principal trabalhar os conceitos de cubo, bloco retangular e

seus elementos; o conceito de volume; a dedução de fórmulas para o cálculo do volume de cubos e blocos retangulares; algumas unidades de medida de volume e sua relação com capacidade, bem como a resolução de problemas de aplicação.

Inicialmente, as atividades contemplaram a revisão dos conceitos de perímetro e área e, depois, partiram para a exemplificação de objetos com seus respectivos volumes (Figura 1).

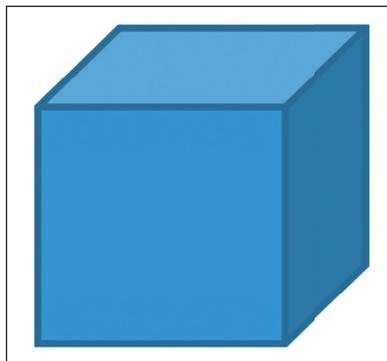
Figura 1 – Exemplos de figuras que ocupam volume no espaço



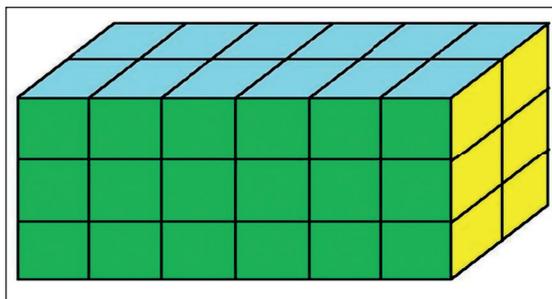
Fonte: Adaptado, pelos autores, de *sites* da Internet, 2021.

A partir desse momento, passaram a discutir a definição de cubo, bloco retangular, cubo unitário e volume de cubo unitário, Figuras 2, 3 e 4, explorando relações entre faces, vértices e arestas.

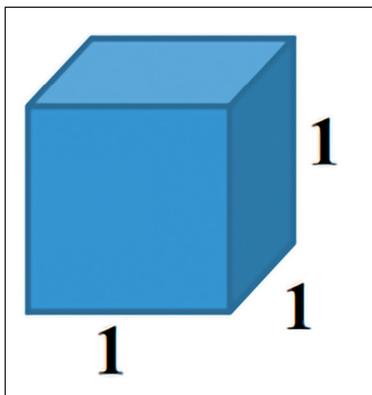
Figura 2 – Representação de um cubo



Fonte: Elaborado pelos autores, 2021.

Figura 3 – Representação de um bloco retangular

Fonte: Internet⁷, 2021.

Figura 4 – Representação de um cubo unitário

Fonte: Elaborado pelos autores, 2021.

A partir de um cubo unitário, de volume 1, foram realizadas atividades para a construção do conceito de volume de blocos retangulares e cubos. Como, por exemplo, supondo que o bloco retangular da Figura 3 é composto por cubos unitários, os alunos contaram essa quantidade e deduziram que o valor obtido, 36, representa o volume desse bloco. Essa experiência didática foi ampliada utilizando-se o Material Dourado e obtendo-se, assim, as relações de volume que se pode estabelecer com a comparação dos diferentes blocos, a dedução das fórmulas para o cálculo do volume de blocos retangulares e cubos e, ainda, sua aplicação na resolução de problemas.

7 Disponível em: <https://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri2014/modulo3/conteudo/conteudos32.htm>. Acesso em: 12 set. 2021.

3.2 A temática a equação do 2º grau: uma experiência pedagógica proporcionada pelo PIBID para o 9º ano do Ensino Fundamental

As atividades foram desenvolvidas pelas acadêmicas Andriéli Brunetto Barcellos e Raquel Zanandréa, pela professora Josiane de Souza, supervisora do Núcleo de Matemática do PIBID/2020 e professora da Escola de Educação Básica Marechal Bormann em Chapecó, SC, e pelo professor do Curso de Matemática-Licenciatura da UFFS, membro do grupo de coordenadores do Núcleo de Matemática do PIBID/2020, Pedro Augusto Pereira Borges.

A produção do material foi concebida, pensando-se na importância da construção dos conceitos, na natureza argumentativa da matemática, na representação simbólica e na exploração dos significados das estruturas matemáticas. Com esses pressupostos, foram concebidas atividades sobre conceitos e habilidades algébricas necessárias para a resolução da Equação de 2º Grau, com as seguintes etapas:

1ª Etapa: Revisão sobre o conceito e as propriedades das equações. Atividades sobre prática dos princípios aditivo e multiplicativo na resolução de equações de 1º Grau, preferindo-se o uso da propriedade fundamental das equações, ao invés das regras de “trocas de lados e sinais”.

2ª Etapa: Construção através do significado geométrico e representação simbólica do Trinômio Quadrado Perfeito e fatoração dessa expressão algébrica. Nesta etapa, foram propostas várias transformações particulares de trinômios quadrados, inicialmente perfeitos e outros não perfeitos, nos quais foram aplicadas as inserções de termos (com base na propriedade fundamental das equações) de modo a formar trinômios quadrados perfeitos.

3ª Etapa: Resolução da Equação do 2º Grau para casos particulares. Aqui, uma sequência de equações de segundo grau foi apresentada aos alunos, com o desafio de resolvê-las por meio da propriedade fundamental das equações. Inicialmente, as equações de 2º grau incompletas: $Ax^2 + C = 0$ e $Ax^2 + Bx = 0$. Depois, com a equação completa: $Ax^2 + Bx + C = 0$, sendo um trinômio quadrado perfeito e, finalmente, o caso geral, com um trinômio quadrado não perfeito. Nesse caso, é necessário utilizar o princípio aditivo das equações e torná-lo perfeito.

4ª Etapa: Generalização da resolução da Equação do 2º Grau. Nesta etapa, os alunos foram incentivados a desenvolver, com o auxílio do professor, uma solução geral da equação $Ax^2 + Bx + C = 0$, para valores reais dos coeficientes A , B e C , com $A \neq 0$, utilizando as propriedades algébricas aprendidas nas etapas anteriores, processo que finaliza com a obtenção da conhecida Fórmula de Bhaskara.

3.3 A temática *área de figuras planas*: um objeto proporcionado pelo PIBID para o 8º ano do Ensino Fundamental

Este objeto foi construído pelos acadêmicos Mateus Zeiser e Sandy Gaio, supervisionados pela professora Josiane de Souza, supervisora do Núcleo de Matemática do PIBID/2020 e professora da Escola de Educação Básica Marechal Bormann em Chapecó, e pela professora do Curso de Licenciatura em Matemática da UFFS, membro do grupo de coordenadores do Núcleo de Matemática do PIBID/2020, Nilce Fátima Scheffer.

A construção do objeto ocorreu a partir da edição de um livro no *software* GeoGebra, com o objetivo de propor atividades interativas para os alunos do oitavo ano, tendo em vista a discussão de conceitos fundamentais à construção de ideias de área, de polígonos delimitados por uma linha fechada.

Apresentou-se o seguinte questionamento: O que é uma medida de área?

Como resposta, pode-se ter: é a medida de uma região limitada, uma fronteira, como, por exemplo, Figura 5:

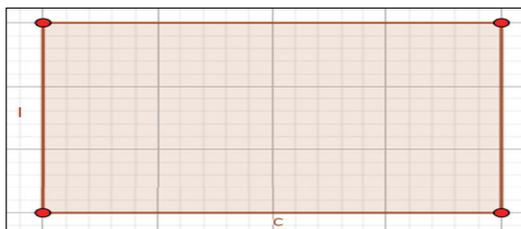
Figura 5 – Medida de uma região limitada, uma fronteira



Fonte: Adaptado pelos autores de *sites* da Internet, 2021.

O cálculo de áreas foi desenvolvido no Objeto de Aprendizagem construído no *software* GeoGebra. Dois exemplos são apresentados, nas Figuras 6 e 7, para o cálculo da área do retângulo e do paralelogramo.

Figura 6 – Cálculo da Área do Retângulo

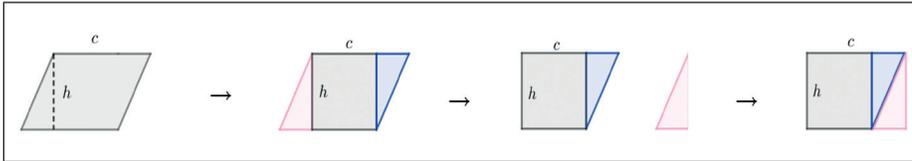


Fonte: Elaborado pelos autores, no *software* GeoGebra 2021.

$$\text{Área do retângulo} = c \cdot l$$

Sendo, **c**: comprimento, **l**: largura.

Figura 7 – Cálculo da Área do Paralelogramo



Fonte: Elaborado pelos autores, no *software* GeoGebra, 2021.

$$\text{Área do paralelogramo} = c \cdot h$$

Sendo, **c**: comprimento de uma base, **h**: altura.

Assim foram construídas as fórmulas da área dos polígonos, junto com os estudantes, a partir da utilização do *software* GeoGebra, durante alguns encontros remotos. Essa discussão foi complementada pela integração com materiais manipulativos, como, por exemplo, o Geoplano, e recortes em papel cartão.

Exemplificamos aqui algumas das atividades desenvolvidas em cada um dos três grupos destacados neste texto. Houve outros grupos que trabalharam outros temas não destacados aqui.

4. Dados em discussão

A partir dos recortes apresentados, podemos observar que foi possível estabelecer, com os alunos das escolas parceiras, mesmo de forma remota, uma boa relação de apresentação e discussão a respeito dos temas propostos. A experiência vivida pelos futuros professores de matemática, a partir da sua integração ao programa PIBID, tornou possível uma reflexão e discussão de temas da Matemática desenvolvidos no Ensino Fundamental-Anos Finais, em seus aspectos teóricos e práticos, com diferentes possibilidades práticas, contemplando materiais manipulativos concretos e recursos digitais oferecidos pelo *software* GeoGebra, sempre incentivando a construção dos estudantes.

Como podemos observar, a partir dos recortes destacados, os alunos do PIBID tiveram a oportunidade de construir Objetos de Aprendizagem trabalhando com pesquisa e investigação em sites, *softwares*, livros didáticos e também interpretando a BNCC. O objetivo das atividades foi alcançado, tendo em vista a futura prática profissional destes professores em formação inicial.

5. Considerações finais

A formação inicial de professores que irão ensinar Matemática é o que move o curso de Licenciatura da UFFS, que, entre seus objetivos, prevê a promoção da formação de professores para atuar nas séries finais do ensino fundamental e, também, no ensino médio, propiciando conhecimentos e vivências do papel do professor, acompanhando a realidade contemporânea em Matemática e Educação Matemática.

Desse modo, nas atividades aqui apresentadas, contemplado o trabalho com laboratório de ensino e de tecnologias digitais, envolvendo atividades de criação, fundamentação, análise e experimentação didática da prática pedagógica para o ensino da Matemática, sempre considerando o ciclo Teoria-Prática-Reflexão. Ao articular as ações do PIBID com as atividades acadêmicas de ensino, pesquisa e extensão, promoveu-se a inserção dos licenciandos no contexto escolar, proporcionando oportunidades de criação e participação em experiências metodológicas, tecnológicas e práticas de caráter inovador e interdisciplinar.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, M.; SILVA, M. Currículo, tecnologia e cultura digital: espaços e tempos de web currículo. **Revista e-Curriculum**, v. 7, n. 1. p. 1-19, 2011.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_-versaofinal_site.pdf. Acesso em: 7 fev. 2020.

BRASIL. **Resolução CNE/CP nº 2, de 20 de dezembro de 2019**. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação). Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/docman/dezembro-2019-pdf/135951-rcp002-19/file>. Acesso em: 1 jun. 2022.

GONZÁLEZ, L. A. G.; RUGGIERO, W. V. Collaborative e-learning and Learning Objects. **IEEE Latin America Transactions**, v. 7, n. 5, p. 569-577, set. 2009.

HAY, R. H.; KNAACK, L. Evaluating the learning in learning objects. **Open Learning: The Journal of Open and Distance Education**, v. 22, n. 1, p. 5-28, 2007.

LÜTCHEMEYER, R. R. **Investigar a conceituação de logaritmos e sua aplicação a partir da utilização de um Objeto de Aprendizagem**, 2012. 112 f. Dissertação (Mestrado em Ensino Científico e Tecnológico) – Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões, Campus de Santo Ângelo, Santo Ângelo, RS, 2012.

MIRANDA, G. M. Concepção de Conteúdos e Curso Online, *In*: MIRANDA, G. M. **Ensino online e aprendizagem multimídia**. Lisboa: Relógio D'Água, 2009. p. 81-110.

NÓVOA, A. Os Professores e a sua Formação num Tempo de Metamorfose da Escola. **Educação & Realidade**, v. 44, n. 3, 2019.

SÁ FILHO, C. S.; MACHADO, E. C. **O computador como agente transformador da Educação e o papel do Objeto de Aprendizagem**. 2003.

Disponível em <http://www.abed.org.br/seminario/texto11.doc>. Acesso em: 14 jan. 2010.

SCHEFFER, N. F. Objetos de Aprendizagem na pós-graduação: uma discussão a respeito de significados matemáticos, **Revista Perspectiva**, Erechim, RS, v. 44, n. 167, p. 71-81, set. 2020.

SENA, I. P. F. de S. A Escola, os Professores e as Tecnologias Digitais: saindo do labirinto das teorias a serviço do capital para uma perspectiva crítico-superadora. In: UCHOA, A. M. da C.; SENA, I. P. F. de S.; GONÇALVES, M. E. S. (org.). **Diálogos críticos**. Porto Alegre, RS: Editora Fi, 2020. v. 3: EAD, atividades remotas e o ensino doméstico: cadê a escola, p. 195-235.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis: Vozes, 2008.

UFFS. **Projeto Pedagógico do Curso de Matemática – Licenciatura**. 2021. Disponível em: <https://www-mgm.uffs.edu.br/atos-normativos/ppc/cmch/2021-2022>. Acesso em: 10 maio 2022.

WILLEY, D. A. **Connecting learning objects to instructional design theory**: A definition, a metaphor, and a taxonomy. 2002. Disponível em: <http://reusability.org/read/chapters/wiley.doc>. Acesso em: 10 fev. 2010.



III SITEM

Simpósio Internacional de Tecnologias em
Educação Matemática



O uso do Scratch para abordar grafos no Ensino Fundamental The use of Scratch to approach graph theory in elementary school

Ingrid Oara Lopes Ferreira
Universidade Estadual Paulista - UNESP - Rio Claro/SP
ingrid.oara@unesp.br

Franciele Santos Teixeira
Universidade Estadual Paulista - UNESP - Rio Claro/SP
fs.teixeira@unesp.br

Rosane Rossato Binotto
Universidade Federal da Fronteira Sul - UFFS - Chapecó/SC
rosane.binotto@uffs.edu.br

Resumo

Neste artigo apresentamos uma proposta de atividade e analisamos quais os aspectos do Pensamento Computacional (PC) podem emergir através da interação com programação no ambiente Scratch em uma abordagem sobre grafos no Ensino Fundamental Anos Finais. Articulamos a teoria disponível na literatura a respeito da linguagem de programação, PC e processos aprendizagem, para abordar aspectos introdutórios da teoria dos grafos. Esta proposta de atividade foi elaborada na disciplina Pensamento Computacional na Educação Matemática, do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da UNESP - Rio Claro/SP. Por meio de uma abordagem de natureza qualitativa e baseados nas possibilidades pedagógicas do PC propostas por Gadanidis *et al.* (2017), descrevemos quais aspectos do PC podem emergir na implementação da atividade proposta.

Palavras-chaves: Pensamento Computacional, Linguagem de Programação, Teoria de Grafos, Scratch.

Abstract

In this article we present an activity proposal and analyze which aspects of Computational Thinking (CT) can emerge through the interaction with programming in the Scratch environment in an approach on graphs in Elementary School Final Years. We articulate the theory available in the literature about the programming language, CT and learning processes, to approach elementary aspects of graph theory. This activity proposal was elaborated in the discipline Computational Thinking in Mathematics Education, of the Postgraduate Program in Mathematics Education at UNESP - Rio Claro/SP. Through a qualitative approach and based on the pedagogical possibilities of the CT proposed by Gadanidis *et al.* (2017), we describe which aspects of the PC can emerge in the implementation of the proposed activity.

Keywords: Computational Thinking, Programming Language, Graph Theory, Scratch.

Introdução

Existem movimentos em direção a inserção das tecnologias digitais em sala de aula, no sentido de utilizar o uso do computador para a construção de conhecimentos matemáticos. No entanto, é importante entender as tecnologias digitais para além da ideia de ferramenta, tomando o cuidado para que o uso dos recursos digitais não se torne limitador dos processos de ensino e aprendizagem, quando utilizados para oferecer formas rápidas de resolução de problemas sem a compreensão dos seus processos. Para tanto, entendemos que uma proposta para o uso das tecnologias digitais na sala de aula, que possa contribuir para o ensino e aprendizagem é a programação de computadores.

Refletindo sobre a presença da programação no ambiente escolar, mais especificamente em aulas de Matemática, conforme Valente (2016); Sápiras, Vecchia e Maltempi (2015) o ambiente de programação Scratch é um software oportuno para a inserção dos estudantes no mundo da programação de computadores. Ele é um ambiente de programação interativo e intuitivo, de fácil manuseio, com uma linguagem de programação organizada em blocos lógicos e, além disso, suas características permitem uma construção de conhecimentos matemáticos.

Deste modo, nas experiências vivenciadas na disciplina Pensamento Computacional na Educação Matemática (PCEM), ministrada pelo Prof. Dr. Marcus Vinicius Maltempi, no primeiro semestre de 2022, no Programa de Pós-graduação em Educação Matemática (PPGEM), da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), Rio Claro/SP percebemos indícios que tornam a linguagem de programação uma possibilidade para o fazer matemático.

Para compreendermos melhor os mecanismos de uma aula que envolve linguagem de programação, Pensamento Computacional (PC) e objetos de conhecimento da Matemática elaboramos uma atividade que contempla o problema das pontes de Königsberg, com a finalidade de explorar conhecimentos introdutórios da teoria dos grafos através da linguagem de programação Scratch. Esta atividade foi socializada com os colegas e professor da turma para fins de compartilhamento de conhecimento sobre os temas propostos.

Com este artigo temos por objetivo apresentar uma proposta de atividade e analisar quais os aspectos do PC podem emergir através da interação com programação no ambiente Scratch em uma abordagem sobre grafos no Ensino Fundamental Anos Finais.

A atividade proposta está dividida em três momentos: primeiro, sugerimos a exploração no Scratch de uma simulação com ideias iniciais sobre a teoria dos grafos em um problema de rotas de avião; segundo, apresentamos o problema das pontes de Königsberg e no Scratch aos

estudantes que podem investigar quando o problema possui ou não solução; e terceiro, os estudantes são convidados a pensar em um problema do cotidiano, que use a ideia de caminhos e implementem sua programação no Scratch.

Para a análise desta proposta de atividade do ponto de vista do PC, nos pautamos nas sete possibilidades pedagógicas mencionadas por Gadanidis, *et al.* (2017, p. 78, tradução nossa): piso baixo, teto alto; abstração e automação; modelagem dinâmica; sensação tangível; surpresa conceitual; paredes largas; e poder de ação. Essas possibilidades surgiram na tentativa de conceituar o PC e sua inserção no ambiente educacional.

Devido à natureza deste trabalho nos valemos da abordagem qualitativa, no qual apresentamos e analisamos brevemente uma proposta de atividade que pode ser validada com estudantes da Educação Básica. Ele insere-se na perspectiva qualitativa, por ter como finalidade “[...] atingir aspectos do humano sem passar pelos crivos da mensuração, sem partir de métodos previamente definidos e, portanto, sem ficar preso a quantificadores e aos cálculos decorrentes”. (BICUDO, 2019, p. 113). Nesse caso, o foco é o processo e não em um resultado que desconsidere os fatores que envolvem uma pesquisa que permite as subjetividades.

Marco Teórico

Com a presença de novos instrumentos/recursos tecnológicos surgem adequações na maneira como enxergamos processos diários, desde os mais simples, aos mais complexos, como os de ensinar e aprender. Essas tecnologias estão presentes na sociedade e caminham para estarem cada vez mais na sala de aula. Maltempi (2008, p. 62) afirma que:

[...] cada vez mais as escolas recebem alunos usuários de tecnologias, habituados a elas, os quais naturalmente pressionam pelo seu uso na educação ao trazerem tecnologias para a sala de aula ou ao relacionarem as atividades realizadas na escola com a possibilidade de serem elaboradas com o apoio de tecnologias.

Desta forma, é de interesse dos pesquisadores da área de Educação Matemática compreender mais sobre o quanto as tecnologias digitais podem proporcionar novas experiências e contribuir para a aprendizagem do estudante. Conforme Maltempi (2008, p. 60), “[...] as tecnologias ampliam as possibilidades de se ensinar e aprender, oferecendo novas e variadas formas para que esses processos ocorram [...]”. Neste sentido, com *smartphones* e *notebooks* se tornando indispensáveis às novas atribuições humanas, fica evidente a necessidade do desenvolvimento de habilidades computacionais nos estudantes da Educação Básica.

A tendência de usar computadores para os processos de ensino e aprendizagem tem ganhado força nos últimos anos. Ela surgiu com Seymour Papert, em meados de 1960, quando ele estava trabalhando com o ambiente de programação LOGO (PAPERT, 1985). Segundo esse autor, os computadores podiam e deviam ser utilizados “como instrumentos para trabalhar e pensar, como meios de realizar projetos, como fonte de conceitos para pensar novas ideias” (PAPERT, 1994) e não apenas como uma forma de apoio à instrução automatizada.

Para Papert, ao realizar atividades de programação com o computador, o estudante visualiza suas construções relacionando o concreto e o abstrato por meio de um processo interativo que pode gerar uma sequência de construções e abstrações mentais, influenciando a aprendizagem. Ainda de acordo com esse autor, a atividade de programação estimula o “pensar com” as máquinas e “pensar sobre” o próprio pensar, o que torna a programação uma excelente candidata a meio de inserção na Educação Básica (PAPERT, 1994).

Papert foi o idealizador do construcionismo, tendência que tem como principal característica a utilização de computadores para auxiliar os estudantes na construção do seu próprio conhecimento e desenvolvimento do pensamento. Conforme Maltempi (2004), o construcionismo,

é tanto uma teoria de aprendizado quanto uma estratégia para a educação, que compartilha a ideia construtivista de que o desenvolvimento cognitivo é um processo ativo de construção e reconstrução das estruturas mentais, no qual o conhecimento não pode ser simplesmente transmitido do professor para o aluno. (MALTEMPI, 2004, p. 265).

Para Valente (2016), ao propor o ambiente de programação LOGO, Papert já estabelecia uma forte relação entre o uso de ferramentas e interfaces computacionais para estimular o desenvolvimento do que ele chamou de *Powerful ideas* e *Procedural knowledge*. (VALENTE, 2016, p. 869). Essas concepções corroboraram para as ideias iniciais do PC.

O termo PC do inglês *Computational Thinking* foi popularizado em 2006 por Jeannette M. Wing. De acordo com Wing (2006, p. 33), o PC é uma habilidade que, “envolve a resolução de problemas, projeção de sistemas e compreensão do comportamento humano, através da extração de conceitos fundamentais da ciência da computação”. Além disso, Wing (2011) afirma que esse termo pode ser facilmente confundido com as habilidades de manuseio de máquinas, como computadores ou internet, quando, na verdade, o PC está relacionado diretamente com algo que encaminha estímulos para o raciocínio, a criatividade, entre outras possibilidades.

Ainda hoje não há consenso sobre uma definição para PC. Todavia, surgiram diversas tentativas para a elaboração de diretrizes para o PC e sua operacionalização na Educação Básica.

Neste trabalho adotamos as concepções apresentadas por Gadanidis, *et al.* (2017), denominada por sete possibilidades pedagógicas para o desenvolvimento do PC, dadas por: piso baixo, teto alto; abstração e automação; modelagem dinâmica; sensação tangível; surpresa conceitual; paredes largas; e poder de ação. Eles propuseram essas possibilidades a partir do que era conhecido sobre PC e também com base nos seus trabalhos em salas de aula. Eles reforçam que:

o ambiente de piso baixo, teto alto e paredes largas oferece oportunidades para abstrair, automatizar e modelar dinamicamente conceitos, explorar suas relações e experimentar surpresas e insights conceituais, não apenas implementando simulações pré-programadas, mas também criando e editando suas próprias, experimentando assim PC e a matemática como produtores e consumidores. (GADANIDIS, *et al.*, p. 91, 2017, tradução nossa).

Ainda, de acordo com esses autores a conexão destas possibilidades pedagógicas pode levar o estudante a desenvolver o PC, por meio da ação de implementar uma programação de computador, pensar, refletir e depurar ela, não apenas reproduzindo algo que já está pronto.

Atualmente, existem diversos ambientes e/ou linguagens de programação que podem ser utilizados na Educação Básica, sendo o Scratch¹ um dos mais conhecidos e utilizados. Ele é um software livre que foi desenvolvido no *Massachusetts Institute of Technology* (MIT), por Mitchel Resnick. O Scratch

[...] se constitui como uma linguagem de programação visual e permite ao usuário construir interativamente suas próprias histórias, animações, jogos, simuladores, ambientes virtuais de aprendizagem, músicas e arte. Para manuseio do Scratch, o usuário obrigatoriamente necessita expressar seu pensamento na forma de comandos. Toda ação de qualquer objeto deve ser programada e explicitada. Os comandos são visualizados por meio de blocos que são arrastados para uma área específica e conectados, formando a programação do ambiente. (SÁPIRAS, VECCHIA e MALTEMPI, 2015, p. 979).

Ele tem características bem intuitivas, diferente das linguagens de programação que têm seus comandos em forma de texto, os comandos são feitos em forma de blocos coloridos que se encaixam, contribuindo na implementação em grupos iniciantes, sem perder as muitas possibilidades do universo da programação.

Conforme Valente (2016), ao analisarem atividades desenvolvidas no Scratch on-line,

¹ Disponível em: <https://scratch.mit.edu/>. Acesso em: 28 jun. 2022.

os pesquisadores Brennan e Resnick, identificaram três dimensões que estão envolvidas no PC:

conceitos computacionais (conceitos empregados na definição de programas, como interação, paralelismo, condicionais), práticas computacionais (práticas de como desenvolver programas, como ser incremental ou interativo, depurar, reusar), e perspectivas computacionais (perspectivas que o programador desenvolve sobre o mundo à sua volta e sobre si mesmo, como capacidade de expressão, de conexão). (VALENTE, 2016, p. 875).

Assim, a partir da descrição do que é o Scratch e de suas características, escolhemos esse ambiente de programação para elaborarmos a atividade aqui proposta.

Descrição e Análise da Atividade Proposta

A atividade sugerida é resultado de um trabalho desenvolvido na disciplina PCEM do PPGEM. O trabalho consistia em elaborar propostas de atividades que envolvessem linguagem de programação. Baseado na teoria apresentada, percebemos a possibilidade de construir noções iniciais de conhecimentos matemáticos considerados complexos. Assim, propomos uma atividade para estudantes do Ensino Fundamental Anos Finais, com a intenção de explorar ideias introdutória da teoria dos grafos e para o desenvolvimento do PC.

A teoria dos grafos é uma área da Matemática que estuda relações entre objetos, essas relações são representadas por um conjunto de pontos, denominados vértices e um conjunto de pares de pontos, denominados arestas (ou caminhos). Cada aresta liga um par de pontos (extremidades) que a determina (MELO, 2014, p. 8).

Os primeiros registros dessa teoria são do século XVIII e a primeira publicação sobre ela é referida ao problema das Pontes de Königsberg, solucionado por Leonhard Euler (1707-1783). O problema é baseado na cidade de Königsberg (atual Kaliningrado) e consiste em saber se é possível atravessar todas as pontes sem repetir nenhuma, partindo de uma região e chegando nessa mesma região.

Ressaltamos que nos baseamos no produto educacional de Tojeiro e Araman (2019) para delimitar e elaborar essa atividade. Essas autoras tinham como objetivo apresentar uma sequência de atividades investigativas usando o Scratch e a inspiração para essa sequência foi o problema das pontes de Königsberg.

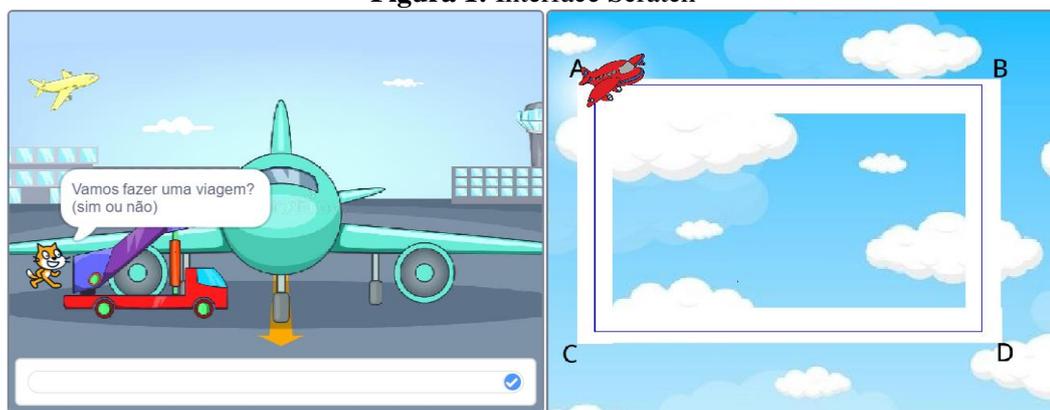
A atividade proposta está dividida em três momentos: apresentação de um problema introdutório sobre rota de um avião e indagações aos estudantes sobre suas percepções ao interagirem com esse problema no Scratch; discussão do problema das pontes de Königsberg, de maneira que os estudantes possam refletir sobre a sua solução e o que poderia ser feito para

que fosse satisfeito; e no terceiro momento os estudantes desenvolvem uma programação própria, a partir das programações apresentadas.

No primeiro momento², sugerimos utilizar o Scratch para que os estudantes explorem um problema sobre rotas de um avião, conforme Figuras 1 e 2. Ele inicia com uma proposta simples e pode ser solicitado que os estudantes percorram os caminhos, na Figura 2, saindo de todos os vértices (A, B, C e D) e passando uma única vez em cada um deles. Na sequência podem ser feitas algumas perguntas, tais como: *Será que nesse caso podemos começar de qualquer ponto de partida?* e *O que vocês acham que acontece se adicionarmos mais uma alternativa de caminho possível?* Ao realizar esta etapa, propomos que os estudantes pensem sobre possibilidades de caminhos e possam relacionar a ideia de acrescentar pontes em situações que serão apresentadas a eles posteriormente.

O ambiente no Scratch dessa etapa da atividade (Figura 1), inicia com o cenário do aeroporto e com as instruções da atividade. Em seguida, o cenário muda para céu, remetendo à viagem de avião, para simular o tráfego aéreo no qual o personagem irá percorrer. Ao aceitar o convite e mudar de cenário sugerimos perguntar ao estudante de qual ponto da figura retangular de vértices ABCD ele quer começar. Nesse momento o participante poderá simular suas rotas conforme achar válido seguindo as regras.

Figura 1: Interface Scratch



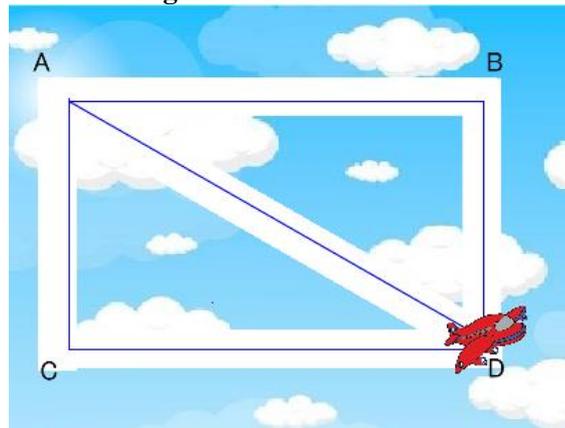
Fonte: Elaborado pelas autoras (2022)

Semelhantemente na rota do cenário³, apresentado na Figura 2, sugerimos perguntar aos estudantes o que eles notam de diferente nos dois casos e quais possibilidades surgem com a mudança.

² Disponível em: <https://scratch.mit.edu/projects/710818916>. Acesso em: 28 jun. 2022.

³ Atividade disponível em: <https://scratch.mit.edu/projects/710819735>. Acesso em: 30 jun. 2022

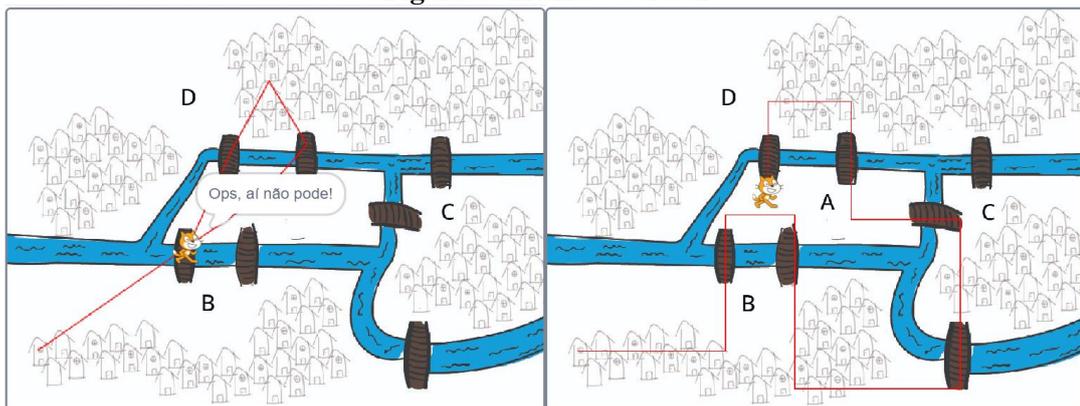
Figura 2: Interface Scratch



Fonte: Elaborado pelas autoras (2022)

Para o segundo momento⁴, Figura 3, apresentamos novas instruções e também o problema das pontes de Königsberg. Sugerimos não comentar com os estudantes que esse é um problema famoso do século XVIII. Recomendamos que a discussão inicie por meio de algumas perguntas, como: *É possível percorrer um caminho de maneira que saiam de uma região e voltem para a região de partida sem repetir pontes? E se partindo de uma região e chegando em outra, é possível?* e por fim, *o que poderíamos fazer para que esse problema tenha solução?* Ressaltamos que é necessário perceber em que momento fazer essas perguntas, sem pressa, permitindo que os estudantes explorem o Scratch e reflitam sobre elas.

Figura 3: Interface Scratch



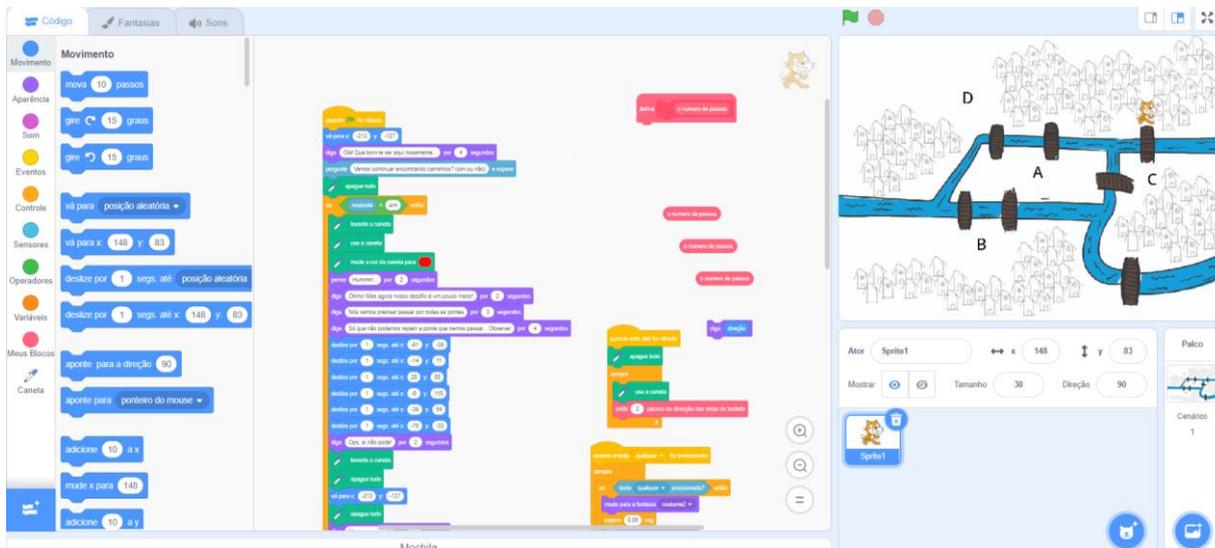
Fonte: Elaborado pelas autoras (2022)

Como é possível aos estudantes acessarem os comandos (mostrados na Figura 4) utilizados para criação das programações no Scratch on-line, eles poderão colocar mais pontes

⁴ Atividade disponível em: <https://scratch.mit.edu/projects/710819952>. Acesso em: 30 jun. 2022.

e testar os caminhos e ao mesmo tempo explorar a programação nesse ambiente, algo que precisarão para um momento futuro.

Figura 4: Programação do problema das pontes no Scratch



Fonte: Elaborado pelas autoras (2022)

Destacamos ainda que para cada uma das etapas pensamos em situações que podem ocorrer ao percorrer os caminhos, segundo a teoria dos grafos: solução possível (Figura 1), solução intermediária (Figura 2) e solução impossível (Figura 3).

Após os estudantes responderem e investigarem o que foi proposto, sugerimos discutir com a turma sobre o que interpretaram e quais foram as conclusões que obtiveram sobre cada uma das etapas realizadas. Na sequência poderá ser apresentado um vídeo⁵ explicando o problema das pontes de Königsberg e o que Euler fez para solucioná-lo.

Já no terceiro e último momento, os estudantes serão motivados a pensar em suas próprias programações. Eles poderão continuar pensando em rotas de avião para discutir os caminhos, nos quais será possível trazer outras temáticas para a discussão, tais como: rota de GPS, rota dos correios, colorir mapas, dentre outras possibilidades da teoria dos grafos. Todo esse estudo é possibilitado pelo uso do Scratch.

Com base no referencial teórico proposto pretendemos analisar os aspectos que emergem quando os estudantes investigam problemas relacionados à teoria de grafos com a programação pronta, e como no desenvolvimento da atividade, na oportunidade de escolher um tema e construir a sua própria programação, dá suporte para o desenvolvimento do PC.

⁵ Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=HsQ4-Xov8Jo&t=52s>. Acesso em: 27 jun. 2022.

Desde as primeiras etapas da atividade, observamos a presença das seguintes possibilidades: piso baixo que faz referência aos conhecimentos prévios dos estudantes, e teto alto faz referência aos novos conhecimentos, sobre teoria de grafos, de acordo com as ideias de Gadanidis *et al.* (2017). Ainda segundo o mesmo autor, o termo paredes largas faz referência às muitas formas de conexão e de expansão dos conhecimentos, aqui relacionando rotas de avião com grafos; abstração e automação, modelagem dinâmica e sensação tangível, pois usando Scratch e sua linguagem de programação é possível descrever essa programação de modo a resolver os problemas propostos.

A partir do exposto em Gadanidis *et al.* (2017), por exemplo, na sensação tangível, conceitos como segmentos, retângulos e expressões condicionais como “Se então” e “Repita” são essenciais para determinar os resultados das rotas e das pontes (Figuras 1, 2, 3 e 4). Esses elementos tangíveis são “transformados em código ou objetos algorítmicos que podem ser manipulados, listados, impressos, desenhados, grafados e assim por diante”. (Gadanidis *et al.*, 2017, p. 90).

Com relação a surpresa conceitual, o acesso a conceitos novos aumenta o potencial dos estudantes experimentarem a surpresa matemática, ao permitir o contato com os comandos postos na programação. O poder de ação está relacionado com o fazer consciente, com o estar no comando e ter o poder de tomada de decisões que é o que esperamos que os estudantes façam ao desenvolverem a programação do terceiro momento da atividade.

Ao propormos esta atividade em que os estudantes analisam, inicialmente, a solução de um problema e a partir disso, apresentam e resolvem outro problema por meio de programação de computadores, utilizando uma linguagem de programação específica, com a mediação do professor estamos considerando a teoria de aprendizagem construtivista. Neste tipo de atividade, o estudante precisa refletir sobre o problema proposto, pensar sobre os conteúdos matemáticos presentes no problema, elaborar um fluxograma ou algoritmo para a sua solução, implementá-lo em uma linguagem de programação e testar sua solução, construindo e reconstruindo estruturas mentais para aprendizagem, mediante processos de ativos mediados por professores. Isso corrobora com o proposto por Maltempi, com relação às ideias do construcionismo de Papert, que “o ato de educar consiste em criar situações para que os aprendizes se engajem em atividades que alimentem este processo construtivo”. (MALTEMPI, 2005, p. 3).

Por fim, esperamos que esta atividade possa contribuir para que os estudantes construam conhecimentos introdutórios sobre a teoria dos grafos que é parte da Matemática considerada

complexa, a topologia. Além disso, esse ambiente tem potencialidades para o desenvolvimento do PC, conforme destacado em Valente (2016), ao se referir ao Scratch como um ambiente rico em conceitos computacionais e adequado para práticas computacionais de programação.

Considerações Finais

Neste trabalho, apresentamos uma atividade desenvolvida durante uma disciplina no PPGEM, na qual fomos motivadas a pensar em estratégias para desenvolver o PC em uma aula de Matemática por meio da linguagem de programação.

Com base nas referências apresentadas percebemos grandes potencialidades envolvendo o PC e a linguagem de programação no ambiente Scratch, sendo umas delas poder construir conhecimentos matemáticos vistos como inatingíveis para o Ensino Fundamental. Inspirados por Gadanidis *et al.* (2017), compreendemos que é possível explorar conceitos da Matemática, em uma etapa escolar, onde por vezes se estabelecem limites nos novos conhecimentos que o estudante é capaz de construir.

A atividade, que foi organizada em três momentos, conta com as sete possibilidades pedagógicas mencionadas por Gadanidis *et al.* (2017) para PC, e embora ela ainda não tenha sido aplicada, pelos indícios de estudos relacionados à programação com Scratch há grandes possibilidades de a proposta ser bem sucedida. Para tanto, os autores se comprometem em validar a ideia por meio da aplicação em uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental para novas análises futuras sobre a teoria apresentada.

Portanto, consideramos que a atividade proposta está de acordo com a teoria de aprendizagem construtivista, em que fornecemos condições aos estudantes para construírem seus próprios conhecimentos matemáticos, usando a programação de computadores, por meio da mediação de um professor.

Referências

AZEVEDO, G. T. de; MALTEMPI, M. V. **Processo formativo em matemática e robótica: construcionismo, pensamento computacional e aprendizagem criativa.** Tecnologias, Sociedade e Conhecimento. Campinas, SP, v. 7, n. 2, p. 85-107, 2020.

BICUDO, M. A. V. **Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica.** In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.). Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. São Paulo: Autêntica, p. 107-119, 2019.

GADANIDIS, G.; *et al.* Computational Thinking, Grade 1 Students and the Binomial Theorem. **Math Educ**, v. 3, p. 77 - 96, 2017.

MALTEMPI, M. V. **Construcionismo**: pano de fundo para pesquisas em informática aplicada à educação matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.). Educação Matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Editora Cortez, p. 264-282, 2004.

MALTEMPI, M. V. **Novas Tecnologias e Construção de Conhecimento**: Reflexões e Perspectivas. In: V Congresso Ibero-americano de Educação Matemática (CIBEM). Porto, Portugal, 2005.

MALTEMPI, M.V. **Educação matemática e tecnologias digitais**: reflexões sobre a prática docente. Revista *Acta Scientiae* (ULBRA), v. 10, n. 1, p. 59-67, 2008.

MELO, G. S. **Introdução à Teoria dos Grafos**. 2014. 35 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Centro de Ciências Exatas e da Natureza, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa. Disponível em: <https://repositorio.ufpb.br/jspui/bitstream/tede/7549/5/arquivototal.pdf>. Acesso em: 27 jun. 2022.

PAPERT, S. **Mindstorms**: Children, Computers, and Powerful Ideas. New York: Basic Books, 1980. Traduzido como **Logo**: Computadores e Educação por José Armando Valente *et al.* São Paulo: Brasiliense, 1985.

PAPERT, S. **A máquina das crianças**: repensando a escola na era da informática. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

SÁPIRAS, F. S.; VECCHIA, R. D.; MALTEMPI, M. V. Utilização do Scratch em sala de aula. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 17, n. 5, p. 973-988, 2015.

TOJEIRO, P. F. S; ARAMAN, E. M. O. **Passeios de Euler: tarefas investigativas com o software scratch**. 2019. 42 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Ensino de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina. Disponível em: https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/4033/2/LD_PPGMAT_M_Tojeiro%2C%20Priscilla%20Frida%20Salles_2019_1.pdf. Acesso em: 27 jun. 2022.

VALENTE, J. A. Integração do pensamento computacional no currículo da educação básica: diferentes estratégias usadas e questões de formação de professores e avaliação do aluno. **Revista e-Curriculum**, v. 14, n. 3, p. 864-897, 2016.

WING, J. M. *Computational thinking*. **Communications of the ACM**, v. 49, n. 3, p. 33-35, 2006. Disponível em <https://www.cs.cmu.edu/afs/cs/Web/People/15110-s13/Wing06-ct.pdf>. Acesso em: 27 jun. 2022.

WING, J. M. **Computational Thinking**: What and Why. Cambridge, 2011. Disponível em: <http://www.cs.cmu.edu/link/research-notebook-computational-thinking-what-and-why>. Acesso em: 28 jun. 2022.



III SITEM

Simpósio Internacional de Tecnologias em
Educação Matemática



Objetos Virtuais de Aprendizagem Construídos no GeoGebra: estudo de possibilidades para o ensino de cônicas

Virtual Learning Objects Built in GeoGebra: study of teaching conics possibilities

Sandy Maria Gaio

Universidade Federal da Fronteira Sul - UFFS - *Campus* Chapecó/SC
sandymariagaio@gmail.com

Vitor José Petry

Universidade Federal da Fronteira Sul - UFFS - *Campus* Chapecó/SC
vitor.petry@uffs.edu.br

Rosane Rossato Binotto

Universidade Federal da Fronteira Sul - UFFS - *Campus* Chapecó/SC
rosane.binotto@uffs.edu.br

Resumo

Desenvolveu-se uma pesquisa de abordagem qualitativa propositiva que teve como objetivo apresentar uma análise de possibilidades e potencialidades de três objetos virtuais de aprendizagem (OVA), que podem ser utilizados no ensino introdutório de cônicas. Para este estudo desenvolveu-se um exercício de imaginação pedagógica, de acordo com as percepções dos autores, na perspectiva de Skovsmose. Neste exercício foram elencados conceitos, elementos e propriedades que podem ser explorados a partir dos OVA, elaborados no GeoGebra, ao introduzir o assunto cônicas. Além disso, destacam-se alguns benefícios da utilização das tecnologias digitais e do GeoGebra, como a constituição de cenários inovadores de investigação matemática, a prova do arrastar que permite construir objetos e manipulá-los, mantendo suas propriedades, além da possibilidade de ampliação da visualização geométrica dos estudantes. Por fim, destaca-se a importância dos OVA, como recurso didático digital que pode auxiliar no processo de ensino e aprendizagem, porém, é importante que se faça a sistematização e formalização dos conceitos matemáticos envolvidos na sua elaboração ou manipulação.

Palavras-chave: Cônicas; GeoGebra; Objetos virtuais de aprendizagem; Imaginação pedagógica.

Abstract

A qualitative propositional research approach was developed which aimed to present an analysis of the possibilities and potentialities analysis of three virtual learning objects (OVA), that can be used in introductory teaching of conics. For this study, a pedagogical imagination exercise was developed according to the authors' perceptions, in the perspective of Skovsmose. In this exercise, concepts, elements and properties were listed that can be explored from the OVA, which were elaborated in GeoGebra, when introducing the subject of conics. In addition, some benefits of using digital technologies and GeoGebra are highlighted, such as the creation of innovative scenarios for mathematical investigation, the drag proof that allows to build objects and manipulate them, maintaining their properties, and the possibility of expanding the students' geometric visualization. Finally, the importance of OVA is highlighted, as a digital didactic resource that can help in the teaching and learning process, however, it is important to systematize and formalize the mathematical concepts involved in their elaboration or manipulation.

Keywords: Conics; GeoGebra; Virtual learning objects; Pedagogical imagination.

Considerações Iniciais

A maioria dos estudantes da Educação Básica e do Ensino Superior, na atualidade, são considerados nativos digitais, que de acordo com Tezani (2017, p. 297), são aqueles que nasceram após 1990 e desde então as tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC) estão presentes no seu cotidiano. Do ponto de vista pedagógico, é possível utilizar isso a favor da construção do conhecimento, por meio do uso das tecnologias digitais no processo de ensino e aprendizagem.

As TDIC possuem vários benefícios no processo de ensino e aprendizagem, como por exemplo, motivar os estudantes para o estudo, possibilitar que eles manipulem os objetos construídos em algum software ou aplicativo digital, incentivar os estudantes a refletir e questionar sobre o que está sendo estudado. Na Matemática, em específico, essas atitudes nos estudantes podem colaborar para estabelecer possíveis hipóteses ou relações matemáticas. Assim, “oferecem ao ensino e aprendizagem um novo suporte ao ato de ensinar e aprender” (ALVES; VELHO; BARWALDT, 2016, p. 109).

Uma alternativa, para usar as TDIC nas aulas, remete ao desenvolvimento e aplicação de objetos virtuais de aprendizagem (OVA). Conforme Hay e Knaack (2007), OVA são todas as ferramentas interativas, baseadas na *web*, que apoiam o aprendizado de conceitos específicos, incrementando, ampliando ou orientando o processo cognitivo dos aprendizes.

Nesta pesquisa desenvolveu-se três OVA, abordando uma introdução ao estudo de cônicas, de modo a identificar possibilidades e potencialidades de interação e de conceitos a serem explorados com estes objetos, por meio de um exercício de imaginação pedagógica, na perspectiva de Skovsmose (2015). Utilizou-se o GeoGebra para a elaboração desses OVA, pois ele é um software de matemática dinâmica que possui diversas funcionalidades, combina geometria e álgebra, permite a construção de gráficos, possui características dinâmicas, além de potencializar a elaboração de objetos matemáticos para a constituição de cenários inovadores de investigação matemática (SCUCUGLIA; HONORATO, 2018).

Apresenta-se na sequência, um marco teórico, o delineamento metodológico, a descrição e análise dos objetos e algumas considerações sobre a pesquisa.

Marco Teórico

As tecnologias digitais estão cada vez mais presentes no cotidiano e têm sido inseridas em sala de aula como recurso didático para o processo de ensino e aprendizagem. Uma das

possibilidades, nas aulas de Matemática, consiste no uso do GeoGebra¹, um software de matemática dinâmica gratuito, de código aberto, livre, disponível em vários idiomas e multiplataforma para todos os níveis de ensino, que combina de modo dinâmico geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo em uma única aplicação. Ele foi desenvolvido por Markus Hohenwarter em 2001 e desde então popularizou-se, sendo amplamente utilizado para a elaboração de atividades com fins educacionais e de pesquisa. Sua caracterização como software de geometria dinâmica se dá pela possibilidade de “utilizar, manipular, combinar, visualizar e construir virtualmente objetos geométricos, permitindo traçar novos caminhos de investigação” (BORBA, SCUCUGLIA, GADANIDIS, 2015, p. 23).

Esses autores também destacam a potencialidade do GeoGebra denominada prova do arrastar, propriedade que diferencia uma construção de um desenho. Conforme Borba, Scucuglia e Gadanidis (2015, p. 24), “em uma construção, a figura sempre preserva suas propriedades fundamentais quando um dos desenhos móveis que a compõem é arrastado. Se arrastarmos uma figura e ela não mantiver suas propriedades fundamentais, a figura é apenas um desenho”. Esses autores se referem ao termo propriedades fundamentais como propriedades que definem a figura enquanto objeto geométrico.

Ainda, conforme esses autores, as atividades matemáticas de construção de objetos utilizando softwares de geometria dinâmica buscam apresentar cenários que possibilitam a investigação matemática. Além disso, essas atividades permitem a interação dinâmica e ágil dos estudantes com distintas maneiras de representação, possibilitando a percepção de diversas formas de visualização de objetos matemáticos e de propriedades relacionadas a eles. De acordo com Scheffer (2012, p. 31), os ambientes de aprendizagem criados pelos recursos tecnológicos utilizados na sala de aula “levam o estudante ao desenvolvimento de novos conceitos e à consolidação da aprendizagem”.

Diante do exposto, considera-se relevante construir atividades didáticas digitais, no GeoGebra, com potencialidades para o ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos. Contudo, considera-se importante que seu uso seja acompanhado da formalização dos conceitos matemáticos e suas aplicações, sendo fundamental nestes momentos, a intervenção do professor como orientador do processo de aprendizagem dos seus estudantes.

¹ Fonte: Instituto São Paulo GeoGebra. Disponível em: <https://www.pucsp.br/geogebra/geogebra.html>. Acesso em: 06 jun. 2022.

A fim de contribuir com a disponibilização de materiais para a Educação Básica, propõe-se atividades construídas no GeoGebra, denominadas objetos virtuais de aprendizagem (OVA). Guarda e Petry (2020, p. 717), consideram que “os OVA constituem-se como elementos auxiliares no processo de aprendizagem de conteúdos da Matemática, contribuindo na motivação e interação dos estudantes, permitindo uma visualização gráfica/geométrica dos objetos estudados”. Esses autores destacam também a necessidade de complementação dos estudos através de sistematizações para o desenvolvimento de habilidades da representação descritiva dos objetos.

Além do desenvolvimento e disponibilização de OVA para auxiliar professores da Educação Básica, considera-se essencial que estes venham acompanhados de sugestões que apontem possibilidades e potencialidades de interação que eles possam proporcionar. Isto se dá através do exercício de imaginação pedagógica, na perspectiva de Skovsmose, que possibilita sugerir ao professor diferentes opções e perspectivas de abordagens de conceitos e conteúdos da Matemática e suas aplicações a partir da interação com os OVA.

Segundo Skovsmose (2015), a imaginação pedagógica constitui-se em uma “pesquisa de possibilidades” através de um “raciocínio exploratório” como o relacionamento entre diferentes situações. Esse exercício tem a finalidade de “desenvolver uma compreensão mais profunda da situação imaginada [...] é por meio desse processo que a situação imaginada se torna fundamentada” (SKOVSMOSE, 2015, p. 79).

Delineamento Metodológico

Neste trabalho realizou-se um estudo de possibilidades e potencialidades de interação com OVA, com a finalidade de explorar conceitos relativos ao ensino de cônicas, por meio de um exercício de imaginação pedagógica, na perspectiva proposta por Skovsmose (2015). Esse estudo foi realizado considerando as percepções dos próprios autores dessa pesquisa.

Para tanto, desenvolveu-se uma pesquisa com abordagem qualitativa teórico propositiva. Insere-se na perspectiva qualitativa, por ter como finalidade “[...] atingir aspectos do humano sem passar pelos crivos da mensuração, sem partir de métodos previamente definidos e, portanto, sem ficar preso a quantificadores e aos cálculos decorrentes” (BICUDO, 2019, p. 113). Ainda de acordo com Bogdan e Biklen (1997, p. 209), os estudos de natureza qualitativa “devem revelar maior preocupação pelo processo e significado, e não pelas suas causas e efeitos”. Além disso, considera-se um estudo teórico propositivo, pois de acordo com Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 69), no estudo teórico o pesquisador “não utiliza dados e fatos

empíricos para validar uma tese ou ponto de vista, mas a construção de uma rede de conceitos e argumentos desenvolvidos com rigor e coerência lógica”.

Os Objetos Virtuais de Aprendizagem e um Estudo de Possibilidades

Neste trabalho apresentam-se três OVA, propostos para um estudo introdutório das cônicas. Realiza-se uma breve descrição de cada objeto, seguido de um estudo de possibilidades e potencialidades de interação e de conceitos que podem ser explorados. Nos OVA 1 e 2, considera-se a curva obtida pela intersecção de um plano com um cone circular reto de duas folhas, que é denominada seção cônica ou simplesmente cônica. As cônicas obtidas podem ser: parábolas, elipses e hipérbolas, além das cônicas degeneradas que podem ser: um ponto, uma reta ou um par de retas concorrentes, dependendo dos parâmetros usados na interação com os OVA.

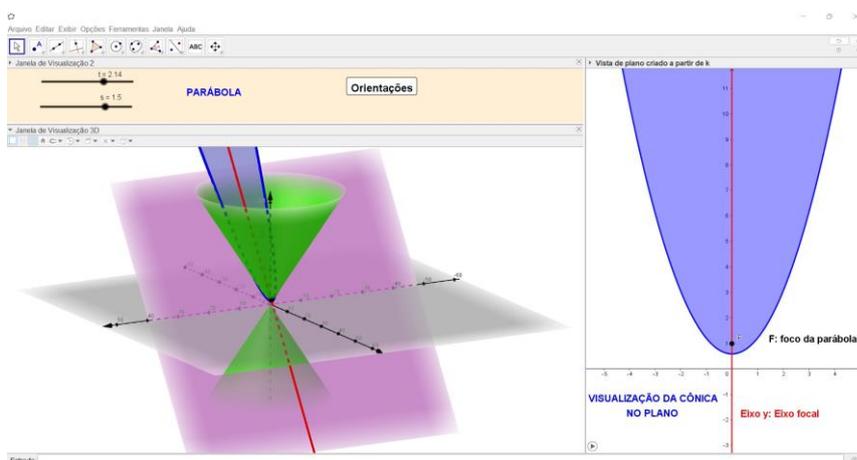
Para visualizar o tipo de cônica que pode ser obtida a partir de uma reta diretriz e um foco, dados em um plano, foi desenvolvido o OVA 3. Na construção de um OVA, geralmente são necessários diversos conceitos e resultados da matemática, além do objeto final que se pretende manipular. Para exemplificar esta situação, no OVA 3, além do estudo de possibilidades, apresenta-se uma sequência de passos a serem considerados, mencionando os principais conceitos matemáticos envolvidos para sua construção.

O OVA 1, em que um *print* da tela do GeoGebra é mostrado na Figura 1, é composto por um cone circular reto de duas folhas, um plano secante a ele, uma cônica (parábola) e sua representação em um plano (ou da região determinada por ela). Nesta representação, além da parábola, estão o seu foco F e a reta focal. Ele foi elaborado considerando o cone circular reto de duas folhas com vértice na origem do sistema cartesiano xyz e com eixo central em z . Assim, o plano secante ao cone sempre intercepta o eixo Ox . Este OVA também dispõe de um botão com as orientações sobre o uso desse objeto, bem como controles deslizantes com os números t e s , em que t representa o ângulo medido em radianos entre o plano secante ao cone e o eixo horizontal y e s está associado a translação deste plano ao longo deste eixo.

A partir das orientações disponibilizadas, o estudante pode movimentar os controles deslizantes a fim de observar a cônica obtida. Pode-se observar, por exemplo, que ao manter fixo o valor de t , movendo-se o controle deslizante s , o tipo de cônica obtida é sempre o mesmo, para qualquer valor de s diferente de zero. Além disso, através da interação com o OVA, ao alterar os valores de t , pode-se observar que, uma vez fixado o cone, existem dois números a_1 e a_2 , com $0 < a_1 < a_2 < \pi$ e $a_1 + a_2 = \pi$ (isto é, a_1 e a_2 são ângulos suplementares), tais

que: se $t = a_1$ ou $t = a_2$ e $s \neq 0$, a cônica obtida é uma parábola; se $0 < t < a_1$ ou $a_2 < t < \pi$ e $s \neq 0$, é uma elipse; se $a_1 < t < a_2$ e $s \neq 0$, é uma hipérbole. Para o cone mostrado na Figura 1, os parâmetros usados no momento do *print* foram $a_1 = 1$ e $a_2 = 2.14$ com aproximação de duas casas decimais.

Figura 1: OVA 1 - Obtenção das cônicas

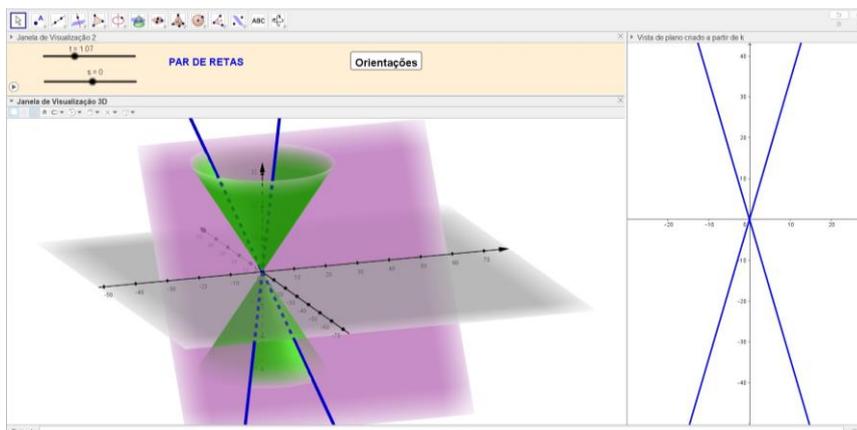


Fonte: Elaborado pelos autores (2022)

Quando $s = 0$ são obtidas cônicas degeneradas. Isto ocorre pois neste caso, o vértice do cone (origem do sistema cartesiano) pertence ao plano que intercepta o cone. Por exemplo, considerando $a_1 = 1$ e $a_2 = 2.14$, se $t = 1$ ou $t = 2.14$, obtém-se uma reta; para $0 < t < 1$ ou $2.14 < t < \pi$ obtém-se um ponto e para $1 < t < 2.14$, obtém-se um par de retas concorrentes, este último mostrado por um *print* da tela do GeoGebra dado pela Figura 2.

Destacam-se outras potencialidades do software GeoGebra, além daquelas já elencadas. A partir da representação da cônica na janela de visualização 3D, usando o comando do GeoGebra “Criar vista 2D” dessa cônica é possível representá-la em um plano, como mostram as Figuras 1 e 2. Nesta representação também se visualizam o foco (ou os focos) e o eixo focal da cônica obtida, sendo que nas condições consideradas, ambos estão contidos sobre o eixo y' do plano cartesiano $x'y'$, na visualização 2D. O foco pode ser obtido usando o comando do GeoGebra “Foco(<Cônica>)”, clicando-se na cônica obtida da intersecção do cone com o plano secante. Considera-se neste caso Ox' e Oy' um sistema de eixos perpendiculares geradores do plano que intercepta o cone.

Figura 2: OVA 1 - Cônica degenerada

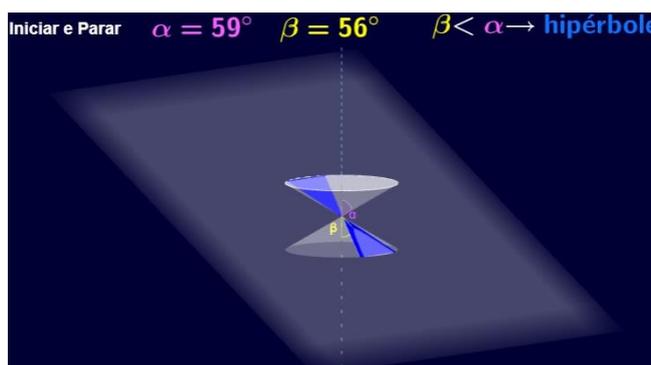


Fonte: Elaborado pelos autores (2022)

Uma limitação desse OVA, da forma como foi construído, consiste na impossibilidade de obter uma circunferência, pois o plano secante ao cone nunca será paralelo ao plano xy .

O OVA 2, em que *print* da tela é dado pela Figura 3, também tem o objetivo de caracterizar as seções cônicas por meio da interseção de um cone circular reto de duas folhas e um plano secante a ele. Neste OVA, consideram-se dois ângulos α e β , sendo β o ângulo determinado pelo plano secante ao cone e seu eixo central e α , o ângulo entre uma geratriz do cone e seu eixo central, permitindo identificar a cônica obtida a partir de relações entre esses ângulos.

Figura 3: OVA 2 - Relação entre a inclinação do plano e geratriz do cone



Fonte: Adaptado pelos Autores de Conic Section - angles – GeoGebra² (2021)

Ao clicar no botão “Iniciar e Parar”, a inclinação do plano secante em relação ao eixo do cone é alterada e, assim, conforme esse objeto é animado o valor de β é alterado. Como α é o ângulo entre uma geratriz do cone e seu eixo, a alteração da inclinação do plano secante não implica na modificação do valor de α .

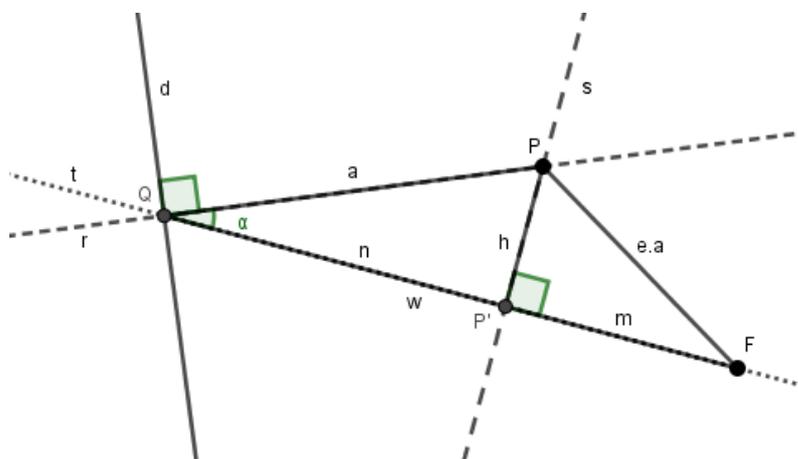
² Disponível em <https://www.geogebra.org/m/vw3kawyn>. Acesso em: 14 jun. 2022.

Com o OVA 2 pode-se identificar o tipo da cônica estabelecendo a relação de ordem entre os ângulos α e β . Os estudantes podem verificar isso animando e pausando o objeto várias vezes, concluindo que: se $\beta = \alpha$ então a cônica obtida é uma parábola; se $\beta < \alpha$ é uma hipérbole (Figura 3); se $\beta > \alpha$ é uma elipse. É possível aproveitar a interação com esses dois objetos para estabelecer a relação entre as considerações feitas no OVA 1, quanto aos valores assumidos para t e a relação de ordem entre os ângulos apresentados no OVA 2.

As cônicas não degeneradas podem ser definidas a partir de uma reta diretriz e um ponto fixo (foco) dados. Neste caso, ela consiste no lugar geométrico definido pelos pontos que mantém constante a razão de sua distância até o foco e até a reta diretriz, respectivamente. Essa razão, conhecida como excentricidade (e) é dada, portanto, por $e = \frac{PF}{PQ}$, onde P é um ponto qualquer da cônica, F o foco, e Q a projeção ortogonal de P sobre a reta diretriz.

Com a finalidade de visualizar as diferentes cônicas que podem ser obtidas a partir de uma reta diretriz e um foco, foi elaborado o OVA 3. Para sua construção, considerou-se o problema genérico buscando determinar o conjunto de pontos P que satisfaça a relação $PF = ePQ$, dados uma reta diretriz d , um foco $F \notin d$ e definido um valor para a excentricidade e , com Q sendo a projeção ortogonal de P sobre d , conforme mostrado na Figura 4.

Figura 4: Esquema para a compreensão do problema na construção do OVA 3



Fonte: Elaborado pelos autores (2022)

Denotando por $a = PQ$, a distância entre os pontos P e Q , segue que $PF = ea$. Sendo P' a projeção ortogonal do ponto P sobre a reta suporte do lado QF do triângulo QPF , sua altura relativa a este lado é $h = PP'$, de forma que os triângulos $QP'P$ e $FP'P$ são retângulos em P' . Denotando $n = QP'$, $m = P'F$ e $w = QF = n + m$, tem-se que para qualquer ponto Q da reta diretriz, o(s) ponto(s) correspondente(s) P pertencente(s) ao lugar geométrico descrito pela cônica, corresponde(m) à intersecção das retas r e s , em que r é a reta perpendicular a d ,

passando por Q e s é uma reta perpendicular à reta $t = QF$, que passa pelo ponto $P' \in t$, cuja distância até Q é igual a n .

Nota-se que geometricamente há a possibilidade da existência de dois pontos com essa característica, o que sugere a possibilidade de existência de duas soluções de pontos P para um mesmo $Q \in d$. Assim, considerando conhecidos a reta diretriz d , o foco F e a excentricidade e , para cada $Q \in d$ é possível obter o(s) ponto(s) P (da cônica) correspondente(s), bastando para isso, determinar a distância orientada n em função dos parâmetros conhecidos. Além disso, o ângulo α entre as retas t e r fica bem definido.

Segue pelo Teorema de Pitágoras que:

$$a^2 = h^2 + n^2 \text{ e } e^2 a^2 = h^2 + m^2 \quad (01)$$

o que implica em:

$$(e^2 - 1)a^2 = m^2 - n^2 = w^2 - 2nw \quad (02)$$

Do triângulo $QP'P$, tem-se que

$$\cos \alpha = \frac{n}{a} \Rightarrow a = \frac{n}{\cos \alpha} \quad (03)$$

Nota-se que ao analisar geometricamente o problema, tem-se que $\alpha \neq 90^\circ$ e portanto, $\cos \alpha \neq 0$. Substituindo (03) em (02), segue que:

$$\frac{e^2 - 1}{\cos^2 \alpha} \cdot n^2 + 2w \cdot n - w^2 = 0 \quad (04)$$

Ao resolver a equação (04) na incógnita n , tem-se que:

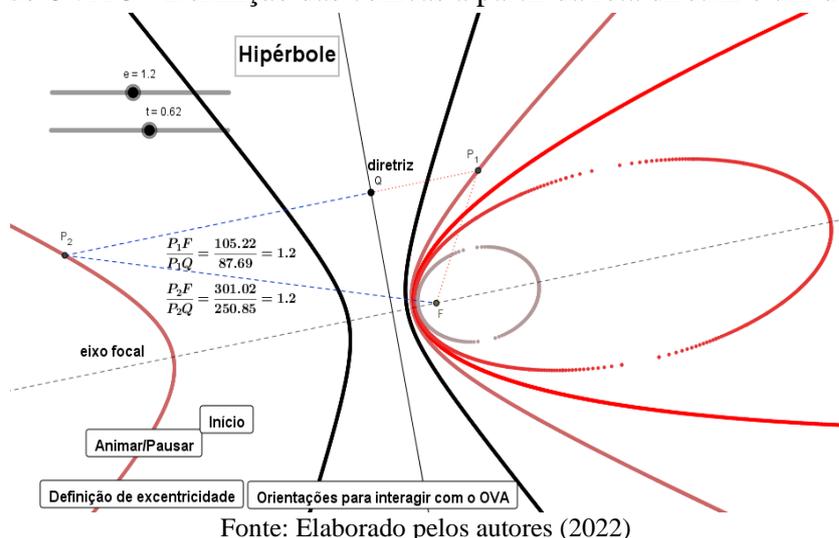
$$n = \frac{w \cdot \cos^2 \alpha (1 \pm \sqrt{k})}{1 - e^2}; \text{ com } k = 1 + \frac{e^2 - 1}{\cos^2 \alpha} \quad (05)$$

Observa-se que o problema pode ter duas, uma ou nenhuma solução, dependendo do valor da excentricidade e e do ângulo α , que depende da posição de $Q \in d$ em relação ao foco F . Essas soluções determinam os pontos P_1 e P_2 . Tem-se ainda que a relação (05) é válida para $e \neq 1$. Quando $e = 1$, o triângulo QPF é isóscele de base QF , e assim $n = \frac{w}{2}$.

Com base nesta solução foi desenvolvido o OVA 3 que possui um *print* mostrado na Figura 5. Na tela inicial desse OVA é dada a reta diretriz e um foco F . Durante a interação, esses elementos podem ser livremente alterados por meio de manipulação, seguindo as orientações que aparecem na tela ao acionar o botão específico. Apresenta também um controle deslizante em que é possível escolher o valor da excentricidade para a representação do lugar geométrico correspondente à cônica. Ao se acionar o botão “Animar/Pausar”, o ponto Q varia ao longo da reta diretriz e as curvas são desenhadas pela habilitação do rastro dos

correspondentes pontos P_1 e P_2 . A imagem da Figura 5 mostra as cônicas geradas para distintos valores da excentricidade, sendo que no momento do *print*, o valor indicado para a excentricidade era $e = 1,2$.

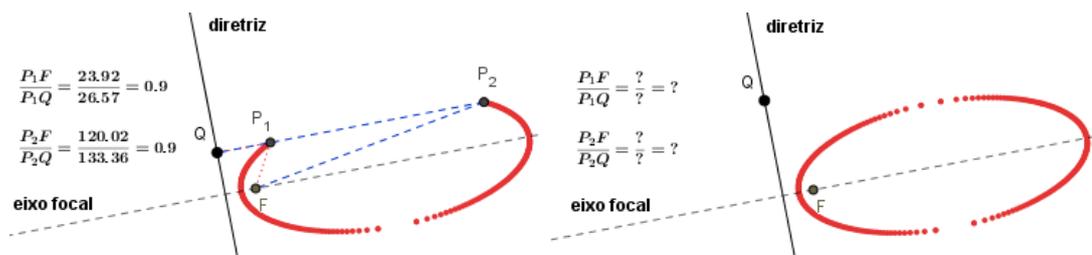
Figura 5: OVA 3 - Definição das cônicas a partir da reta diretriz e um dos focos



Fonte: Elaborado pelos autores (2022)

Durante a interação com o objeto, observa-se que para $e < 1$, a cônica obtida é uma elipse. Nesta situação os pontos P_1 e P_2 , quando definidos, estão ambos no mesmo semiplano (com origem na diretriz) que o ponto F . Neste caso, é possível observar que $e^2 - 1 < 0$, de forma que quando $\cos^2 \alpha$ for suficientemente pequeno, a equação (04) não tem solução ($k < 0$). Do ponto de vista geométrico, isso ocorre quando Q se afasta do eixo focal. Para duas posições específicas de Q sobre a reta diretriz, tem-se $k = 0$, de forma que $P_1 = P_2$. Para os valores de Q suficientemente próximos do eixo focal, têm-se duas soluções, resultando em pontos distintos. A união de todos os pontos P_1 e P_2 , que mantém a razão entre as distâncias constantes (igual ao valor de e), é que define o lugar geométrico correspondente. As situações para $k > 0$ e $k < 0$, com $e = 0,9$, são mostradas na Figura 6.

Figura 6: Determinação do lugar geométrico de uma elipse a partir do OVA 3



Fonte: Elaborado pelos autores (2022)

Para o caso em que $e = 1$, tem-se $\frac{PF}{PQ} = 1$ e, portanto, $PF = PQ$. Independentemente da posição de Q sobre a reta diretriz, a solução para a equação (02) é única, de forma que os pontos P_1 e P_2 são coincidentes. Isso pode ser observado ao animar o OVA 3. Neste caso, os pontos P_1 e P_2 (de forma coincidente) descrevem a parábola representada em vermelho na Figura 5. Observa-se também neste caso, que todos os pontos desse lugar geométrico estão no mesmo semiplano do ponto F .

Ao escolher um valor da excentricidade $e > 1$, é possível observar duas soluções para o ponto P , independente da posição de Q sobre a reta diretriz, de forma que nestes casos, sempre se tem $P_1 \neq P_2$, formando os dois ramos de uma hipérbole, que ficam em semiplanos opostos (em relação à reta diretriz).

A caixa de texto inserida no OVA, com as razões entre as distâncias, permite observar que, mesmo que as distâncias sejam diferentes entre os pontos considerados, ao animar o objeto, as respectivas razões se mantêm constantes e iguais ao valor da excentricidade escolhida. É possível, através desse OVA, estabelecer uma relação entre o valor da excentricidade e o tipo de cônica formada, que também é identificada em uma caixa de texto específica, como é o caso da hipérbole (com $e = 1,2$) que estava sendo representada no momento do *print* apresentado na Figura 05. Por fim, é possível identificar que quanto maior for o valor da excentricidade, maior será a curvatura da respectiva cônica.

Considerações Finais

Neste trabalho, apresentou-se três OVA que podem ser utilizados em uma introdução ao estudo de cônicas, acompanhados de um exercício de imaginação pedagógica para cada objeto a fim de indicar possibilidades e potencialidades a serem exploradas no Ensino Médio ou nos semestres iniciais de alguns cursos do Ensino Superior. Com isso, pode-se destacar que a inserção das tecnologias digitais em sala de aula é uma boa alternativa, pois, proporciona mudanças na metodologia de ensino, tendo potencial, na avaliação dos autores deste trabalho, de despertar maior interesse nos estudantes durante as aulas. Espera-se que os OVA elaborados de maneira interativa, colaborem diretamente na ampliação da visualização geométrica dos estudantes e que através dessa ferramenta seja possível incentivar os estudantes à uma prática investigativa dos conteúdos matemáticos. Outro benefício que pode ser destacado, é incentivar os estudantes a refletir e pensar sobre os conceitos da Matemática abordados em cada OVA.

Portanto, é plausível supor que as tecnologias digitais podem auxiliar no processo de

ensino e aprendizagem, contudo, não com a finalidade exclusiva de deixar as aulas mais atrativas. É importante que os estudantes reflitam sobre as propriedades abordadas e investiguem o objeto para que a aprendizagem ocorra de fato.

Referências

ALVES, I. K.; VELHO, A. R. T.; BARWALDT, R. Repensando a forma de ensinar e aprender a divisão por meio das Tecnologias Digitais. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, Bento Gonçalves, RS, v. 2, n. 2, p. 105–121, 2016. Disponível em: <https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/REMAT/article/view/1552>. Acesso em: 18 mai. 2022.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. São Paulo: Autêntica, 2019. p. 107-119.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Portugal: Porto Editora, 1997.

BORBA, M. C.; SILVA, R. S. R.; GADANIDIS, G. **Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento**. Belo Horizonte: Autêntica, 2015.

FIorentini, D.; Lorenzato, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3. ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2012.

GUARDA, S. M.; PETRY, V. J. Uso de Objetos Virtuais de Aprendizagem Visando a Compreensão e a Representação de Elementos da Geometria Analítica. **Acta Latinoamericana de Matemática Educativa**, 33 (1), p. 707-7017, 2020.

HAY, R. H.; KNAACK, L. Evaluating the learning in learning objects. **Open Learning: The Journal of Open and Distance Education**, 22(1), p. 5-28, 2007.

SCHEFFER, N. F. A argumentação em matemática na interação com tecnologias. **Ciência e Natura**, v. 34, p. 23-38, 2012.

SCUCUGLIA, R.; HONORATO, V. Sobre o processo de elaboração de atividades matemáticas com o GeoGebra 3D. **Revista BOEM**, Florianópolis, v. 6, n. 11, p. 336-355, 2018. Disponível em: <https://www.revistas.udesc.br/index.php/boem/article/view/11733>. Acesso em: 6 jun. 2022.

SKOVSMOSE, O. Pesquisando o que não é, mas poderia ser. In: D'Ambrosio, B.S. e Lopes, C.E. (orgs.). **Vertentes da subversão na produção científica em educação matemática** (pp. 63-90). Campinas: Mercado de Letras, 2015.

TEZANI, T. C. R. Nativos digitais: considerações sobre os alunos contemporâneos e a possibilidade de se (re)pensar a prática pedagógica. **DOXA: Revista Brasileira de Psicologia e Educação**, Araraquara, v. 19, n. 2, p. 295–307, 2017. Disponível em: <https://periodicos.fclar.unesp.br/doxa/article/view/10955>. Acesso em: 2 jun. 2022.

OBJETOS VIRTUAIS DE APRENDIZAGEM NO GEOGEBRA: Estudo de Possibilidades para o Ensino de Parábolas

SANDY MARIA GAIO^{1,2}, VITOR JOSÉ PETRY^{3,2}, ROSANE ROSSATO BINOTTO^{2,4}

1 Introdução

As tecnologias digitais estão cada vez mais presentes no cotidiano das pessoas, transformando e influenciando suas ações. No entanto, essa transformação acontece em ritmo diferente dentro e fora da escola (BORBA e PENTEADO, 2010; BORBA, SCUCUGLIA e GADANIDIS, 2015). Assim, justifica-se a importância de pesquisas voltadas ao uso das tecnologias digitais (TD) em sala de aula. Conforme Borba e Penteado (2010, p. 100), “[...] a presença dos ambientes de aprendizagem baseados nas tecnologias educacionais educativas na escola, podem mudar a forma pela qual os estudantes se relacionam com a matemática, pois esses ambientes oferecem novas perspectivas ao uso da linguagem matemática”.

No caso do ensino e aprendizagem em geometria por meio do uso das TD destacam-se os *softwares* de geometria dinâmica. Para Borba, Scucuglia, Gadaniadis (2015, p. 23) estes possibilitam “[...] utilizar, manipular, combinar, visualizar e construir virtualmente objetos geométricos, permitindo traçar novos caminhos de investigação”.

Visando contribuir com a disponibilização de materiais didáticos digitais para o ensino de parábola no Ensino Médio elaborou-se objetos virtuais de aprendizagem (OVA) no GeoGebra. Para Hay e Knaack (2007), OVA são ferramentas interativas, baseadas na *web*, que apoiam o aprendizado de conceitos específicos, incrementando, ampliando ou orientando o processo cognitivo dos aprendizes. Guarda e Petry (2020, p. 717), consideram que os OVA “constituem-se como elementos auxiliares no processo de aprendizagem de conteúdos da Matemática”, ressaltando, porém, a necessidade de complementação dos estudos por meio de sistematização e formalização dos conceitos.

Além do desenvolvimento e disponibilização de OVA é importante que esses objetos sejam acompanhados de sugestões de sequências de atividades ou de análise de possibilidades

1 Acadêmica do curso de Licenciatura em Matemática, UFFS, *Campus* Chapecó, contato: sandymariagaio@gmail.com.

2 Grupo de Pesquisa em Tecnologias da Informação e Comunicação, Matemática e Educação Matemática-UFFS.

3 Doutor em Matemática Aplicada, UFFS, *Campus* Chapecó, **Orientador**.

4 Doutora em Matemática, UFFS, *Campus* Chapecó, **Co-orientadora**.

e potencialidades de interação. Essa análise tem como objetivo sugerir ao professor uma gama de opções e perspectivas de abordagens de conceitos matemáticos e suas aplicações a partir da interação com os OVA disponibilizados.

Conforme Skovsmose (2015), quando a análise de possibilidades se refere à educação, ela é denominada imaginação pedagógica e tem como finalidade “desenvolver uma compreensão mais profunda da situação imaginada”, da mesma forma, o ressalta que “[...] é por meio desse processo que a situação imaginada se torna fundamentada” (p. 79).

2 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo apresentar três OVA desenvolvidos no *software* GeoGebra acompanhados de um exercício de imaginação pedagógica, visando elencar possibilidades e potencialidades para sua utilização no Ensino Médio.

3 Metodologia

Desenvolveu-se uma pesquisa com abordagem qualitativa teórico propositiva. Insere-se na perspectiva qualitativa, por ter como finalidade “[...] atingir aspectos do humano sem passar pelos crivos da mensuração, sem partir de métodos previamente definidos e, portanto, sem ficar preso a quantificadores e aos cálculos decorrentes” (BICUDO, 2019, p. 113). Além disso, considera-se um estudo teórico propositivo, pois de acordo com Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 69), no estudo teórico o pesquisador “não utiliza dados e fatos empíricos para validar uma tese ou ponto de vista, mas a construção de uma rede de conceitos e argumentos desenvolvidos com rigor e coerência lógica”.

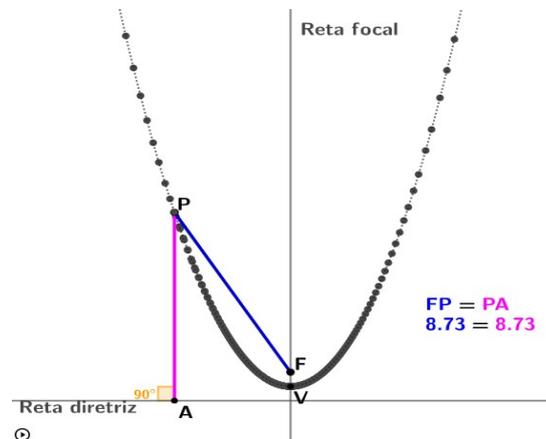
4 Resultados e Discussão

Nesta seção apresentam-se três OVA acompanhados do exercício da imaginação pedagógica, considerando as percepções dos autores dessa pesquisa.

O OVA 1, Figura 1, tem como finalidade abordar a definição de parábola. Com a animação, os segmentos FP e PA se modificam, mas, independente da posição de P , estes se mantêm congruentes, remetendo à definição da parábola. Nele também pode-se explorar os elementos da parábola: Foco (F), reta diretriz, reta focal e vértice (V), que podem ser alterados, mantendo-se a caracterização da parábola. É possível observar, por exemplo, que se

$V=(x_0, y_0)$ e a distância entre F e V é igual a p , então $F=(x_0, y_0+p)$, se a concavidade da parábola é voltada “para cima” e $F=(x_0, y_0-p)$, se a concavidade for voltada “para baixo”. Associando alguns conceitos de geometria analítica também é possível escrever a equação dessa curva, descrevendo algebricamente, as expressões da distância entre P e F e da distância de P à reta diretriz.

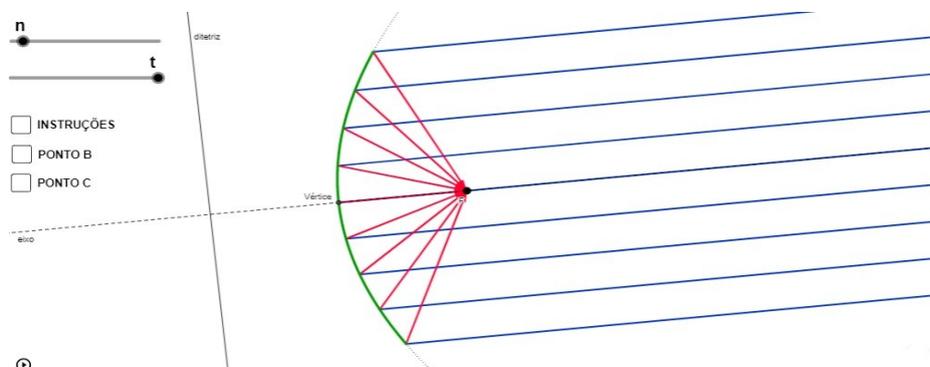
Figura 1 – OVA 1: Representação geométrica da parábola.



Fonte: Os Autores, 2021.

Desenvolveu-se o OVA 2, Figura 2, para ilustrar a propriedade refletora da parábola, usada em diversas aplicações como em antenas parabólicas e faróis de carros. Com a animação desse objeto, observa-se que todos os raios que incidem sobre a parábola, paralelamente ao seu eixo focal, são refletidos para o seu foco se sua superfície for refletora.

Figura 2 – OVA 2: Propriedade refletora da parábola.



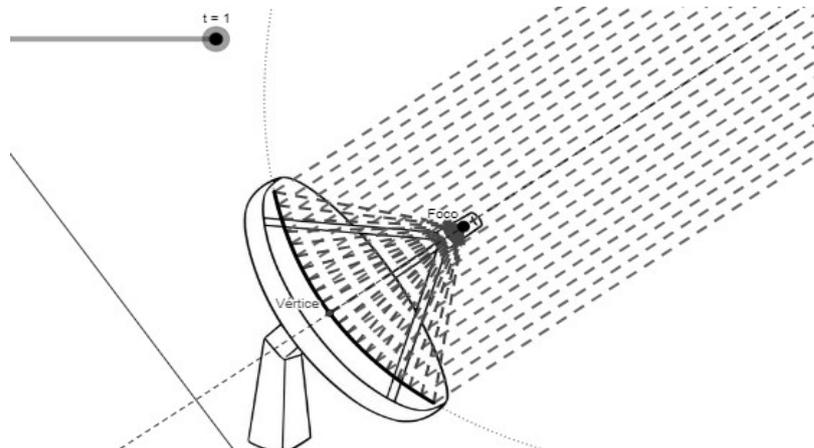
Fonte: Os Autores, 2021.

Pela interação, espera-se que os estudantes verifiquem a propriedade refletora em diferentes posições e formas da parábola, obtidos pela alteração dos pontos B e C , que pode

ser feita de acordo com as instruções disponíveis no OVA.

O OVA 3, Figura 3, apresenta uma aplicação tridimensional da propriedade refletora da parábola. Utilizou-se a ferramenta do GeoGebra “inserir imagem”, que permitiu anexar uma ilustração no OVA, possibilitando uma aproximação entre o objeto e uma aplicação prática. Antes de disponibilizar esse OVA, deve-se instigar os estudantes a pensarem em como a propriedade refletora é utilizada em aplicações práticas. Após as sugestões dos estudantes, pode-se disponibilizar o OVA 3 (além de outros objetos desenvolvidos para esta finalidade) para que os estudantes os manipulem.

Figura 3 – OVA 3: antenas parabólicas.



Fonte: Autores, 2022.

Com esse objeto, espera-se que os estudantes consigam transpor a propriedade visualizada no plano para situações práticas no espaço tridimensional, que neste caso é caracterizado pelo parabolóide. Observa-se, assim, que no caso das antenas parabólicas, os raios incidentes são ondas eletromagnéticas emitidas por satélites, que quando a antena está corretamente posicionada, devido a sua distância do satélite são raios paralelos (ou quase paralelos, com erro de aproximação desprezível do ponto de vista da aplicação). Esses raios, independente da posição de incidência sobre a superfície da antena são refletidos para o foco, ponto em que é instalado o aparelho receptor. O direcionamento de todas as ondas para este aparelho, possibilita a ampliação e a otimização dos sinais.

5 Conclusão

Nesse trabalho, conforme o objetivo proposto, apresentou-se três OVA sobre parábola,

acompanhados de um exercício de imaginação pedagógica, para indicar possibilidades e potencialidades que podem ser exploradas no Ensino Médio. Destaca-se também a possibilidade de manipular elementos dos OVA, facilitando visualmente, aos estudantes, o entendimento de propriedades matemáticas presentes nesses objetos. Desta forma, portanto, considera-se os OVA recursos didáticos potencializadores no processo de ensino e aprendizagem na Educação Básica.

Referências Bibliográficas

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Mirian Godoy. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

BORBA, Marcelo de Carvalho; SILVA, Ricardo Scucuglia Rodrigues da; GADANIDIS, George. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2015.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo abordagem fenomenológica. *In*: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola (org.). **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. Belo Horizonte, Ed. Autêntica, 2019. p. 107-119.

FIorentini, Dario; LOrenzato, Sergio. **Investigação em Educação Matemática**. Campinas, SP: Editora Autores Associados, 2012.

GUARDA, Solange Maria; PETRY, Vitor José. Uso de Objetos Virtuais de Aprendizagem Visando a Compreensão e a Representação de Elementos da Geometria Analítica. **Acta Latinoamericana de Matemática Educativa**, 33 (1), p. 707-7017, 2020.

KAY, Robin H.; KNAACK, Liesel. Evaluating the learning in learning objects. **Open Learning: The Journal of Open and Distance Education**, 22 (1), p. 5-28, 2007.

SKOVSMOSE, Ole. Pesquisando o que não é, mas poderia ser. *In*: D'Ámbrosio, Beatriz Silva; LOPES, Celi. Espasandin (org.). **Vertentes da subversão na produção científica em educação matemática**. Campinas, Ed. Mercado de Letras, 2015, p. 63-90.

Palavras-chave: Parábola; GeoGebra; Objetos virtuais de aprendizagem; Imaginação pedagógica.

Nº de Registro no sistema Prisma: PES-2021-0138.

Financiamento: UFFS.

61036 / Berres Hartmann et al. / Equações Diofantinas Lineares por meio da Resolução de Problemas

Biblioteca da Submissão

Fluxo de Trabalho

Publicação

Situação: Não Agendado

Título e Resumo

• Contribuidores

Metadados

Referências

Composição Final

Lista de Coautores

Nome	E-mail	Papel	Contato principal	Nas Listas de Navegação
Andrei Luís Berres Hartmann	andreiluis_spm@hotmail.com	Autor	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Lais Cristina Pereira da Silva	lais.cristinapds@gmail.com	Autor	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Rosane Rossato Binotto	binottorosane@gmail.com	Autor	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>



[CAPA](#) [SOBRE](#) [PÁGINA DO USUÁRIO](#) [CATEGORIAS](#) [PESQUISA](#) [ATUAL](#) [ANTERIORES](#)
NOTÍCIAS

[Capa](#) > [Usuário](#) > [Autor](#) > [Submissões](#) > #257612 > **Resumo**

#257612 SINOPSE

RESUMO [AVALIAÇÃO](#) [EDIÇÃO](#)

SUBMISSÃO

Autores	Rosane Rossato Binotto
Título	A GAMIFICAÇÃO COMO ESTRATÉGIA PARA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE GEOMETRIA DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL
Documento original	257612-222767-1-SM.DOC 2023-02-23
Docs. sup.	Nenhum(a) INCLUIR DOCUMENTO SUPLEMENTAR
Submetido por	Rosane Rossato Binotto
Data de submissão	fevereiro 23, 2023 - 04:59
Seção	ARTIGOS
Editor	Marilene Santos

SITUAÇÃO

Situação	Em avaliação
Iniciado	2023-02-23
Última alteração	2023-03-05

METADADOS DA SUBMISSÃO

USUÁRIO

Logado como:
rosanebinotto
[Meus periódicos](#)
[Perfil](#)
[Sair do sistema](#)

AUTOR

[Submissões](#)
[Ativo \(1\)](#)
[Arquivo \(0\)](#)
[Nova submissão](#)

NOTIFICAÇÕES

[Visualizar](#)
[Gerenciar](#)

IDIOMA

Selecione o idioma

Português (Brasil) ▼

[Submeter](#)

CONTEÚDO DA REVISTA

Pesquisa

Escopo da Busca

Todos ▼

[Pesquisar](#)

[Procurar](#)

[EDITAR METADADOS](#)

AUTORES

Nome	Rosane Rossato Binotto 
ORCID iD	http://orcid.org/0000-0001-9420-9312
URL	https://www.uffrs.edu.br/
Instituição/Afiliação	Universidade Federal da Fronteira Sul/Professora de Matemática - Campus Chapecó
País	Brasil
Resumo da Biografia	Licenciada em Matemática pela UFSM, Mestre em Matemática pela UFSCar, Doutora em Matemática pela UNICAMP e Pós-doutoranda em Educação Matemática pela UNESP. Professora associada na UFFS, Campus Chapecó/SC. Docente do Curso de Matemática e do PROFMAT.

Contato principal para correspondência.

TÍTULO E RESUMO

Título A GAMIFICAÇÃO COMO ESTRATÉGIA PARA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE GEOMETRIA DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Resumo Este artigo apresenta resultados de uma pesquisa que teve como objetivo analisar possíveis contribuições da gamificação, por meio do aplicativo Euclidea, para a aprendizagem significativa de geometria em uma turma do 9º Ano do Ensino Fundamental, realizada em uma escola pública de Santa Catarina/SC. Em uma experiência de ensino, os alunos participantes responderam a dois questionários e resolveram problemas/desafios de construções geométricas no aplicativo Euclidea, que possui estrutura de jogos. Essa pesquisa foi norteadada pela abordagem qualitativa e utilizou a Análise de Conteúdo para categorizar os dados obtidos. Por meio da análise realizada, verificamos que o Euclidea tem características de material potencialmente significativo, houve engajamento dos alunos na realização das atividades propostas indicando predisposição desses alunos para a aprendizagem. Assim, concluímos que a gamificação contribuiu para a aprendizagem significativa de geometria da maioria dos alunos participantes dessa pesquisa.

INDEXAÇÃO

Área e sub-área do Conhecimento	Educação Matemática; Educação tecnológica
Palavras-chave	Euclidea; Construções Geométricas; Educação Básica; Engajamento.
Idioma	pt

AGÊNCIAS DE FOMENTO

Agências Universidade Federal da Fronteira Sul - UFFS

REFERÊNCIAS

Referências ALVES, L. R. G.; MINHO, M. R. da S.; DINIZ, M. V. C. Gamificação: diálogos com a educação. FADEL, L. M. et al. (Org.). A gamificação na Educação. São Paulo: Pimenta cultural, 2014. Disponível em: .

AUSUBEL, D. P. Aquisição e Retenção de Conhecimentos: Uma Perspectiva Cognitiva. Tradução: Lígia Teopisto. Lisboa: Platano, 2003.

[Por Autor](#)
[Por título](#)
[Outras revistas](#)
[Categorias](#)

TAMANHO DE FONTE

PALAVRAS-CHAVE

Anos Iniciais **Anos iniciais**
BNCC Combinatória Educação
Estatística **Educação**
Financeira Educação
Financeira Escolar
Educação
Matemática Educação do
Campo Educação financeira Ensino
Ensino Fundamental **Ensino**
Médio Ensino de Matemática
Estatística Etnomatemática
Formação de professores Livro
didático **Matemática**
Probabilidade docência

BORBA, M. C.; ALMEIDA, H. R. F. L.; GRACIAS, T. A. S. Pesquisa em ensino e sala de aula: diferentes vozes em uma investigação. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019.

BUSARELLO, R. I.; ULBRICHT, V. R.; FADEL, L. M. A gamificação e a sistemática do jogo. FADEL, L. M. et al. (Org.). A gamificação na Educação. São Paulo: Pimenta cultural, 2014. Disponível em:

BUSARELLO, R. I. Gamification: princípios e estratégias. São Paulo: Pimenta Cultural, 2016. Disponível em: <https://disciplinas.usp.br/pluginfile.php/4455428/mod_resource/content/1/Gamification.pdf>

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, DF, 2018.

CARVALHO, M. F. de; OKUYAMA, F. Y.; BERTAGNOLLI, S.; HÄFELE, M. I. F.; VILLARROEL, M. A. C. U. Livro mágico da gamificação. Porto Alegre: 2020. Disponível em: .

FARDO, M. L. A gamificação como método: Estudo de elementos dos games aplicados em Processos de ensino e aprendizagem. 2013. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Caxias do Sul, Rio Grande do Sul, 2013.

AUTORES (AAAA).

KAPP, K. M. The Gamification of learning and instruction: game-based methods and strategies for training and education. San Francisco: Pfeiffer, 2012.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. Pesquisa em educação: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MOREIRA, M. A. Aprendizagem Significativa: a teoria e textos complementares. 1 ed. São Paulo: Livraria da Física, 2011.

MOREIRA, M. A. O que é afinal aprendizagem significativa? Aula Inaugural do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais, Instituto de Física, Universidade Federal do Mato Grosso, Cuiabá, MT, 23 de abril de 2010.

OLIVEIRA, A. W. B. B. de. O uso do aplicativo Euclidea no ensino da geometria na educação básica. 2020. 77f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2020.

OLIVEIRA, L. R. de. Construções geométricas através do jogo Euclidea: uma experiência com alunos do segundo ano do ensino médio da escola pública Centro de Ensino Maria do Socorro Coelho Cabral do município de Balsas/MA. 2019. 70f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto Federal do Piauí, Floriano, 2019.

SIGNORI, G. G.; GUIMARÃES, J. C. F.; CORRÊA, S. Gamificação como Método de Ensino Inovador. UCS. 2016. Disponível em:

SOUZA, A. M. de. Utilizando o jogo Euclidea e demonstrações dinâmicas no Geogebra para o ensino de construções geométricas. 2018. 94f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2018.

SIGNORI, G. G.; GUIMARÃES, J. C. F. de; CORRÊA, S. Gamificação como método de ensino inovador. XVI Mostra de Iniciação Científica, Pós-Graduação, Pesquisa e Extensão Programa de Pós-Graduação em Administração - UCS. 2018.

VIANNA, Y. et al. Gamification, Inc: como reinventar empresas a partir de jogos. 1. ed. Rio de Janeiro: MJV Press, 2013.

ZICHERMANN, G.; CUNNINGHAM, C. Gamification by Design: Implementing Game Mechanics in Web and Mobile Apps. 1. ed. Sebastopol, Calif: O'Reilly Media, 2011.

ISSN 2177-9309

Contato: revista.emteia@ufpe.br



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL – CAMPUS CHAPECÓ
CURSO DE GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA – LICENCIATURA

DECLARAÇÃO

Declaro para os devidos fins, que a Profa. Dra. Rosane Rossato Binotto, SIAPE 1715771, CPF 89857887015, pertencente ao colegiado do Curso de Matemática desta instituição, submeteu dois trabalhos vinculados ao Programa “Formação Continuada em serviço para Professores que atuam na disciplina Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio” da Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBEM - FormAção2. Trabalhos relacionados ao Projeto: *Formação de Professores de Matemática da Educação Básica, ações com Tecnologias Digitais e Objetos de Aprendizagem no contexto da Política Educacional da BNCC*, aprovado no Programa de FormAção2 da SBEM e desenvolvido na UFFS Campus de Chapecó SC sob a coordenação da Profa. Dra. Nilce Fátima Scheffer:

- 1) Artigo intitulado “Exercício de Imaginação Pedagógica com Professores de Matemática sobre o Uso de Objetos Virtuais de Aprendizagem no Ensino de Cônicas”, submetido à revista RIPEM, em 20/11/2022. Artigo elaborado em conjunto com o Prof. Dr. Vitor José Petry e a Acadêmica Sandy Maria Gaio, UFFS, Chapecó, SC.
- 2) Capítulo de livro intitulado “OBJETOS VIRTUAIS DE APRENDIZAGEM CONSTRUÍDOS NO GEOGEBRA: Uma Proposta para o Estudo de Cônicas”, elaborado em conjunto com o Prof. Dr. Vitor José Petry e a Acadêmica Sandy Maria Gaio, UFFS, Chapecó, SC. Este capítulo foi submetido em janeiro de 2023 ao Livro E-book: “TECNOLOGIAS DIGITAIS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA: Uma articulação entre Pesquisa e Extensão”, a ser publicado pela SBEM, que foi organizado pela Profa. Dra. Nilce Fátima Scheffer com a colaboração da Profa. Dra. Rosane Rossato Binotto.

Chapecó, 15 de março de 2023.

Profa. Dra. Nilce Fátima Scheffer
Coordenação do Projeto de Extensão
UFFS Campus Chapecó SC



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JULIO DE MESQUITA FILHO"
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS
Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática



Rio Claro, 08 de novembro de 2022.

Prezada Senhora,

A Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática - UNESP, Campus de Rio Claro - SP, agradece pela palestra proferida intitulada “**Uma abordagem do Pensamento Computacional utilizando o GeoGebra**”, nesta data, realizada no anfiteatro do Departamento de Matemática do IGCE, UNESP, *Campus* de Rio Claro.

Atenciosamente.

Prof^ª Dr^ª **Heloisa da Silva**
Coordenadora do Programa de Pós-Graduação em
Educação Matemática

Ilma Sr^ª
Prof^ª Dr^ª **ROSANE ROSSATO BINOTTO**

**unesp****UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"****DEPARTAMENTO DE
MATEMÁTICA**

Certificamos que **Rosane Rossato Binotto**, participou, na qualidade de **Ministrante**, da XXXIV Semana da Licenciatura em Matemática, na atividade **MINICURSO 7: Livro on-line no GEOGEBRA** contabilizando carga horária total de 3 horas.

Bauru, 1º de dezembro de 2022.

Prof. Dr. Luiz Henrique da Cruz Silvestrini
Coordenador Geral da Comissão Organizadora

Prof. Assoc. José Remo Ferreira Brega
Vice-Diretor da Faculdade de Ciências



Programação - XXXIV SELMAT

- 28/11/2022. [19:00-19:30] Abertura da XXXIV SELMAT (Evento online).
28/11/2022. [19:30-22:30] Mesa-Redonda. Modelagem Matemática e Etnomatemática. (Evento online).
29/11/2022. [17:30-18:30] Roda de Conversa: Sobre a educação para a diversidade, racismo sistêmico e a participação das pessoas negras na docência e pesquisa. (Evento presencial).
29/11/2022. [18:30-19:30] CALMAT apresenta: CineMAT (Evento presencial).
29/11/2022. [19:30-22:30] Minicursos (Evento presencial).
30/11/2022. [17:30-18:30] Roda de Conversa: Sobre o Novo Ensino Médio. (Evento presencial).
30/11/2022. [18:30-19:30] Apresentação dos trabalhos científicos aprovados para a XXXIV SELMAT. (Evento Híbrido).
30/11/2022. [19:30-22:30] Minicursos (Evento presencial).
01/12/2022. [17:30-19:00] Encontro ORMUB (Evento Híbrido).
01/12/2022. [19:00-21:30] Mesa-Redonda: Metodologias ativas e as Tecnologias no ensino de matemática (Evento Híbrido).

01/12/2022. [21:30-22:30] Encerramento e Apresentação Cultural. (Evento presencial).

Declaração

Declaramos que Rosane Rossato Binotto participou como ouvinte da Disciplina “Pensamento Computacional na Educação Matemática” do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista – Unesp, Campus Rio Claro, no período de março a junho de 2022. Essa disciplina foi ministrada pelo Prof. Dr. Marcus Vinicius Maltempi.

Rio Claro, 02 de dezembro de 2022.

A handwritten signature in blue ink, appearing to read "Maltempi".

Marcus Vinicius Maltempi

Declaração

Declaramos que Rosane Rossato Binotto participou como ouvinte da Disciplina “Tópicos Especiais em Educação Matemática: Resolução de Problemas – Ensino, Aprendizagem e Avaliação” do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” – Unesp, Campus Rio Claro, no período de agosto a novembro de 2022. Essa disciplina foi ministrada pelos professores doutores Lourdes de la Rosa Onuchic, Rosineide de Sousa Jucá e Márcio Pironel.

Rio Claro, 02 de dezembro de 2022.



Prof. Dr. Márcio Pironel

Zimbra**rosane.binotto@uffs.edu.br**

[RIS] Agradecimento pela avaliação

De : Danusa de Lara Bonotto <danusalb@uffs.edu.br>**Assunto :** [RIS] Agradecimento pela avaliação**Para :** Rosane Rosane Rossato Binotto <rosane.binotto@uffs.edu.br>ter, 17 de mai de 2022 18:04
 Certificados

Rosane Rosane Rossato Binotto,

Agradecemos ter concluído a avaliação da submissão "A Utilização da Robótica no Ensino de Matemática uma Revisão Sistemática de Literatura" à revista Revista Insignare Scientia - RIS.

Sua contribuição é fundamental para a qualidade dos trabalhos publicados.

Este e-mail serve, também, como atestado de que o(a) senhor(a) realizou avaliação de um artigo para a Revista Insignare Scientia - RIS (ISSN: 2595-4520. Meio de divulgação: digital).

Danusa de Lara Bonotto
Universidade Federal da Fronteira Sul
danusalb@uffs.edu.br

#default,journalSettings.emailSignature##

Zimbra**rosane.binotto@uffs.edu.br****[*SPAM*][EMD] Agradecimento pela avaliação****De :** Vanderson Sizino Menezes <vandersmenezes@hotmail.com>**Assunto :** [*SPAM*][EMD] Agradecimento pela avaliação**Para :** Rosane Rossato Binotto <rosane.binotto@uffs.edu.br>qua, 20 de abr de 2022 09:18
 Certificados

Rosane Rossato Binotto:

Agradeço por enviar o parecer da submissão "Um Dificuldades Operacionais de Matemática no Cotidiano," para o periódico Ensino da Matemática em Debate. Nós apreciamos sua contribuição para manter a qualidade dos trabalhos que publicamos.

Zimbra**rosane.binotto@uffs.edu.br**

[EMSF] Agradecimento pela avaliação

De : Nilce Fatima Scheffer <nilce.scheffer@uffs.edu.br>**Assunto :** [EMSF] Agradecimento pela avaliação**Para :** Rosane Rosane Rossato Binotto <rosane.binotto@uffs.edu.br>ter, 19 de abr de 2022 00:14
 Certificados

Rosane Rosane Rossato Binotto,

Agradecemos ter concluído a avaliação da submissão "DESENVOLVENDO O TRABALHO COLABORATIVO NAS TAREFAS DE GEOMETRIA" à revista Educação Matemática Sem Fronteiras: Pesquisas em Educação Matemática.

Sua contribuição é fundamental para a qualidade dos trabalhos publicados.

Nilce Fatima Scheffer
Universidade Federal da Fronteira Sul - UFFS
Telefone 49988690505
nilce.scheffer@uffs.edu.br

Nilce Fatima SchefferEducação Matemática Sem Fronteiras: Pesquisas em Educação Matemática

Zimbra**rosane.binotto@uffs.edu.br**

[EMSF] Agradecimento pela avaliação

De : Nilce Fatima Scheffer <nilce.scheffer@uffs.edu.br>**Assunto :** [EMSF] Agradecimento pela avaliação**Para :** Rosane Rosane Rossato Binotto <rosane.binotto@uffs.edu.br>qui, 19 de jan de 2023 13:37
 Certificados

Rosane Rosane Rossato Binotto,

Agradecemos ter concluído a avaliação da submissão "A VISUALIZAÇÃO EM LIVROS DO GEOGEBRA" à revista Educação Matemática Sem Fronteiras: Pesquisas em Educação Matemática.

Sua contribuição é fundamental para a qualidade dos trabalhos publicados.

Nilce Fatima Scheffer
Universidade Federal da Fronteira Sul - UFFS
Telefone 49988690505
nilce.scheffer@uffs.edu.br**Nilce Fatima Scheffer**Educação Matemática Sem Fronteiras: Pesquisas em Educação Matemática

Grupo de pesquisa

Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática - GPIMEM

Endereço para acessar este espelho: dgp.cnpq.br/dgp/espelhogrupo/74082896692680

Identificação



Situação do grupo: Certificado

Ano de formação: 1993

Data da Situação: 11/12/2012 18:50

Data do último envio: 07/03/2023 15:01

Líder(es) do grupo: Marcelo de Carvalho Borba

Sueli Liberatti Javaroni

Área predominante: Ciências Humanas; Educação

Instituição do grupo: Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho - UNESP

Unidade: Instituto de Geociências e Ciências Exatas de Rio Claro

Endereço / Contato

Endereço

Logradouro: UNESP - Universidade do Estado de São Paulo

Número: 1515

Complemento: Av. 24 A

Bairro: Jardim Bela Vista

UF: RJ

Localidade: Rio Claro

CEP: 13506900

Caixa Postal: 13506-900

Localização geográfica

Latitude: 0.0

Longitude: 0.0

Contato do grupo

Telefone: (19) 3526-9394

Fax: (19) 35340123

Contato do grupo: gpmem.rc@unesp.br

Website: <http://www.rc.unesp.br/gpimem/>

Repercussões

Repercussões dos trabalhos do grupo

As pesquisas desenvolvidas pelo GPIMEM têm repercutido em diversas frentes: 1) Publicações: Os membros do grupo têm publicado artigos em diversos periódicos científicos nacionais e internacionais, além de capítulos de livros e livros. Além disso, há divulgação científica através de meios convencionais e eletrônicos. 2) Intercâmbio: Participação de membros do grupo, e de alguns pesquisadores convidados, em atividades de outras instituições, nacionais e internacionais, por meio de conferências, congressos, bancas examinadoras e visitas científicas e o grupo participa de uma rede do Capes-Print, desde 2019. 3) Formação: O grupo tem contribuído na formação de mestres e doutores. Várias das pessoas formadas estão atuando em escolas nos níveis fundamental, médio e superior. 4) Impacto na Comunidade: Os resultados das pesquisas geradas pelo grupo têm sido disseminados em trabalhos desenvolvidos junto à comunidade por meio de atividades de extensão e formação de professores.

Participação em redes de pesquisa

Rede de pesquisa

Nenhum registro adicionado

Website/Blog

Linhas de pesquisa

Nome da linha de pesquisa	Quantidade de Estudantes	Quantidade de Pesquisadores
Artes e Educação Matemática	2	2

Nome da linha de pesquisa	Quantidade de Estudantes	Quantidade de Pesquisadores
Educação a Distância	0	7
Formação de professor de Matemática e TIC	4	7
Modelagem	0	5
Pensamento Computacional	1	4
Teorias da Aprendizagem e TIC	1	9
Uso de Tecnologias	5	10
Vídeos e Educação Matemática	8	10

Recursos humanos

Pesquisadores	Titulação máxima	Data inclusão
Alexandra Carmo Caceres Ianelli	Mestrado	26/04/2021
Ana Karina Cancian Baroni	Doutorado	06/05/2021
Ana Rita Domingues	Mestrado	26/04/2021
André Luis Andrejew Ferreira	Doutorado	25/04/2020
Andrei Luís Berres Hartmann	Mestrado	03/06/2022
Aparecida Santana de Souza Chiari	Doutorado	Anterior a abril de 2014
Bárbara Cunha Fontes	Mestrado	25/04/2020
Claudinei de Camargo Sant'Ana	Doutorado	Anterior a abril de 2014
Daise Lago Pereira Souto	Doutorado	21/05/2014

Pesquisadores	Titulação máxima	Data inclusão
Débora da Silva Soares	Doutorado	Anterior a abril de 2014
Helber Rangel Formiga Leite de Almeida	Doutorado	Anterior a abril de 2014
José Fábio Xavier	Doutorado	16/01/2023
Jussara de Loiola Araújo	Doutorado	Anterior a abril de 2014
Leandra dos Santos	Mestrado	06/05/2019
Leandro do Nascimento Diniz	Doutorado	Anterior a abril de 2014
Liliane Xavier Neves	Doutorado	07/04/2020
Luciana Leal da Silva Barbosa	Mestrado	03/06/2022
Marcelo Batista de Souza	Doutorado	10/04/2017
Marcelo de Carvalho Borba	Doutorado	Anterior a abril de 2014
Maria Teresa Zampieri	Doutorado	Anterior a abril de 2014
Neil da Rocha Canedo Junior	Doutorado	20/12/2017
Nilton Silveira Domingues	Doutorado	21/05/2014
Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva	Doutorado	Anterior a abril de 2014
Rodrigo Dalla Vecchia	Doutorado	Anterior a abril de 2014
Rosane Rossato Binotto	Doutorado	02/06/2022
Sandro Ricardo Pinto da Silva	Doutorado	21/07/2015
Silvana Claudia dos Santos	Doutorado	21/05/2014

Pesquisadores	Titulação máxima	Data inclusão
Sueli Liberatti Javaroni	Doutorado	Anterior a abril de 2014
Telma Aparecida de Souza Gracias	Doutorado	Anterior a abril de 2014
Vanessa Oechsler	Doutorado	25/04/2020

Estudantes	Nível de Treinamento	Data inclusão
Beatriz de Barros Zamonel	Mestrado	02/06/2022
Beatriz Kajikawa Delgado	Graduação	30/06/2022
Carolina Yumi Lemos Ferreira Gracioli	Doutorado	25/04/2020
Daniel Tebaldi Santos	Doutorado	06/05/2019
Diogo Garcia Cunha	Mestrado	25/07/2022
Eliel Constantino da Silva	Doutorado	10/04/2017
Fernanda Martins da Silva	Doutorado	26/04/2021
Franciele Santos Teixeira	Mestrado	02/06/2022
Geciara da Silva Carvalho	Doutorado	06/05/2019
Hercules Gimenez	Doutorado	21/11/2019
João Victor Gonçalves do Carmo	Mestrado	31/05/2022
José Fernandes Torres da Cunha	Doutorado	25/04/2020
Lara Martins Barbosa	Doutorado	19/04/2017
Pamella Aleska da Silva Santos	Doutorado	07/03/2023
Paulo Eduardo Aquino da Silva	Mestrado	25/07/2022
Rosicacia Florencio Costa	Doutorado	25/04/2020

Estudantes	Nível de Treinamento	Data inclusão
Suellen Moura de Paiva	Doutorado	02/06/2022
Tiele Aquino Schunemann	Não há formação em andamento	07/03/2023

Técnicos	Formação acadêmica	Data inclusão
Geraldo Aparecido de Lima Sobrinho	Graduação	23/05/2014

Colaboradores estrangeiros	País	Data inclusão
Jeannette Emma Galleguillos Bustamante	REPUBLICA DO CHILE	10/04/2017
Mónica Ester Villarreal	REPUBLICA ARGENTINA	18/06/2014

Egressos

Pesquisadores	Período de participação no grupo
Adriana Richit	De Não informada a 18/06/2014
Ana Paula dos Santos Malheiros	De Não informada a 26/04/2021
Ana Paula Rodrigues Magalhães de Barros	De 25/04/2020 a 26/04/2021
Fabian Arley Posada Balvin	De 27/04/2016 a 26/04/2021
Juliana Samora Godoy	De 27/04/2016 a 26/03/2018
Kaoma Ferreira de Bessa	De 14/05/2021 a 11/05/2022
Luana Pedrita Fernandes de Oliveira	De 11/08/2014 a 26/04/2021
Marcus Vinicius Maltempi	De Não informada a 11/05/2022
Maria Francisca da Cunha	De 25/04/2020 a 26/04/2021
Maria Helena Garcia Barbosa Herminio	De Não informada a 23/05/2014
Maurício Rosa	De Não informada a 18/06/2014

Pesquisadores	Período de participação no grupo
Monica Ester Villarreal	De Não informada a 18/06/2014
Patrícia Peralta de Freitas	De 27/04/2016 a 26/04/2021
Rúbia Barcelos Amaral	De Não informada a 26/04/2021
Sandra Malta Barbosa	De Não informada a 23/05/2014
Silvia Regina Viel	De Não informada a 26/04/2021
Telma Aparecida de Souza Gracias	De Não informada a 23/05/2014
Tiago Giorgetti Chinellato	De 23/05/2014 a 26/04/2021

Estudantes	Período de participação no grupo
Alan Silva dos Santos	De 22/03/2018 a 26/04/2021
Alex Henrique Alves Honorato	De 21/07/2015 a 10/04/2017
Ana Paula Perovano	De 05/05/2019 a 26/04/2021
Ana Paula Rodrigues Magalhães de Barros	De Não informada a 06/05/2019
Anderson Luis Pereira	De 21/07/2015 a 10/04/2017
Andrei Luis Berres Hartmann	De 25/04/2020 a 11/05/2022
Bárbara Cunha Fontes	De 10/04/2017 a 06/05/2019
Bruno Leite Ferreira	De 21/07/2015 a 26/04/2021
Carla Vital	De 24/05/2016 a 22/11/2018
Claudia Franceschette	De Não informada a 23/05/2014
Daiane dos Santos Corrêa Cabanha	De 23/05/2014 a 22/11/2018
Daise Lago Pereira Souto	De Não informada a 23/05/2014
Douglas Ribeiro Guimarães	De 25/04/2020 a 26/04/2021
Edwin David Tamayo Martínez	De 19/05/2021 a 11/05/2022

Estudantes	Período de participação no grupo
Egídio Rodrigues Martins	De 21/07/2015 a 13/10/2016
Elen Priscila Stivam	De Não informada a 23/05/2014
Eloisa Rosotti Navarro	De 19/12/2017 a 28/02/2018
Fábio Ferreira da Silva	De 22/11/2017 a 14/05/2021
Fábio Ferreira da Silva	De 21/07/2015 a 07/06/2016
Felipe Pereira Heitmann	De Não informada a 23/05/2014
Fernando de Mello Trevisani	De Não informada a 23/05/2014
Fernando de Mello Trevisani	De 26/04/2021 a 11/05/2022
Franciele Tais de Oliveira	De Não informada a 21/07/2015
Franciellem Roberta Gonçalves	De 06/05/2019 a 26/04/2021
Gabriela Rosa	De 23/05/2014 a 13/10/2016
Gabriel Souza Gregorutti	De 22/03/2018 a 14/05/2021
Gabriel Souza Gregorutti	De 21/07/2015 a 10/04/2017
Gisela da Silva	De 21/07/2015 a 10/04/2017
Greiton Toledo de Azevedo	De 05/03/2018 a 11/05/2022
Hannah Dora de Garcia e Lacerda	De 23/05/2014 a 07/12/2017
Idalise Bernardo Bagé	De 21/07/2015 a 06/05/2019
Jonson Ney Dias da Silva	De 24/05/2016 a 22/11/2018
Juliana Çar Stal	De 25/04/2020 a 11/05/2022
Lahis Braga Souza	De 21/07/2015 a 10/04/2017
Lahis Braga Souza	De 07/12/2017 a 22/11/2018
Lais Aparecida Romanello	De 21/07/2015 a 10/04/2017
Lais Aparecida Romanello	De 22/03/2018 a 22/11/2018

Estudantes	Período de participação no grupo
Leticia Borges	De 23/05/2014 a 21/07/2015
Liara Alves Gentil	De 19/12/2017 a 26/04/2021
Luana Pedrita Fernandes de Oliveira	De Não informada a 06/05/2019
Lucas Carato Mazzi	De Não informada a 21/07/2015
Luciana Leal da Silva Barbosa	De 26/04/2021 a 11/05/2022
Luciana Vieira Andrade	De 25/04/2020 a 26/04/2021
Marcela Souza Silva	De 22/11/2017 a 22/11/2018
Maria Francisca da Cunha	De 21/07/2015 a 06/05/2019
Mariele de Freitas Osti	De 07/12/2017 a 22/11/2018
Marília Zabel	De Não informada a 21/07/2015
Mirela Nunes Siqueira Cunico	De Não informada a 23/05/2014
Nilton Silveira Domingues	De Não informada a 23/05/2014
Pâmela Cristina Diorio Singer	De Não informada a 23/05/2014
Patricia Fasseira Andrade	De 23/05/2014 a 28/02/2018
Pedro Henrique Giraldi de Souza	De 07/12/2017 a 11/05/2022
Raul Felipe de Oliveira Francisco	De 23/05/2014 a 21/07/2015
Régis Forner	De 21/07/2015 a 22/11/2018
Rejane Waiandt Schuwartz de Carvalho Faria	De Não informada a 19/04/2017
Ricardo de Oliveira Mendes	De Não informada a 10/04/2017
Rita de Cássia Idem	De 24/05/2016 a 30/06/2022
Rogério Aparecido Batista da Silva	De 26/04/2021 a 11/05/2022
Silvana Claudia dos Santos	De Não informada a 23/05/2014
Silvia Aimi	De Não informada a 23/05/2014

Estudantes	Período de participação no grupo
Tiago Giorgetti Chinellato	De Não informada a 23/05/2014
Tiago Pereira	De 06/05/2019 a 11/05/2022
Vanessa Oechsler	De 21/07/2015 a 22/11/2018
Vinicius dos Santos Honorato	De 27/11/2016 a 22/11/2018
Vinicius Honorato Gomes	De 24/05/2016 a 26/11/2016
Vinicius Machacheski Marchi	De Não informada a 21/07/2015

Indicadores de recursos humanos do grupo

Formação acadêmica	Pesquisadores	Estudantes	Técnicos	Colaboradores estrangeiros	Total
Doutorado	24	11	0	2	37
Mestrado	6	5	0	0	11
Graduação	0	1	1	0	2
Outros	0	1	0	0	1

Grupo de pesquisa

Diálogos e Indagações sobre Escolas e Educação Matemática

Endereço para acessar este espelho: dgp.cnpq.br/dgp/espelhogrupo/1647621096440185

Identificação



Situação do grupo: Certificado

Ano de formação: 2018

Data da Situação: 16/10/2018 12:41

Data do último envio: 07/10/2022 19:33

Líder(es) do grupo: Ana Paula dos Santos Malheiros

Lucas Carato Mazzi

Área predominante: Ciências Humanas; Educação

Instituição do grupo: Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho - UNESP

Unidade: Instituto de Geociências e Ciências Exatas de Rio Claro

Endereço / Contato

Endereço

Logradouro: UNESP - Universidade do Estado de São Paulo

Número: 1515

Complemento: Av. 24A - Departamento de Educação Matemática - IGCE - UNESP

Bairro: Jardim Bela Vista

UF: SP

Localidade: Rio Claro

CEP: 13506900

Caixa Postal:

Localização geográfica

Latitude: -22.3988799

Longitude: -47.579737799999975

Contato do grupo

Telefone: (17) 98218-0999

Fax: ()

Contato do grupo: paula.malheiros@unesp.br

Website:

Repercussões

Repercussões dos trabalhos do grupo

O Grupo de Pesquisa Diálogos e Indagações sobre Escolas e Educação Matemática surgiu da necessidade de pesquisadores na área de Educação Matemática em discutir questões relacionadas à sala de aula da Educação Básica e do Ensino Superior no que tange aos processos de ensino e aprendizagem de Matemática, a formação do professor que ensina Matemática e outras diversas questões relacionadas à Escola. Inspirado no legado de Paulo Freire e Seymour Papert e nos trabalhos de Educação Matemática Crítica de Ole Skovsmose, o grupo tem como objetivo contribuir, por meio de pesquisas e formação de recursos humanos, entre outras ações, com a qualidade da educação formal no âmbito da Matemática.

Participação em redes de pesquisa

Rede de pesquisa

Nenhum registro adicionado

Website/Blog

Linhas de pesquisa

Nome da linha de pesquisa	Quantidade de Estudantes	Quantidade de Pesquisadores
Educação Matemática na Educação Básica e Superior	10	6
Formação Inicial e Continuada de Professores que Ensinam Matemática	8	6

Nome da linha de pesquisa	Quantidade de Estudantes	Quantidade de Pesquisadores
Modelagem Matemática na Educação Matemática	2	4

Recursos humanos

Pesquisadores	Titulação máxima	Data inclusão
Ana Paula dos Santos Malheiros	Doutorado	19/09/2018
Jonson Ney Dias da Silva	Doutorado	19/09/2018
Lahis Braga Souza	Doutorado	19/09/2018
Lucas Carato Mazzi	Doutorado	30/08/2019
Marcus Vinicius Maltempi	Doutorado	09/05/2022
Mariele de Freitas Osti	Doutorado	19/09/2018
Régis Forner	Doutorado	19/09/2018
Rosane Rossato Binotto	Doutorado	09/05/2022

Estudantes	Nível de Treinamento	Data inclusão
Ailson Lopes Alzeri	Doutorado	04/05/2020
Ainá Montessanti Selingardi	Doutorado	09/05/2022
Andrei Luis Berres Hartmann	Doutorado	09/05/2022
Brena Cristina Sturion	Mestrado	07/11/2021
Edwin David Tamayo Martínez	Doutorado	09/05/2022
Eliane Santos Alves	Doutorado	04/05/2020
Fabio Alves Menecucci	Doutorado	07/11/2021

Estudantes	Nível de Treinamento	Data inclusão
Fernando de Mello Trevisani	Não há formação em andamento	09/05/2022
Greiton Toledo de Azevedo	Pós-Doutorado	09/05/2022
Juliana Çar Stal	Doutorado	09/05/2022
Luciana Leal da Silva Barbosa	Doutorado	09/05/2022
Luis Henrique Magdalena Ribeiro	Mestrado	07/11/2021
Marília Zabel	Doutorado	04/05/2020
Mirela Nunes Siqueira Cunico	Mestrado	09/05/2022
Priscila de Oliveira e Silva	Graduação	09/05/2022
Rafael de Moraes Merola	Mestrado	07/11/2021
Rogério Aparecido Batista da Silva	Não há formação em andamento	09/05/2022

Técnicos	Formação acadêmica	Data inclusão
Nenhum registro adicionado		

Colaboradores estrangeiros	País	Data inclusão
Nenhum registro adicionado		

Egressos

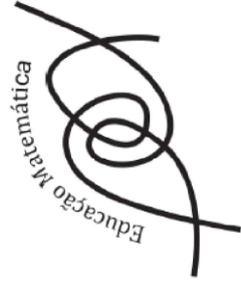
Pesquisadores	Período de participação no grupo
Sueli Liberatti Javaroni	De 16/10/2018 a 07/10/2022

Estudantes	Período de participação no grupo
Aparecido Giovani Mariano da Silva	De 16/10/2018 a 07/11/2021
Láisa Maria Scapatucci	De 16/10/2018 a 07/11/2021

Estudantes	Período de participação no grupo
Marcela Souza Silva	De 16/10/2018 a 07/11/2021
Milena Kemy Sujimoto de Aguiar	De 16/10/2018 a 07/11/2021

Indicadores de recursos humanos do grupo

Formação acadêmica	Pesquisadores	Estudantes	Técnicos	Colaboradores estrangeiros	Total
Doutorado	8	10	0	0	18
Mestrado	0	4	0	0	4
Graduação	0	1	0	0	1
Outros	0	2	0	0	2



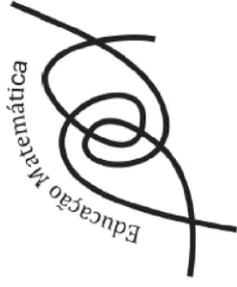
DECLARAÇÃO

ROSANE ROSSATO BINOTTO

Participou da **XI Atividade Inaugural de Verão** do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM), realizada no dia 16 de março de 2022, com carga horária total de 4 horas.

Rio Claro, 16 de março de 2022.

Prof. Dra. Heloísa da Silva
Professora Coordenadora do PPGEM



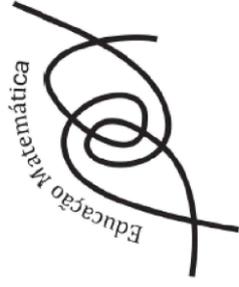
DECLARAÇÃO

ROSANE ROSSATO BINOTTO

Participou da Palestra de Abertura "O Dia em que Voltamos de Marte: Uma história da ciência e do poder com pistas para um novo presente", ministrada pela Profa. Dra. Tatiana Roque, na **XI Atividade Inaugural de Verão** do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM), realizada no dia 16 de março de 2022, com carga horária total de 4 horas.

Rio Claro, 16 de março de 2022.

Profa. Dra. Heloisa da Silva
Professora Coordenadora do PPGEM



DECLARAÇÃO

ROSANE ROSSATO BINOTTO

Participou da **XII Conferência Interna** do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM), realizada nos dias 17 e 18 de março de 2022, com carga horária total de 16 horas.

Rio Claro, 18 de março de 2022.

Prof. Dra. Heloisa da Silva

Professora Coordenadora do PPGEM



Congresso Iberoamericano de Educação Matemática
Congreso Iberoamericano de Educación Matemática



Certificado

Declaramos que **Rosane Rossato Binotto** participou do **IX Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática - IX CIBEM**, realizado de maneira on-line no período de 05 a 09 de dezembro de 2022 e sediado na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Brasil, com carga horária de 50 horas.

São Paulo, 09 de dezembro de 2022.

Claudia Lisete Oliveira Groenwald
Presidente da Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBEM

Ana Lucia Manrique
Presidente do Comitê Organizador e Científico IX CIBEM 2022

Agustín Carrillo de Albornoz Torres
Secretário Geral da Federação Iberoamericana de Educação Matemática - FISEM

CERTIFICADO



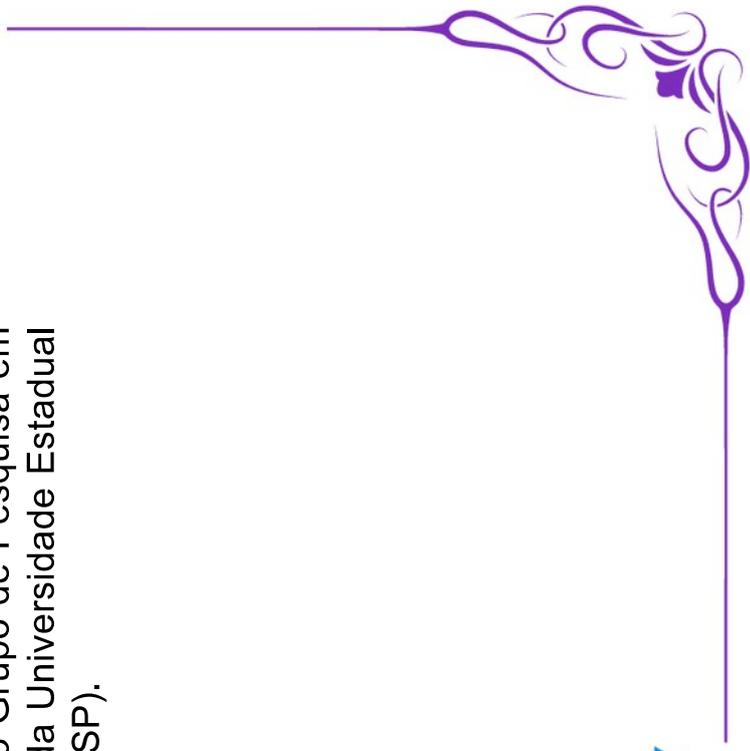
Certificamos que **Rosane Rossato Binotto**, participou da **COORDENAÇÃO GERAL**, do evento **III SITEM - Simposio Internacional de Tecnologias em Educaçao Matemática**, realizado nos dias 06 a 08 de outubro de 2022, promovido pelo Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educaçao Matemática (GPIMEM), da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - Unesp - campus de Rio Claro (SP).

Rio Claro, 13 de outubro de 2022.

A handwritten signature in black ink, appearing to read "Marcelo de Carvalho Borba".

Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba

(Coordenador do GPIMEM e responsável pela comissão organizadora do III SITEM)



CERTIFICADO



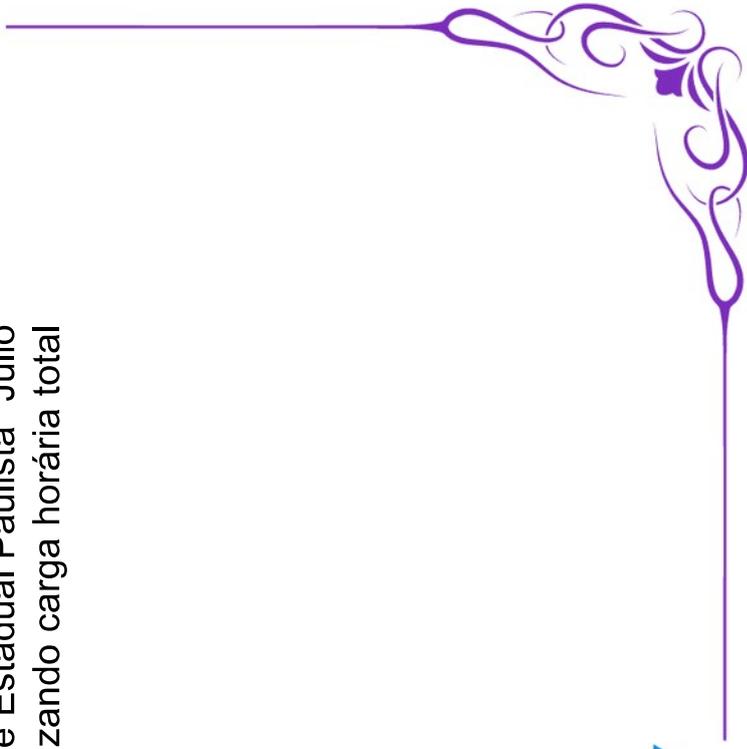
Certificamos que **Rosane Rossato Binotto**, participou com êxito do evento III SITEM - Simpósio Internacional de Tecnologias em Educação Matemática realizado em 06/10/2022 a 08/10/2022, na cidade de Rio Claro, promovido pelo Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática (GPIMEM), da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - Unesp - campus de Rio Claro (SP), contabilizando carga horária total de 30 horas.

Rio Claro, 13 de outubro de 2022.



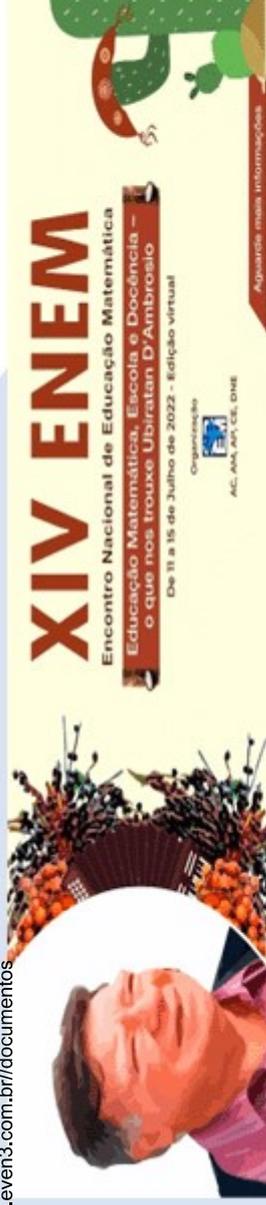
Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba

(Coordenador do GPIMEM e responsável pela comissão organizadora do III SITEM)





Sociedade Brasileira de
Educação Matemática

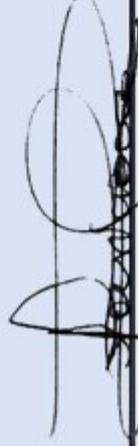


CERTIFICADO

Certificamos que **Rosane Rossato Binotto** atuou como **Coordenador(a) de Grupo de Discussão** no evento **XIV Encontro Nacional de Educação Matemática - Educação Matemática, Escola e Docência: o que nos trouxe Ubiratan D'Ambrosio**, realizado de modo online, no período de 11/07/2022 a 15/07/2022, e promovido pela DNE e Regionais do Acre, Amapá, Amazonas e Ceará da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM).

Brasília - DF, 15 de julho de 2022.


Vanessa Franco Neto
Coordenação Científica

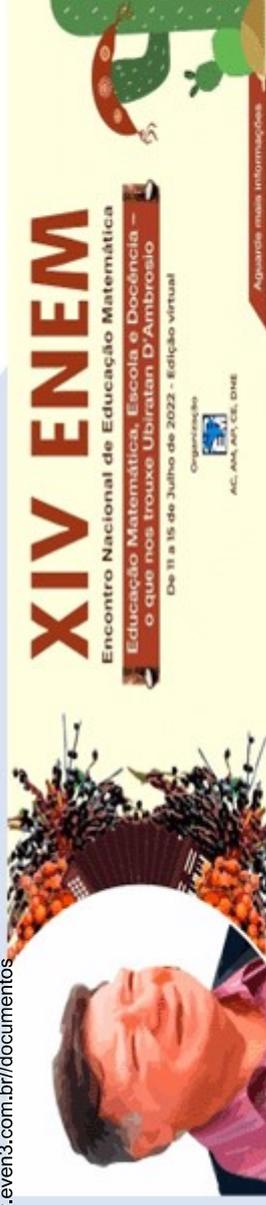

Maurício Rosa
Coordenação Científica


Marcelo Almeida Bairral
Presidente da SBEM





Sociedade Brasileira de
Educação Matemática

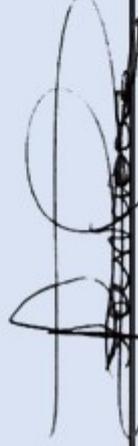


CERTIFICADO

Certificamos que **Rosane Rossato Binotto** participou com êxito do evento XIV Encontro Nacional de Educação Matemática – *Educação Matemática, Escola e Docência: o que nos trouxe Ubiratan D’Ambrósio*, realizado de modo online, no período de 11/07/2022 a 15/07/2022, e promovido pela DNE e Regionais do Acre, Amapá, Amazonas e Ceará da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), contabilizando carga horária total de 40 horas.

Brasília - DF, 15 de julho de 2022.


Vanessa Franco Neto
Coordenação Científica


Maurício Rosa
Coordenação Científica


Marcelo Almeida Bairral
Presidente da SBEM





Conferido a **Rosane Rossato Binotto** pela participação no “III Encontro Internacional do GeoGebra em Língua Portuguesa - Oficina 4 - Como construir animações utilizando o GeoGebra”, realizado em 23 de novembro de 2022 com a carga horária de 2 horas.

Niterói, 05 de dezembro de 2022

Luciana Prado Mouta Pena
Coordenadora

Humberto José Bortolossi
Coordenador do Instituto
Geogebra Rio de Janeiro

Cresus Vinicius Depes de Gouvêa
Pró-reitor de Extensão-UFF





Conferido a **Rosane Rossato Binotto** pela participação no “III Encontro Internacional do GeoGebra em Língua Portuguesa - Oficina 1 - Funções no GeoGebra: ênfase no ensino e na aprendizagem”, realizado em 22 de novembro de 2022 com a carga horária de 3 horas.

Niterói, 05 de dezembro de 2022

Luciana Prado Mouta Pena
Coordenadora

Humberto José Bortolossi
Coordenador do Instituto
Geogebra Rio de Janeiro

Cresus Vinicius Depes de Gouvêa
Pró-reitor de Extensão-UFF





Conferido a **Rosane Rossato Binotto** pela participação no “III Encontro Internacional do GeoGebra em Língua Portuguesa - Oficina 2 -Jogos matemáticos com GeoGebra Classroom (ministrada em espanhol)”, realizado em 22 de novembro de 2022 com a carga horária de 3 horas.

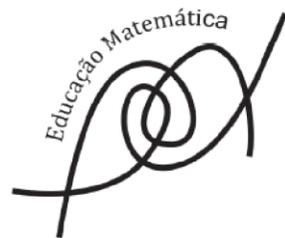
Niterói, 05 de dezembro de 2022

Luciana Prado Mouta Pena
Coordenadora

Humberto José Bortolossi
Coordenador do Instituto
Geogebra Rio de Janeiro

Cresus Vinicius Depes de Gouvêa
Pró-reitor de Extensão-UFF





DECLARAÇÃO

ROSANE ROSSATO BINOTTO

Participou da **XI Atividade Inaugural de Inverno** do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM), realizada no dia 16 de agosto de 2022 com carga horária total de 8 horas.

Rio Claro, 16 de agosto de 2022.

Profa. Dra. Heloisa da Silva
Professora Coordenadora do PPGEM