

**UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ
CURSO DE MATEMÁTICA**

SANDY MARIA GAIO

**OBJETOS VIRTUAIS DE APRENDIZAGEM PARA O ESTUDO DE CÔNICAS:
UMA EXPERIÊNCIA COM ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO**

CHAPECÓ

2023

SANDY MARIA GAIO

**OBJETOS VIRTUAIS DE APRENDIZAGEM PARA O ESTUDO DE CÔNICAS:
UMA EXPERIÊNCIA COM ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática Licenciatura da Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), *Campus* Chapecó/SC, como requisito para obtenção do título de licenciada em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Vitor José Petry.

Coorientadora: Profa. Dra. Rosane Rossato Binotto.

CHAPECÓ

2023

Bibliotecas da Universidade Federal da Fronteira Sul - UFFS

Gaio, Sandy Maria

OBJETOS VIRTUAIS DE APRENDIZAGEM PARA O ESTUDO DE
CÔNICAS: UMA EXPERIÊNCIA COM ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO
/ Sandy Maria Gaio. -- .
55 f.

Orientador: Doutor Vitor José Petry

Co-orientadora: Doutora Rosane Rossato Binotto

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) -
Universidade Federal da Fronteira Sul, Curso de
Licenciatura em Matemática, Chapecó, SC, .

I. Petry, Vitor José, orient. II. Binotto, Rosane
Rossato, co-orient. III. Universidade Federal da
Fronteira Sul. IV. Título.

Elaborada pelo sistema de Geração Automática de Ficha de Identificação da Obra pela UFFS
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

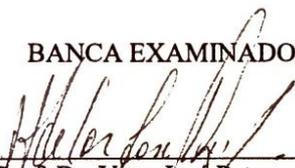
SANDY MARIA GAIO

**OBJETOS VIRTUAIS DE APRENDIZAGEM PARA O ESTUDO DE CÔNICAS:
UMA EXPERIÊNCIA COM ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO**

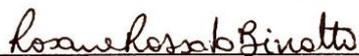
Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática Licenciatura da Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), *Campus* Chapecó/SC, como requisito para obtenção do título de licenciada em Matemática.

Este trabalho foi defendido e aprovado pela banca em 10/07/2023

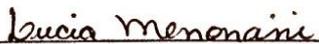
BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Vitor José Petry – UFFS
Orientador



Profa. Dra. Rosane Rossato Binotto – UFFS
Coorientadora



Profa. Dra. Lucia Menoncini – UFFS
Avaliador



Prof. Dr. Pedro Augusto Borges – UFFS
Avaliador

Dedico esse trabalho aos meus professores da
educação básica e do ensino superior.

AGRADECIMENTOS

Agradeço minha família e meus amigos por todo o apoio durante essa trajetória.

Aos professores do Curso de Licenciatura em Matemática da UFFS por terem compartilhado seus conhecimentos comigo e com os meus colegas, em especial aos meus orientadores, os professores Vitor José Petry e Rosane Rossato Binotto.

Aos membros da banca por lerem o trabalho e contribuírem com a qualificação do mesmo.

E ao Instituto Federal de Santa Catarina (IFSC) pelo aceite da pesquisa, principalmente ao professor Flávio Fernandes por disponibilizar as suas aulas com a turma em que foi aplicada a sequência didática.

Se a educação sozinha não transforma a sociedade, sem ela tampouco a sociedade muda (FREIRE).

RESUMO

O trabalho desenvolvido consiste na continuação dos estudos realizados pelo grupo em um projeto de pesquisa com Iniciação Científica (IC), em que foram elaborados objetos virtuais de aprendizagem (OVA) para o ensino de cônicas, seguidos da realização de um exercício de imaginação pedagógica para identificar possibilidades e potencialidades do seu uso em sala de aula. Para a presente pesquisa foi elaborada uma sequência didática a partir da seleção e aperfeiçoamento de alguns destes OVA. Organizou-se uma sequência de atividades, incluindo a disponibilização dos OVA para a manipulação pelos estudantes na ferramenta livro do GeoGebra on-line. A proposta foi aplicada em uma turma do Ensino Médio no IFSC – Campus Chapecó, com propósito identificar e analisar contribuições de OVA para a aprendizagem significativa de conteúdos sobre cônicas com estudantes do Ensino Médio, especificamente das elipses, de acordo com Ausubel. Trata-se de uma pesquisa-ação, com abordagem qualitativa em que os dados produzidos foram submetidos a uma análise textual discursiva na perspectiva de Moraes e Galiuzzi (2020). A interação com os OVA e a possibilidade de investigação dos conteúdos matemáticos envolvidos facilitaram a compreensão dos estudantes de forma a tornar o material apresentado potencialmente significativo. Observou-se indicativos de que a sequência didática contribuiu para o desenvolvimento da autonomia dos estudantes, possibilitou a elaboração e confirmação de conjecturas, ampliou a visualização geométrica e algébrica dos estudantes em relação aos subsunçores pré-existentes. Por fim, há evidências de que o uso dos OVA contribuiu para uma aprendizagem significativa do objeto (elipse) do conhecimento abordado.

Palavras-chave: OVA; Aprendizagem Significativa; GeoGebra; Educação Básica; Elipses.

ABSTRACT

The term paper carried out consists of the continuation of the studies carried out by the group that was part of a research project with Scientific Initiation (IC), in which virtual learning objects (OVA) were created for teaching conics, followed by a pedagogical imagination exercise. to identify possibilities and potentialities of its use in the classroom. For the present research, a didactic sequence was elaborated from the selection and improvement of some of these OVA. A sequence of activities was organized, including making the OVA available for manipulation by students in the online GeoGebra book tool. The proposal was applied in a high school class at IFSC – located in Chapecó, with the purpose of analyzing and identifying possible contributions of the use of OVA for a meaningful learning of conics. It is an action research, with a qualitative approach in which the data produced were submitted to a discursive textual analysis from the perspective of Moraes and Galiazzi (2020). The interaction with the OVA and the possibility of investigating the mathematical contents involved facilitated the understanding of the students in order to make the material presented potentially significant. There were indications that the didactic sequence contributed to the development of students' autonomy, enabled the elaboration and confirmation of conjectures, expanded the students' geometric and algebraic visualization in relation to pre-subsumers Finally, there is evidence that the use of OVA contributed to a significant learning of the objects of knowledge addressed.

Keywords: OVA; meaningful learning; Basic Education; ellipses.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Fases da evolução tecnológica	17
Figura 2 – Sala de aula virtual	20
Figura 3 - OVA 1	29
Figura 4 - OVA 2 e OVA 3	30
Figura 5 - OVA 4.....	31
Figura 6 - OVA 5.....	32
Figura 7 - OVA 6.....	33
Figura 8 - OVA 7.....	33
Figura 9 - OVA 8.....	34
Figura 10 – Relação entre os elementos	37
Figura 11 – Relação entre os elementos (aprofundando)	38
Figura 12 – resolução do exercício pelo estudante E15	45
Figura 13 – Resolução da Questão 4 pelo estudante E10.....	46
Figura 14 – Ilustração da Questão 5 - Atividade avaliativa	47
Figura 15 - Resolução da Questão 5 pelo estudante E8	47
Figura 16 – Resolução apresentada pelo estudante E2.....	48

LISTA DE SIGLAS

IC	Iniciação Científica
IFSC	Instituto Federal de Santa Catarina
OVA	Objetos Virtuais de Aprendizagem
PPC	Projeto Pedagógico do Curso
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
TD	Tecnologias Digitais
TI	Tecnologias Informáticas
TIC	Tecnologias de Informação e Comunicação
UFFS	Universidade Federal da Fronteira Sul

LISTA DE QUADROS

Quadro 1– Roteiro das aulas.....	27
Quadro 2 – Respostas das questões 2, 3 e 4 do estudante E11	31
Quadro 3- Relações entre OVA e conceitos matemáticos.....	41

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
2	MARCO TEÓRICO	16
2.1	EVOLUÇÃO TECNOLÓGICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	16
2.2	OBJETOS VIRTUAIS DE APRENDIZAGEM: O QUE SÃO E COMO UTILIZÁ-LOS	17
2.3	GEOGEBRA	19
2.4	APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA	21
3	PERCURSO METODOLÓGICO	24
4	DESENVOLVIMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA COM ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO	27
4.1	ORGANIZAÇÃO DAS AULAS	27
4.2	DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS NO ESTUDO DA ELIPSE.....	28
4.2.1	Representação geométrica da elipse	29
4.2.2	Coordenadas cartesianas dos elementos da elipse.....	29
4.2.3	Relação entre a representação geométrica e a equação de uma elipse.....	30
4.2.4	Propriedade refletora da elipse.....	32
5	ANÁLISE TEXTUAL DISCURSIVA.....	36
5.1	LIMITAÇÕES E DIFICULDADES DO USO DE OVA NAS AULAS DE MATEMÁTICA.....	37
5.2	POTENCIALIDADES DOS OVA PARA O ESTUDO DE ELIPSE.....	40
5.3	APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE CONTEÚDOS SOBRE ELIPSE	43
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	50
	REFERÊNCIAS.....	52

1 INTRODUÇÃO

As tecnologias estão presentes no cotidiano das pessoas e nessa perspectiva, Souza (2016, p. 25) afirma que “[...] nada mais natural que as tecnologias estejam também inseridas no ambiente escolar”. Aliás, a maioria dos atuais estudantes da Educação Básica e do Ensino Superior são considerados nativos digitais, que de acordo com Bittencourt e Albino (2017, p. 212) são:

[...] os nascidos a partir de 1990 e que apresentam características como familiaridade com o computador, com os recursos da internet e a capacidade de receber em informações rapidamente, processar em vários assuntos simultaneamente e desempenhar em múltiplas tarefas.

Nesse sentido, como esses estudantes possuem conhecimentos acerca de recursos tecnológicos (computador, *tablet*, *smartphone*, entre outros), internet e têm facilidade de lidar com informações do mundo digital, considera-se pertinente utilizar esses recursos tecnológicos para fins didáticos. Contudo, é importante propor ações e atividades visando contribuir para o processo de aprendizagem dos estudantes, tendo como suporte pesquisas sobre o uso desses recursos tecnológicos.

Para averiguar possíveis contribuições do uso desses recursos tecnológicos no contexto escolar, pesquisas têm sido desenvolvidas na tentativa de propor e experimentar alternativas metodológicas que contemplem o uso das tecnologias digitais (TD) nas salas de aula. Normalmente, esse tipo de pesquisa é feito com número pequeno de estudantes e por isso não é possível elencar generalizações. Assim, trata-se de um instrumento um tanto limitado, então por quê realizar esse tipo de pesquisa?

Mesmo assim, estudos com esse viés são importantes, Rocha (2012) ressalta que apesar de ser um instrumento limitado é útil por diversos motivos. Esse tipo de pesquisa relaciona a teórica com a prática, pode ser utilizado como referência para outros professores, permite avaliar práticas educacionais rotineiras de modo empírico, possibilitando “soluções imediatas para problemas educacionais urgentes, que não podem esperar por soluções teóricas” (ROCHA, 2012, p. 20).

Com vistas a contribuir com pesquisas sobre o uso de materiais didáticos digitais e da validação por professores da Educação Básica desenvolveu-se uma pesquisa na Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), de meados de 2020 a meados de 2022, tendo como proponentes os orientadores e como bolsista de Iniciação Científica (IC) a autora deste trabalho.

Uma das atividades desenvolvidas na referida pesquisa foi a elaboração de objetos virtuais de aprendizagem (OVA) sobre o conteúdo de cônicas com ênfase no Ensino Médio. Considera-se OVA, todo recurso didático digital que oferece suporte para o processo de ensino e aprendizagem de algum conteúdo. Pode-se utilizar, por exemplo, o software GeoGebra para construir OVA.

A pesquisa desenvolvida e citada anteriormente, teve como principal intuito elaborar OVA acerca do tema cônicas e sugerir conteúdos que podem ser abordados a partir deles e maneiras de com explorar os mesmos, o que é entendido como um exercício de imaginação pedagógica na perspectiva de Skovsmose (2015). Para esse autor, “tal imaginação pode sugerir que práticas educativas alternativas são possíveis” (2015, p.76). Como exemplos de trabalhos publicados, com esse foco pelos orientadores e orientanda, podem ser citados: Binotto; Petry; Gaio (2022), Gaio; Petry; Binotto (2022), Gaio, Binotto, Petry, (2021); Gaio, Petry, Binotto (2022).

Dando continuidade a essa pesquisa foi elaborado este trabalho com foco em estudantes da Educação Básica. Para tanto, foram selecionados e aprimorados alguns dos OVA elaborados na pesquisa mencionada e organizados em uma sequência didática com o uso da ferramenta livro do GeoGebra on-line, que foram validados com estudantes desse nível de ensino. A imaginação pedagógica, realizada durante a IC, foi utilizada como suporte para a etapa de elaboração da sequência didática.

Assim, esse trabalho tem como propósito identificar e analisar contribuições de OVA para a aprendizagem significativa de conteúdos sobre cônicas com estudantes do Ensino Médio. Realizou-se uma experiência de ensino em uma turma do Ensino Médio Técnico em Informática do Instituto Federal de Santa Catarina (IFSC), Campus Chapecó, SC. Optou-se em realizar essa experiência na turma do módulo IV, pois, esta possui o assunto cônicas na ementa da disciplina de Matemática.

Este trabalho é caracterizado por uma pesquisa ação com abordagem qualitativa e para a sua realização seguiu-se o seguinte roteiro:

- Selecionar e aperfeiçoar os OVA da sequência didática sobre cônicas, a partir da imaginação pedagógica já realizada;
- Produzir materiais de apoio para os estudantes;
- Aplicar a sequência didática em uma turma do Ensino Médio;
- Produzir uma lista de exercícios sobre os conteúdos de cônicas trabalhados com os estudantes, usada também como atividade avaliativa;

- Realizar uma análise textual discursiva dos dados produzidos na experiência de ensino.

A sequência didática foi elaborada e aplicada para as três cônicas. Contudo, optou-se por descrever e analisar apenas as atividades referentes à elipse pois estas atividades possibilitam o leitor ter uma visão do todo e também devido ao fato dos estudantes terem demonstrado uma grande curiosidade no OVA 6 referente ao bilhar elíptico. Desta forma, delimitou-se, na perspectiva de Moraes e Galiazzi (2020), o corpus da pesquisa para essas atividades referente a elipse e ao questionário sobre a experiência dos estudantes em terem participado da pesquisa.

Este TCC está dividido em seis capítulos: o primeiro contextualiza o tema da pesquisa, tem-se a justificativa e apresenta-se o objetivo geral; o segundo trata do marco teórico em que são expostas as bases teóricas utilizadas na pesquisa; no terceiro tem-se o percurso metodológico do trabalho; no quarto descreve-se as atividades da sequência didática referente a elipses; no quinto tem-se a análise dos dados produzidos e no sexto tem-se as conclusões.

2 MARCO TEÓRICO

Nesta seção apresentam-se as bases teóricas utilizadas como referencial, iniciando com uma contextualização da evolução das tecnologias na educação matemática na perspectiva de Borba, Silva e Gadanidis (2015). Posteriormente faz-se uma abordagem sobre OVA e como utilizá-los na Educação Básica. Considerando que os OVA usados neste trabalho foram elaborados no GeoGebra, é apresentada uma seção para caracterizar esse software e alguns recursos da sua plataforma on-line. Abordam-se também alguns aspectos da aprendizagem significativa na perspectiva de Ausubel (2003) tendo em vista que se pretende identificar e analisar contribuições do uso de OVA para a aprendizagem significativa de conteúdos sobre cônicas com estudantes do Ensino Médio.

2.1 EVOLUÇÃO TECNOLÓGICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Borba, Silva e Gadanidis (2015) organizam o avanço das tecnologias do ponto de vista da Educação Matemática em quatro fases, que são brevemente descritas a seguir. A primeira trata das Tecnologias Informáticas (TI), sendo que os computadores, as calculadoras eram as principais ferramentas dessa época. Esta fase que teve início em 1985 se estendendo até 1994 e os autores enfatizam a utilização do software LOGO para o estudo de geometria. Na segunda fase, período de 1990 a 1995, os computadores foram popularizados dando destaque aos softwares educacionais de geometria dinâmica, de funções e computação algébrica (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2015).

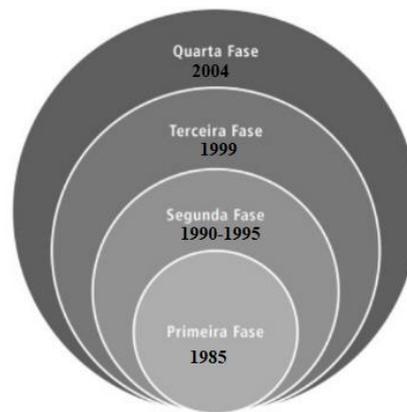
A terceira fase, que teve início em 1999, foi marcada pelo advento da internet. Nesse período, modificou-se o termo TI que passou a ser chamado Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC). Segundo esses autores, a quarta fase que iniciou em 2004, configura-se com a internet rápida. Para essa fase costuma-se utilizar a denominação Tecnologias Digitais (TD) e é caracterizada por diversos recursos, entre elas os autores citam o GeoGebra como um cenário inovador de investigação matemática, aplicativos on-line, entre outros (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2015). Destacam também que

[...] o surgimento de cada fase não exclui ou substitui a anterior. Há certa “sobreposição” entre as fases, elas vão se integrando. Ou seja, muito dos aspectos que surgiram nas três primeiras fases são ainda fundamentais dentro da quarta fase. Muitas

das tecnologias “antigas” ainda são utilizadas. (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2015, p. 37).

A Figura 1 ilustra essa sobreposição de tecnologias e recursos digitais. Para Souza (2016, p. 40) a quarta fase das tecnologias mencionada anteriormente é um “[...] campo fértil de pesquisas, inovações, explorações e investigações na área de ensino de matemática”.

Figura 1 – Fases da evolução tecnológica



Fonte: Adaptada pelos autores de Borba; Silva; Gadanidis (2015, p. 38).

Nesse trabalho, utilizou-se recursos digitais referentes a quarta fase das tecnologias - os OVA - que são recursos didáticos digitais, construídos no GeoGebra, um software com potencialidades para o uso no ensino e aprendizagem da Matemática. Na próxima seção abordam-se os OVA e sua utilização na Educação Básica.

2.2 OBJETOS VIRTUAIS DE APRENDIZAGEM: O QUE SÃO E COMO UTILIZÁ-LOS

De modo geral Abreu (2021, p. 24) define os OVA “[...] como qualquer recurso digital que possa ser reutilizado para apoiar o ensino e aprendizagem”. Conforme Kay e Knaack (2007), OVA são todas as ferramentas interativas, baseadas na Web, que apoiam o aprendizado de conceitos específicos, incrementando, ampliando ou orientando o processo cognitivo dos aprendizes. Além disso, Spinelli (2007, p. 7) define um OVA como:

recurso digital reutilizável que auxilie na aprendizagem de algum conceito e, ao mesmo tempo, estimule o desenvolvimento de capacidades pessoais, como, por exemplo, imaginação e criatividade. [...] dessa forma, pode compor um percurso didático, envolvendo um conjunto de atividades e integrando a metodologia adotada para determinado trabalho.

Desta forma, OVA podem ser considerados recursos didáticos digitais que oferecem suporte para o processo de ensino e aprendizagem de conteúdos, como por exemplo: vídeos, podcast, jogos, atividades elaboradas em softwares, como o GeoGebra, entre outros. Ao utilizar estes recursos tecnológicos no contexto escolar as aulas podem tornar-se mais dinâmicas e interativas, ou seja, trata-se de “uma alternativa promissora na tentativa de despertar o interesse e a motivação dos estudantes, visando aproximá-los dos conteúdos a serem trabalhados e romper barreiras de aprendizagem” (BINOTTO; PETRY; GAIO, 2022, p. 110).

Quanto aos benefícios do uso de OVA no processo de aprendizagem e na relação entre professor e estudante, Alcântara afirma que:

Com a dinâmica dos Objetos Virtuais de Aprendizado - OVAs, os alunos passam de sujeitos passivos que só copiam os conteúdos a sujeitos mais ativos que interagem com o novo, despertando um maior interesse pois são eles que manipulam o computador e não o professor, tornando o aprendizado mais dinâmico para ambos os lados, onde os alunos não recebem o aprendizado, bem pelo contrário o constroem de forma que não esquecem assim tão facilmente, por que o apelo visual fica bem mais fácil do que totalmente escrito (ALCÂNTARA, 2015, p. 2).

Para os OVA serem inseridos em sala de aula é importante investigar suas contribuições e também como utilizá-los, para que seu uso não se baseie tão somente em tornar as aulas prazerosas. É necessário que auxiliem no processo de aprendizagem.

Assim, considera-se que a utilização dos OVA seja instrumentalizada pela ação de reflexão oferecendo “[...] condições ao aluno de levantar, testar e exteriorizar suas conjecturas, dando suporte à estruturação do pensamento” (COSTA; PRADO, 2015, p. 104-105). Entende-se essa ação de reflexão como estimular os estudantes a investigar os conteúdos matemáticos a partir da interação com os OVA, acompanhada de perguntas do tipo: por que isso acontece? É possível estabelecer algum padrão? Que argumentos pode-se utilizar para validar essa conjectura?

Tanto essa ação de reflexão quanto o uso de TD estão previstos na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Exemplo disso é a quinta competência específica de Matemática e suas tecnologias para o Ensino Médio que ressalta a importância de “investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais [...]” (BRASIL, 2018, p. 532). A validação das conjecturas ou teste de hipóteses não se referem necessariamente a demonstrações matemáticas, mas também de argumentações que consiste em “[...] um processo de construção e explicitação de ideias, que acontece por meio da análise de dados, evidências e variáveis para o estabelecimento de uma afirmação ou conclusão que

podem estar associadas a justificativas e/ou refutações” (ALMEIDA; MALHEIRO, 2018, p. 60).

Como esse trabalho foi desenvolvido na Educação Básica, a argumentação é uma estratégia adequada para os casos em que o nível de complexidade das demonstrações é alto. Desta forma, considera-se a ação de reflexão e a argumentação boas alternativas para conduzir as aulas utilizando OVA. Tendo em vista que os OVA foram elaborados no GeoGebra, dedica-se a próxima seção para expor alguns benefícios do uso do GeoGebra e apresentar alguns recursos da versão on-line deste software.

2.3 GEOGEBRA

O GeoGebra é um software livre, gratuito e de fácil manuseio, sendo possível baixá-lo no computador ou *smartphone*, ou usar a versão on-line. Ele foi desenvolvido por Markus Hohenwarter em 2001 e desde então popularizou-se, sendo amplamente utilizado para a elaboração de atividades com fins educacionais e de pesquisa.

Segundo Borba, Silva e Gadanidis (2015, p. 23), o GeoGebra caracteriza-se como um software de geometria dinâmica devido as possibilidades de “utilizar, manipular, combinar, visualizar e construir virtualmente objetos geométricos, permitindo traçar novos caminhos de investigação”. O GeoGebra combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo em uma única aplicação, isso possibilita a utilização desse software em vários contextos e também permite relacionar áreas distintas, como por exemplo, geometria e álgebra. Como benefícios de sua utilização pode-se elencar: possibilita a manipulação dos objetos construídos; apoia a exploração dos conceitos; estimula a curiosidade, favorece a motivação e o interesse dos alunos.

Conforme o Instituto São Paulo GeoGebra, esse software “vem ao encontro de novas estratégias de ensino e aprendizagem de conteúdos de geometria, álgebra, cálculo e estatística, permitindo a professores e alunos a possibilidade de explorar, conjecturar, investigar tais conteúdos na construção do conhecimento matemático” (Instituto São Paulo GeoGebra)¹. De acordo com Scheffer (2012, p. 31), os ambientes de aprendizagem criados com recursos tecnológicos utilizados na sala de aula “levam o estudante ao desenvolvimento de novos

¹ Disponível em: <https://www.pucsp.br/geogebra/geogebra.html>. Acesso em: 03 jun. 2022.

conceitos e à consolidação da aprendizagem”. Portanto, “oferecem ao ensino e aprendizagem um novo suporte ao ato de ensinar e aprender” (ALVES; VELHO; BARWALDT, 2016, p. 109).

A versão on-line desse software, além de possuir todas as ferramentas para download, conta com alguns recursos adicionais, entre eles, destacam-se: a construção e disponibilização de atividades on-line, a organização das atividades em formato livro e na plataforma denominada *classroom* (ou sala de aula). Esses recursos estão disponíveis para as pessoas que se cadastram no GeoGebra on-line².

A ferramenta *atividade* on-line permite a elaboração de tarefas interativas no formato digital, com a inserção de textos, perguntas objetivas e discursivas, vídeos, imagens, OVA, entre outros. A ferramenta nomeada por *livro* caracteriza-se pela inserção de várias atividades. De modo geral, a atividade possui apenas uma página e o livro possui várias páginas podendo ser dividido em capítulos e seções. Desta forma, pode-se elaborar uma sequência didática digital sendo que o autor pode publicar ou então disponibilizar o acesso apenas para as pessoas que possuírem o link de acesso a esse material, no GeoGebra on-line.

O *classroom* do GeoGebra possibilita a criação de uma sala virtual a partir de um livro ou de atividades elaboradas na versão on-line e, por meio de um link ou de um código os estudantes podem acessá-la e realizar as tarefas propostas. O professor pode acompanhar o progresso dos estudantes na realização dessas atividades em tempo real, bem como a conclusão das mesmas. Na Figura 2 tem-se um print da sala de aula virtual elaborada para a experiência de ensino relatada.

Figura 2 – Sala de aula virtual

The screenshot shows the GeoGebra Classroom interface. At the top, there's a navigation bar with 'GeoGebra' and 'Tarefa'. The main content area is titled 'Atividades do Ifsc' and includes a link to 'www.geogebra.org/classroom/npprgpt6' and the code 'NPPR GPT6'. Below this, it indicates '28 aluno(s) na aula' and shows a grid of student progress bars for various tasks (Tarefa 41, Tarefa 21, Tarefa 16, Tarefa 41). The progress bars show the number of students who have completed the task out of a total of 43. For example, 'Estudante 1' has 35 de 43, 'Estudante 2' has 32 de 43, 'Estudante 3' has 8 de 43, and 'Estudante 4' has 36 de 43. There are also buttons for 'PAUSA' and 'MOSTRAR NOMES'.

Fonte: Dados de pesquisa, 2023.

² Disponível em: <https://www.geogebra.org/?lang=pt>. Acesso em: 29 mar. 2023.

A sequência didática elaborada foi organizada no formato de um livro no GeoGebra online. Para a sua elaboração e aperfeiçoamento dos OVA utilizou-se a imaginação pedagógica realizada em trabalhos publicados pelos orientadores e a autora desse TCC, conforme destacado na introdução. Dedicar-se a próxima seção para a abordagem da teoria de aprendizagem utilizada nesta pesquisa.

2.4 APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Este trabalho fundamenta-se na teoria de aprendizagem elaborada por David Paul Ausubel (1918 – 2008) conhecida como aprendizagem significativa. De modo geral, para esse autor, é fundamental que os estudantes atribuam significado ao conteúdo a ser aprendido ancorando com outros conceitos existentes na sua estrutura cognitiva. Segundo Ausubel:

A aprendizagem por recepção significativa envolve, principalmente, a aquisição de novos significados a partir de material de aprendizagem apresentado. Exige quer um mecanismo de aprendizagem significativa, quer a apresentação de material potencialmente significativo para o aprendiz. Por sua vez, a última condição pressupõe (1) que o próprio material de aprendizagem possa estar relacionado de forma não arbitrária (plausível, sensível e não aleatória) e não literal com qualquer estrutura cognitiva apropriada e relevante (i.e., que possui significado ‘lógico’) e (2) que a estrutura cognitiva particular do aprendiz contenha ideias ancoradas relevantes, com as quais se possa relacionar o novo material. A interação entre novos significados potenciais e ideias relevantes na estrutura cognitiva do aprendiz dá origem a significados verdadeiros ou psicológicos. Devido à estrutura cognitiva de cada aprendiz ser única, todos os novos significados adquiridos são, também eles, obrigatoriamente únicos (AUSUBEL, 2003, p. 1).

Corroborando com as ideias de Ausubel, para Moreira (2011, p. 13) a aprendizagem significava

é aquela em que ideias expressas simbolicamente interagem de maneira substantiva e não arbitrária com aquilo que o aprendiz já sabe. Substantiva quer dizer não-litera, não ao pé da letra, e não-arbitrária significa que a interação não é com qualquer ideia prévia, mas sim com algum conhecimento especificamente relevante já existente na estrutura cognitiva do sujeito que aprende.

Esse conhecimento especificamente relevante é nomeado por subsunção o qual é definido por ser “um conhecimento específico, existente na estrutura de conhecimento do indivíduo, que permite dar significado a um novo conhecimento que lhe é apresentado ou por ele descoberto” (MOREIRA, 2011, p. 14). Ou seja, trata-se de um conhecimento prévio que o

estudante possui e para que ocorra uma aprendizagem significativa, deverá ocorrer a interação do novo conhecimento com os subsunçores do aprendiz de modo não-literal e não arbitrária promovendo sentido no que está sendo aprendido para o estudante. Ademais, “no âmbito da teoria da aprendizagem significativa de Ausubel (2003), a estrutura cognitiva é um conjunto hierárquico de subsunçores dinamicamente interrelacionados” (MOREIRA, 2011, p. 19)

Ausubel (2003) destaca três tipos de aprendizagem significativa: a subordinada, superordenada e a combinatória. Na aprendizagem subordinada o subsunçor é mais abrangente do que o novo conhecimento. Por exemplo, supondo que o estudante saiba o que é um quadrilátero e deseja aprender o conceito de losango. Por outro lado, a superordenada é o contrário, o subsunçor não é tão abrangente quanto o novo conhecimento. Continuando com o exemplo anterior, o subsunçor nesse caso seria o conceito de losango e o novo conhecimento seria o conceito de quadrilátero (MOREIRA, 2011). Na aprendizagem combinatória, “[...] a atribuição de significados a um novo conhecimento implica interação com vários outros conhecimentos já existentes na estrutura cognitiva, mas não é nem mais inclusiva e nem mais específica do que os conhecimentos regionais” (MOREIRA, 2011, p. 37-38)

É importante destacar que se a aprendizagem ocorre de modo significativo, o aprendiz nunca esquecerá totalmente os conceitos “é uma perda de discriminabilidade, de diferenciação de significados, não de perda de significados” (MOREIRA, 2011, p. 17). Assim, se o estudante aprendeu algo de modo significativo, após um tempo ele até pode pensar que não lembra mais daquilo contudo, não teria dificuldades em resgatar o conceito aprendido.

Ausubel (2003) estabeleceu duas condições primordiais para o processo de aquisição do conhecimento de maneira significativa: (i) o material a ser utilizado deve ser potencialmente significativo; e (ii) os alunos devem estar dispostos a aprender. O material potencialmente significativo

[...] deve ser relacionável a determinados conhecimentos e o aprendiz deve ter esses conhecimentos prévios necessários para fazer esse relacionamento de forma não-arbitrária e não-literal. É importante enfatizar que o material só pode ser potencialmente significativo, não significativo, pois o significado está nas pessoas e não nos materiais (MOREIRA, 2011, p. 25).

Moreira evidencia que a segunda condição não está condicionada ao aprendiz gostar da matéria ou estar motivado para aprendê-la e sim estar predisposto “[...] a relacionar (diferenciando e integrando) interativamente os novos conhecimentos à sua estrutura cognitiva prévia, modificando-a, enriquecendo-a, elaborando-a e dando significados a esses conhecimentos” (2011, p. 25).

Ademais, é importante destacar e diferenciar a aprendizagem receptiva e a aprendizagem por descoberta. A receptiva “é aquela que o aprendiz recebe o conhecimento [...] exemplo, através de um livro, de uma aula, de uma experiência, [...] etc” (MOREIRA, 2011, p, 33). Já a “aprendizagem por descoberta implica que o aprendiz descubra o que vai aprender” (MOREIRA, 2011, p, 33) pela experimentação, investigação de um objeto.

Também, o fato de a aprendizagem ser receptiva não significa que é mecânica pois a aprendizagem mecânica é “[...] aquela praticamente sem significado, puramente memorística [...] em linguagem coloquial é conhecida como decoreba” (MOREIRA, 2011, p. 32). Vale evidenciar que a aprendizagem ser receptiva ou por descoberta por si só não promove a aprendizagem significativa, é necessário que se tenha todos os outros fatores destacados anteriormente. Para analisar se ocorreu a aprendizagem significativa “[...] se deve avaliar é compreensão, captação de significados, capacidade de transferência do conhecimento a situações não conhecidas, não rotineiras”. (MOREIRA, 2011, p, 51)

Diante do exposto, nesse trabalho, elaborou-se uma sequência didática a partir de OVA que na percepção da autora constitui um material potencialmente significativo ancorado com conhecimentos prévios de alguns tópicos da geometria analítica já estudados anteriormente, como ponto, reta, distância entre pontos, coordenadas cartesianas. Contribui para isto também o fato de o material ter sido organizado para proporcionar uma aprendizagem por descoberta, em que os estudantes podem manipular os OVA para explorá-los, refletir sobre os assuntos matemáticos dispostos no objeto e responder algumas perguntas relacionadas aos tópicos abordados em cada OVA. No próximo capítulo discorre-se sobre o percurso metodológico do trabalho.

3 PERCURSO METODOLÓGICO

Nesse trabalho realizou-se uma pesquisa-ação com abordagem qualitativa em que foi aplicada uma sequência didática, planejada a partir de OVA para o ensino de cônicas em uma turma do Ensino Médio Técnico em Informática do IFSC visando identificar e analisar possíveis contribuições na aprendizagem significativa dos estudantes

Inserir-se na perspectiva de pesquisa qualitativa por ter como finalidade “[...] atingir aspectos do humano sem passar pelos crivos da mensuração, sem partir de métodos previamente definidos e, portanto, sem ficar preso a quantificadores e aos cálculos decorrentes” (BICUDO, 2019, p. 113) e por ser uma “tentativa de compreender e explicar de forma detalhada os significados e as características situacionais dos objetos estudados” (PROETTI, 2018, p.18).

A pesquisa-ação pode ser definida como “[...] uma maneira de se fazer pesquisa em situações em que também se é uma pessoa da prática e se requer melhorar a compreensão da mesma” como por exemplo investigar alguma prática pedagógica objetivando “fornecer a pesquisadores e participantes elementos ímpares para a compreensão de situações estudadas” (ROCHA, 2012, p.13). Para Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 112)

[...] o pesquisador se introduz no ambiente a ser estudado não só para observá-lo e compreendê-lo, mas, sobretudo para mudá-los em direções que permitam a melhoria das práticas e maior liberdade de ação e de aprendizagem dos participantes. Ou seja, é uma modalidade de atuação e observação centrada na reflexão-ação.

Concorda-se com o exposto por Fiorentini e Lorenzato, e nesse sentido, nessa experiência, a autora desse trabalho atuou no ambiente escolar, na turma citada, desenvolvendo a sequência didática, sistematizando os resultados matemáticos obtidos e realizando avaliações dos conteúdos trabalhados e da pesquisa realizada. Participou da produção e coleta dos dados, bem como realizou intervenção na sala, tendo autonomia para a tomada de decisão

A referida pesquisa foi aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa da UFFS³ por se tratar de pesquisa que envolveu estudantes da Educação Básica. Participaram da mesma 17 alunos matriculados em uma turma no módulo IV do Ensino Médio Técnico em Informática do IFSC, localizado no município de Chapecó/SC. Essa turma foi escolhida pelo fato que um dos conteúdos previstos na ementa da disciplina Matemática IV é o estudo de geometria analítica tendo como tópicos destacados ponto, reta, circunferência e cônicas.

³ Dados do Projeto: CAAE: 64092222.1.0000.5564; Número do parecer de aprovação: 5.760.815; Data da aprovação: 17/11/2022.

O Projeto Pedagógico do Curso (PPC) do Ensino Médio técnico do IFSC tem como objetivo específico para o ensino cônicas, “reconhecer as formas cônicas e suas equações e identificar os respectivos gráficos” (Instituto Federal de Santa Catarina, p. 57). E como abordagem metodológica sugere no PPC o uso de softwares matemáticos. Deste modo, a sequência didática planejada a partir de OVA é coerente com o PPC deste nível de ensino, o que justifica o experimento ser realizado nessa turma.

Na produção de dados utilizou-se quatro instrumentos: diário de bordo, o roteiro de perguntas relacionadas ao conteúdo dispostas na sequência didática, resolução de lista de exercícios, considerada como atividade avaliativa, e um questionário sobre a experiência dos estudantes em relação as aulas. Pode-se ressaltar que o diário de bordo é um recurso importante para esse tipo de pesquisa porque:

Favorece o registro do fenômeno investigado com toda a variabilidade do objeto em diferentes momentos. Cabe salientar que o diário, dada a sequencialidade do fenômeno descrito, permite obter o resumo e o comentário dos fatos. Desse modo, o diário torna-se um poderoso descritor e um auxiliar inestimável para o(a) pesquisador(a) conforme explicitado por Vieira (2001).

Para analisar as contribuições dos OVA no processo de aprendizagem dos estudantes envolvidos, realiza-se uma análise textual discursiva dos dados produzidos. Essa análise “pode ser compreendida como um processo auto-organizado de construção de compreensão em que os entendimentos emergem a partir de uma sequência recursiva de três componentes: a unitarização, a categorização e o captar o emergente” (MORAES, GALIAZZI, 2020, p. 34, grifo nosso).

Na parte da unitarização estuda-se os materiais produzidos destacando suas informações constituintes definindo o material que é utilizado na próxima etapa. Posteriormente, realiza-se a categorização com a finalidade de articular, agrupar as informações obtidas na primeira etapa de acordo com suas semelhanças e assim, procura-se compreender os fenômenos da pesquisa. Na última etapa que consiste em captar o emergente pode ser considerada a descrição dos resultados, das compressões do fenômeno investigado (MORAES; GALIAZZI, 2020). Nesse trabalho as categorias foram elencadas a posteriori, ou seja, após realizada a produção de dados, o que caracteriza categorias emergentes conforme sugerido por Moraes e Galiazzi (2020).

Todo o material produzido durante a pesquisa é denominado como *corpus* na perspectiva de Moraes e Galiazzi (2020), de acordo com os mesmos autores o *corpus* representa a informações da pesquisa e a partir dele a mesma se concretiza. Ademais, “para a obtenção de resultados válidos e confiáveis requer uma seleção e delimitação rigorosa. Seguidamente não

se trabalha com todo o *corpus*” (MORAES; GALIAZZI, 2020, p. 38). Então, “seleciona-se um conjunto capaz de produzir resultados válidos e representativos em relação aos fenômenos investigados” (MORAES; GALIAZZI, 2020, p. 39). Considerando o exposto, optou-se por analisar apenas os dados produzidos em relação às elipses, embora a sequência didática elaborada e trabalhada com a turma tenha compreendido o estudo das três cônicas (parábola, elipse e hipérbole). Escolheu-se elipses pois essas atividades possibilitam o leitor ter uma visão do todo e também devido ao fato dos estudantes terem demonstrado uma grande curiosidade no OVA 6 referente ao bilhar elíptico. Desta forma, delimitou-se, na perspectiva de Moraes e Galiazzi (2020), o corpus da pesquisa para essas atividades referente a elipse e ao questionário sobre a experiência dos estudantes em terem participado da pesquisa. No capítulo 4 são expostas algumas das atividades trabalhadas com os estudantes, dando ênfase para as questões relacionadas ao estudo da elipse.

4 DESENVOLVIMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA COM ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO

Esse capítulo é dividido em duas seções, na primeira tem-se a organização das aulas, quais conteúdos trabalhados na sequência didática⁴ dando uma ideia do *corpus* geral da pesquisa e na outra seção descreve-se as atividades do *corpus* delimitado.

4.1 ORGANIZAÇÃO DAS AULAS

Foram ministradas oito aulas de uma hora cada (duas aulas por encontro), totalizando 4 encontros, conforme disposto no Quadro 1. No primeiro dia, os 15 minutos iniciais foram destinados a uma breve exposição para introduzir e contextualizar o assunto, ressaltando um pouco da história das cônicas e sua definição. Na sequência, os estudantes foram orientados a manipular os objetos, tentar compreender os conceitos envolvidos e responder as perguntas dispostas na sala virtual do GeoGebra, que eram norteadoras para os estudantes compreenderem como e o que analisar nos objetos. Assim, a autora passou “[...] a mediar a construção do conhecimento em vez de apenas transmiti-lo, instigando os alunos a pesquisarem, pensarem, refletirem e exporem ideias para a construção de um conhecimento com base em novas descobertas” (SACHINI, 2020, p. 13).

Quadro 1– Roteiro das aulas

Tempo de aula	Etapas	Conteúdos abordados
15 minutos	Introdução ao estudo das cônicas.	História e definição das cônicas: elipse, parábola e hipérbole.
5 horas e 45 minutos	<ol style="list-style-type: none"> 1. Manipulação dos OVA. 2. Resolução das questões dispostas na sala virtual do GeoGebra. 3. Sistematização dos conteúdos abordados. 	Elipse, hipérbole e parábola.
2 horas	Correção da lista de exercícios e período destinado para tirar dúvidas.	Elipse, hipérbole e parábola.

Fonte: Elaborado pela autora, 2023.

⁴ Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/tnjhag5w>. Acesso em: 16/04/2023.

Após os estudantes manipularem os OVA e responderem as questões referentes a cada um desses objetos, foi realizada a sistematização dos conteúdos na lousa a fim de formalizar e estruturar os conceitos abordados. Como material de apoio aos estudantes, a cada aula disponibilizou-se no *Moodle* um resumo⁵ do conteúdo abordado, a pesquisadora repassou esse material ao professor regente e ele fez a postagem. Como atividades extras, os estudantes resolveram uma lista de exercícios com caráter avaliativo e depois da entrega dessa lista realizou-se sua correção com a participação de toda a turma. Por último os estudantes responderam um questionário em relação as suas percepções ao participar da pesquisa.

4.2 DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS NO ESTUDO DA ELIPSE

A turma que participou dessa experiência era composta por 22 alunos, contudo, formalizaram o aceite do termo de consentimento 17 estudantes. Desta forma, foram consideradas nesta análise apenas os dados produzidos com a partir da interação destes 17, sendo que os demais participaram normalmente das atividades desenvolvidas em aula, porém suas interações e produções não foram consideradas para o desenvolvimento da pesquisa e respectiva análise. Com o objetivo de não identificar os estudantes foram utilizados codinomes indicados pela letra E de estudante e um número variando entre 1 a 17, com 1 e 17 inclusos, escolhidos de forma aleatória. Os estudantes acessaram a sequência didática pela sala de aula virtual (classroom) do GeoGebra e por meio desta plataforma, manipularam os objetos e responderam as questões propostas.

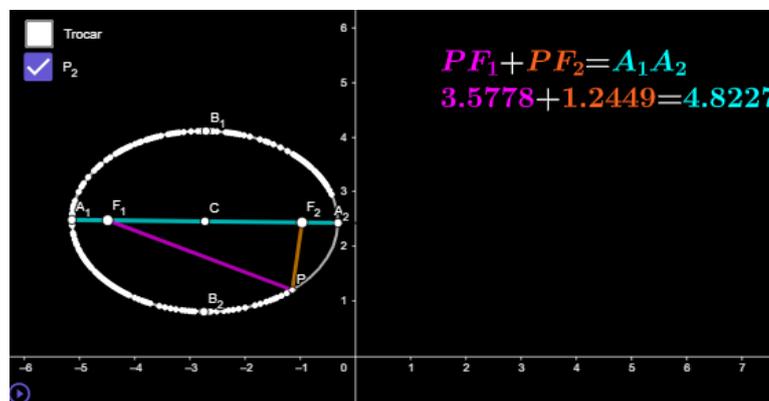
As atividades da sequência didática foram organizadas de modo a incentivar o desenvolvimento da autonomia dos estudantes, uma vez que em cada página dessa sequência didática eles deveriam inicialmente manipular os objetos da sequência e responder as perguntas propostas, caso tivesse, referente ao OVA. Após a finalização das atividades dispostas em cada página realizou-se uma sistematização, na lousa, dos conteúdos abordados. Nas subseções a seguir são apresentadas as atividades da sequência didática - as descrições dos OVA e perguntas, e algumas das respostas obtidas.

⁵ Disponível em: https://drive.google.com/file/d/1U3LYVoPzVQsSgnQKSIN6O8PhiC1_ep1/view?usp=sharing

4.2.1 Representação geométrica da elipse

Ao animar o OVA 1, ilustrado na Figura 3, o ponto P percorre o lugar geométrico conhecido como elipse, com isso os comprimentos dos segmentos PF_1 e PF_2 alteram-se, contudo, a soma dos dois sempre resulta no comprimento do segmento A_1A_2 o que representa a definição geométrica de elipse, sendo que explorar percepção é a principal finalidade desse objeto. Também utilizou-se desse OVA para debater com os estudantes o que são e quais são os elementos da elipse: focos (F_1 e F_2), centro (C), eixo maior ($\overline{A_1A_2}$) e eixo menor ($\overline{B_1B_2}$).

Figura 3 – OVA 1



Fonte: Autores, 2022.

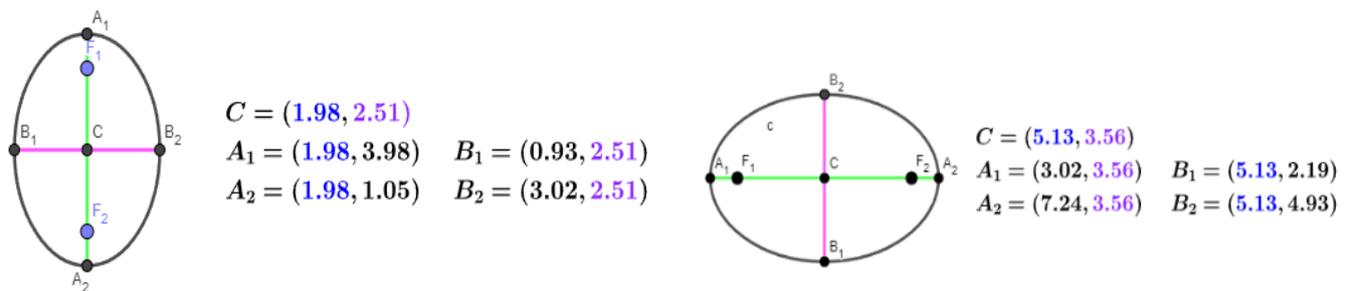
Nesse OVA os estudantes manipularam e refletiram sobre o objeto não tendo sido disponibilizadas perguntas aos estudantes.

4.2.2 Coordenadas cartesianas dos elementos da elipse

O OVA 2 e OVA 3 são análogos e foram elaborados com o propósito dos estudantes desenvolverem a habilidade de representação gráfica da elipse, assim, esperava-se que conseguissem indicar e estabelecer relações entre as coordenadas do centro, dos vértices da elipse (eixo horizontal ou vertical) e a sua posição no plano. Os estudantes podiam alterar os comprimentos dos eixos (A_1A_2 e B_1B_2) e a posição da elipse. Por exemplo, no OVA 2 o eixo maior da elipse está na vertical (paralelo ao eixo das ordenadas) e no OVA 3 o eixo maior está na horizontal (paralelo ao eixo das abscissas).

Referente a estes OVA os estudantes foram orientados a responder à Questão 1: Explique, com suas palavras, o que você entendeu sobre as relações entre os elementos da elipse? Os estudantes apresentaram dificuldades em conseguir visualizar o que se esperava. Dos 17 estudantes apenas quatro conseguiram responder corretamente à questão, três não responderam e os demais descreveram os OVA. Um estudante afirmou que os elementos da elipse são inversamente proporcionais o que não é verídico. As dificuldades dos estudantes para responderem à pergunta referente aos OVA 2 e OVA 3 serão abordadas na análise textual discursiva.

Figura 4 – OVA 2 e OVA 3



Fonte: Autores, 2022.

4.2.3 Relação entre a representação geométrica e a equação de uma elipse

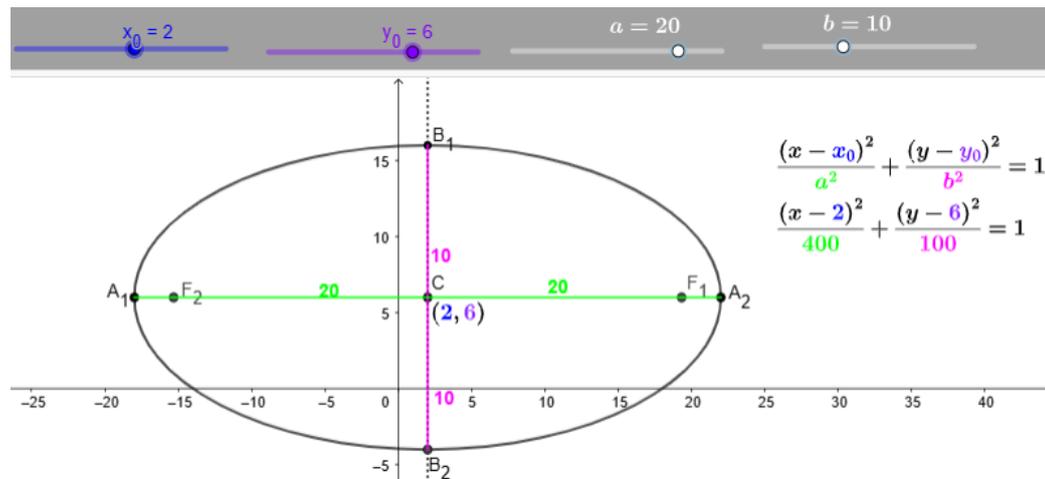
O OVA 4, apresentado na Figura 5, tem como objetivo relacionar as formas geométrica e algébrica da elipse. Ao manipularem esse objeto os estudantes foram orientados a alterar os valores dos parâmetros a , b , x_0 e y_0 e analisar as mudanças ocorridas tanto no gráfico quanto na equação. É importante ressaltar que definiu-se c como a distância entre o centro e um dos focos ($c = CF_1 = CF_2$), b como a distância entre o centro e o vértice B_1 ou B_2 ($b = CB_1 = CB_2$), e a como a distância entre o centro e o vértice A_1 ou A_2 ($a = A_1C = A_2C$). Após a manipulação do OVA 4 os estudantes foram orientados a responder as seguintes questões:

Questão 2: Qual é a mudança gráfica ao alterar o valor de x_0 ?

Questão 3: Qual é a mudança gráfica ao alterar o valor de y_0 ?

Questão 4: Quanto a equação da elipse, o que se pode afirmar?

Figura 5 – OVA 4



Fonte: Autores, 2022.

Dos 17 estudantes apenas dois não responderam essas questões, 13 deles acertaram as respostas de todas as perguntas e quatro acertaram as respostas da Questão 2 e Questão 3 mas, apresentaram dificuldades na Questão 4. Para exemplificar respostas consideradas corretas, considera-se as argumentações apresentadas pelo estudante E11 conforme apresentado no Quadro 2. Ressalta-se que mesmo observadas algumas imprecisões quanto ao uso da linguagem formal da matemática, o estudante mostrou em suas respostas ter compreendido a interferência de cada parâmetro na representação gráfica da cônica representada. Em relação aos quatro estudantes que tiveram dificuldades na Questão 4, estes responderam-na com a definição geométrica de elipse $PF_1 + PF_2 = 2a$.

Quadro 2 – Respostas das questões 2, 3 e 4 do estudante E11

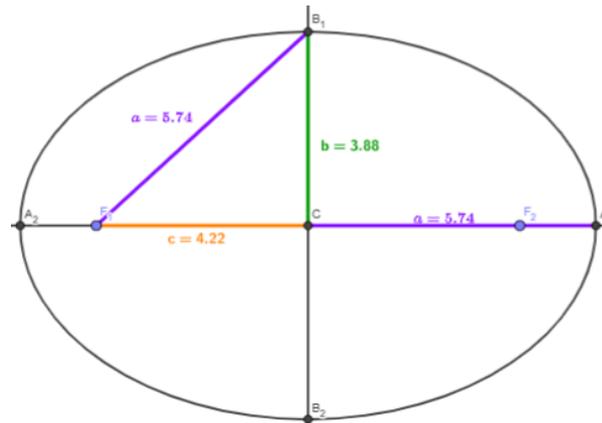
Questões	Resposta
Questão 2	<i>Há uma alteração na posição da elipse em relação aos valores positivos ou negativos no eixo das abcissas.</i>
Questão 3	<i>Há uma alteração na posição da elipse em relação aos valores positivos ou negativos no eixo das ordenadas.</i>
Questão 4	<i>O parâmetro horizontal divide o x e o parâmetro vertical divide o y.</i>

Fonte: Elaborado pela autora, 2023.

Ainda no que diz respeito a equação da elipse tem-se na Figura 6 um print do OVA 5 que teve como objetivo estabelecer uma relação entre os coeficientes da equação. Com este objeto esperava-se que os alunos identificassem que os segmentos de comprimentos a , b e c

formam triângulo retângulo quando observado o ponto B_1 e assim, usando o Teorema de Pitágoras estabelecessem a seguinte relação $a^2 = b^2 + c^2$. Em relação a manipulação do OVA 5, os estudantes podiam alterar a posição dos focos F_1 e F_2 para testar a veracidade que o comprimento do segmento CA_1 é congruente ao segmento F_1B .

Figura 6 – OVA 5



Fonte: Autores, 2022.

Nessa página da sequência didática os estudantes foram convidados a responder à Questão 5: Qual é a relação entre os elementos a, b, c ? Apenas dois estudantes não responderam e os demais responderam o esperado, como por exemplo, o E13 afirmou que: “o triângulo é um triângulo retângulo, portanto, a é hipotenusa e $a^2 = b^2 + c^2$ ”.

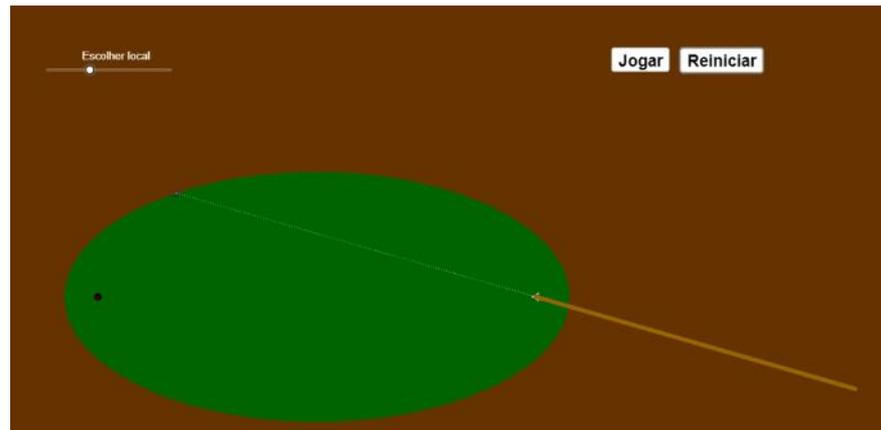
4.2.4 Propriedade refletora da elipse

O OVA 6, ilustrado na Figura 7, simula um bilhar elíptico e tem como objetivo introduzir a propriedade refletora da elipse com uma atividade lúdica promovendo a curiosidade dos estudantes sobre o tema. Nessa atividade os estudantes deveriam posicionar o taco de modo que “ao empurrá-lo” a bola se movimentaria até encostar na borda da elipse e depois “cair” no buraco. Com isso, esperava-se que os estudantes percebessem que não importa como iriam posicionar o taco, a bola sempre “cairá” no buraco, o que pode ser explicado pela propriedade refletora de elipse, uma vez que a posição da bola representa um dos focos da elipse e o buraco o outro foco.

Depois da manipulação do objeto os estudantes responderam à Questão 6: É correto afirmar que independente da maneira que você posicionar o taco de sinuca você sempre vai

acertar? Justifique sua resposta. Dois estudantes não responderam, 15 responderam que sim e tentaram justificar de acordo com a sua percepção. Como exemplo de resposta bem elaborada é possível citar a do estudante E5, que afirmou: *“os dois pontos, a bola e buraco, são pontos focais e como a mesa é uma elipse, o ângulo de incidência e reflexão são iguais”*.

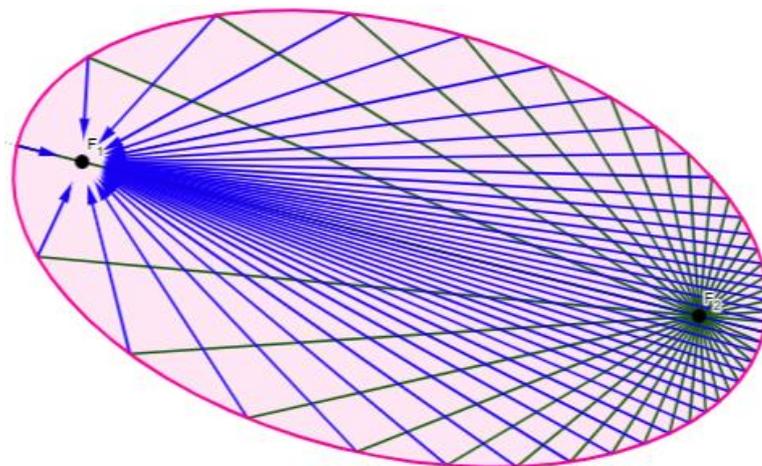
Figura 7 – OVA 6



Fonte: Os autores - baseada em: <https://www.geogebra.org/m/jksQeRHT>.

O OVA 7 apresentado na Figura 8, aprofunda a discussão iniciada no OVA 6, pois também permite a visualização da propriedade refletora da elipse contudo, é possível alterar os elementos (eixos, focos, vértices) e, portanto, pode-se testar a veracidade da propriedade refletora para diferentes elipses. Outro diferencial é o fato de ser possível escolher a quantidade de raios a serem emitidos de um dos focos.

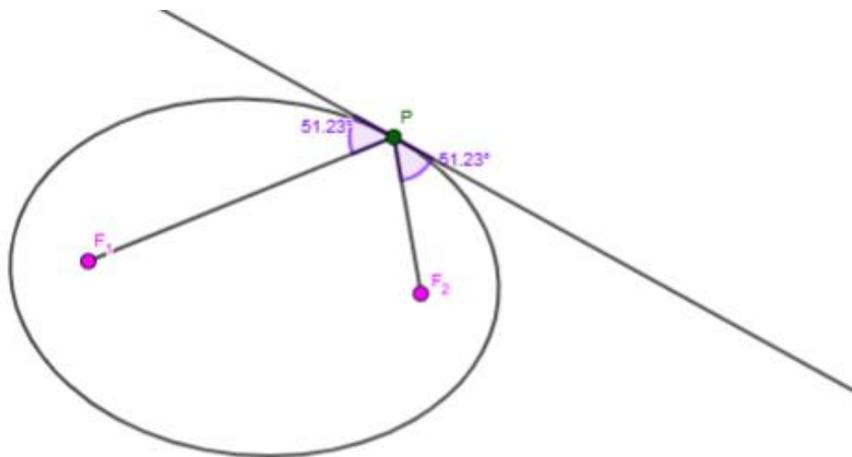
Figura 8 – OVA 7



Fonte: Autores, 2022.

O último objeto, OVA 8 mostrado na Figura 9, tem como objetivo facilitar a compreensão da justificativa referente a veracidade da propriedade refletora da elipse. Nesse objeto, o ponto P pode ser animado de modo a percorrer o lugar geométrico desta cônica. Por P , traçou-se a reta tangente a cônica e foram destacados os ângulos citados são os ângulos entre os segmentos F_1P e F_2P , respectivamente com a reta tangente, que por serem congruentes, pelo princípio da incidência de raios (da Física) levam a conclusão de que se um raio é emitido do foco F_2 em direção ao ponto P , considerando a cônica uma curva refletora (na verdade, um corte por um plano de uma superfície refletora), é refletido na direção do ponto F_1 .

Figura 9 – OVA 8



Fonte: autores, 2022.

Nessa parte foram propostas duas questões para os estudantes responderem, a Questão 7: Como você definiria a propriedade refletora? E a Questão 8: Se você souber, cite alguma situação em que essa propriedade se aplica no cotidiano. Dos 17 estudantes cinco não responderam essas questões, três confundiram com a propriedade refletora da parábola e nove responderem de modo adequado, como por exemplo, o estudante E11 apresentou como resposta para a Questão 7: “Ela pode ser definida como uma onda que parte de um foco 1 que será refletida na cúpula elíptica e voltada para o foco 2” e para Questão 8: “No Grand Central Terminal em Nova York, que possui uma construção com uma cúpula elíptica”.

Para as demais cônicas (parábola e hipérbole) a sequência didática foi desenvolvida de modo semelhante seguindo a ideia de abordar a definição, representação geométrica, equação e propriedade refletora.

Após o estudo das três cônicas foi entregue aos estudantes, como atividade avaliativa, uma lista de exercícios composta por 14 questões, sendo cinco sobre parábolas, cinco sobre

elipses e quatro sobre hipérbolas e para complementar, ~~os~~ ~~estudantes~~ responderam a um questionário com algumas perguntas sobre a experiência de terem participado da pesquisa. Os dados produzidos com estes materiais foram utilizados na análise textual discursiva.

5 ANÁLISE TEXTUAL DISCURSIVA

Na análise textual discursiva “pretende-se [...] construir compreensões a partir de um conjunto de textos, analisando-os e expressando a partir da análise os sentidos e significados possíveis” (MORAES; GALIAZZI, 2020, p. 36). Na primeira parte dessa análise tem-se a “desconstrução” e a “unitarização” em que inicialmente realiza-se uma leitura e significação feita do material produzido e “o pesquisador atribui a eles significados a partir de seus conhecimentos, intenções e teorias” (MORAES; GALIAZZI, 2020, p. 38).

Na segunda etapa da análise textual discursiva na perspectiva dos mesmos autores, tem-se a categorização que “é um processo de comparação constante entre as unidades definidas no momento inicial da análise, levando a agrupamentos de elementos semelhantes” (MORAES; GALIAZZI, 2020, p. 44). Desse modo, nessa parte são agrupados os elementos semelhantes do *corpus* delimitado, definindo-se as categorias e nomeando as mesmas (2020, p. 44).

Nesse trabalho optou-se por elaborar categorias emergentes, que “são construções teóricas que o pesquisador elabora a partir do corpus” (MORAES; GALIAZZI, 2020, p. 47), ou seja, após a produção dos dados. Sendo que “as categorias necessitam ser homogêneas, ou seja, precisam ser construídas a partir de um mesmo princípio, a partir de um mesmo contínuo conceitual”. Nessa pesquisa o princípio é o objetivo deste trabalho, ou seja, identificar e analisar contribuições de OVA na aprendizagem significativa de cônicas de estudantes por meio de uma experiência de ensino aplicada de uma turma do Ensino Médio.

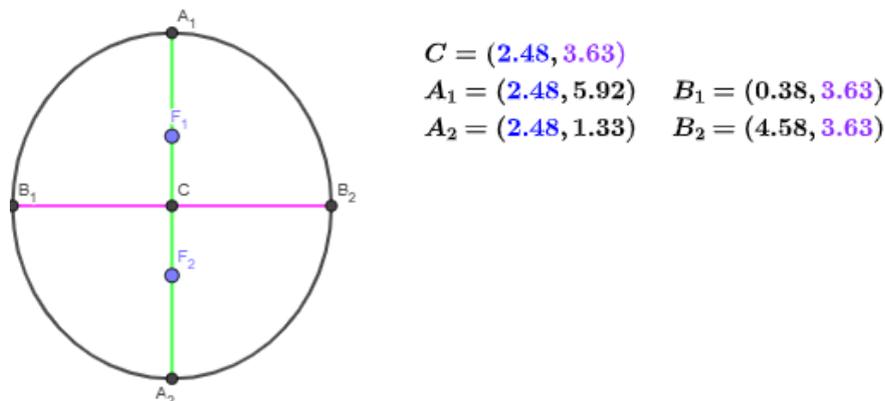
Assim, considerou-se três categorias: 1) Limitações e dificuldades do uso de OVA nas aulas de matemática; 2) Potencialidades dos OVA para o estudo de elipse e 3) Contribuições dos OVA para a aprendizagem significativa de conteúdos de cônicas, no caso com o *corpus* limitado ao estudo da elipse. De modo geral, a análise textual discursiva visa a produção de metatextos que “são constituídos de descrição e interpretação, representando o conjunto, um modo de teorização sobre os fenômenos investigados” (MORAES; GALIAZZI, 2020, p. 54). Desta maneira, a unitarização e a categorização fornecem subsídios para a elaboração do metatexto sendo que o mesmo é produzido na última etapa nomeada por captar o novo emergente. Em seguida tem-se o metatexto produzido em relação a cada categoria elencada.

5.1 LIMITAÇÕES E DIFICULDADES DO USO DE OVA NAS AULAS DE MATEMÁTICA

Os estudantes participantes da pesquisa estavam cursando o Ensino Médio Técnico em Informática, de forma que possuem um bom domínio sobre o uso de recursos tecnológicos, como computador e *smartphone*, e suas ferramentas, além do software GeoGebra, o que contribuiu na utilização dos mesmos como recursos didáticos. Ademais, os estudantes já conheciam esse software por ser utilizado nas aulas do professor regente da turma. Assim, eles tiveram facilidade em acessar o site do GeoGebra on-line, criar uma conta pessoal e acessar o material disponível, sendo que essas aulas foram ministradas no laboratório de sala de informática do IFSC.

Em relação às dificuldades na manipulação dos OVA percebe-se, no geral, que com as devidas orientações eles conseguiram manipular os objetos adequadamente e entender os conteúdos matemáticos. Eles apresentaram um pouco de dificuldade na manipulação dos OVA 2 e OVA 3. Esses objetos foram elaborados com o propósito de relacionar as coordenadas do centro (C) com as coordenadas dos vértices para desenvolverem a habilidade de representação gráfica desta cônica. Como por exemplo, quando o eixo maior (A_1A_2) da elipse é paralelo ao *eixo y* observa-se que o ponto C possui a mesma abscissa dos pontos A_1 e A_2 e a mesma ordenada dos pontos B_1 e B_2 conforme a Figura 10.

Figura 10 – Relação entre os elementos



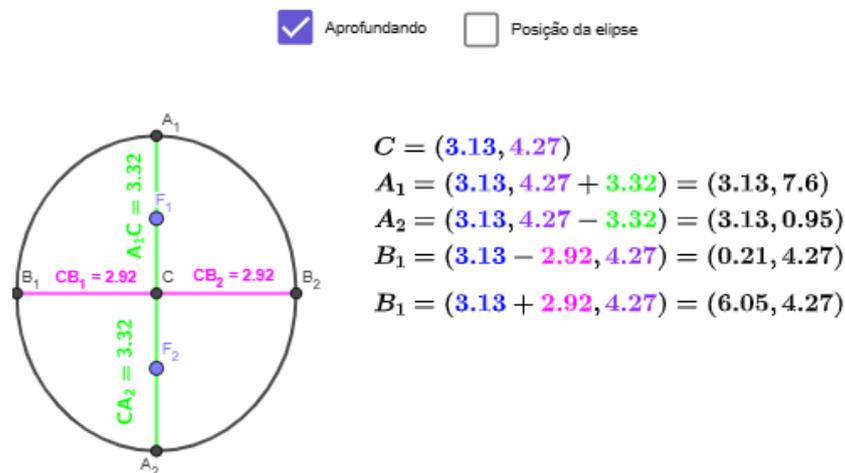
Fonte: autores, 2023.

Também é possível estabelecer outras relações, como por exemplo, supondo que $C = (f, g)$ e $A_1A_2 = 2a$ obtém-se $A_1 = (f, g + a)$ e $A_2 = (f, g - a)$. Do mesmo modo, se

$B_1B_2 = 2b$ pode-se escrever $B_1 = (f - b, g)$ e $B_2 = (f + b, g)$. Ao clicar na caixa nomeada por aprofundando, como ilustrado na Figura 11, esperava-se que os estudantes percebessem essas relações nas coordenadas cartesianas já que as cores utilizadas induziam a isso. Para o caso em que o eixo A_1A_2 é paralelo ao eixo horizontal a análise e os resultados obtidos são análogos ao caso descrito anteriormente.

Nessa parte os estudantes deveriam responder à Questão 1: *Explique, com suas palavras, o que você entendeu sobre as relações entre os elementos da elipse?* Nas resoluções percebeu-se que os estudantes tiveram dificuldades para identificar a relação esperada pois apenas quatro deles tentaram escrever sobre. Por exemplo, o estudante E8 afirmou que: “entendi que são 4 vértices, A_1 , A_2 , B_1 e B_2 , um centro, e 2 focos. Quando os focos estão na horizontal, A_1 e A_2 também estarão, já se os focos estiverem na vertical A_1 e A_2 , estarão na vertical também”. Três estudantes destacaram que os elementos da elipse são inversamente proporcionais o que não é verídico. Três estudantes não responderam à questão e os demais ou descreveram o objeto ou relacionaram o “tamanho” da elipse com a distância entre os focos.

Figura 11 – Relação entre os elementos (aprofundando)



Fonte: Autores, 2022.

Uma hipótese para que a maioria dos estudantes não terem conseguido identificar as relações esperadas com os OVA 2 e OVA 3 pode ser devido ao fato da Questão 1 ter sido elaborada de modo muito amplo o que possivelmente dificultou a interpretação da pergunta para os estudantes. Uma possibilidade de rescrita da questão poderia ser: *Identifique relações entre as coordenadas cartesianas dos elementos da elipse, justifique sua resposta.* Com isso,

observou-se a importância de constantemente rever o material proposto de forma a torná-lo cada vez mais potencialmente significativo para o adequado direcionamento da aprendizagem.

Em relação a lista de exercícios⁶ considerada como atividade avaliativa, na parte da elipse os estudantes só tiveram dificuldade na Questão 1: Qual é o centro e a excentricidade da elipse de equação $\frac{(x-1)^2}{4} + \frac{(y-1)^2}{9} = 1$? Dos 17 estudantes, 10 não a resolveram, cinco acertaram e dois erraram. Algo curioso é que eles demonstraram entender o OVA 4, conforme explicitado na descrição dos dados, e o mesmo abordava justamente a equação da elipse. Ademais, em exercícios em que eles precisavam escrever a equação da cônica eles apresentaram facilidade. Vale considerar que durante as aulas um dos estudantes perguntou se a questão era tão simples quanto parecia, assim, uma hipótese para que a maioria não tenha tentado fazer pode ser que acharam tão fácil a ponto de pensarem que não era aquilo que a questão pedia.

No que se refere a limitações da atividade torna-se importante ressaltar que após criar o código da sala de aula virtual do GeoGebra e repassar para os estudantes não é mais possível fazer alterações nas atividades dispostas, então se algo for digitado errado ou se quiser fazer algum ajuste só é possível se for criada outra sala de aula virtual, o que não é agradável nos casos em que os estudantes já começaram a resolver as atividades, pois se isso acontecer, as respostas dos estudantes ficarão armazenadas em arquivos diferentes (para cada código de acesso).

Na percepção dos alunos, em relação a manusear as ferramentas do GeoGebra e do livro on-line que compunha a sequência didática a maioria dos estudantes afirmou ter tido facilidade no questionário⁷ respondido por eles. E outros, relataram ter um pouco de dificuldade nas primeiras atividades e posteriormente conseguiram se adaptar, como fica evidente na afirmação do estudante E4: *“tive dificuldade no início até aprender todas as funções e onde elas ficam”* referindo-se claramente às funções do software.

Visando sancionar dúvidas e dificuldades em relação a manipulação dos objetos buscou-se repassar orientações aos estudantes do que fazer e como fazer, o que contribuiu para eles entenderem como utilizar as ferramentas disponíveis como mostra a afirmação do estudante E2: *“no começo era algo novo, mas, recebemos as instruções de como usar e ficou fácil”*. Outra dificuldade ressaltada por um dos estudantes foi um “erro” que ocorreu no sistema impedindo-

⁶ Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/1cVpekWNt5g54M7sgSb30iPN0ueTNYjyG/view?usp=sharing>. Acesso em: 16/04/2023

⁷ Disponível em: https://drive.google.com/file/d/1tuQUUsMOMS5MjVPtq9BA9e_gsIGIh5fY/view?usp=sharing. Acesso em: 16/04/2023.

o de participar da atividade temporariamente, contudo, não ocorreu para todos, apenas, para um caso isolado em que se resolveu ao atualizar a página.

Os estudantes também afirmaram ver uma limitação do ponto de vista da quantidade de conteúdo para um período de tempo pequeno, mas, afirmaram compreender a situação por ser final de semestre letivo. Como sugestões, eles recomendaram não destinar muitas aulas para atividades nessa metodologia por ser mais cansativo já que exige bastante autonomia dos estudantes, todavia ressaltaram considerar importante atividades dessa natureza, mas com a possibilidade deles mesmos desenvolverem alguns OVA. Os estudantes também afirmaram que é interessante disponibilizar mais OVA no estilo do bilhar elíptico por ser algo lúdico que promove a curiosidade, o que foi um *feedback* interessante já que um dos objetivos deste OVA é justamente esse.

De modo geral, considera-se que realmente teve muito conteúdo para pouco tempo. Assim, faltou fazer resolução de mais exemplos para os estudantes. Além disso, percebeu-se a importância de analisar se as perguntas dispostas estão bem elaboradas e também se considera importante escrever um breve texto para cada objeto com instruções de como manipulá-lo, quais parâmetros podem ser alterados e de que forma pode ser feito isso, além de dar destaque ao que se pretende que eles observem em cada um dos OVA

5.2 POTENCIALIDADES DOS OVA PARA O ESTUDO DE ELIPSE

Essa seção tem como intuito apresentar as potencialidades do uso dos OVA para o estudo de elipse na perspectiva da autora desse trabalho e também dos estudantes. No ensino tradicional o estudante tem um papel “passivo” pois ele ouve, tenta compreender e reproduzir o que está sendo ensinado. O uso dos OVA, dependendo da maneira como é conduzido, pode proporcionar mudanças nessa metodologia, promovendo a autonomia dos estudantes de modo que eles possam investigar e refletir sobre os objetos matemáticos envolvidos. Como por exemplo o fato dos OVA serem interativos possibilita que os estudantes possam elaborar conjecturas e testar a veracidade destas para alguns casos, assim, o professor pode questionar os estudantes com perguntas do tipo: “Será que isso sempre vai acontecer? Se sim, por quê?”

Em relação ao estudo da elipse tem-se, de modo geral, a definição, representação geométrica, equação e propriedade refletora. Todos estes assuntos podem ser abordados algebricamente e geometricamente e com o uso dos OVA é possível estudar estas questões de modo integrado. Como por exemplo, no OVA 4 tem-se a equação da elipse e sua representação

geométrica sendo possível alterar os valores de alguns parâmetros e analisar quais são as mudanças algébricas e geométricas, de modo dinâmico e interativo, facilitando a visualização e compreensão, o que seria mais difícil utilizando apenas os materiais usuais como lápis, papel, quadro, caneta, entre outros. Desse modo, o dinamismo dos OVA facilita a compreensão dos estudantes e amplia a visualização geométrica dos objetos matemáticos.

Ademais, utilizar os OVA juntamente com o *classroom* do GeoGebra facilitou o compartilhamento dos OVA para os estudantes, assim, eles receberam as atividades no formato de um livro digital oportunizando a manipulação dos OVA e as perguntas dispostas serviram como suporte para estudar estes objetos, conforme a estudante E15 afirmou: *“as questões presentes no próprio GeoGebra (na sala virtual) ajuda analisarmos melhor, por termos o que responder.”*

Para o professor, usar o *classroom* foi uma boa alternativa devido ao fato de facilitar a correção e organização das atividades. Então, a utilização dos OVA foi potencializada com o uso do *classroom*.

Na perspectiva dos estudantes, a interação com os OVA contribuiu para melhorar o entendimento e compreensão dos conteúdos abordados já que dos 17 estudantes, 15 afirmaram isso. Um ponto positivo citado pelos estudantes foi a facilidade e compreensão da lógica dos objetos de conhecimento, por exemplo, o E2 afirmou que *“eu achei que ajuda a tirar algumas dúvidas e deixa a lógica mais fácil de ver. Ter uma visão clara do que você está fazendo é muito bom”*.

A sequência didática foi elaborada com a intenção de promover a autonomia dos estudantes, então eles deveriam manipular os OVA e tentar estabelecer relações entre as animações visualizadas nesses objetos com as propriedades e conteúdos da Matemática neles abordados. Dos 17 estudantes apenas três afirmaram ter tido dificuldades em estabelecer estas relações. Alguns alunos apenas disseram que conseguiram, mas não comentaram as quais as relações estabelecidas. O Quadro 3 ilustra algumas das respostas obtidas.

Quadro 3- Relações entre OVA e conceitos matemáticos.

<p>Questão: Considerando a sua interação com os OVA e as intervenções feitas pela professora pesquisadora e os demais colegas, você conseguiu estabelecer as relações entre as animações visualizadas nos OVA com as propriedades (ou conteúdos) da Matemática neles abordadas? Comente.</p>
--

Estudantes	Respostas
------------	-----------

E1	<i>Sim, consegui. De certa forma fica mais fácil o entendimento das funções e problemas apresentados pois os OVA mostram algo mais exato.</i>
E5	<i>Sim, os OVA apresentam relações de forma prática e compreensível.</i>
E7	<i>Sim, bem intuitivo, deu para realizar todas as interações.</i>
E8	<i>Sim, acho que as animações visualizadas nos OVA encaixam perfeitamente com o conteúdo abordado, os gráficos e as fórmulas ficam mais fáceis de entender.</i>
E10	<i>Sim, nos objetos conseguia visualizar de forma mais clara os pontos.</i>
E11	<i>Sim, contribuiu para melhor entendimento.</i>
E12	<i>Sim, deu para entender o porque dos números e dos resultados.</i>
E13	<i>Com certeza, ficou muito mais fácil aprender, justamente pela possibilidade de manipular, editar e visualizar cada elementos e equação matemática.</i>

Fonte: dados de pesquisa, 2022.

Os estudantes que tiveram dificuldades conseguiram estabelecer e compreender as relações da mesma forma. Exemplo do estudante E17 que respondeu: “*sim, com um pouco de dificuldade mas, sim*”. Analisando as respostas deste estudante dispostas na sequência didática percebeu-se que ele respondeu corretamente todas, exceto a Questão 1. Assim, observou que ele conseguiu estabelecer as relações esperadas durante as aulas, porém, quanto a lista de exercícios de caráter avaliativo, ele não a entregou.

O estudante E3 afirmou: “*tive dificuldade de estabelecer relações matemáticas por meu modo de pensar, mas sim, consegui estabelecer algumas relações a partir da visualização dos OVA*”. Mesmo que esse aluno tenha sentido dificuldade ele conseguiu responder conforme o esperado todas as questões dispostas na sala de aula virtual, e com resoluções muito bem elaboradas, contudo, ele não respondeu às perguntas referente aos OVA 7 e– OVA 8. Ademais, nos exercícios da atividade avaliativa ele acertou todas que resolveu deixando em branco a resolução de apenas uma questão, isso aconteceu, pois, na lista impressa entregue aos estudantes faltou uma ilustração fundamental para a resolução da questão então, no *Moodle*, foi disponibilizada uma versão atualizada da lista com a ilustração e ele alegou não ter percebido.

O estudante E2 afirmou: “*Eu consegui perceber as relações nos mais simples quando eu focava em entender, mas, os mais complexos são um pouco mais difíceis para mim*”. Este aluno nas atividades desenvolvidas com os OVA respondeu conforme esperado em todas as questões exceto para Questão 1 referente aos OVA 2 e OVA 3. Já na atividade avaliativa este estudante só não acertou a primeira questão. Assim, observou-se que este aluno só não conseguiu realizar as atividades em que a maioria dos estudantes teve dificuldades. Diante do exposto, considera-se que as dificuldades encontradas por estes três estudantes não prejudicaram a aprendizagem deles.

Em relação ao uso de tecnologias motivar o estudante para estudar os conteúdos matemáticos, dos 17 estudantes 12 afirmaram que contribuiu na motivação e interesse. Como justificativas para isso os estudantes citaram: a facilidade na compreensão e o fato de ser intuitivo, interessante, dinâmico. Nesse sentido, um dos estudantes complementou “*ver algo diferente do ensinado em anos de escola me faz querer conhecer mais os diversos métodos de aprendizagem, não só de matemática*”.

Além disso, perguntou-se aos estudantes se os mesmos consideraram importante o uso do *software* GeoGebra (em especial, de OVA) e se eles gostariam que isso se tornasse algo frequente nas aulas de Matemática. Dos 17 estudantes participantes desse estudo, 15 afirmaram que sim e como argumento mais citado para o seu uso foi a facilidade da compreensão e visualização geométrica dos objetos matemáticos. Assim, conforme ressaltado por Teixeira e Mussato (2020, p. 453) em relação ao GeoGebra

os recursos tecnológicos disponíveis nesse software podem colaborar com o processo de ensino da matemática, pois, podem possibilitar aos alunos desenvolver atividades que permitem a investigação, a interação e a testagem, facilitando o processo de construção do conhecimento. Assim, o aluno participa da elaboração da resolução interagindo assim com o software, sejam com atividades algébricas ou geométricas.

Ademais, segundo Santos, Silva e Silva (2021, p.61) o GeoGebra “contribui para fornecer aos educandos possíveis ampliações ou novas interpretações no desenvolvimento do pensamento geométrico”. Assim os OVA contribuem “[...] para a aprendizagem de conceitos matemáticos, bem como para a compreensão da importância de suas propriedades em aplicações para a projeção de equipamentos usados em situações práticas” (BINOTTO, PETRY, GAIO, 2022, p. 126). Dedicar-se a próxima seção para discutir aspectos da aprendizagem significativa.

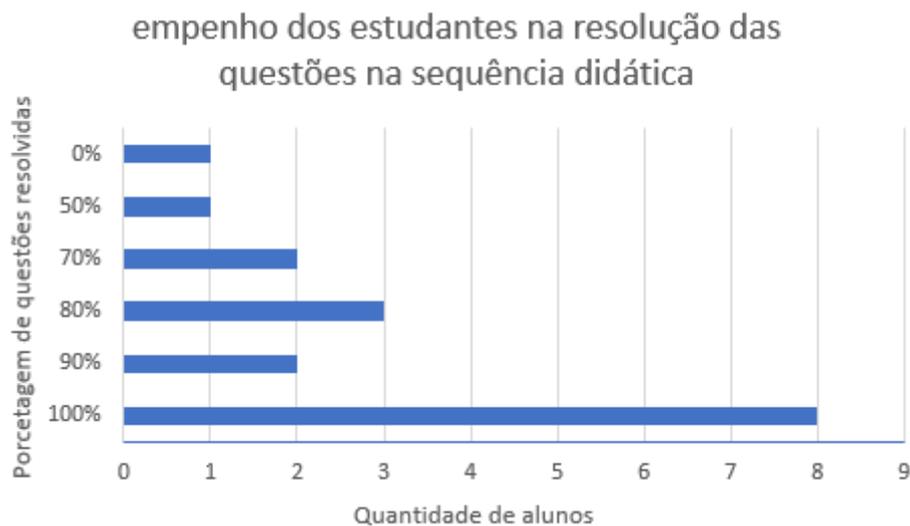
5.3 APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE CONTEÚDOS SOBRE ELIPSE

Nessa seção discute-se acerca de indícios de que os estudantes aprenderam os conteúdos trabalhados de modo significativo. De acordo com Ausubel (1978) para isso acontecer é necessário que o material utilizado seja potencialmente significativo, ou seja, que possa ser relacionado com os conhecimentos prévios dos estudantes e os estudantes devem ter predisposição para aprender, conforme ressaltado no marco teórico.

Nesse sentido, para a elaboração da sequência didática considerou-se como subsunções os conceitos referentes a plano cartesiano, representação de pontos no plano, distância entre pontos, par ordenado e o estudo de retas devido ao fato do PPC do Ensino Médio Técnico em Informática do IFSC prever o estudo destes tópicos como pré-requisitos para o estudo de cônicas, sendo que os mesmos estão dispostos na mesma disciplina. Esse estudo prévio foi confirmado pelo professor titular do componente curricular e pelos próprios alunos.

Em relação a predisposição dos estudantes analisou-se o empenho deles em identificar relações matemática nos OVA respondendo as questões propostas na sequência didática, pois, ao se dedicar em responder as perguntas e manipular os OVA, entende-se que estavam se esforçando para aprender, ou seja, estavam predispostos. O Gráfico 1 apresenta um panorama da quantidade de respostas obtidas acerca das oito questões sobre elipses, presentes na sequência didática, sendo que se considerou o empenho dos estudantes, ou seja, se eles manipularam o objeto e tentaram justificar seu raciocínio. Percebe-se que dos 17 estudantes participantes, 15 deles apresentaram a resolução de uma quantidade igual ou superior a 70% das questões, um estudante se dedicou apenas na metade das questões e um em zero questões. Esse panorama sugere que a maioria dos estudantes estavam predispostos a aprender.

Gráfico 1- Panorama do empenho dos estudantes



Fonte: elaborado pela autora, 2023.

Segundo Ausubel (2003), quando o estudante consegue aperfeiçoar um conhecimento pré-existente isso indica que ocorreu aprendizagem significativa. Ainda de acordo com Moreira (2011, p. 52), “a avaliação da aprendizagem significativa deve-se predominantemente formativa e recursiva. É necessário buscar evidências de aprendizagem significativa, ao invés

de querer determinar se ocorreu ou não”. Desta forma, apresenta-se nessa seção alguns indícios de que alguns estudantes desenvolveram subsunçores.

Na Questão 1 da atividade avaliativa tem-se o seguinte problema a ser resolvido: (portal da OBEMP) Qual é a equação da elipse com centro em (1,2), eixo focal vertical, eixo maior medindo 6 uc e eixo menor medindo 4 uc? Nesse exercício, 10 estudantes acertaram completamente, quatro acertaram de modo parcial e três não responderam. Na resolução os alunos precisaram relacionar a equação com o plano cartesiano (subsunçor) pois o eixo focal é vertical, assim, a equação é no formato $\frac{(x-x_0)^2}{b^2} + \frac{(y-y_0)^2}{a^2} = 1$ e perceber que no enunciado é dado o valor do comprimento do eixo maior e menor mas, o valor de a e b correspondem a metade destes comprimentos, respectivamente.

Com a resolução dos 10 estudantes que responderem corretamente sugere-se evidências de aprendizagem significativa por conseguirem associar os subsunçores (plano cartesiano e distância entre pontos) a equação da elipse, como mostra a Figura 12, em que se apresenta a resolução do estudante E15. Os demais resolveram o exercício, considerando a equação para quando o eixo focal é horizontal, obtendo uma solução equivocada do problema.

Figura 12 – resolução do exercício pelo estudante E15

Handwritten student work for Questão 2:

Questão 2

Centro (1, 2)

eixo maior = b

" menor = 4

a = 3

b = 2

$$\frac{(x-1)^2}{b^2} + \frac{(y-2)^2}{a^2} = 1 \Rightarrow \frac{(x-1)^2}{4} + \frac{(y-2)^2}{9} = 1$$

Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Na Questão 2 da atividade avaliativa tem se o seguinte exercício: (portal da OBMEP) determine a equação da elipse cujo centro é (-2, -3), eixo maior mede 12, eixo menor mede 8 e eixo focal horizontal. Para esse caso, três estudantes não responderam e todos os demais acertaram a questão.

Em relação a Questão 3 da atividade avaliativa tem-se o seguinte questionamento: Os pontos (4, 0) e (-4, 0) são vértices de uma elipse cujos focos são (3, 0) e (-3, 0). Determine a equação e excentricidade da elipse e esboce seu gráfico. Nessa questão, o estudante E10 utilizou o conceito de ponto médio para encontrar que o centro da elipse é o ponto (0,0),

identificou a distância entre pontos ressaltando que $d(C, A_1) = d(C, A_2) = a = 4$ pelo enunciado da questão, usou Pitágoras para encontrar o valor do b e representou a elipse no plano cartesiano. Assim, destaca-se a utilização de quatro subsunçores e percebe-se que os mesmos foram desenvolvidos pois o estudante encontrou o valor da excentricidade, conseguiu escrever a forma algébrica e geométrica da elipse conforme ilustrado na Figura 13.

Figura 13 – Resolução da Questão 4 pelo estudante E10

Exercício 4

$$C = \frac{F_1 + F_2}{2} = \frac{A_1 + A_2}{2} = (0, 0) \rightarrow a = d(C, A_1) = d(C, A_2) = 4$$

$$c = d(C, f_2) = 3 \quad e \quad b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{16 - 9} = \sqrt{7}$$

equação:

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1 \rightarrow \text{Excentricidade} \rightarrow a^2 = b^2 + c^2$$

$$16 = 7 + c^2 \rightarrow c^2 = 9 \rightarrow c = 3$$

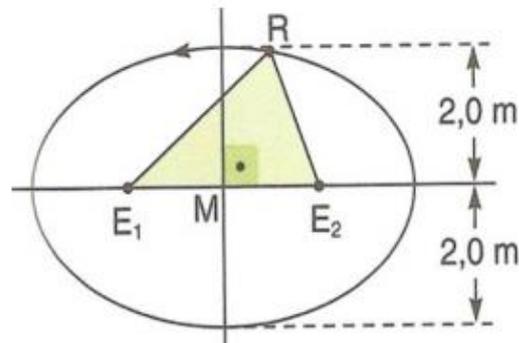
$$e = \frac{c}{a} = \frac{3}{4} = 0,75$$

The diagram shows an ellipse centered at the origin (0,0) on a Cartesian coordinate system. The major axis is horizontal, with vertices labeled V1 and V2 at (-4, 0) and (4, 0) respectively. The minor axis is vertical, with vertices labeled V3 and V4 at (0, -sqrt(7)) and (0, sqrt(7)) respectively. The foci are labeled F1 and F2 at (-3, 0) and (3, 0) respectively. The center C is marked at (0,0). The semi-major axis length is labeled as 'a' and the semi-minor axis length as 'b'.

Fonte: Dados de pesquisa, 2022.

Na Questão 5 da atividade avaliativa os estudantes deveriam resolver o seguinte problema: (UFF-RJ) Haroldo, ao construir uma piscina, amarra as extremidades de uma corda de 6,0 m de comprimento nas estacas E_1 e E_2 . Com o riscador R , estica a corda, de modo a obter o triângulo E_1RE_2 . Deslizando o riscador R de forma que a corda fique sempre esticada e rente ao chão, obtém o contorno da piscina desenhado na Figura 14. Se M é o ponto médio de E_1E_2 , qual é a distância entre as estacas?

Figura 14 – Ilustração da Questão 5 - Atividade avaliativa



Fonte: (GIOVANNI et al., 2005)⁸

Na resolução desta questão o estudante E8, conforme mostra a Figura 15, utilizou a definição geométrica de elipse para encontrar o valor do a , identificou o valor de b pelo plano cartesiano, com o conceito de ponto médio observou que M é o centro da elipse e assim $E_1M = ME_2 = c$ e encontrou o valor de c utilizando o Teorema de Pitágoras. Deste modo, esse estudante relacionou o novo conhecimento com os subsunçores (plano cartesiano, ponto médio, teorema de Pitágoras) e desenvolveu eles para armazenar a nova informação o que é uma evidência de aprendizagem significativa. Nesse exercício, doze estudantes conseguiram resolver e cinco não resolveram a atividade, destes cinco, três deles não entregaram a atividade e dois alegaram não ter respondido por faltar a ilustração na lista de exercícios impressa entregue a eles. A ilustração estava disponível no *Moodle*.

Figura 15 - Resolução da Questão 5 pelo estudante E8

$$\begin{aligned} \textcircled{5} RE_1 &= RE_2 \rightarrow RE_1 = 6/2 = 3 \quad RM = 2 \\ (ME_1)^2 + (RM)^2 &= (RE_1)^2 \rightarrow (ME_1)^2 = (RE_1)^2 - (RM)^2 = 3^2 - 2^2 = 5 \\ ME_1 &= \sqrt{5} \rightarrow d(E_1, E_2) = 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

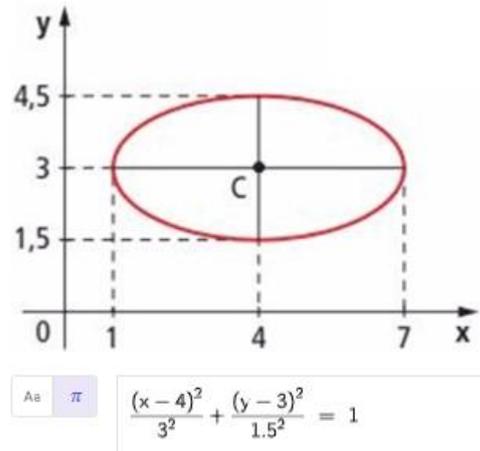
Fonte: dados de pesquisa, 2022.

Após a manipulação dos OVA foram propostos alguns exercícios aos estudantes, em que precisavam identificar a equação da elipse a partir do gráfico, necessitando utilizar os conhecimentos prévios sobre distância entre pontos no plano cartesiano. Na Figura 16 tem-se uma ilustração da resolução de uma dessas atividades realizada pelo estudante E2. Percebe-se que essa atividade também contemplou o objetivo específico do PCC do Ensino Médio técnico

⁸ GIOVANNI, J. R. et al. Matemática completa. 2.ed. São Paulo: FTD, 2005. 134 p. (Coleção Matemática Completa).

do IFSC para o ensino de elipse, que é “reconhecer as formas cônicas e suas equações e identificar os respectivos gráficos”. (Instituto Federal de Santa Catarina, p. 57).

Figura 16 – Resolução apresentada pelo estudante E2



Fonte: Dados da pesquisa⁹, 2022.

Essa experiência de ensino tinha como proposta promover aprendizagem significativa por descoberta, assim, durante as aulas os estudantes manipularam os OVA, investigaram os conceitos matemáticos, elaboraram suas conjecturas e testaram as mesmas. Só após isso realizou-se a sistematização no quadro, momento em que eles poderiam analisar se acertaram ou não. Em alguns casos, eles conseguiram compreender sem ajuda da professora, contemplando a aprendizagem por descoberta e em outros, a sistematização foi fundamental. Para todos os OVA, exceto os OVA 2 e OVA 3 apresentados na Figura 4, há evidências que a maioria dos estudantes compreenderem os conceitos a partir da interação com os objetos. Esta situação pode ser ilustrada pela afirmação do estudante E3, ao responder à Questão 6, na tentativa de justificar a propriedade refletora da elipse após a manipulação do respectivo OVA:

Sim, pois a distância de um ponto qualquer na elipse até os pontos focais somadas vão ser sempre a mesma, que coincide com a distância entre os vértices. Isso influencia no ângulo formado pela reflexão de raios, de forma que os ângulos externos do triângulo entre o raio e a reta focal são iguais.

De fato, o estudante conseguiu justificar bem, principalmente por nunca ter visto esse conteúdo antes. Para complementar sua justificativa, o E3 poderia ter dito que o ângulo de incidência e reflexão são congruentes que são os ângulos referidos por ele (apenas não soube

⁹ Ilustração da questão retirada do livro: BONJORNO, José Roberto; JÚNIOR, José Ruy Giovanni. SOUZA, Paulo Roberto Câmara. **A Matemática completa**. Ed. FTD, São Paulo, 2016.

nomeá-los corretamente). Diante do exposto, percebeu-se que existem fortes evidências de que a sequência didática planejada a partir de OVA contribuiu para promover aprendizagem significativa.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse trabalho caracteriza-se como uma pesquisa ação com abordagem qualitativa, na qual, através de uma experiência de ensino buscou-se identificar e analisar contribuições do uso dos OVA na aprendizagem significativa de cônicas por estudantes do Ensino Médio Técnico em Informática do IFSC. Para isso, elaborou-se uma sequência didática com a ferramenta livro do GeoGebra online contendo os objetos e questões a serem respondidas sobre os conteúdos matemáticos envolvidos.

Durante as aulas da experiência de ensino utilizou-se a sala de aula virtual do GeoGebra para disponibilizar a sequência didática aos estudantes. Assim, eles conseguiram manipular os OVA e responderem as questões de tal forma que a autora recebeu as respostas dos estudantes de modo instantâneo. Após essa manipulação, realizou-se uma sistematização no quadro sobre os assuntos matemáticos envolvidos.

Com o intuito de indicar e analisar contribuições do uso dos OVA na aprendizagem significativa de cônicas realizou-se uma análise textual discursiva na perspectiva Moraes e Galiuzzi (2020), que possui três etapas. Na primeira analisou-se o material produzido e restringiu-se o corpus da pesquisa. Na segunda etapa juntou-se as partes semelhantes do corpus selecionado realizando a categorização, posteriormente, descreveu-se e interpretou-se os dados produzindo o metatexto.

Como resultados da pesquisa tem-se as limitações/ dificuldades do uso dos OVA, as potencialidades e evidências de aprendizagem significativa. Em relação as limitações e dificuldades, observou-se que dependem da estrutura e realidade do local em que o material é utilizado, considera-se importante ter um computador por aluno para que seja possível avaliar o progresso de modo individual, data show para mostrar aos alunos como entrar no classroom do GeoGebra e internet de boa qualidade. Contudo, se não houver tudo isso no local a ser utilizado é possível fazer algumas adaptações, como por exemplo utilizar tablets, projetar o OVA e pedir aos estudantes responderem perguntas no caderno, entre outros. Como tratam-se de coisas específicas de cada contexto escolar, o professor que pretende utilizar OVA durante as aulas deve pensar em possíveis dificuldades e limitações que podem surgir dentro da realidade do local a ser aplicado e estratégicas para solucionar as mesmas. Quanto ao manuseio dos recursos tecnológicos espera-se que qualquer turma tenha domínio suficiente para utilizá-los como recursos digitais, afinal, a maioria dos estudantes atuais de Educação Básica são considerados nativos digitais. Em relação aos OVA em que os estudantes apresentaram

dificuldade de manuseio e de compreensão dos conceitos a serem constituídos durante sua interação, estas percepções possibilitaram a implementação de melhorias na tentativa de potencialmente mais significativos.

Quanto aos benefícios destaca-se a promoção da autonomia com a possibilidade de investigar os assuntos matemáticos, elaborar possíveis conjecturas e testar a veracidade das mesmas sendo que a sequência didática foi elaborada de modo a relacionar o novo conteúdo a ser aprendido com os conhecimentos prévios dos estudantes. As questões dispostas na mesma serviram como base para os estudantes manipularem os objetos visando responder as perguntas, promovendo a investigação dos conteúdos matemáticos o que implica em autonomia e também proporcionou uma aprendizagem por descoberta. Também destaca-se o fato de os objetos serem interativos pois contribuiu para que os estudantes conseguirem estabelecer relações matemáticas com os OVA e o uso deles possibilitou a ampliação da visualização geométrica e associação desta com o a parte algébrica, facilitando, assim, a compreensão dos conteúdos matemáticos.

Como a maioria dos estudantes destacou ter aumentado a motivação e interesse nas aulas com o uso dos OVA e o fato de terem se empenhado pode-se indicar que eles estavam predispostos a aprender e que os OVA contribuíram para isso. Este indicativo inclusive é reforçado pelo fato de que vários estudantes demonstraram interesse e curiosidade em aprender a produzir os OVA no GeoGebra e sugeriram que atividades como esta fossem adicionadas.

Em relação a sequência didática utilizada, considera-se ser um material potencialmente significativo devido ao fato de relacionar os conteúdos com os subsunçores dos estudantes (ponto, plano cartesiano, distância entre pontos, dentre outros). Por fim, identificaram-se algumas evidências de aprendizagem significativa nas resoluções das atividades do GeoGebra e na atividade avaliativa. Logo, é possível considerar que o uso dos OVA contribuiu na aprendizagem significativa dos estudantes em relação aos objetos do conhecimento abordados na sequência didática.

REFERÊNCIAS

ABREU, Érica Edmajan de. **O Objeto Virtual de Aprendizagem (OVA) com Powerpoint na Sala de Aula De Matemática**. 2021. Monografia (Especialização em Matemática) - Instituto Federal da Paraíba, Cajazeiras, 2021. Disponível em: https://repositorio.ifpb.edu.br/bitstream/177683/1841/1/TCC_ERICA%20EeDMANJAN%20DE%20ABREU.pdf. Acesso em: 25 jul. 2022.

ALCÂNTARA, Romário Lopes. Utilização dos OVAs (Objetos Virtuais de Aprendizagem) no processo de aprendizagem de alunos desde as séries iniciais utilizando Power Point. **Revista Eletrônica Argentina-Brasil de Tecnologias da Informação e da Comunicação**, v. 1, n. 3, 2015. Disponível em: <https://revistas.setrem.com.br/index.php/reabtic/article/view/79>. Acesso em: 08 dez. 2021.

ALMEIDA, Caroline Medeiros Martins de; LOPES, Paulo Tadeu Campos. Sequência didática eletrônica com testes adaptativos para o ensino de Ecologia do Ensino Fundamental numa plataforma de ensino. **Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias**, v. 18, n. 1, p. 1-18, 2019. Disponível em: <http://revistas.educacioneditora.net/index.php/REEC/article/view/360/29>. Acesso em: 16 ago. 2022.

ALMEIDA, Willa Nayana Corrêa; MALHEIRO, João Manoel da Silva. A argumentação e a experimentação investigativa no ensino de matemática. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, UFSC, Florianópolis, v. 11, n. 2, p. 57-83, nov. 2018. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/1982-5153.2018v11n2p57>. Acesso em: 25 jul. 2022.

ALVES, Ivelise Kraide; VELHO, André Ricardo Theodoro; BARWALDT, Regina. Repensando a forma de ensinar e aprender a divisão por meio das Tecnologias Digitais. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, Bento Gonçalves, RS, v. 2, n. 2, p. 105–121, 2016. Disponível em: <https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/REMAT/article/view/1552>. Acesso em: 25 jul. 2022.

AUSUBEL, David Paul; **Aquisição e Retenção de Conhecimentos: Uma Perspectiva Cognitiva**. Tradução: Lígia Teopisto. Lisboa: Platano, 2003.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo abordagem fenomenológica. In: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola (org.). **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. Belo Horizonte: Ed. Autêntica, 2019. p. 107-119.

BINOTTO, Rosane Rossato; PETRY, Vitor José; GAIO, Sandy Maria. Estudo de Possibilidades do Uso de Objetos Virtuais de Aprendizagem no Ensino de Cônicas por meio de um Exercício de Imaginação Pedagógica. **Ensino da Matemática em Debate**, v. 9, n. 2, p. 108–129, 2022. DOI: 10.23925/2358-4122.2022v9i257628. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/57628>. Acesso em: 14 fev. 2023.

BITTENCOURT, Priscilla Aparecida Santana; ALBINO, João Pedro. O uso das tecnologias digitais na educação do século XXI. **Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação**, Araraquara, p. 205–214, 2017. DOI: 10.21723/riaee.v12.n1.9433. Disponível em: <https://periodicos.fclar.unesp.br/iberoamericana/article/view/9433>. Acesso em: 25 jul. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/UNDIME, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf. Acesso em: 25 ago. 2022.

BORBA, Marcelo de Carvalho; SILVA, Ricardo Scucuglia Rodrigues da; GADANIDIS, George. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2015.

COSTA, Nielce Meneguelo Lobo da; PRADO, Maria Elisabette Brisola Brito. A Integração das Tecnologias Digitais ao Ensino de Matemática: desafio constante no cotidiano escolar do professor. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 8, n. 16, 2015. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/1392> acessado em: 26/05/2022.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em Educação Matemática**. Campinas, SP: Editora Autores Associados, 2012.

GAIO, Sandy Maria; BINOTTO, Rosane Rossato; PETRY, Vitor José. Exercício de Imaginação Pedagógica a partir do Desenvolvimento de Objetos Virtuais de Aprendizagem para o Estudo de Elipses. **Jornada de Iniciação Científica e Tecnológica**, v. 1, n. 11, 2021. Disponível em: <https://portaleventos.uffs.edu.br/index.php/JORNADA/article/view/15425>. Acesso em: 16/02/2023.

GAIO, Sandy Maria; PETRY, Vitor José; BINOTTO, Rosane Rossato. Objetos Virtuais de Aprendizagem Construídos no Geogebra: Estudo de Possibilidades para o Ensino de Cônicas. **In: Anais do SITEM - Simpósio Internacional de Tecnologias em Educação Matemática**. Anais, Rio Claro (SP) Unesp, 2022. Disponível em: <https://www.even3.com.br/anais/sitem2022/506538-objetos-virtuais-de-aprendizagem-construidos-no-geogebra--estudo-de-possibilidades-para-o-ensino-de-conicas>. Acesso em: 16/02/2023.

GAIO, Sandy Maria; PETRY, Vitor José; BINOTTO, Rosane Rossato. Objetos Virtuais de Aprendizagem no Geogebra: Estudo de Possibilidades para o Ensino de Parábolas. **Jornada de Iniciação Científica e Tecnológica**, v. 1, n. 12, 2022. Disponível em: <https://portaleventos.uffs.edu.br/index.php/JORNADA/issue/view/135>. Acesso em: 16/02/2023.

GOMES, Alexandro Lima *et al.* **Aplicação de sequência didática investigativa com uso de laboratórios online no ensino de química em turmas do ensino médio: uma pesquisa-ação**. Dissertação (Mestrado em Tecnologias da Informação e Comunicação) - Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC, Araranguá, 2019. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/215287/PTIC0054-D.pdf?sequence=-1&isAllowed=y>. Acesso em: 16 ago. 2022.

Instituto Federal de Santa Catarina. **Resolução CEPE/IFSC Nº 45**, de 18 de maio de 2017. Disponível em: https://www.ifsc.edu.br/curso-aberto/-/asset_publisher/nvqSsFwoxoh1/content/id/653727 . Acesso em: 26/06/2023.

KAY, R. H.; KNAACK, L. Evaluating the learning in learning objects. *Open Learning: The Journal of Open and Distance Education*, v. 22, n. 1, p. 5-28, 2007.

LIMA, Priscila Coelho. Imaginação pedagógica, educação matemática e inclusão: em busca de possibilidades para as aulas de Matemática. **Intermaths**. Vol. 2, n. 1, p. 121-137, 2021. Disponível em: <https://periodicos2.uesb.br/index.php/intermaths/article/download/8595/5927>. Acesso em: 19 set. 2021.

LOPES, Maria Maroni. Sequência didática para o ensino de trigonometria usando o *software* GeoGebra. **Bolema: Boletim de Educação Matemática [online]**. 2013, v. 27, n. 46. p. 631-644. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S0103-636X2013000300019>. Acesso em: 31 jul. 2022.

MORAES, Roque; GALIAZZI, Maria do Carmo. **Análise Textual Discursiva**. Ijuí: Unijuí, 2020.

MOREIRA, Marco Antonio. **Aprendizagem significativa: a teoria e textos complementares**. São Paulo: Livraria da Física, 2011.

MILANI, R. **O processo de aprender a dialogar por futuros professores de Matemática com seus alunos no estágio supervisionado**. 2015. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista (Unesp), Rio Claro, 2015.

PROETTI, Sidney. As pesquisas qualitativa e quantitativa como métodos de investigação científica: Um estudo comparativo e objetivo. **Revista Lumen-ISSN: 2447-8717**, v. 2, n. 4, 2018. <http://www.periodicos.unifai.edu.br/index.php/lumen/article/view/60>

ROCHA, Termisia Luiza. Viabilidade da Utilização da Pesquisa-ação em Situações de Ensino-aprendizagem. **Cadernos da FUCAMP**. Vol. 11, n. 14, p. 12-21, 2012. Disponível em: <https://revistas.fucamp.edu.br/index.php/cadernos/article/view/218>. Acesso em: 17 jan. 2023

SACHINI, Luciana. **Uma Proposta para o Ensino de Matrizes Utilizando a Metodologia Sala de Aula Invertida** Dissertação (Programa de mestrado profissional em rede nacional) – Universidade Federal da Fronteira Sul, UFFS, Chapecó, 2020. Disponível em: <https://rd.uffs.edu.br/handle/prefix/3888>. Acesso em: 02 nov. 2022.

SANTOS, E. A. dos; SILVA, A. F. da; SILVA, S. S. e. As potencialidades do Tangram no ensino de Geometria por meio do software GeoGebra. **Ensino da Matemática em Debate, [S. l.]**, v. 8, n. 1, p. 61–80, 2021. DOI: 10.23925/2358-4122.2021v8i1p61-80. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/49528>. Acesso em: 25 jun. 2023.

SCHEFFER, N. F. A argumentação em matemática na interação com tecnologias. **Ciência e Natura**, v. 34, p. 23-38, 2012.

SKOVSMOSE, Ole. (2015). Pesquisando o que não é, mas poderia ser. In: D´Ambrosio, B.S. e Lopes, C.E. (orgs.). **Vertentes da subversão na produção científica em educação matemática** (pp. 63-90). Campinas: Mercado de Letras.

SOUZA, Liliane de Oliveira. **As TIC na Formação Docente: fundamentos para design de objetos virtuais de aprendizagem**. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Goiás, UFG, Goiânia, 2016. Disponível em: <https://repositorio.bc.ufg.br/tede/bitstream/tede/6815/5/Disserta%c3%a7%c3%a3o%20-%20Liliane%20de%20Oliveira%20Souza%20-%202016.pdf>. Acesso em: 25 jul. 2022.

SPINELLI, W. **Os Objetos Virtuais de Aprendizagem: ação, criação e conhecimento**. s/d. Disponível em: <http://www.lapef.fe.usp.br/rived/textoscomplementares/textoImodulo5.pdf>. Acesso em: 28 jul. 2021.

TEIXEIRA, A. S. M.; MUSSATO, S. Contribuições do software geogebra nas aulas com sólidos geométricos de faces planas nos anos iniciais do ensino fundamental. **REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, [S. l.], v. 8, n. 3, p. 449–466, 2020. DOI: 10.26571/reamec.v8i3.10835. Disponível em: <https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/reamec/article/view/10835> . Acesso em: 25 jun. 2023.

VIEIRA, Josênia Antunes. O uso do diário em pesquisa qualitativa. *Cadernos de Linguagem e Sociedade*, Brasília, v. 5, p. 93-104, 2001. Disponível em: <https://repositorio.unb.br/handle/10482/9244>. Acesso em: 28 abr. 2020

WEINGÄRTNER, Gilmara de Fatima. **Objetos virtuais de aprendizagem como ferramenta metodológica no ensino de genética no ensino médio**. 2013. Dissertação (Mestrado em Formação Científica, Educacional e Tecnológica) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, UTFPR, Curitiba (PR). Disponível em: http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/978/1/CT_PPGFCET_M_Weing%c3%a4rtner%2c%20Gilmara%20de%20Fatima_2014.pdf. Acesso em: 16 ago. 2022.