



**UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL  
CAMPUS CERRO LARGO  
CURSO DE ENGENHARIA AMBIENTAL E SANITÁRIA**

**TALLIS ALECSSANDER THEOBALD**

**MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS PIEZOELÉTRICOS  
BASEADO EM MODELOS DE FOLHAS ARTIFICIAIS**

**CERRO LARGO  
2023**

**TALLIS ALECSSANDER THEOBALD**

**MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS PIEZOELÉTRICOS  
BASEASDO EM MODELOS DE FOLHAS ARTIFICIAIS**

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentado ao Curso de Engenharia Ambiental e Sanitária da Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), como requisito para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Ambiental e Sanitária.

Orientador: Prof. Dr. Jorge Luis Palacios Felix

**CERRO LARGO**

**2023**

## **AGRADECIMENTOS**

A Universidade Federal da Fronteira Sul – *Campus* Cerro Largo, pela oportunidade de realizar o curso.

Agradeço aos professores que me acompanharam ao longo do curso e que, com empenho, se dedicam à arte de ensinar, em especial ao prof. Dr. Jorge Luis Palacios Felix, por ter sido meu orientador e desempenhar tal função com apoio, paciência e confiança.

A minha família e amigos por estarem presentes nesta jornada.

**TALLIS ALECSSANDER THEOBALD**

**MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS PIEZOELÉTRICOS  
BASEADO EM MODELOS DE FOLHAS ARTIFICIAIS**

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentado ao Curso de Engenharia Ambiental e Sanitária da Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), como requisito para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Ambiental e Sanitária.

Orientador: Prof. Dr. Jorge Luis Palacios Felix

Este trabalho de conclusão foi defendido e aprovado pela banca em: 10/02/2023.

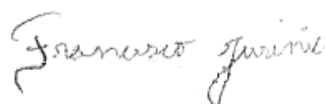
**BANCA EXAMINADORA**



---

Prof. Dr. Jorge Luis Palacios Felix – UFFS

Orientador



---

Ms. Francesco Jurinic – UFSM

Avaliador



---

Ms. Leonardo Lunkes Wagner – UFRGS

Avaliador

## **Bibliotecas da Universidade Federal da Fronteira Sul - UFFS**

Theobald, Tallis Alecssander  
MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS PIEZOELÉTRICOS  
BASEADO EM MODELOS DE FOLHAS ARTIFICIAIS / Tallis  
Alecssander Theobald. -- 2023.  
46 f.:il.

Orientador: Dr. Jorge Luis Palacios Felix

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) -  
Universidade Federal da Fronteira Sul, Curso de  
Bacharelado em Engenharia Ambiental e Sanitária, Cerro  
Largo,RS, 2023.

1. Energy Harvesting. 2. Fontes alternativas de  
geração de energia. 3. Energias Sustentáveis. 4.  
Coletores Piezoelétricos. 5. Modelagem Matemática. I.  
Felix, Jorge Luis Palacios, orient. II. Universidade  
Federal da Fronteira Sul. III. Título.

Elaborada pelo sistema de Geração Automática de Ficha de Identificação da Obra pela UFFS  
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

“A ciência nunca resolve um problema sem criar pelo menos outros dez”.

(George Bernard Shaw)

## RESUMO

O termo *energy harvesting* descreve um processo que visa coletar a energia disponível no ambiente, podendo esta ser disponível por diferentes fontes naturais, como radiação solar, energia térmica, hidráulica, eólica, cargas mecânicas, vibrações e outras menos usuais. No geral, sistemas de *energy harvesting* são implementados com a função de alimentar dispositivos e circuitos eletrônicos com baixo consumo de energia. O presente estudo busca estudar o comportamento de um sistema piezoelétrico, cujo coletor simula uma folha de árvore natural. A fonte de energia externa do sistema é a energia do vento, que faz oscilar o coletor, e esse deslocamento provoca uma reação no sistema piezoelétrico, gerando energia. Para o entendimento de um sistema piezoelétrico e suas peculiaridades, foi realizada uma revisão bibliográfica acerca de movimentos periódicos a fim de posteriormente confeccionar um modelo matemático que seja capaz de explicar dados experimentais propostos. As saídas gráficas do sistema piezoelétrico mostram os deslocamento e diferença de potencial em função do tempo e em função da velocidade, e os mesmos encontram-se em conformidade com outros estudos similares encontrados na literatura, porém, os valores gerados através do modelo matemático não são compatíveis com a parte experimental apresentada, fazendo-se necessário ajustes para que o modelo matemático explique de forma precisa os resultados obtidos experimentalmente.

Palavras-chave: Fontes de energia alternativas, Coletores piezoelétricos, Energia sustentável, Modelos matemáticos.

## **ABSTRACT**

The term energy harvesting describes a process that aims to collect the energy available in the environment, which may be available from different natural sources, such as solar radiation, thermal, hydraulic, wind energy, mechanical loads, vibrations, and other less usual ones. In general, energy harvesting systems are implemented with the function of powering devices and electronic circuits with low energy consumption. This study evaluate the behavior of a piezoelectric system, whose collector simulates a natural tree leaf. The system's external energy source is wind energy, which makes the collector oscillate, and this displacement causes a reaction in the piezoelectric system, generating energy. For the understanding of a piezoelectric system and its peculiarities, a bibliographical review was made about periodic movements in order to formulate a mathematical model later that is able to explain proposed experimental data. The graphical outputs of the piezoelectric system show the displacement and potential difference as a function of time and as a function of velocity, and they are in accordance with other similar studies found in the literature, however, the values generated through the mathematical model are not compatible with the experimental part presented, making adjustments necessary for the mathematical model to accurately explain the results obtained experimentally.

**Keywords:** Alternative energy sources, Piezoelectric collectors, Sustainable energy, Mathematical models.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Representação de um sistema piezoelétrico em X-cut quando uma força externa atua sobre o sistema, e quando um campo elétrico atua sobre o mesmo. ....	16
Figura 2 - Esquema de direções referenciadas, relacionados aos subscritos relacionados às equações (6) e (7). ....	18
Figura 3 - Viga unitária utilizada no modelo de coletor de vibração induzida por turbulência. .	20
Figura 4 - Matrizes de grama piezoelétrica. ....	21
Figura 5 - Diagrama esquemático do moinho de vento piezoelétrico. ....	22
Figura 6 - Resultados apresentados no estudo do moinho de vento piezoelétrico. ....	22
Figura 7 - Diagrama esquemático do sistema. ....	23
Figura 8 - Diagrama esquemático do coletor piezoelétrico e a vista transversal do piezoelétrico. ....	24
Figura 9 - Descrição do modelo massa-mola-amortecedor. ....	25
Figura 10 - Figura Diagrama esquemático da folha artificial utilizada como harvester. ....	30
Figura 11 - Configuração experimental. Os equipamentos demonstrados na imagem correspondem à: (a) anemômetro, (c) ventilador doméstico, (d) multímetro em modo TEMP e (e) osciloscópio digital. ....	31
Figura 12 - Deslocamento da viga e tensão obtida quando a velocidade média do vento é igual a 3,2159 m/s. ....	34
Figura 13 - Deslocamento da viga e tensão obtida quando a velocidade média do vento é igual a 4,99204 m/s. ....	35
Figura 14 - Deslocamento da viga e tensão quando a velocidade média do vento é igual a 6,97216 m/s. ....	35
Figura 15 - Deslocamento da viga e diferença de potencial quando a velocidade média do vento é igual a 4,99204 m/s, com $a_1 = 15$ e $a_3 = 80$ . ....	36
Figura 16 - Resposta da viga e do piezoelétrico em função da velocidade, considerando um ângulo de $90^\circ$ entre a estrutura e o fluxo do vento ( $a_1 = 0,7$ e $a_3 = 8$ ). ....	37
Figura 17 - Resposta da viga e do piezoelétrico em função da velocidade, considerando um ângulo de $30^\circ$ entre a estrutura e o fluxo do vento ( $a_1 = 15$ e $a_3 = 80$ ). ....	38

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Propriedades típicas do material PVDF. ....	29
Tabela 2 - Informações gerais de cada uma das folhas artificiais propostas. ....	30
Tabela 3 - Coeficientes $a_1$ e $a_3$ para diferentes ângulos. ....	33
Tabela 4 - Comparativo entre os valores obtidos experimentalmente por Nascimento (2019) e os valores obtidos pelo modelo matemático proposto. ....	39

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>11</b>
<b>1.1 OBJETIVOS .....</b>	<b>14</b>
1.1.1 OBJETIVO GERAL.....	14
1.1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	14
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....</b>	<b>15</b>
2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....	15
2.2 PIEZOELÉTRICOS E PIEZOELETRICIDADE.....	15
2.3 MATERIAIS PIEZOELÉTRICOS .....	19
2.4 CONFIGURAÇÕES DE SISTEMAS PIEZOELÉTRICOS QUE UTILIZAM A ENERGIA PROVENIENTE DO VENTO COMO FONTE EXTERNA. ....	19
2.4.1 GRAMA PIEZOELÉTRICA ARTIFICIAL COM COLETOR DE VIBRAÇÃO INDUZIDA POR TURBULÊNCIA.....	19
2.4.2 GERADOR PIEZOELÉTRICO EM FORMATO DE MOINHO DE VENTO....	21
2.4.3 COLETOR PIEZOELÉTRICO VERTICAL BASEADO EM VIBRAÇÃO INDUZIDA POR FLUXO DE VENTO.....	23
2.5 MODELAGEM DE UM COLETOR DE ENERGIA VIBRATÓRIA PIEZOELÉTRICO .....	24
2.6 VIBRAÇÕES E MOVIMENTO HARMÔNICO .....	27
<b>3 METODOLOGIA.....</b>	<b>29</b>
<b>4 RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>34</b>
<b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>40</b>
REFERÊNCIAS .....	41
8 APÊNDICE .....	44
<b>APÊNDICE A</b> – Valores de velocidades médias obtidas experimentalmente por nascimento, 2019, temperatura média, densidade do ar e valores de massa e área para cada um dos modelos foliares propostos pelo autor.....	45
<b>APÊNDICE B</b> – Modelo matemático utilizado para obtenção das saídas gráficas.....	46

## 1 INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, o consumo de energia no Brasil vem crescendo significativamente, mas sem o acompanhamento dos sistemas de fornecimento. A matriz energética nacional é equilibrada entre fontes não renováveis e fontes renováveis, destacando-se os combustíveis fósseis (carvão mineral, gás natural e o petróleo e seus derivados), e em menor grau os combustíveis nucleares, totalizando 51,6% da produção, assim como os derivados de cana-de-açúcar (16,4%), hidráulica (11,0%), lenha e carvão vegetal (8,7%), respectivamente. Já a matriz elétrica tem grande parte da sua geração proveniente de fontes renováveis, principalmente a partir das hidrelétricas (56,8%), enquanto as fontes eólicas representam aproximadamente 10,8% dessa matriz. Dessa forma, a produção elétrica no país é composta por 80,3% de fontes renováveis e cerca de 19,7% de fontes não renováveis. (BEN, 2021).

Do ponto de vista mundial, a matriz energética é formada, em sua maior parte, por fontes não renováveis, sendo os combustíveis fósseis responsáveis por cerca de 80% da matriz energética natural, restando em torno de 5% em energia nuclear. Já as fontes renováveis, que incluem a energia solar, eólica, hidráulica, biomassa e demais fontes renováveis, equivalem ao total de 15% da matriz energética global. Por outro lado, a matriz elétrica mundial, que tem por finalidade a geração de energia elétrica, é baseada em combustíveis fósseis e termoelétricas. No total, a matriz elétrica mundial é composta por 28,6% de energias renováveis e 10% por energia nuclear, representando um padrão oposto ao encontrado em território brasileiro (EPE, 2022).

Apesar das hidrelétricas serem uma fonte renovável de baixo custo e de ampla utilização nacional para geração de eletricidade, resultam em consideráveis impactos sociais e ambientais ligados ao represamento de rios ou alagamento de áreas povoadas, além da dependência direta com as condições climáticas. Atualmente, a crise hídrica enfrentada no país, reduziu consideravelmente o volume de água dos reservatórios, ameaçando a capacidade de produção, armazenamento e distribuição de energia para a população (ONS, 2021).

Diante desse cenário, a busca por fontes de energia mais sustentáveis, como a energia eólica e a solar, por exemplo, surge como alternativas para a mitigação dos problemas de crise energética e para o desenvolvimento de tecnologias de menor impacto (MARTINS et al. 2017). Além disso, é muito importante a diversificação da matriz

energética e elétrica a fim de atingir a possibilidade de geração de energia em locais considerados isolados.

O conceito de “*Energy Harvesting*” consiste em um processo que busca coletar a energia disponível no ambiente, sendo esta energia encontrada em diferentes formas, tal como pela incidência de radiação solar, diferença de gradientes térmicos e a aplicação de pressão mecânica sobre estruturas, por exemplo. (PAPADIMITRIOU, 2019). Tal conceito ganhou proporção devido ao recente e progressivo avanço no ramo tecnológico para o desenvolvimento de sensores e aparelhos eletrônicos de baixo consumo de energia, entre eles os materiais piezoelétricos (RUBIO, 2018).

Nas últimas três décadas, os estudos envolvendo a geração de energia através de materiais piezoelétricos vem crescendo consideravelmente, tendo como um dos objetivos tornar essa tecnologia mais eficiente através do uso de diversas configurações com diferentes materiais (TICHÝ, 2010). Dentre os vários trabalhos nessa área, destacamos os coletores formados por placas contendo materiais piezoelétricos integrados aos pavimentos, que utilizam da força externa dos veículos, convertendo assim, a pressão gerada por estes em energia elétrica (ANTT, 2018; PINTO, 2020). Outro trabalho propõe a conversão de energia mecânica causada pela ação do vento em energia elétrica (LIU. et al. 2018).

Os coletores piezoelétricos baseados em vibrações de fluxo induzido a partir do fluxo de pelo vento atrai um grande interesse, pois estes podem ser utilizados para fornecer energia de forma contínua para redes de sensores sem fio autônomas e para melhorar a performance dos *harvester*. As pesquisas nesse âmbito são voltadas a otimizar o formato dos coletores piezoelétricos, comparando a eficiência destes com os resultados obtidos entre os diferentes tipos de coletores (Liu F. et. al. 2018). De acordo com Raj et. al. (2016), estudos envolvendo os coletores piezoelétrico atuando como *harvester* é promissora e vem evoluindo, principalmente, devido ao aumento da demanda energética e pela capacidade de instalação destes dispositivos em locais remotos.

Alguns estudos associam o conceito de “*energy harvesting*” a concepção arquitetônica de uma folha de árvore artificial feita a partir de materiais flexíveis (LI et al. 2009; 2011). Neste contexto, Nascimento (2019) propôs um trabalho que associa o modelo de folhas artificiais a folhas vegetais, cujo material piezoelétrico corresponde ao caule de uma folha real, o qual aproveita o fluxo de vento atuando sobre os diferentes modelos de piezoelétricos em formatos foliares para gerar uma oscilação no sistema, semelhante ao comportamento de um pêndulo simples. De maneira similar, Liu et al.

(2018), realizou um experimento similar que analisou uma estrutura de três lâminas como “*harvester*”, utilizando de força externa gerada pelo vento. Raj et al. (2016), avaliou o comportamento de um coletor piezoelétrico associado a uma viga vertical como um sistema de vibração forçada, em que a força de excitação é provida através do vento. A densidade energética gerada através de dispositivos piezoelétricos é de três a cinco vezes maior do que a densidade energética gerada por dispositivos eletrostáticos e eletromecânicos.

A partir do estudo realizado por Nascimento (2019), este trabalhou propôs o uso dos dados obtidos experimentalmente pelo autor para a geração de um modelo matemático relacionado a resposta dos coletores piezoelétricos em função da velocidade do vento, por meio da geração de um modelo matemático que seja capaz explicar matematicamente o experimento proposto.

## 1.1 OBJETIVOS

### 1.1.1 OBJETIVO GERAL

O objetivo geral do estudo é a geração de um modelo matemático, baseado nas equações de movimento harmônico, para representar as saídas de um sistema piezoelétrico.

### 1.1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Entender o comportamento físico de um sistema piezoelétrico;
- Utilizar equações relacionadas à movimentos periódicos para descrever o estudo apresentado por Nascimento (2019);
- Fazer o uso dos dados de entrada apresentados por Nascimento (2019); para alimentação de um programa que contém o modelo matemático;
- Comparar os resultados obtidos com a finalidade de validação do estudo proposto e verificar sua similaridade com resultados obtidos por autores em estudos semelhantes.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Neste trabalho, é apresentada uma contextualização teórica que define e equaciona um sistema piezoelétrico, e ilustra, de forma genérica, o comportamento do sistema e das considerações para a geração do modelo matemático fundamentado em funções periódicas.

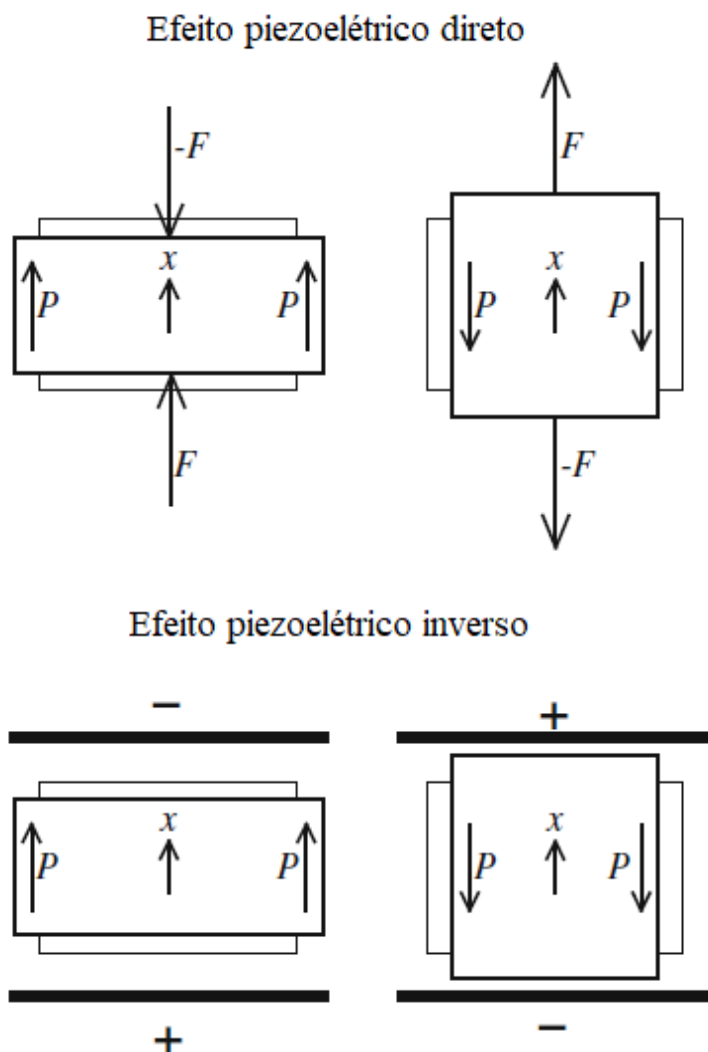
### 2.2 PIEZOELÉTRICOS E PIEZOELETRICIDADE

Em 1880, os irmãos Pierre Currie e Jacques Currie descobriram o efeito piezoelétrico através da observação de certos cristais que possuíam característica de liberar elétrons em resposta a pressões mecânicas aplicadas sobre eles. Esse efeito ocorre devido a capacidade desses cristais apresentarem na sua estrutura átomos eletricamente neutros, com arranjo simétrico e carga elétrica completamente balanceada. Entretanto, a aplicação de uma pressão mecânica ocasiona uma deformação na estrutura dos cristais piezoelétricos, alterando a distância entre as cargas de modo a gerar uma diferença de potencial (PINTO, 2020). No geral, materiais piezoelétricos possuem as características de induzirem eletricidade quando submetidos a estresses mecânicos, e inversamente, podem sofrer distorções quando submetidos a um campo elétrico (TICHÝ, 2010; ANTT, 2018; PINTO, 2020).

Cristais piezoelétricos podem ser estudados usando cristais de quartzo. Conforme a representação esquemática apresentada na Figura 1, considerando uma placa cortada no eixo x, chamada de X-cut, sendo a sua espessura insignificante quando comparada com as outras dimensões, bem como se aplicada uma pressão no sentido paralelo à espessura. Aplicando uma força  $F$ , a polarização  $P_1$ , paralela à espessura, é proporcional à força aplicada  $T_{11}=F/A$ . Consequentemente, a polarização das cargas piezoelétricas em eletrodos que cobrem a maioria das faces  $A$  é proporcional à força geradora da deformação. Quando um campo elétrico  $E$  é aplicado no sentido da espessura, a placa de quartzo é deformada. Essa deformação muda de sinal quando a polarização do campo elétrico é invertida (TICHÝ, 2010).



Figura 1 - Representação de um sistema piezoelétrico em X-cut quando uma força externa atua sobre o sistema, e quando um campo elétrico atua sobre o mesmo.



Fonte: Adaptado de Tichý (2010).

De acordo com Shepelin et al. (2019), os materiais piezoelétricos são descritos matematicamente como uma rede de momento dipolo, os quais estão presentes nos materiais piezoelétricos, mesmo na ausência de uma força externa. Porém, quando há a aplicação de uma força externa ocorre a geração de um campo elétrico instantâneo, paralelo à direção do vetor de polarização. O campo elétrico gerado é proporcional ao diferencial do deslocamento em função do tempo, fazendo com que as cargas superficiais, positivas e negativas, se desloquem em direção às superfícies opostas do material.

Quando conectada uma carga externa aos eletrodos dispostos em superfícies opostas do material, as cargas superficiais forçam a migração de elétrons através dela, a fim de neutralizar a diferença de potencial entre os eletrodos. Tal comportamento pode

ser descrito por coeficientes proporcionais e uma série de cálculos matemáticos (SHEPELIN, 2019).

Para um cenário unidimensional e simplificado, dispomos da Lei de Hook que descreve a relação entre o deslocamento linear de um material elástico ( $x$ ) com a força aplicada ( $F$ ), relacionados por uma constante elástica ( $k$ ), cuja equação (1) é demonstrada a seguir:

$$F = k * x \quad (1)$$

Seguindo em cenário simplificado e unidimensional, temos a relação entre a deformação ( $S$ ) sofrida por um corpo e a tensão ( $T$ ) aplicada sobre ele, sendo as mesmas relacionadas por um coeficiente elástico de proporcionalidade ( $s$ ), representado pela equação (2), a seguir:

$$S = s * T \quad (2)$$

Os materiais dielétricos elásticos são polarizáveis quando submetidos a um campo elétrico externo, conforme descrito na equação (3), onde o deslocamento elétrico ( $D$ ) depende da permissividade elétrica do material ( $\varepsilon$ ) e do campo elétrico externo aplicado ( $E$ ).

$$D = \varepsilon * E \quad (3)$$

As equações 2 e 3 podem ser inter-relacionadas, dando origem à outras equações, em que são definidos o coeficiente de carga piezoelétrica direta ( $d$ ), o coeficiente de carga piezoelétrica inversa ( $d^t$ ), e a constante da tensão ( $T$ ), originando as equações (4) e (5), apresentadas na sequência:

$$S = s^e * T + d^t * E \quad (4)$$

$$D = d * T + \varepsilon^T * E \quad (5)$$

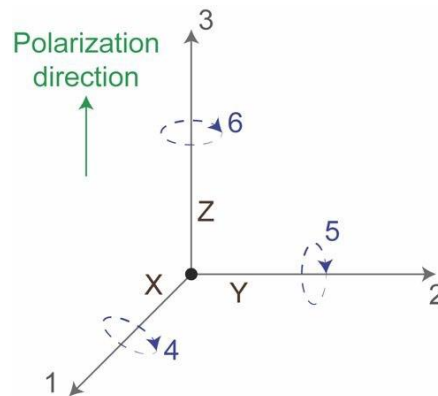
As equações previamente descritas foram formuladas por Shepelin (2019), representando forma básicas em modelos unidimensionais, podendo ser utilizadas para casos simplificados, no caso, não considerando o processo em três dimensões. Para um entendimento mais preciso da rede de momentos de dipolo ao longo de uma direção, as equações (4) e (5) são reescritas com seus componentes unidimensionais substituídos por seus tensores análogos e representadas pelas equações (6) e (7):

$$S_p = s_{pq}^E * T_q + d_{ip} * E_i \quad (6)$$

$$D_i = d_{iq} * T_q + \varepsilon_{ik}^T * E_k \quad (7)$$

A equação (6) expressa a tensão mecânica ( $S$ ) proporcional ao produto entre o estresse mecânico ( $T$ ) aplicado e o coeficiente de conformidade elástico ( $sE$ ) somado ao produto entre o campo elétrico ( $E$ ) e o coeficiente de carga do efeito piezoelétrico inverso ( $d'$ ). Já a equação (7) denota o deslocamento elétrico ( $D$ ) como sendo proporcional ao produto da soma entre o estresse mecânico ( $T$ ) aplicado e o coeficiente de carga do efeito piezoelétrico direto ( $d$ ), adicionado ao produto entre o campo elétrico ( $E$ ) e a permissividade elétrica ( $\varepsilon T$ ). Os índices subscritos são esquematizados e demonstrado na figura 2, onde " $k$ " e " $i$ ", estão relacionados aos eixos 1, 2 ou 3, enquanto que " $p$ " e " $q$ " indicam os eixos e a direção da polarização 1, 2, 3, 4, 5 ou 6.

Figura 2 - Esquema de direções referenciadas, relacionados aos subscritos relacionados às equações (6) e (7).



Fonte: Adaptado de Shepelin (2019).

## 2.3 MATERIAIS PIEZOELÉTRICOS

Após cerca de 130 anos da descoberta das propriedades piezoelétricas em cristais de quartzo, houveram progressos significativos nas aplicações da piezoeletricidade. Os cristais de quartzo naturais ainda possuem grande demanda, porém passou a ser fortemente substituído por cristais de quartzo artificiais, produzidos através de técnicas de crescimento hidrotérmico. Os cristais sintéticos possuem uma uniformidade maior comparada aos cristais naturais, além de estarem disponíveis comercialmente desde a década de 1950. A partir de 1935, foram feitas inúmeras tentativas de produção de cristais piezoelétricos que substituíssem os de quartzo sintético, contudo, muitos destes não são utilizados em função do desenvolvimento e manufatura do quartzo sintético, cristais férricos e cerâmicas piezoelétricas, os quais correspondem à segunda maior aplicação de materiais dielétricos, precedido pelos semicondutores (TICHÝ, 2010).

De acordo com a ANTT (2018), o principal material empregado na criação de conversores piezoelétricos é o titanato zirconato de chumbo (PZT), estando este presente na maioria dos conversores piezoelétricos desenvolvidos. Outro material utilizado é o fluoreto de polivinidileno (PVDF). As diferenças em suas aplicações se devem ao fato de o PZT ser um material extremamente rígido, sujeito à fadiga e a menor vida útil, todavia com uma resposta elétrica melhor. Já o PVDF por ser mais flexível, suporta cargas e níveis de deformação maiores, tornando – se menos propenso à fadiga e exibindo maior vida útil e menor necessidade de manutenção.

## 2.4 CONFIGURAÇÕES DE SISTEMAS PIEZOELÉTRICOS QUE UTILIZAM A ENERGIA PROVENIENTE DO VENTO COMO FONTE EXTERNA.

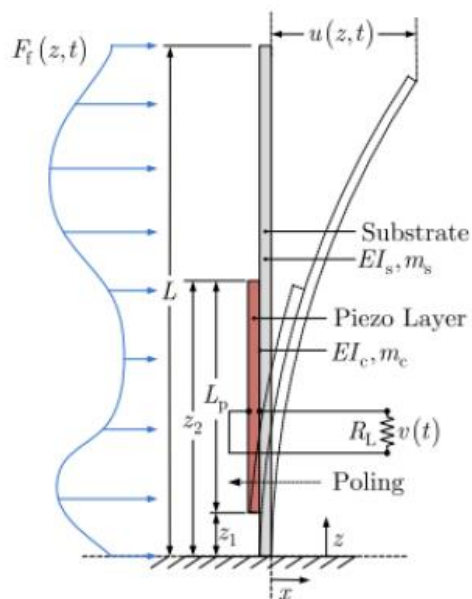
Além do sistema proposto para o presente estudo, na sequência são apresentadas configurações de sistemas piezoelétrico, cuja força externa utilizada também se dá através da força do vento. Neste tópico, são descritas algumas delas.

### 2.4.1 GRAMA PIEZOELÉTRICA ARTIFICIAL COM COLETOR DE VIBRAÇÃO INDUZIDA POR TURBULÊNCIA

Hobeck et. al. (2012) propôs um sistema que consiste em uma série de vigas construídas com material piezoelétrico que quando expostas a condições de fluxos

turbulentos fazem com que as vigas sofram vibrações rigorosas. A configuração desse sistema pode ser observada na Figura 3.

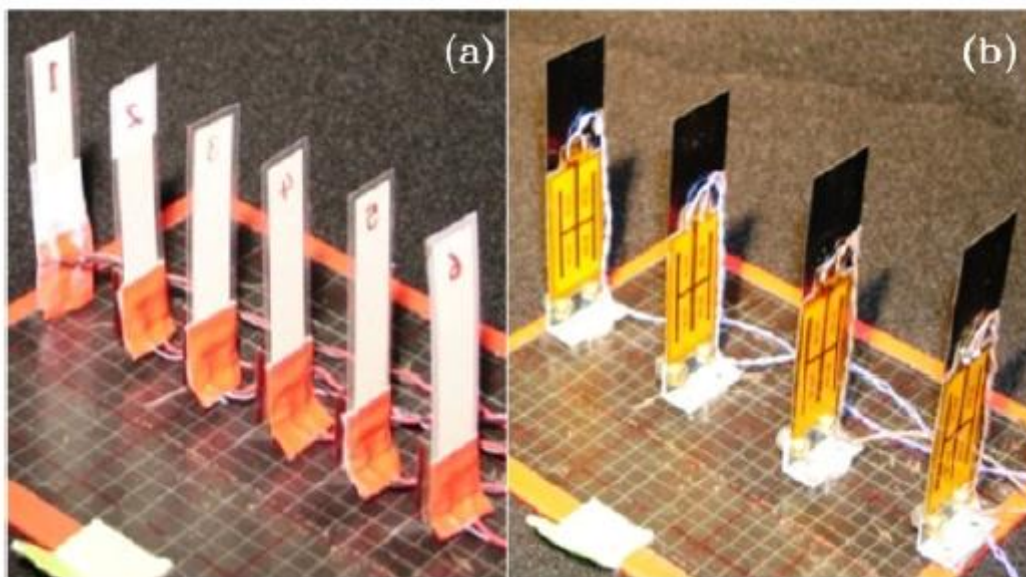
Figura 3 - Viga unitária utilizada no modelo de coletor de vibração induzida por turbulência.



Fonte: Adaptado de Hobeck et. al. (2012)

No estudo anteriormente citado, dois tipos de piezoelétricos foram utilizados na confecção dos protótipos, estando ambos indicados na Figura 4, onde (a) representa um material piezoelétrico no formato de *wafer*, fabricado de PZT e com substrato de aço e (b) um filme piezoelétrico cujo substrato utilizado é o *mylar* (Hobeck et. al. 2012).

Figura 4 - Matrizes de grama piezoelétrica.



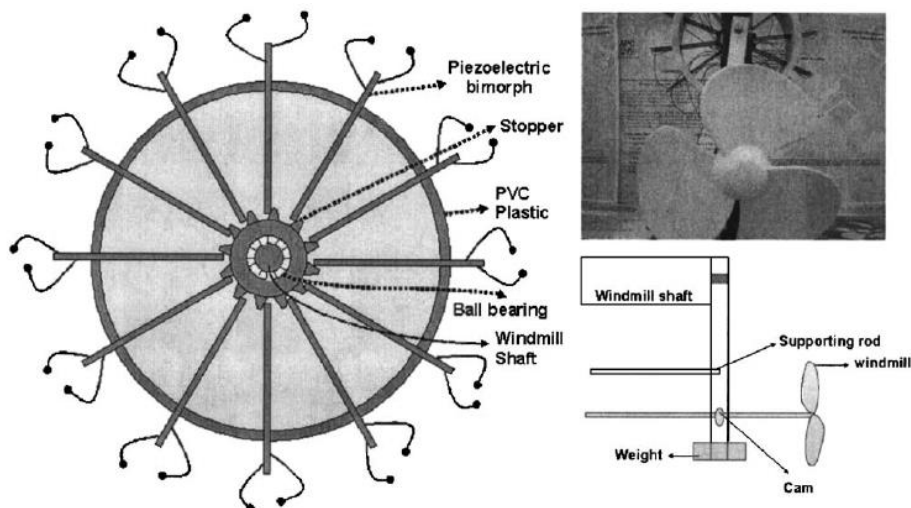
Fonte: Adaptado de Hobeck et. al. (2012)

Neste trabalho, Hobeck et.al. (2012) demonstra resultados preliminares que indicam que uma pequena matriz de grama piezoelétrica é capaz de gerar até 1.0 mW por viga quando submetido a condições de turbulência de alta intensidade, com velocidade média do fluido de 11.5 m/s.

#### 2.4.2 GERADOR PIEZOELÉTRICO EM FORMATO DE MOINHO DE VENTO

Priya (2005) realizou um modelo teórico para geração de energia elétrica através de um transdutor piezoelétrico bimorfo contendo uma faixa baixa de frequência, distante da condição de ressonância. O estudo foi dividido em duas partes, a primeira corresponde a análise da tensão gerada pelo sistema sobre a aplicação de uma força externa, conforme a teoria de feixe de flexão para materiais bimorfos. Na segunda parte, a voltagem gerada pelo circuito aberto age como entrada para um circuito equivalente, considerando um capacitor conectado a uma resistência, sendo o modelo proposto apresentado na Figura 5.

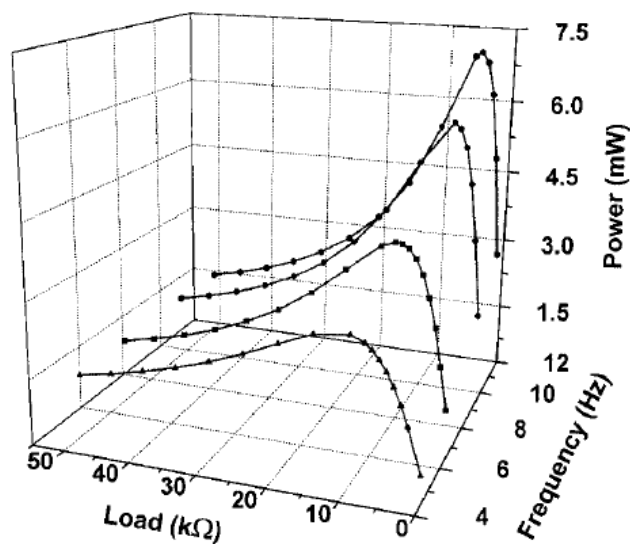
Figura 5 - Diagrama esquemático do moinho de vento piezoelétrico.



Fonte: Adaptado de Priya et. al. (2005)

Os resultados do estudo de Priya et. al. (2005) são demonstrados através da figura 6, onde é apresentada a quantidade de energia gerada em relação à diferentes frequências de entrada e diferentes valores de resistências conectadas ao sistema.

Figura 6 - Resultados apresentados no estudo do moinho de vento piezoelétrico.

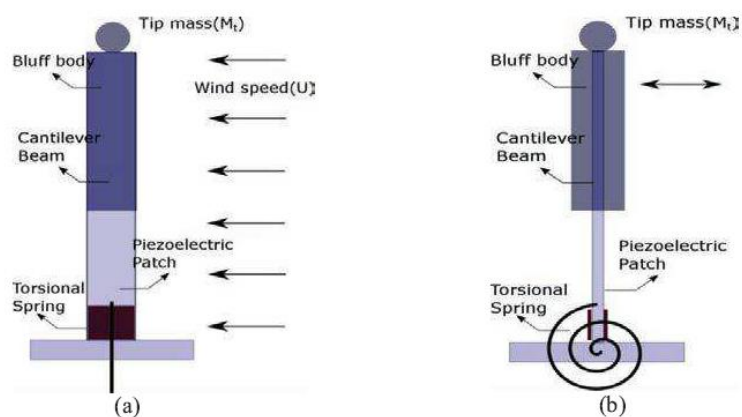


Fonte: Adaptado de Priya et. al. (2005)

### 2.4.3 COLETOR PIEZOELÉTRICO VERTICAL BASEADO EM VIBRAÇÃO INDUZIDA POR FLUXO DE VENTO

Raj et. al. (2015) foram mais além em estudos envolvendo a vibração induzida pelo vento. Realizaram um modelo para explorar a energia vibracional do vento através de um coletor piezoelétrico no formato de uma viga vertical, estando está associada a um corpo de massa quadrado acoplado ao final da viga, assim como uma mola de torção acoplada à parte fixa da viga. O autor faz uso de um modelo matemático onde considera o coletor como uma viga *Euler Bernouli* e as equações de movimento foram derivadas utilizando-se os princípios de Lagrange e Garlekin. O diagrama esquemático proposto pelo autor é demonstrado através da Figura 7.

Figura 7 - Diagrama esquemático do sistema.



Fonte: Adaptado de Raj et. al. (2015)

De acordo com Raj et. al. (2015), a resposta de deslocamento e a voltagem gerada mostram que uma quantidade considerável de energia poderia ser gerada através do modelo por ele exposto, sendo está ainda influenciada pela carga da resistência acoplada ao sistema. Por fim, a energia gerada pelo modelo é suficiente para alimentação de sensores sem fio e LEDs.

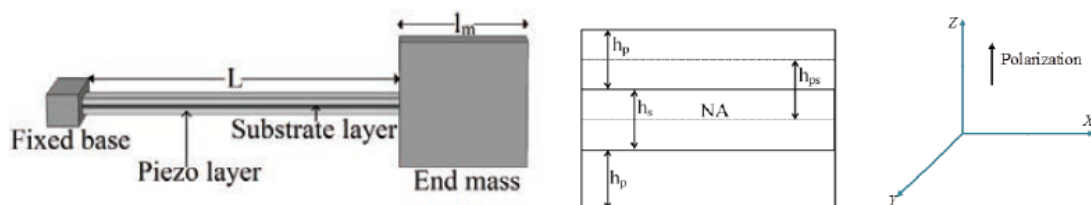


## 2.5 MODELAGEM DE UM COLETOR DE ENERGIA VIBRATÓRIA PIEZOELÉTRICO

Nesta seção, o coletor considerado para modelagem é uma viga composta por três camadas de espessura uniforme e conectada simetricamente à extremidade livre do sistema (Kundu et. al. 2016). A camada central consiste em um substrato de latão entre duas camadas piezoelétricas de PZT-5H. As superfícies inferior e superior são metalizadas para que sejam formados os eletrodos, sendo as configurações do sistema definidas pelo sentido da polarização das camadas metálicas. Para conexões em paralelo, as camadas são polarizadas na mesma direção e é produzido um campo elétrico na direção oposta. Para conexões em série, a polarização se dá em direções opostas, dando origem a um campo elétrico que atua no mesmo sentido.

Na figura 8 é exemplificado o diagrama esquemático do coletor através de sua visão transversal, onde o momento gerado pelo movimento da massa final exerce tensão sobre o piezoelétrico, cuja deformação gera a diferença de potencial nos eletrodos.

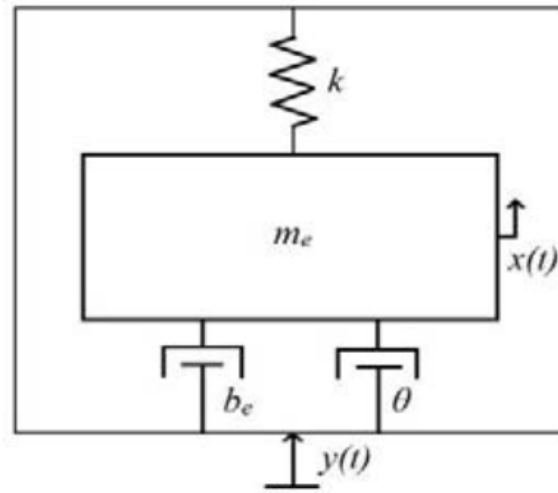
Figura 8 - Diagrama esquemático do coletor piezoelétrico e a vista transversal do piezoelétrico.



Fonte: Adaptado de Kundu et. al. (2016).

O modelo massa-mola-amortecedor comumente utilizado para descrever um coletor de energia vibracional é mostrado na Figura 9. O sistema consiste em uma massa equivalente ( $m$ ), uma massa com constante elástica ( $k$ ) e amortecedores. ( $b_m$ ) representa o coeficiente de amortecimento mecânico e ( $\sigma$ ), o coeficiente de amortecimento de amortecimento induzido eletricamente.

Figura 9 - Descrição do modelo massa-mola-amortecedor.



Fonte: Adaptado de Kundu et. al. (2016).

O início da modelagem matemático é marcado pela definição da equação do movimento da massa final, considerando  $\ddot{y}(t)$  como o deslocamento da base em função da vibração e  $z(t)$  o deslocamento da massa final em relação à base vibracional.

$$m * \ddot{z}(t) + b_e * \dot{z}(t) + k * z(t) + \sigma * v = m * \ddot{y}(t) \quad (8)$$

$$\ddot{z}(t) + 2 * \zeta_m * W_n^2 * z(t) + \frac{\sigma * v}{m} = \ddot{y}(t) \quad (9)$$

Onde  $v$  representa a voltagem gerada,  $\zeta_m$  a taxa de amortecimento mecânico,  $W_n$  a frequência natural de oscilação. As equações equivalentes do circuito no domínio elétrico com acoplamento mecânico podem ser derivadas utilizando as equações piezoelétricas construtivas.

$$T_1 = C_{11}^E * S_1 - e_{31} * E_3 \quad (10)$$

$$D_3 = e_{31} * S_1 + \varepsilon_{33}^S * E_3 \quad (11)$$

Na equação (10),  $T_1$  representa a tensão,  $S_1$  a deformação,  $C_{11}^E$  o módulo de Young para campos elétricos constantes e  $E_3$  o campo elétrico.  $D_3$  é o deslocamento elétrico,  $\varepsilon_{33}^S$  a permissividade com deformação constante, demonstrados na equação (11). Os subscritos 1 e 3 representam a direção ao longo do qual o parâmetro especificado é medido. Podemos reescrever a equação (x) em termos da tensão  $T_1$ .

$$D_3 = d_{31} * T_1 + \varepsilon_{33}^S * E_3 \quad (12)$$

A tensão  $T(x)$  ao longo do comprimento da viga na camada piezoelétrica pode ser expressa pela seguinte relação:

$$T(x) = \left\{ \frac{M(x)}{I} \right\} * h_{ps} \quad (13)$$

onde, o momento de inércia da seção transversal da viga é definido como  $I$ ,  $M(x)$  é o dipolo induzido pelo movimento da massa final, definido através da equação 14:

$$M(x) = F * \left( L + \left( \frac{l_m}{2} \right) - x \right) \quad (14)$$

em que  $F$  representa a força devido ao movimento da massa final e é definido através do produto entre a constante elástica  $k$  e do deslocamento  $z$  da massa final. Dessa forma, a equação da tensão ao longo do comprimento da viga ( $x$ ) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$T(x) = \left( k * z * \frac{L + \left( \frac{l_m}{2} \right) - x}{I} \right) * h_{ps} \quad (15)$$

A tensão nas camadas piezoelétricas varia da extremidade fixa até a extremidade livre, e a tensão média é expressa como:

$$T = k * z * \frac{(L + l_m)}{2I} * h_{ps} \quad (16)$$

Fazendo uso da equação da tensão média (16), podemos reescrever a equação do deslocamento elétrico (12), obtendo a seguinte relação:

$$D_3 = d_{31} * \left( k * z * \frac{(L + l_m)}{2I} * h_{ps} \right) + \varepsilon_{33}^S * \frac{v}{h_p} \quad (17)$$

onde  $v$  é a voltagem na carga conectada. A carga gerada no eletrodo ( $q$ ) pode ser descrita através da seguinte relação:

$$q = d_3 * b * L = d_{31} * \left( k * z * \frac{(L + l_m)}{2I} * h_{ps} \right) + \varepsilon_{33}^S * \frac{v}{h_p} * b * L \quad (18)$$

A corrente através da carga conectada ( $i$ ) pode ser descrita como:

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{v}{R} = d_{31} \left[ \frac{kbL(L+l_m)}{2I} * h_p \right] \frac{dz}{dt} - \frac{\varepsilon_{33}^S bL}{h_p} \frac{dv}{dt} \quad (19)$$

Por fim, a equação (19) pode ser escrita de forma simplificada:

$$\frac{v}{R} + C_p \frac{dv}{dt} = \sigma \frac{dz}{dt} \quad (20)$$

Na equação (20), as variáveis  $\sigma$  e  $C_p$  representam, respectivamente, o coeficiente de amortecimento induzido eletricamente e a capacitância de uma única camada piezoelétrica. Esta equação é denominada como equação do circuito elétrico do coletor piezoelétrico, e juntamente com a equação (9), formam as equações governantes de sistemas eletromecanicamente acoplados.

## 2.6 VIBRAÇÕES E MOVIMENTO HARMÔNICO

Segundo Nascimento (2019), o comportamento do experimento proposto é similar à um pêndulo simples. Para tanto, o entendimento sobre o comportamento acerca de movimento periódicos se faz necessário e a seguir são apresentadas as colocações necessárias. O conceito de vibração ou oscilação é denominado como qualquer movimento que se repita após certo intervalo de tempo, por exemplo, o dedilhar de uma corda ou o movimento de um pêndulo (RAO, 2008).

No geral, os sistemas oscilatórios possuem um meio de armazenar energia potencial (uma mola ou elasticidade), um meio de armazenar energia cinética (massa ou inércia) e um meio gradual de perda de energia (amortecedor), finalizando em um sistema que envolve a transferência alternada de energia potencial em cinética e de cinética em potencial. Os sistemas que contam com mecanismos de amortecimento têm parte da energia dissipada a cada ciclo de oscilação. Na maioria dos sistemas físicos, pequenas quantidades de energia dissipadas podem ser desprezadas. No entanto, considerar o amortecimento em sistemas vibratórios torna-se extremamente importante quando os mesmos se encontram em condições próximas a ressonância (RAO, 2008).

Um sistema vibratório é um sistema dinâmico para os quais as variáveis como excitação (entrada) e respostas (saídas) são dependentes do tempo, cujas as respostas, em geral, são dependentes das condições iniciais e das excitações externas. Em sua maioria, estes sistemas são extremamente complexos, sendo impossível inserir todos os detalhes deles em uma modelagem matemática. Assim, apenas as características mais importantes são analisadas com a finalidade de prever o comportamento através de condições de entrada especificadas. Dessa forma, o comportamento global de um sistema pode ser determinado considerando um modelo simples de um sistema físico complexo, através da modelagem matemática das equações governantes, solução das equações e interpretação dos resultados (VENCESLAU, 2015).

A modelagem matemática deve conseguir representar todos os aspectos importantes do sistema, com a finalidade de obter equações matemáticas ou analíticas que regem o comportamento do sistema, de maneira que não o torne muito complexo. No geral, os modelos lineares permitem soluções mais rápidas, mas modelos não lineares podem revelar características do sistema que não são possíveis de determinação através de modelos mais simples (BORGES e BORGES, 2017).

Uma vez disponível o modelo matemático, as equações que descrevem a vibração do sistema são derivadas utilizando os princípios da dinâmica. As equações de movimento podem ser derivadas convenientemente por meio de diagramas de corpo livre de todas as massas envolvidas, indicando as forças de inércia, reativas e externas aplicadas a elas. As equações de movimento normalmente encontram-se na forma de um conjunto de equações diferenciais ordinárias para um sistema discreto e na forma de equações diferenciais parciais para sistemas contínuos e podem ser divididas em equações lineares e não lineares, dependendo do comportamento dos componentes do sistema (ZILL e CULLEN 2012). Depois de solucionadas, as equações governantes fornecem os deslocamentos, velocidades e acelerações das várias massas do sistema, podendo estes resultados serem interpretados de acordo com a finalidade das análises e das possíveis implicações do resultado do projeto (RAO, 2008).

Um movimento oscilatório que ocorre regularmente e que se repete em intervalos de tempo iguais é denominado de movimento periódico. O tipo mais simples de movimento periódico é o movimento harmônico. Em muitos casos, os sistemas possuem vibrações periódicas, onde qualquer função periódica de tempo pode ser representada através da série de Fourier como uma soma infinita de termos de seno e cosseno. A interpretação física obtida através da série de Fourier consiste no fato de que qualquer função periódica pode ser representada como uma soma de suas funções harmônicas, embora esta trate de uma soma finita, podemos aproximar a maioria das funções periódicas com a ajuda de apenas algumas funções harmônicas (NETO, 2007; HALLIDAY et al., 2012).

Quando uma força externa atua sobre o sistema a vibração é classificada como *vibração forçada*, e podemos ter uma condição conhecida como ressonância. A ressonância ocorre quando a frequência da oscilação da força externa coincide com a frequência natural do sistema (BAUER et.al, 2013). Quando em condição de ressonância, o sistema pode apresentar oscilações perigosamente grandes. Historicamente, falhas estruturais em asas de aviões, pontes e edifícios foram associadas à condição de

ressonância (RAO, 2008). Porém, em estruturas menores, quando em proximidade à condição de ressonância, o aumento das oscilações não resulta em danos estruturais, e se observa um pico na energia armazenada pelo sistema, como no caso dos sistemas piezoelétricos (LIU et al. 2020).

### 3 METODOLOGIA

O presente estudo é baseado no trabalho de Nascimento (2019), o qual propõe o uso de material plástico (acetato) para a confecção de folhas artificiais, apresentando 0,25 mm de espessura. No estudo proposto, um piezoelétrico acoplado a uma folha de árvore artificial, atua como *harvester*. No trabalho, o transdutor eletromecânico empregado foi o sensor multiuso de detecção de impacto ou vibração mecânica PVDF LDT1-029K PIEZO SENSOR (MEAS TE connectivity). O mesmo apresenta 41,1 mm de comprimento, 16,26 mm de largura e 1,57mm de espessura, laminado em uma folha de poliéster (*MylarI*) e a haste conectada à uma das extremidades da folha artificial e o dispositivo piezoelétrico, apresenta 5,5 cm de comprimento. As propriedades deste material são descritas na tabela apresentada Tabela 1.

Tabela 1 - Propriedades típicas do material

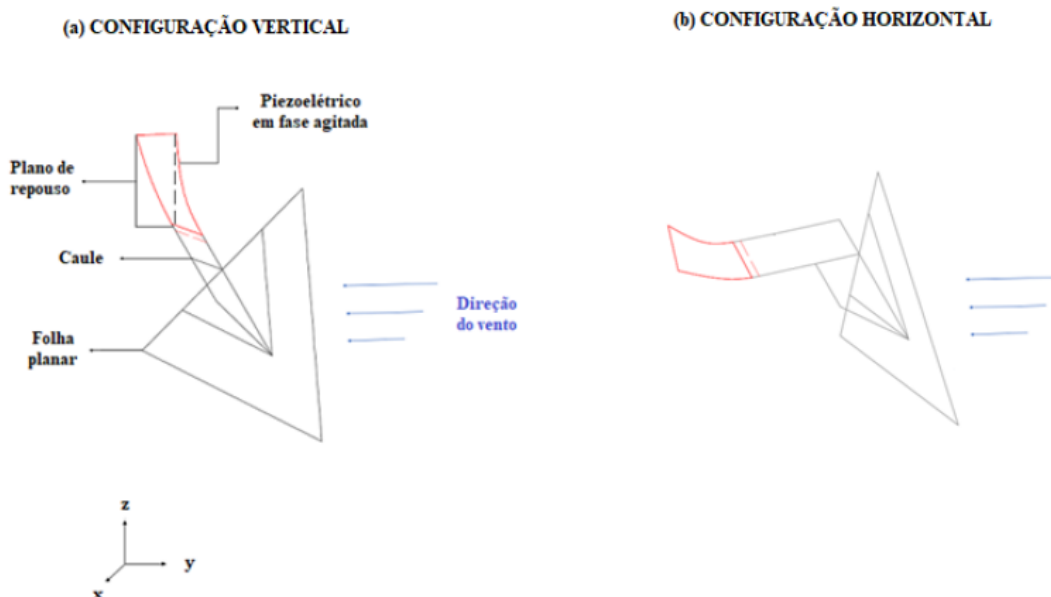
Propriedade	Unidade	Piezo PVDF
Densidade	$(10^3)$ kg/m <sup>3</sup>	1,78
Permissividade relativa	$\epsilon/\epsilon_0$	12
Constante $d_{31}$ e $d_{33}$	$(10^{-12})$ C/N	23 e -33
Constante $g_{31}$ e $g_{33}$	$(10^{-3})$ Vm/N	216 e -330
Constante $k_{31}$	% at 1 KHz	12
Impedância Acústica	$(10^6)$ kg/m <sup>2</sup> . s	2,7

Fonte: Nascimento (2019).

Apesar da falta de informação sobre as propriedades do material, através de ensaios preliminares é possível afirmar que o mesmo apresenta características favoráveis à abordagem proposta por Nascimento (2019). O autor citado empregou a configuração das folhas conforme o estudo desenvolvido por McCloskey et al. (2017). Desse modo, a folha artificial permanece em posição perpendicular ao caule, e também em relação à direção do vento. Foram confeccionadas três folhas artificiais, com a finalidade de verificar a eficiência do sistema, através do ajuste paralelamente e perpendicularmente

em relação ao fluxo de vento, pois o modo de acoplamento pode ter influência nos resultados. Um diagrama esquemático é apresentado por Nascimento (2019) através da Figura 10.

Figura 10 - Figura Diagrama esquemático da folha artificial utilizada como harvester.



Fonte: Nascimento (2019).

Nascimento (2019) propôs três geometrias para as folhas artificiais, sendo uma folha triangular em I (FTI), uma folha triangular em L (FTL) e uma folha artificial em I (FAI). A orientação das mesmas em relação ao piezoelétrico são diferentes, e as mesmas, juntamente às informações gerais dos modelos são apresentadas na Tabela 2.

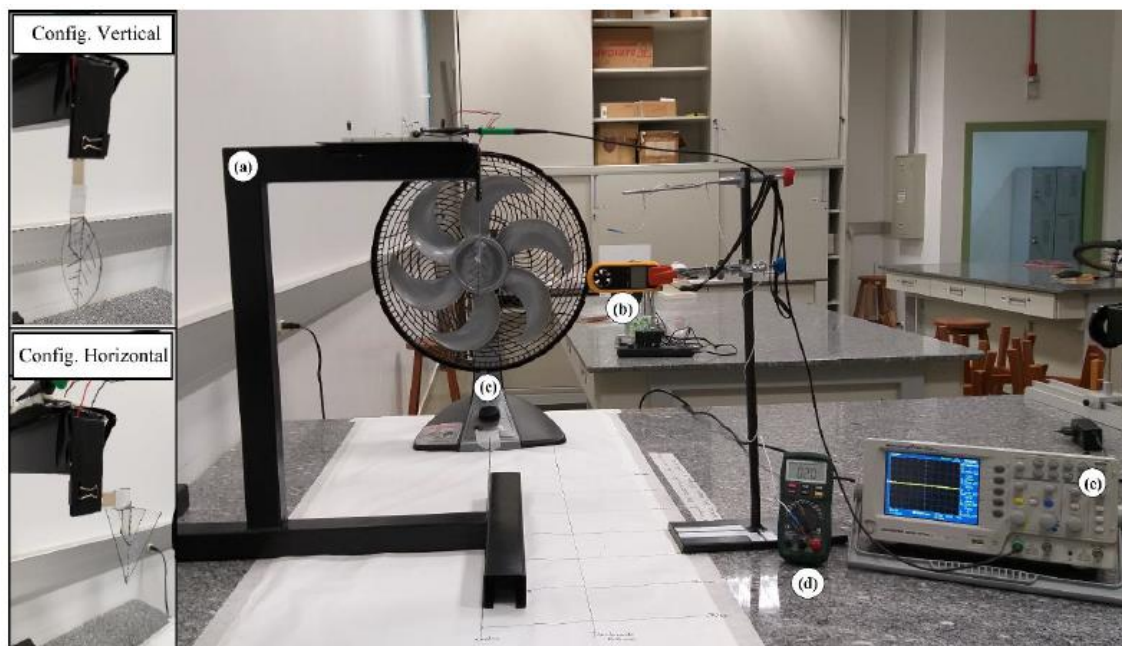
Tabela 2 - Informações gerais de cada uma das folhas artificiais propostas.

Identificação	Orientação do Piezo	Massa (g)	Área foliar (cm <sup>2</sup> )
Folha Triangular em I (FTI)	Vertical	1,485	32,0
Folha Triangular em L (FTL)	Horizontal	1,567	32,0
Folha Artificial em I (FAI)	Vertical	1,342	32,0

Fonte: Nascimento (2019).

Por não dispor de um tubo de vento, adotou-se a utilização de um ventilador eletrodoméstico de seis pás, com 40 cm de diâmetro, com modos operacionais de três velocidades. As velocidades geradas foram varridas e caracterizadas em sete pontos diferentes ao longo da seção experimental, demarcando-se assim sete seções experimentais sobre a bancada, e sobre ela foi deslocada um pórtico de metal sobre um segmento de reta traçado em relação ao centro do ventilador. A velocidade do vento foi monitorada instantaneamente durante o experimento, através de um anemômetro digital (MD-6160). A temperatura da sala também foi registrada instantaneamente durante o experimento. A configuração experimental utilizada pelo autor pode ser observada na figura a seguir. Uma representação da configuração experimental é apresentada através da Figura 11 (NASCIMENTO, 2019).

Figura 11 - Configuração experimental. Os equipamentos demonstrados na imagem correspondem à: (a) anemômetro, (c) ventilador doméstico, (d) multímetro em modo



Fonte: Nascimento (2019).

Como o objetivo do trabalho é descrever numericamente o experimento proposto por Nascimento (2019), através de um modelo matemático, e o mesmo tratar-se de uma estrutura similar a um pêndulo simples, as considerações citadas previamente por RAO (2008), acerca de movimentos periódicos e harmônicos são válidas, e estas regem o modelo matemático, cujas equações são demonstradas a seguir e adaptadas de Liu et al. (2018).



Um modelo concentrado de parâmetros pode ser utilizado para descrever as equações dinâmicas do sistema piezoelétrico é descrito através das equações 21 e 22: (Liu F. et. al, 2018)

$$m * \frac{d^2(y)}{dt^2} + C * \frac{d(y)}{dt} + k * y - \gamma * V = F_y \quad (21)$$

$$C_p * \frac{dV}{dt} + \frac{V}{R} + \gamma * \frac{dy}{dt} = 0 \quad (22)$$

onde,  $m$  é a massa efetiva do sistema,  $C$  é o amortecimento,  $k$  representa a rigidez linear da estrutura e  $\gamma$  é o coeficiente de acoplamento eletromecânico.

Dividindo a equação 8 pela massa, considerando  $c = \frac{C}{m}$ , relacionando a frequência natural da estrutura ( $Wn$ ) com a rigidez da estrutura ( $k$ ) e a massa ( $m$ ), através da relação  $Wn^2 = \frac{k}{m}$ , e escrevendo a força em termos da força externa ( $F_e$ ), obtemos a seguinte relação, apresentada como equação 8.1:

$$\frac{d^2(y)}{dt^2} + c * \frac{d(y)}{dt} + Wn^2 * y - \frac{\gamma * V}{m} = F_e \quad (21.1)$$

Adaptando a equação 9, dividiu-se todos os termos por  $C_p$  e isolou-se o termo  $\frac{dV}{dt}$ , obteve-se então a Eq. 9.1:

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{V}{R * C_p} - \frac{\gamma}{C_p} * \frac{dy}{dt} \quad (22.1)$$

onde,  $C_p$  e  $R$  representam a capacitância do piezoelétrico e a resistência externa, respectivamente.

A força externa ( $F_e$ ), descrita em termos da velocidade do vento, é expressada como a equação 23. (Liu F. et. al, 2018)

$$F_e = \frac{1}{2} * \rho * U^2 * H * W * [a_1 * \frac{\dot{y}}{U} - a_3 * \left(\frac{\dot{y}}{U}\right)^3] \quad (23)$$

Onde,  $\rho$  é a densidade do ar, obtida através de interpolação linear de tabelas termodinâmicas e da temperatura média obtida),  $U$  é a velocidade do vento média, obtidas experimentalmente por Nascimento (2019) e demonstrada no apêndice A, juntamente com  $H$  e  $W$ , que correspondem, respectivamente, a altura e a largura da estrutura, termo substituído posteriormente pela área. Os coeficientes  $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$  são relacionados a geometria do objeto, e conforme valores disponibilizados por Liu et al. (2018), para valores dos

coeficientes para estruturas com ângulos iguais a  $90^\circ$ , demonstrado na tabela x, os valores dos coeficientes foram determinados.

Tabela 3 - Coeficientes  $a_1$  e  $a_3$  para diferentes ângulos.

$\sigma$ (graus)	30	40	50	60	70	80	90	100
a1	1,5	1,7	1,6	1,2	0,88	0,8	0,7	0,44
a3	80	52	38	15	8	6,5	8	9

Fonte: Adaptado de Liu et al. (2018)

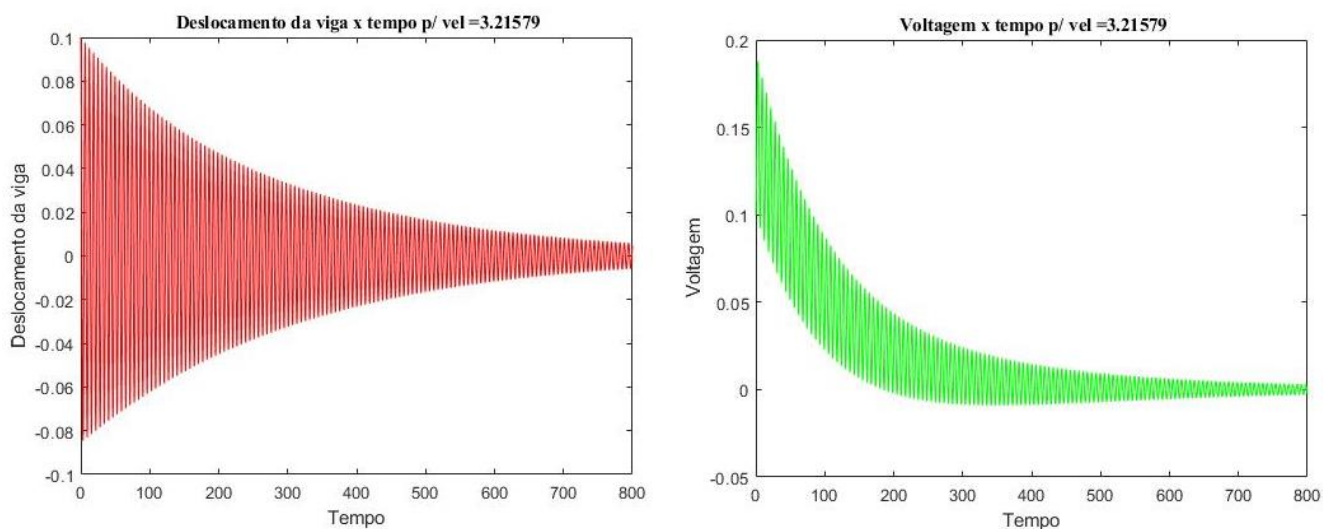
Segundo RAO (2008), as respostas do sistema são dependentes das condições iniciais e excitações externas. Para tanto, as condições iniciais foram estabelecidas de acordo com valores comumente encontrados na literatura, e os valores adotados foram de  $y(0) = 0.1, y'(0) = 0$  e  $V(0) = 0$ . Outros parâmetros previamente definidos foram  $\delta = 0,01; \chi = 0,05; k = 0,5$  e  $\lambda = 0,05$ .

A partir das considerações previamente feitas, gerou-se o modelo matemático utilizando o programa MATLAB, onde através da inserção de diferentes valores de velocidade média de vento, gerou-se gráficos de deslocamento e diferença de potencial em resposta à velocidade do vento em função do tempo.

#### 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

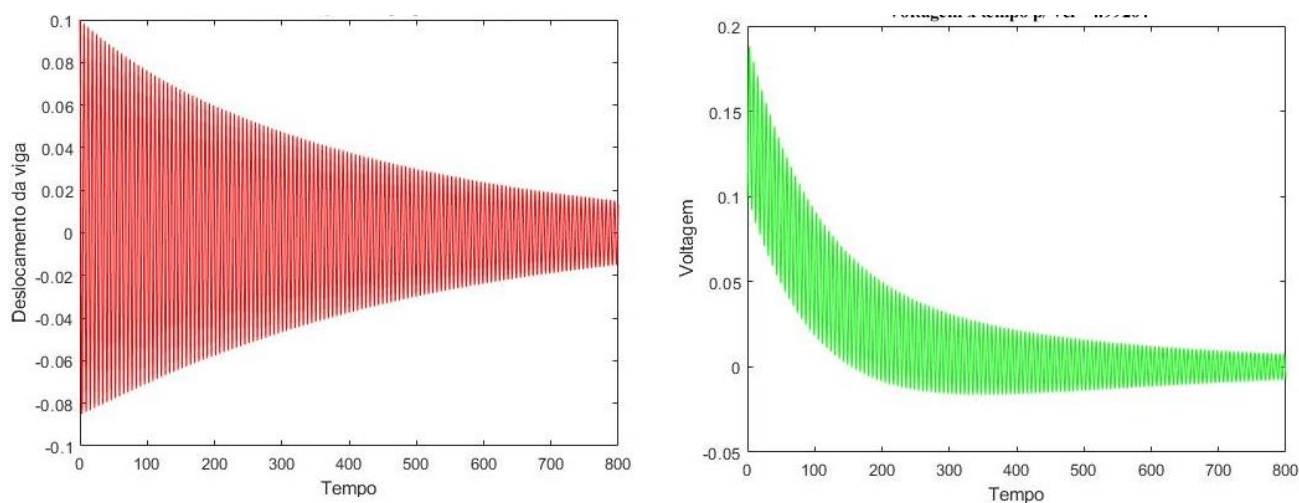
Os resultados aqui demonstrados foram obtidos através da execução do modelo matemático obtido pelas equações 21.1, 22.1 e 23. A alimentação de dados deu-se através dos dados experimentais disponibilizados por Nascimento (2019), assim como valores encontrados na literatura. O modelo matemático utilizado é disponibilizado no apêndice B do presente trabalho. O programa é executado em duas partes, cuja primeira parte foi realizada a formulação dos gráficos de deslocamento da viga em função do tempo e o de tensão em função do tempo para uma velocidade determinada. Para a confecção das figuras 12, 13 e 14, os coeficientes  $a$ ,  $e$  e  $a_3$  foram definidos como 0,7 e 8, respectivamente, correspondendo a configuração com um ângulo de  $90^\circ$  entre o coletor e o fluxo do vento. O valor dos coeficientes para diferentes ângulos são apresentados na tabela 3. Adotou-se os valores extremos das velocidades registradas por Nascimento (2019) e um valor intermediário, sendo os gráficos gerados disponibilizados a seguir:

Figura 12 - Deslocamento da viga e tensão obtida quando a velocidade média do vento é igual a 3,2159 m/s.



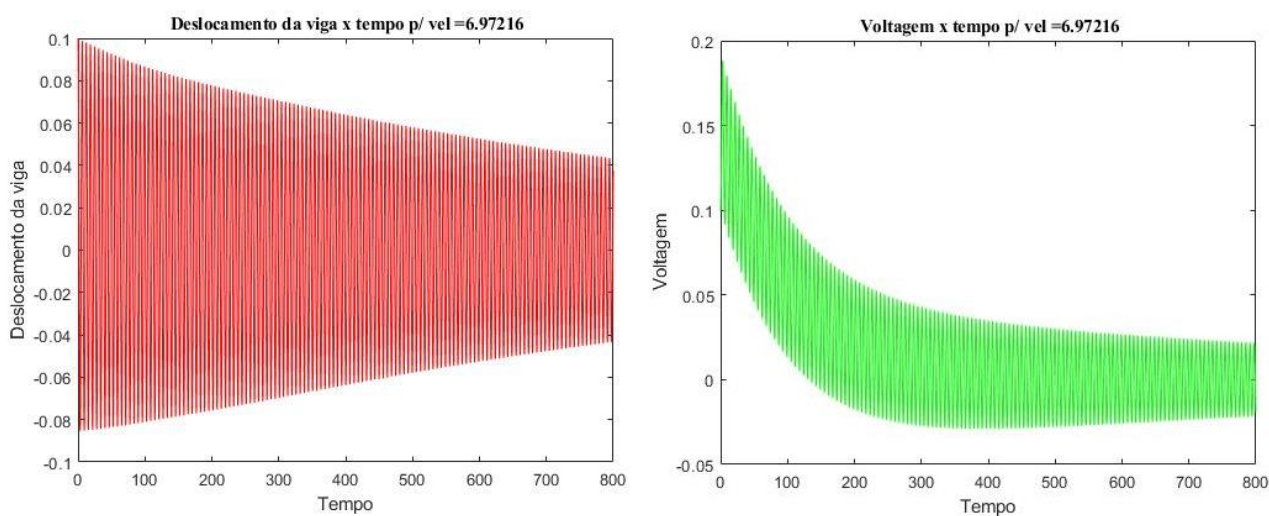
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 13 - Deslocamento da viga e tensão obtida quando a velocidade média do vento é igual a 4,99204 m/s.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 14 - Deslocamento da viga e tensão quando a velocidade média do vento é igual a 6,97216 m/s.

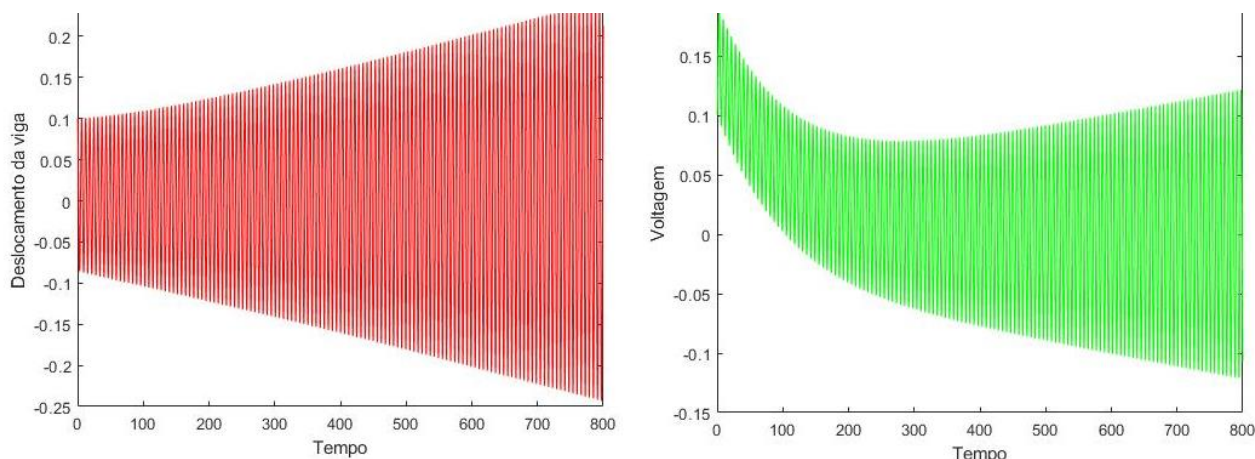


Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Nas figuras 12, 13 e 14, podemos verificar que tanto o deslocamento quanto a potência decaem ao longo do tempo e os valores se elevam conforme a velocidade do vento é aumentada. Nos gráficos de deslocamento, podemos observar a diminuição gradativa do deslocamento em função do amortecimento associado à estrutura. Já nos gráficos de diferença de potencial, observamos um movimento inicial aleatório, seguido de uma padronização no tamanho dos picos e vales. O movimento harmônico observado se aproxima bastante de um movimento periódico depois de determinado tempo.

Quando os alteram-se os coeficientes  $a_1$  e  $a_3$  para  $a_1 = 15$  e  $a_3 = 80$ , ou seja, alterando-se a inclinação do piezoelétrico em relação ao fluxo de vento para  $30^\circ$ , conforme a tabela 3, obtemos a figura 15.

Figura 15 - Deslocamento da viga e diferença de potencial quando a velocidade média do vento é igual a 4,99204 m/s, com  $a_1 = 15$  e  $a_3 = 80$ .

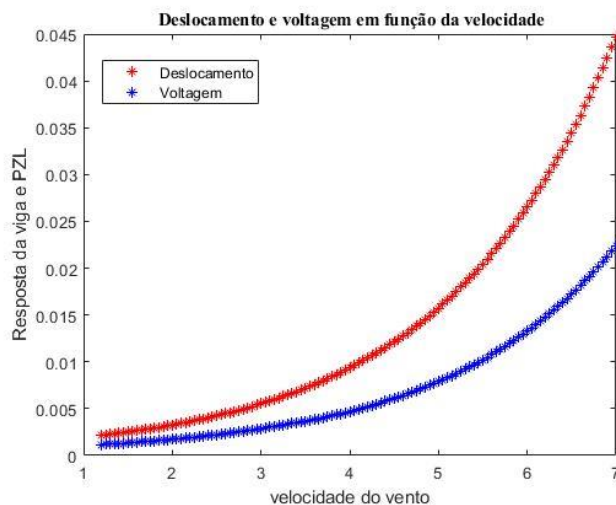


Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Na figura 15, podemos observar uma condição diferente das encontradas previamente nas figuras 12, 13 e 14, onde o deslocamento e a potência não decaem ao longo do tempo, porém nota-se um aumento gradativo de ambos. Tal fenômeno ocorre devido à condição de ressonância, que faz com que a energia interna do sistema aumente quando a frequência do vento se aproxima da frequência natural da estrutura.

Na segunda etapa do programa, gerou-se um gráfico onde os valores da velocidade foram variados, e registrou-se a saída gráfica dos valores do deslocamento da viga e da diferença de potencial geradas em função da velocidade.

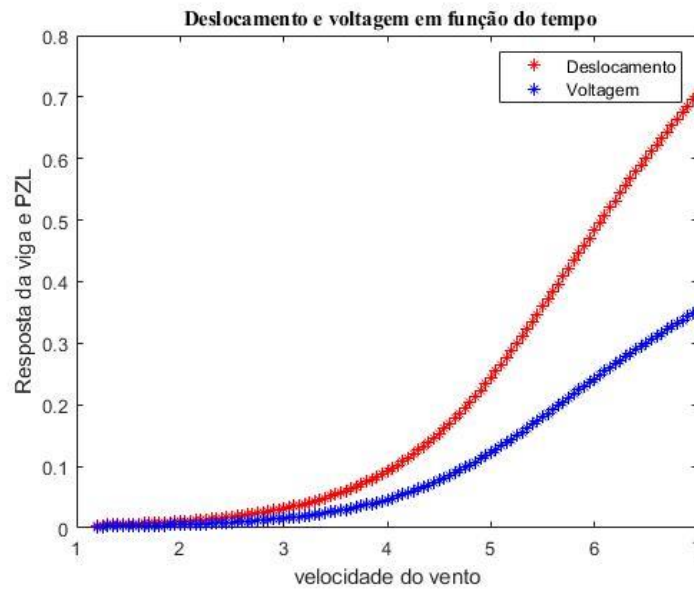
Figura 16 - Resposta da viga e do piezoelétrico em função da velocidade, considerando um ângulo de  $90^\circ$  entre a estrutura e o fluxo do vento ( $a_1 = 0,7$  e  $a_3 = 8$ ).



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Na figura 16, observamos as características de saída do sistema piezoelétrico em função da velocidade. Evidencia-se que o deslocamento e a potência obtida não são lineares em função da velocidade e a partir dos gráficos elaborados algumas características importantes como a velocidade ideal de operação para um sistema, quanto as características de deslocamento e a diferença de potencial gerada através de uma velocidade obtida experimentalmente podem ser coletadas. Na figura 17 é demonstrada as saídas do sistema quando se altera o ângulo do coletor em relação ao fluxo do vento de  $90^\circ$  para  $30^\circ$  (alteram-se os coeficientes  $a_1$  e  $a_3$ ). De acordo com Liu et al. (2018), os coeficientes  $a_1$  e  $a_3$  devem ser ajustados para descrever corretamente os resultados experimentais.

Figura 17 - Resposta da viga e do piezoelétrico em função da velocidade, considerando um ângulo de 30° entre a estrutura e o fluxo do vento ( $a_1 = 15$  e  $a_3 = 80$ ).



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Com a finalidade de comparar os valores obtidos experimentalmente por Nascimento (2019) com o presente estudo, elaborou-se a Tabela 4, a qual demonstra os valores de tensão máxima e potência obtidas pelo autor anteriormente citado, comparando-as com os valores obtidos através do modelo matemático proposto por este estudo. O cálculo da potência é realizado conforme a equação 24, e a resistência  $R$  adotada é igual a 5,6 M $\Omega$ .

$$Pot = \frac{V_{RMS}^2}{R} \quad (24)$$

Tabela 4 - Comparativo entre os valores obtidos experimentalmente por Nascimento (2019) e os valores obtidos pelo modelo matemático proposto.

Modelo do coletor	Orientação em relação ao fluxo do vento	Tensão máxima (V)*	Potência ( $\mu$ W) *	Tensão máxima (V)**	Potência (kW)**
Folha triangular em I (FTI)	Vertical	3,52	2,23	0,02	$7,2 \times 10^{-5}$
Folha triangular em L (FTL)	Horizontal	1,92	0,66	-	-
Folha artificial em I (FAI)	Vertical	4,7	3,96	0,02	$7,2 \times 10^{-5}$

Resistência conectada à carga (R) = 5.6 M $\Omega$

\* Valores obtidos experimentalmente por Nascimento (2019)

\*\* Dados obtidos pelo autor a partir da figura 17.



## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O modelo matemático gerado a partir deste trabalho pode ser utilizado para representar sistemas piezoelétricos devido às saídas gráficas do mesmo se encontrarem em conformidade com os resultados apresentados em estudos similares. Porém, o mesmo não representa o experimento descrito por Nascimento (2019). Conforme demonstrado na Tabela 4, os valores obtidos através do modelo matemático ficaram abaixo dos valores encontrados experimentalmente pelo autor citado. Outra consideração necessária é de que a geometria do objeto não foi considerada, apenas a orientação em relação ao fluxo do vento.

No presente estudo, considerou-se os valores dos coeficientes  $a_1$  e  $a_3$  apresentados por Liu et al. (2018). Segundo o mesmo, estes variam de acordo com a geometria do coletor. Desta forma, uma recomendação de estudos futuros é que os coeficientes  $a_1$  e  $a_3$ , os quais são calculados de acordo com a geometria do objeto e sua orientação ao fluxo de vento, devem ser ajustados para que os valores de saída expressem de forma mais precisa os valores obtidos experimentalmente.

Conforme descrito por RAO (2008), os modelos matemáticos são aperfeiçoados gradativamente com o intuito de prover resultados mais precisos. Nesse caso, a inclusão de componentes ou detalhes são anexados a um modelo grosseiro que serve como base para obtenção de uma representação global do sistema, de forma que o sistema possa ser observado em suas especificidades.

## REFERÊNCIAS

- ANTT – Agência Nacional de Transportes Terrestres. **Estratégias de eficiência energética em praças de pedágio rodoviário**. 2018. Disponível em: <<http://www.gov.br/antt/pt-br/assunto/rodovias/relatorios/relatorios-de-pesquisa-rdt/concepa/finalizado/estrategias-de-eficiencia-energetica.pdf/view>> Acesso em: 10 de dez. de 2022.
- BAUER, Wolfgang; WESTFALL, Gary D.; DIAS, Helio. Física para universitários: Relatividade, oscilações, ondas e calor. Porto Alegre: AMGH, v. 2, 2013.
- BORGES, Adailton Silva; BORGES, Adriano Silva. Treinamento em Manutenção Preditiva por Análise de Vibrações. Cornélio Procópio. 2017.
- EPE – Empresa de pesquisa energética. **Matriz energética e elétrica**. 2022. Disponível em: <<https://www.epe.gov.br/pt/abcdenergia/matriz-energetica-e-eletrica>> Acesso em: 10 de dezembro de 2022.
- HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. Fundamentos de física: Eletromagnetismo. Tradução e revisão de Ronaldo Sérgio Biasi. 9. Ed. Rio de Janeiro: LTC, v. 3, 2012.
- HOBECK, J. D.; INMAN, D. J. Artificial piezoelectric grass for energy harvesting from turbulence-induced vibration. **Smart Materials and Structures**, v. 21, n. 10, p. 105024, 2012. Disponível em: <<https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0964-1726/21/10/105024/meta>>. Acesso em: 24 de jan. de 2023.
- KUNDU, Sushanta; NEMADE, Harshal B. Modeling and simulation of a piezoelectric vibration energy harvester. **Procedia Engineering**, v. 144, p. 568-575, 2016. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.05.043>>. Acesso em: 23 de jan. de 2023.
- LI, Shuguang; YUAN, Jianping; LIPSON, Hod. **Ambient wind energy harvesting using cross flow fluttering**. **Journal of Applied Physics**, 109(2), 2011 Disponível em: <<http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.3525025>> Acesso em: 10 de dez. de 2022.
- LI, Shuguang; LIPSON, Hod. Vertical-stalk flapping-leaf generator for wind energy harvesting. In: **Smart materials, adaptive structures and intelligent systems**. 2009. p. 611-619. Disponível em: <10.1063/1.4861187> Acesso em: 10 de dez. de 2022.
- LIU, Feng-Rui et al. **Y-type three-blade bluff body for wind energy harvesting**. **Applied Physics Letters**, v. 112, n. 23, p. 233903, 2018. Disponível em: <<https://aip.scitation.org/doi/full/10.1063/1.5029415>>. Acesso em: 10 de dez. de 2022.
- LIU, Jianjun et al. **Wind energy harvesting using piezoelectric macro fiber composites based on flutter mode**. **Microelectronic Engineering**, v. 231, p. 111333, 2020. <<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0167931720301210>>. Acesso em: 10 de dez. de 2022.

LOPES, A.C.; MARTINS, P.; MENDEZ, S. L. **Polímeros piezoelétricos: características, aplicações, perspectivas.** Publicado e gazeta de física, 2014. Disponível em: <<https://www.spf.pt/magazines/GFIS/115/article/937/pdf>> Acesso em: 10 de dez. de 2022.

NASCIMENTO, Alessandro Cassiano Vargas do. **Sistema de Energy Harvesting empregado a estruturas bioinspiradas usando dispositivo Piezoelétrico PVDF.** 2019. Disponível em: <<https://rd.uffs.edu.br/handle/prefix/3551>>. Acesso em: 10 de dez. de 2022.

NAZÁRIO, Felipe Augusto. **Análise experimental de um gerador de energia piezoelétrica rotacional que aproveita o potencial eólico.** 2019. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Disponível em: <<http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/15624>>. Acesso em: 17 de jan de 2023.

NETO, Arthur Palmeira Ripper. **Vibrações Mecânicas.** Editora E-papers, 2007.

ONS – Operado Nacional do Sistema Elétrico. **Plano da operação energética 2021/2025.** Relatório das condições de atendimento. 2021. Disponível em: <<https://www.ons.org.br/AcervoDigitalDocumentosEPublicacoes/Relatório%20PEN%202021.pdf>>. Acesso em: 10 de dez. de 2022.

PAPADIMITRIOU, C. N.; PSOMOPOULOS, C. S.; KEHAGIA, Fotini. **A review on the latest trend of Solar Pavements in Urban Environment.** Energy Procedia, v. 157, p. 945-952, 2019. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com>>.

PINTO, Paulo César. **Simulação da implantação de dispositivo de energia piezoelétrica em pavimento de cruzamentos urbanos.** Revista Eletrônica em Gestão, Educação e Tecnologia Ambiental, p. e39-e39, 2020. Disponível em: <<https://periodicos.ufsm.br/revget/article/view/45212>>. Acesso em: 10 de dezembro de 2022.

PRIYA, Shashank. Modeling of electric energy harvesting using piezoelectric windmill. **Applied physics letters**, v. 87, n. 18, p. 184101, 2005. Disponível em: <<https://doi.org/10.1063/1.2119410>>. Acesso em: 22 de jan. de 2023.

RAJ, A.; GARG, A.; DWIVEDY, S. K. **Nonlinear Dynamics of Energy Harvester Based on Flow Induced Vibration.** Procedia Engineering, v. 144, p. 936-944, 2016. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S187770581630337>  
<<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S187770581630337X>> X> Acesso em: 10 de dez. de 2022.

RAO, S. S. **Vibrações Mecânicas.** São Paulo. 2008.

RUBIO, Fredy A. J. **Análisis del estado actual de la tecnología Energy Harvesting (Recolectores de energía) basados en piezoelectricidad.** Trabalho de conclusão de curso, Universidad Distrital Francisco José de Caldas Facultad Tecnológica - Tecnología en Electricidad Bogotá D.C., Colombia 2018. Disponível em: <<https://pdfs.semanticscholar.org/1900/ecd4b8aa758ea0dcf77819baa6504cc3e3c2.pdf>> Acesso em: 10 de dez. de 2022.

SHEPELIN, Nick A. et al. **New developments in composites, copolymer technologies and processing techniques for flexible fluoropolymer piezoelectric generators for efficient energy harvesting**. Energy & Environmental Science, v. 12, n. 4, p. 1143-1176, 2019. Disponível em: < <https://pubs.rsc.org/en/content/articlelanding/2019/ee/c8ee03006e/unauth> <https://pubs.rsc.org/en/content/articlelanding/2019/ee/c8ee03006e/unauth> > Acesso em: 10 de dez. de 2022.

VENCESLAU, Sheyla Maurício Maia. Modelagem matemática de sistemas vibratórios com aplicação de autovalores. 2015. 94 p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Sergipe, Programa Ensino de Ciências Naturais e Matemática. São Cristóvão, 2015

TICHÝ, Jan et al. **Fundamentals of piezoelectric sensorics: mechanical, dielectric, and thermodynamical properties of piezoelectric materials**. Springer Science & Business Media, 2010.

Zill, Dennis G. “A first Course of Differential Equations: With Modeling Applications”, 10th ed., Brooks/Cole, Boston, 2012.

## 8 APÊNDICE

APÊNDICE A – Valores de velocidades médias obtidas experimentalmente por nascimento, 2019, temperatura média, densidade do ar e valores de massa e área para cada um dos modelos foliares propostos pelo autor.

<b>Distância do Centro [m]</b>	<b>Velocidade do vento média(U)[m/s]</b>	<b>temperatura (T) [°C]</b>	<b>Densidade média do ar (<math>\rho</math>) [Kg/m<sup>3</sup>]</b>
0,9	3,21579	21,8268	1,19616
0,9	3,72840	22,0541	1,19616
0,8	3,93568	21,4236	1,19616
0,8	4,29283	22,1062	1,19616
0,7	4,04713	21,3724	1,19616
0,7	4,76528	22,1722	1,19616
0,6	4,99204	21,7363	1,19616
0,6	5,17447	22,2179	1,19616
0,5	5,232754	21,78241	1,19616
0,5	6,01401	22,2884	1,19616
0,4	5,46711	21,87855	1,19616
0,4	6,41633	22,29665	1,19616
0,3	5,65881	21,9725	1,19616
0,3	6,97216	22,328	1,19616
		média = 21,96113643	
<b>Identificação</b>	<b>Orientação do piezoeletrico</b>	<b>Massa [kg]</b>	<b>Área foliar (H*W)[m<sup>2</sup>]</b>
Folha triangular em I (FTI)	Vertical	0,001485	0,00320
Folha triangular em L (FTL)	Horizontal	0,001567	0,00320
Folha artificial em I (FAI)	Vertical	0,001342	0,00320

Fonte: adaptado de Nascimento (2019)

## APÊNDICE B – Modelo matemático utilizado para obtenção das saídas gráficas.

- a) Alimentação das condições iniciais e equações utilizadas pela parte “curvaresrobot”.

```

curvaresrobot.m x ehertuk.m x ehresonance.m x simulation.m x +
1 function f = ehertuk(t,x)
2     % SIMULAÇÃO.
3     global w
4     ul =0.01; %amortecimento
5     kapa =1*1;
6     lambda =0.05;
7     equis =0.05*1;
8     wl =1; %frequencia natural
9     %w =8.21579;% w=3.21579 seria a velocidade de U(vento)
10    %S=(0.2)*cos(w*t);
11    S= 0.001913856* w^2*(1.5*(x(2)/w)-80*(x(2)/w)^3); %força do vento
12    f= zeros (3,1);
13    f(1)= x(2);
14    f(2)= -wl^2*x(1)-ul*x(2)+equis*x(3)+S;
15    f(3)= -lambda*x(3)-kapa*x(2);
16

```

- b) Gera as saídas gráficas do deslocamento e tensão em função da velocidade.

```

curvaresrobot.m x ehertuk.m x ehresonance.m x simulation.m x +
1 function [X1,X3,X5,param]=curvaresrobot
2     global w
3     %control parameter
4     aa=[1.2:0.5:7.0]; %dados da frequencia % 0.01 muito lento
5     conta=1;
6     y0=[0.1 0 0.1];%condições iniciais
7
8     for conta=1:length(aa)
9         w=aa(conta);
10        tempo=[0 800];
11        [t,sol]=ode23('ehertuk',tempo,y0);
12        tam=length(sol);
13        X1(conta)=max(sol(tam-100:tam,1));
14        X3(conta)=max(sol(tam-100:tam,3));
15        param(conta)=w;
16    end
17
18    %>> [t,sol]=ode23('ehertuk',[0 50],[0.1 0 0.1]);
19    %>> whos
20    %>> [X1,X3,param]=curvaresrobot;
21    %>> whos
22    figure(1),plot(param,X1,'r*',param,X3,'b*')
23    xlabel ('velocidade do vento');
24    ylabel ('Resposta da viga e PZL');
25    legend ('Deslocamento' , 'tensão')
26    title ('\fontname{Times New Roman} Deslocamento e voltagem em função de

```

c) Alimentação das condições iniciais e equações utilizadas pela parte “simulation”.

```

curvaresrobot.m x ehertuk.m x ehresonance.m x simulation.m x +
1 function f = ehresonance(t,x)
2 % SIMULAÇÃO.
3 %global w
4 - u1 =0.01; %amortecimento
5 - kapa =0.0025;
6 - lambda =0.01;
7 - equis =0.05*1;
8 - w1 =1; %frequencia natural
9 - w =5.5;% w seria a velocidade de U(vento)
10 %S=(0.2)*cos(w*t);
11 - S= 0.001913856* w^2*(1.5*(x(2)/w)-80*(x(2)/w)^3); %força do vento
12 - f= zeros (3,1);
13 - f(1)= x(2);
14 - f(2)= -w1^2*x(1)-u1*x(2)+equis*x(3)+S;
15 - f(3)= -lambda*x(3)-kapa*x(2);

```

d) Gera as saídas gráficas do deslocamento e tensão em função do tempo.

```

curvaresrobot.m x ehertuk.m x ehresonance.m x simulation.m x +
3 function simulation
4 %==CONDIÇÕES INICIAIS==%
5 - clear all;
6 - close all;
7 - clc;
8
9 %==INTEGRADOR==%
10
11 - [t,y] = ode23('ehresonance' , [0 800],[0.1 0 0.1]);
12
13 %==GRÁFICOS==%
14
15 - figure(1) % Plota Voltagem
16
17 - plot (t,y(:,3),'g');
18 - xlabel ( 'Tempo' );
19 - ylabel ( 'Voltagem' );
20 - title ('\fontname{Times New Roman} Voltagem x tempo p/ vel =4.99204')
21
22 - figure(2) %Plota deslocamento da viga
23
24 - plot(t, y(:,1),'r');
25 - xlabel ( 'Tempo' );
26 - ylabel ( 'Deslocamento da viga' );

```