



**UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL  
CAMPUS CHAPECÓ - SC  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO  
CURSO DE MESTRADO EM EDUCAÇÃO**

**CIRLEI GIOMBELLI**

**IMPLICAÇÕES DA FORMAÇÃO DO PNAIC NAS COMPREENSÕES DOS  
PROFESSORES SOBRE AS ELABORAÇÕES DE CONCEITOS MATEMÁTICOS PELAS  
CRIANÇAS DO CICLO DE ALFABETIZAÇÃO**

**CHAPECÓ - SC  
2016**

**CIRLEI GIOMBELLI**

**IMPLICAÇÕES DA FORMAÇÃO DO PNAIC NAS COMPREENSÕES DOS  
PROFESSORES SOBRE AS ELABORAÇÕES DE CONCEITOS MATEMÁTICOS PELAS  
CRIANÇAS DO CICLO DE ALFABETIZAÇÃO**

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal da Fronteira Sul – UFFS como requisito para obtenção do título de Mestre em Educação sob a orientação da Prof.<sup>a</sup> Dra. Maria Helena Baptista Vilares Cordeiro.

Linha de Pesquisa Conhecimento Desenvolvimento nos Processos Pedagógicos.

Chapecó - SC  
2016

## UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL

Av. Fernando Machado, 108 E  
CEP: 89802-112  
Caixa Postal 181  
Centro  
Chapecó - SC  
Brasil

### DGI/DGCI - Divisão de Gestão de Conhecimento e Inovação

Giombelli, Cirlei

IMPLICAÇÕES DA FORMAÇÃO DO PNAIC NAS COMPREENSÕES DOS PROFESSORES SOBRE AS ELABORAÇÕES DE CONCEITOS MATEMÁTICOS PELAS CRIANÇAS DO CICLO DE ALFABETIZAÇÃO/  
Cirlei Giombelli. -- 2016.  
183 f.

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dra. Maria Helena Baptista Vilares Cordeiro..

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal da Fronteira Sul, Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGE) , Chapecó, SC, 2016.

1. Contextualizando o Objeto de Pesquisa nas Produções Acadêmicas. 2. Pacto Nacional de Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) e sua Implementação no Município de Concórdia.. 3. A Elaboração Dos Conceitos Matemáticos. 4. Encaminhamentos Metodológicos. 5. Análise das Respostas das Professoras. I. Cordeiro., Prof.<sup>a</sup> Dra. Maria Helena Baptista Vilares, orient. II. Universidade Federal da Fronteira Sul. III. Título.

Elaborada pelo sistema de Geração Automática de Ficha de Identificação da Obra pela UFFS com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

**CIRLEI GIOMBELLI**

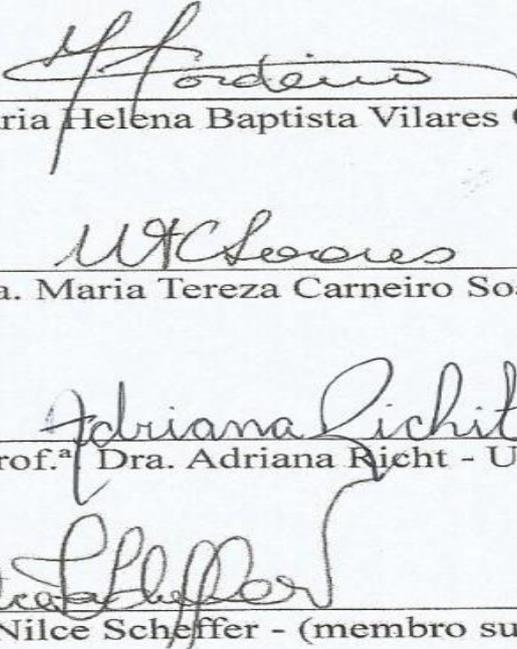
**IMPLICAÇÕES DA FORMAÇÃO DO PNAIC NAS COMPREENSÕES DOS  
PROFESSORES SOBRE AS ELABORAÇÕES DE CONCEITOS MATEMÁTICOS PELAS  
CRIANÇAS DO CICLO DE ALFABETIZAÇÃO**

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal da Fronteira Sul – UFFS. Para obtenção do título de Mestre em Educação, defendido em banca examinadora em 15/08/2016

Orientador (a): Prof. Dr. Maria Helena Baptista Vilares Cordeiro

Aprovada em: **15/08/2016**

BANCA EXAMINADORA



Prof.<sup>a</sup>. Dra. Maria Helena Baptista Vilares Cordeiro – UFFS

Prof.<sup>a</sup>. Dra. Maria Tereza Carneiro Soares - UFPR

Prof.<sup>a</sup>. Dra. Adriana Richt - UFFS

Prof.<sup>a</sup>. Dra. Nilce Scheffer - (membro suplente) - UFFS

CHAPECÓ/SC, agosto de 2016.

Dedico a todas as pessoas que acreditam no trabalho do professor e da educação, e que, assim como Vygotsky, acreditam que a aprendizagem promove desenvolvimento. Também àquelas que, como Paulo Freire, acreditam na construção de um mundo mais justo e humano.

## AGRADECIMENTOS

A Deus por me permitir vivenciar essa experiência.

Aos meus pais, (meu pai in memoriam) pelo incentivo dado para que estudasse sempre.

Ao meu marido por todo seu carinho, amor, paciência e por estar presente em todos os momentos, sempre me incentivando, apoiando e acreditando nos meus sonhos.

Ao meu filho, presente de Deus, que me ilumina a cada dia. Por compreender os momentos, que estive ausente me dedicando à pesquisa.

À professora orientadora Dra. Maria Helena Baptista Vilares Cordeiro, pelas orientações teóricas e pelos momentos de mediação do processo de abstração e organização do pensamento acerca do objeto de investigação. Obrigada pela sua postura humana, humilde, acolhedora e intelectualmente rigorosa. Obrigado por ter me aceitado e me orientado nesta pesquisa e por, toda a sua dedicação.

Às professoras Maria Tereza Carneiro Soares, Adriana Richit e Nilce Scheffer membros da banca de qualificação e defesa, meus agradecimentos ao tempo dedicado à leitura do trabalho, às contribuições e sugestões para com minha pesquisa. Grandes intelectuais que respeito, e admiro, e que tenho como exemplo de profissionais da educação.

À Universidade Federal da Fronteira Sul – UFFS e ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação – PPGE, pela oportunidade de ser aluna e poder desfrutar de toda a sua estrutura.

Ao Grupo de Pesquisa em Desenvolvimento Humano, Cultural e Educação da UFFS pelo apoio e sugestões.

Aqui gostaria de deixar um agradecimento muito especial, as professoras que participaram da pesquisa, pois sem a colaboração delas, esta pesquisa não seria possível.

À Prefeitura Municipal, juntamente com a Secretaria de Educação, por nos proporcionar licença mestrado, desta forma, aproveitando e dedicando maior tempo para a pesquisa.

A todos os profissionais da Secretaria Municipal de Educação pelo incentivo e apoio.

Agradeço todos os colegas e professores do Mestrado, por todos os momentos vivenciados.

A minha amiga e companheira Rose com a qual compartilhamos muitas idas e vindas da cidade de Concórdia a Chapecó. O meu muito obrigado por compartilharmos tantas ideias, neste trajeto, fazendo ele se tornar curto, faltando tempo para tanto assunto.

Agradeço as contribuições de todos e neste momento em especial das professoras: Terezinha Pagoto, Vanessa Frizon e Marivanda Cadore que em vários momentos desta caminhada estiveram sempre prontas para ajudar, colaborando e incentivando, dividindo comigo momentos marcantes, de dúvidas, de incertezas e de crescimento.

Para todos os professores companheiros de lutas e batalhas incansáveis, que buscam no seu dia a dia construir um mundo mais humano, e acreditam que é possível uma educação democrática para todos.

A todos e a todas que de uma forma ou de outra passaram por minha vida, aos que passaram e aos que ficaram. A todos que contribuíram para esse trabalho.

O meu muito obrigada, a todos e a todas!

## RESUMO

Esta dissertação teve como objetivo verificar se e em que sentido a formação do PNAIC contribuiu para as professoras compreenderem como os conceitos matemáticos são elaborados pelas crianças do ciclo de alfabetização do Ensino Fundamental. O foco restringiu-se ao estudo do campo conceitual das estruturas aditivas. A pesquisa está fundamentada nos autores da Psicologia Histórico-Cultural, da Educação Matemática e da Psicologia da Educação Matemática (Vergnaud e Duval) que auxiliam na compreensão e no entendimento da elaboração dos conceitos matemáticos. Desta pesquisa, participaram 32 professoras do ciclo de alfabetização, (metade destas frequentaram o curso de formação do PNAIC - alfabetização matemática 2014) todas efetivas na rede pública municipal de Concórdia-SC. Como instrumentos de coleta de dados, utilizou-se um questionário para levantamento do perfil dos participantes e um instrumento desenhado especificamente para a investigação, composto de problemas de estruturas aditivas, de transformação, composição e comparação, que tinham sido resolvidos por algumas das crianças em sala de aula. O instrumento foi aplicado em diádes, para investigar o objetivo proposto. Observou-se que as professoras ainda têm pouca clareza sobre os diferentes tipos de problemas e, embora quase todas já levem em consideração as diferentes formas de representação e diferentes estratégias utilizadas pelas crianças, a grande maioria ainda tem dificuldade em inferir os processos cognitivos subjacentes a essas estratégias. Desse modo, ainda existe uma fragilidade significativa no conhecimento das professoras, referente às estruturas aditivas, não tendo sido encontradas diferenças entre as professoras que participaram e as que não participaram do PNAIC. Por outro lado, a análise das propostas de intervenção mostrou que o grupo que participou do PNAIC revela maior consciência da necessidade de intervenção diante de possíveis erros; maior preocupação em escutar os pontos de vista da criança e regular as intervenções a partir deles, maior compreensão de que os problemas envolvem compreensão das relações matemáticas e não podem ser reduzidos apenas a questões linguísticas e maior reconhecimento da necessidade e da importância de utilizar diferentes formas de representação. Assim, os resultados sugerem que a formação do PNAIC está provocando algumas transformações nas práticas pedagógicas que, por enquanto, não refletem ainda mudanças conceituais relativas aos conteúdos ensinados, pelo menos no que se refere ao campo das estruturas aditivas.

**Palavras-chave:** Formação de professores. Ciclo de alfabetização. PNAIC. Conceitos Matemáticos. Estruturas Aditivas.

## ABSTRACT

This work aimed to determine whether and in what sense the formation of PNAIC helped teachers understand how mathematical concepts are designed by the children of the elementary school literacy cycle. The focus was restricted to the study of the conceptual field of additive structures. The research is based on the authors of Historical-Cultural Psychology, Mathematics Education and Psychology of Mathematics Education (Vergnaud and Duval) that assist in understanding and understanding of the development of mathematical concepts. In this research, 32 teachers participated in the literacy cycle (half of them attended the training course PNAIC - numeracy 2014) all effective at Public Concordia-SC. As data collection instruments, we used a questionnaire to profile the survey participants and a tool designed specifically for research, compound problems of additive structures, processing, composition and comparison, which had been settled by some of the children in classroom. The instrument was applied in dyads to investigate the proposed objective. It was observed that the teachers still have little clarity about the different types of problems and although almost all already take into account the different forms of representation and different strategies used by children, the vast majority still have difficulty in inferring the cognitive processes underlying these strategies. Thus, there is still a significant weakness in the knowledge of teachers, related to additive structures, having been found differences between the teachers who participated and those who did not participate in PNAIC. On the other hand, the analysis of policy proposals showed that the group who participated in the PNAIC reveals greater awareness of the need for intervention before possible errors; greatest concern to hear the child's views and regular interventions from them, greater understanding of the problems involve understanding of mathematical relationships and can not be reduced only to language issues and greater recognition of the need and the importance of using different ways representation. Thus, the results suggest that the formation of PNAIC is causing some changes in teaching practices that, for now, do not reflect conceptual changes relating to the content taught, at least with regard to the field of additive structures.

**Keywords:** Teacher training. literacy cycle. PNAIC. Mathematical concepts. Additive structures.

## **LISTAS DE FIGURAS**

Figura 1 - Estrutura operacional de formação do PNAIC.....	37
Figura 2 - Carga horária de formação continuada PNAIC-2013/2014 e 2015.....	38

## LISTAS DE QUADROS

<b>Quadro 1-</b> Identificação das teses e dissertações publicadas no banco de dados da CAPES, da SCIELO e da BDTD.....	20
<b>Quadro 2-</b> Teses e dissertações selecionadas na - BDTD - Descritor: PNAIC.....	22
<b>Quadro 3-</b> Teses e dissertações selecionadas no banco de teses da CAPES - Descritor: conceitos matemáticos nos anos iniciais do ensino fundamental.....	26
<b>Quadro 4-</b> Teses e dissertações selecionadas na - BDTD - Descritor: conceitos matemáticos nos anos iniciais do ensino fundamental.....	27
<b>Quadro 5-</b> Teses e dissertações selecionadas na - BDTD - Descritor: Estruturas aditivas.....	32
<b>Quadro 6-</b> Cadernos de formação de Alfabetização Matemática PNAIC 2014.....	39
<b>Quadro 7-</b> Número de participantes nos cursos do PNAIC oferecidos em Concórdia.....	43
<b>Quadro 8 -</b> Direitos Gerais de Aprendizagem – síntese.....	52
<b>Quadro 9-</b> Números e operações.....	54
<b>Quadro 10 -</b> Geometria.....	56
<b>Quadro 11 -</b> Grandezas e medidas.....	57
<b>Quadro 12 -</b> Tratamento da informação.....	58
<b>Quadro 13 -</b> Três dimensões (S, I, R) envolvidos na construção de um conceito.....	81
<b>Quadro 14 -</b> Categorias do Campo das estruturas aditivas.....	82
<b>Quadro 15 -</b> Professores do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º ano) do Ensino Fundamental que participaram da formação do PNAIC – 2014.....	168
<b>Quadro 16-</b> Professores do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º ano) do Ensino Fundamental que não participaram da formação do PNAIC – 2014.....	170
<b>Quadro 17 -</b> Pareamento dos participantes.....	172
<b>Quadro 18 -</b> Professores que foram convidados a participar da pesquisa.....	91
<b>Quadro 19 -</b> Faixa etária das professoras participantes da pesquisa.....	93
<b>Quadro 20 –</b> Tempos de atuação na educação das professoras participantes da pesquisa.....	93
<b>Quadro 21 -</b> Tempos de atuação no ciclo de alfabetização das professoras participantes da pesquisa.....	94
<b>Quadro 22 -</b> Instituição de formação inicial das professoras participantes da pesquisa.....	94
<b>Quadro 23 -</b> Formação escolar do pai e da mãe das professoras participantes da pesquisa....	95
<b>Quadro 24-</b> Estado civil das professoras participantes da pesquisa.....	95
<b>Quadro 25-</b> Quantidade de filhos das professoras participantes da pesquisa.....	96
<b>Quadro 26 -</b> Respostas do Instrumento de Pesquisa dos Professores que realizaram o PNAIC Alfabetização Matemática – 2014. Bloco 1.....	173

<b>Quadro 27</b> - Respostas do Instrumento de Pesquisa dos Professores que não realizaram o PNAIC – Alfabetização Matemática -2014. Bloco 1.....	176
<b>Quadro 28</b> - Respostas do Instrumento de Pesquisa dos Professores que realizaram o PNAIC Alfabetização Matemática – 2014. Bloco 2.....	178
<b>Quadro 29</b> - Respostas do Instrumento de Pesquisa dos Professores que não realizaram o PNAIC – Alfabetização Matemática -2014. Bloco 2.....	180
<b>Quadro 30</b> - Respostas do Instrumento de Pesquisa dos Professores que realizaram o PNAIC Alfabetização Matemática – 2014. Bloco 3.....	183
<b>Quadro 31</b> - Respostas do Instrumento de Pesquisa dos Professores que não realizaram o PNAIC Alfabetização Matemática -2014. Bloco 3.....	186
<b>Quadro 32</b> - Respostas dos Professores que realizaram o PNAIC – Alfabetização Matemática 2014. Referente: Aprendizagem/ estratégias didáticas bloco 1.....	188
<b>Quadro 33</b> - Respostas do Instrumento de Pesquisa dos Professores que não realizaram o PNAIC Alfabetização Matemática - 2014. Referente: Aprendizagem/ estratégias didáticas bloco 1.....	189
<b>Quadro 34</b> -Respostas do Instrumento de Pesquisa dos Professores que realizaram o PNAIC Alfabetização Matemática – 2014. Referente: Aprendizagem/ estratégias didáticas bloco2.....	190
<b>Quadro 35</b> - Respostas do Instrumento de Pesquisa dos Professores que não realizaram o PNAIC Alfabetização Matemática -2014. Referente: Aprendizagem/ estratégias didáticas bloco 2.....	191
<b>Quadro 36</b> - Respostas do Instrumento de Pesquisa dos Professores que realizaram o PNAIC Alfabetização Matemática – 2014. Referente: Aprendizagem/ estratégias didáticas bloco 3 .....	192
<b>Quadro 37</b> - Respostas do Instrumento de Pesquisa dos Professores que não realizaram o PNAIC Alfabetização Matemática - 2014. Referente: Aprendizagem/ estratégias didáticas bloco 3.....	193
<b>Quadro 38</b> - Síntese das Análises do bloco 1.....	108
<b>Quadro 39</b> - Síntese das Análises do bloco 2.....	116
<b>Quadro 40</b> - Síntese das Análises do bloco 3.....	125
<b>Quadro 41</b> - Síntese das Análises dos blocos 1, 2 e 3.....	127
<b>Quadro 42</b> - Síntese (dos blocos 1,2,3) das análises das intervenções pedagógicas sugeridas pelas duplas.....	140

## Sumário

RESUMO .....	08
ABSTRACT .....	09
INTRODUÇÃO .....	15
1. CONTEXTUALIZANDO O OBJETO DE PESQUISA NAS PRODUÇÕES ACADÊMICAS.....	20
1.1. Pesquisas com o descritor – PNAIC.....	21
1.2. Pesquisas com o descritor – Conceitos matemáticos.....	25
1.3. Pesquisas com o descritor – estruturas aditivas.....	31
2. PACTO NACIONAL DE ALFABETIZAÇÃO NA IDADE CERTA (PNAIC) E SUA IMPLEMENTAÇÃO NO MUNICÍPIO DE CONCÓRDIA.....	35
2.1. História e contexto.....	35
2.2. PNAIC: Conceitos e Princípios da Educação Matemática.....	44
2.3. Direitos de Aprendizagem e seu desenvolvimento no PNAIC.....	48
3. A ELABORAÇÃO DOS CONCEITOS MATEMÁTICOS .....	61
3.1. A elaboração de conceitos na teoria histórico-cultural .....	61
3.2. A formação de conceitos e a atividade de aprendizagem: Contribuições de Leontiev.....	66
3.3. O papel da educação escolar no desenvolvimento dos conceitos matemáticos: a mediação pedagógica .....	72
3.4. As estruturas aditivas e os conceitos matemáticos: contribuições de Vergnaud e Duval .....	78
4. ENCAMINHAMENTOS METODOLÓGICOS .....	87
4.1. Cuidados éticos.....	88
4.2. Os Instrumentos da pesquisa .....	88
4.3. Procedimentos de Aplicação dos Instrumentos .....	90
4.4. Participantes da Pesquisa.....	90
4.4.1. Perfil demográfico, acadêmico e profissional .....	92
4.4.2. Motivação para cursar o PNAIC ou não.....	97
4.4.3. Experiência de aprender e ensinar matemática.....	98
4.4.4. Procedimentos de análise dos dados.....	100
5. ANÁLISE DAS RESPOSTAS DAS PROFESSORAS.....	101
5.1. Aspectos considerados aos conceitos matemáticos.....	101
5.1.1. Resultados referentes ao bloco 1.....	102
5.1.2. Resultados referentes ao bloco 2.....	110
5.1.3. Resultados referentes ao bloco 3.....	118
5.1.4. Discussão dos resultados referente aos conceitos matemáticos.....	127
5.2. Aspectos referentes aos processos de ensino e aprendizagem.....	131

5.2.1. Resultados referentes ao bloco 1.....	131
5.2.2. Resultados referentes ao bloco 2.....	133
5.2.3. Resultados referentes ao bloco 3.....	137
5.3. Discussão dos resultados referentes à aprendizagem/estratégias didáticas.....	141
5.4. Comparação dos resultados entre os grupos PNAIC e não PNAIC.....	144
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS E PROVISÓRIAS: NOVOS DESAFIOS.....	146
REFERÊNCIAS .....	151
APÊNDICES .....	159
APÊNDICES 1 .....	160
APÊNDICES 2 .....	161
APÊNDICES 3 .....	163
APÊNDICES 4 .....	165
APÊNDICES 5 .....	168
APÊNDICES 6 .....	172
APÊNDICES 7 .....	173
APÊNDICES 8 .....	188
ANEXOS .....	194
ANEXOS 1 .....	195

## INTRODUÇÃO

Na história do Brasil, vivemos ainda a dura realidade de identificar que muitas crianças têm concluído o ensino fundamental sem ver concretizado o seu direito à alfabetização e ao letramento, principalmente à alfabetização matemática. A prova do ABC, que é uma avaliação em larga escala realizada em 2011 pelo movimento Todos Pela Educação, nos traz alguns dados preocupantes: o percentual de estudantes no Brasil que atingiram o conhecimento esperado para o 3º ano do Ensino Fundamental é de 53,3% em escrita, 56,1% em leitura e 42,8% em matemática (ANUÁRIO EDUCAÇÃO – 2013).

Constata-se que, na avaliação acima apresentada, a matemática aparece numa situação mais crítica. Poderíamos destacar aqui vários motivos para justificar estes resultados, como: a falta de investimento na educação e de incentivo dos sistemas de ensino, a despreparação dos professores, a desmotivação dos alunos, a não participação das famílias na vida escolar, o contexto socioeconômico e muitas outras justificativas já bastante discutidas entre os profissionais da educação. No entanto, não nos cabe aqui buscarmos culpados, mas sim, refletirmos sobre esta realidade que ainda nos preocupa e nos inquieta muito. Trazemos as contribuições de Carraher, Carraher e Schliemann (1988) que nos chamam a atenção para o processo de produção do fracasso escolar, quando nos dizem que a criança aprende matemática na rua e o mestre de obras aprende com seu pai; esses e outros são exemplos vivos de que nossas análises estão incompletas e que, portanto, precisamos de mais reflexões e aprofundamentos.

A dificuldade de compreensão dos conceitos matemáticos conduz os aprendizes a acreditarem que a matemática é difícil e que são eles os responsáveis pelo seu fracasso. Mesmo aqueles que têm facilidade de utilizá-la no seu dia a dia, em sala de aula apresentam dificuldades e acabam fracassando, como nos mostram Carraher, Carraher e Schliemann (1988), em uma pesquisa que foi muito polêmica na década de 80 e que até hoje é bastante divulgada:

Aprendemos que as mesmas crianças que cometem erros absurdos na escola sabem muito bem a matemática de que precisam para sobreviver. Aprendemos com isso, que não é possível culpar as crianças de seus fracassos na escola: a escola precisa descobrir o conhecimento dessas crianças e expandi-lo. Talvez sua política tenha sido, até hoje, a de reprimi-lo (CARRAHER, CARRAHER E SCHLIEMANN, 1988, p.167).

O sucesso ou o fracasso dos alunos diante da matemática que é ensinada na escola depende do tipo de relação estabelecida desde os primeiros dias (anos) escolares, entre os alunos e a matemática. Por isso, o papel do professor é fundamental para que essa relação seja positiva. Vianna e Rolkouski (2014) nos chamam a atenção para vários aspectos que podem fazer com que a criança não tenha uma boa relação com a matemática. Por exemplo, muitas vezes nós, enquanto professores, na ansiedade de fazermos nossos alunos aprenderem logo, já vamos impondo formas de organização do pensamento, passamos a não questioná-la, não ouvimos e nem percebemos o que ela já sabe sobre o conteúdo que vamos trabalhar. Enfim, não conhecemos a criança e seu contexto, trazendo muitas vezes para a sala de aula uma matemática formal, sem significado para a criança. Sendo assim, a matemática torna-se mais complicada.

Diante desse contexto o Ministério da Educação (MEC) procura implantar uma nova política de formação de professores, atendendo a uma das metas do Plano Nacional de Educação (PNE 2014-2024), qual seja a de alfabetizar/ letrar em português e matemática todas as crianças matriculadas nas escolas públicas brasileiras até o 3º ano do Ensino Fundamental. Considerados como direitos de aprendizagem, os conhecimentos essenciais para a apropriação dos conceitos e linguagens das diferentes áreas deverão ser garantidos a todas as crianças.

Assim, em 2012, iniciou-se o planejamento de um curso de formação continuada para professores alfabetizadores, o Pacto Nacional Pela Alfabetização na Idade Certa – PNAIC. Em 2013, iniciou-se o curso de formação continuada. Essa iniciativa parte do pressuposto de que o papel do professor é central e fundamental. Assim, ele não pode ser visto simplesmente como alguém que, na sala de aula, reproduzirá métodos e técnicas. Em virtude da complexidade de seu trabalho, o professor é um profissional que precisa estar em constante formação, e por meio do PNAIC, o MEC assume a responsabilidade por essa formação (BRASIL-MEC, 2012).

O PNAIC vem com um grande objetivo a ser alcançado, que é alfabetizar e letrar todas as crianças até os oito anos de idade. Reconhecendo que esse é um grande desafio, e que, para alcançá-lo, é preciso o envolvimento de todos, o MEC buscou o comprometimento das três esferas de Governo: Municipal, Estadual e Federal – com o Programa.

O interesse por este estudo surgiu diante do contexto descrito acima. Chamou-me a atenção, o grande percentual de alunos que não atingiram o conhecimento matemático esperado no final do ciclo de alfabetização. Outro fator foi a lembrança de momentos vividos como aluna e como professora, que, neste momento, como orientadora de estudos do

curso do PNAIC da rede pública municipal de Concórdia – SC foi reavivada pelos relatos feitos pelos professores alfabetizadores. Sobretudo, me instigavam os relatos feitos sobre o ensino descontextualizado e uma prática que se resume à repetição. Por exemplo, me lembro de alguns depoimentos de professores alfabetizadores relatados no curso de formação do PNAIC, 2014: “A matemática nos assombrava, principalmente o medo do erro e da reprovação” (PROFESSORA A, 2014) “Sinto dificuldades de trabalhar com alguns conceitos matemáticos, pois não aprendi direito” (PROFESSORA B, 2014). “Lembro que repetíamos, mas não conseguíamos compreender como se chegava a esse resultado, seguíamos fórmulas”. (PROFESSORA C, 2014).

Outro fator que me fez continuar a querer pesquisar na área da matemática foi que, cada vez que eu falava sobre o que seria a minha pesquisa, praticamente todos me perguntavam: “Você é professora de matemática?” Essa pergunta me inquietava muito, sendo que geralmente respondia com a seguinte indagação: “Sou pedagoga, mas pedagoga não precisa ensinar e saber matemática?” A partir dessas observações e vivências, percebi o quanto é necessário, para um professor, buscar conhecimentos para melhorar a sua prática pedagógica.

Neste sentido, pesquisas como as de Carraher, Carraher e Schliemann realizadas na década de 80, e Lins (2004), revelam que grande parte dos professores que ensinam matemática nos anos iniciais sentem dificuldades para trabalhar conceitos matemáticos com seus alunos. Esse resultado da pesquisa vem ao encontro de dificuldades sentidas por mim e por várias professoras que trabalham nos anos iniciais, os quais nos relataram a necessidade de buscar mais conhecimentos sobre os conceitos matemáticos, e sobre como a criança aprende. Temos consciência que somos seres históricos e culturais, trazemos muitas heranças e ranços educacionais que somente com muito conhecimento e reflexão poderemos modificar.

Quando entrei no curso de mestrado, essas preocupações me apontavam para um objeto de pesquisa ainda muito vago, mas as discussões e estudos durante o curso foram moldando com mais precisão esse objeto, me levando a refletir que um dos problemas do ensino e da aprendizagem pode estar relacionado ao entendimento (ou falta dele) de como se dá a formação dos conceitos, não só dos conceitos cotidianos, mas principalmente como se dá a elaboração dos conceitos científicos, cujo ensino é responsabilidade da escola, como defendia Vygotsky (1989).

Diante disso, o seguinte problema conduzirá a investigação: **A formação do PNAIC contribui para a compreensão dos professores sobre o processo de elaboração dos conceitos matemáticos elaborados pelas crianças, no ciclo de alfabetização do Ensino Fundamental? Em caso positivo, qual ou (quais) contribuições?**

Em função da problemática levantada, tem-se como objetivo geral de pesquisa **Verificar se (e em que sentido) a formação do PNAIC contribui para os professores compreenderem como os conceitos matemáticos são elaborados pelas crianças do ciclo de alfabetização.**

Especificamente, objetiva-se:

1. Levantar os critérios/aspectos considerados pelas professoras na avaliação das respostas das crianças na resolução de problemas que envolvem estruturas aditivas;
2. Levantar as estratégias de ensino propostas pelas professoras para ajudarem as crianças a superar os erros cometidos;
3. Inferir, com base nos resultados dos objetivos acima, qual a compreensão que elas têm dos conceitos trabalhados e do processo de elaboração desses conceitos pelas crianças;
4. Comparar as respostas das professoras que participaram da formação do PNAIC com as das que não participaram.

Pretendemos, com esta pesquisa, contribuir para os estudos acadêmicos sobre formação docente. Sobretudo, esperamos apresentar algumas evidências que possam contribuir para a reflexão dos professores, ou seja, para a práxis, no sentido proposto por Paulo Freire: a práxis como mudança, como reflexão da ação do professor e transformação da realidade, contribuindo para a superação de práticas pedagógicas de repetição e realização de atividades por atividade que não levam o aluno a pensar, a refletir e contextualizar a matemática e possibilitando assim, uma melhoria do processo de ensino e de aprendizagem. Esperamos que os resultados possam contribuir também para a avaliação do PNAIC, orientando políticas públicas de formação continuada.

O presente trabalho encontra-se dividido em seis capítulos.

No **Capítulo I**, visita-se as teses e dissertações sobre o tema, para verificar o que vem sendo pesquisado e discutido sobre PNAIC, conceitos matemáticos e estruturas aditivas, levantando ideias com que dialogaremos no decorrer do trabalho.

No **Capítulo II**, revisita-se o Pacto Nacional de Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) e discorremos sobre sua implantação no município de Concórdia, SC, relatando um pouco de sua história e seu contexto. Além disso, levantamos conceitos e princípios da Educação Matemática e os Direitos de Aprendizagem propostos pelo PNAIC.

No **Capítulo III**, expõe-se a elaboração dos conceitos matemáticos segundo a Teoria Histórica Cultural, buscando compreender a elaboração de conceitos segundo esta teoria; o papel da educação escolar no desenvolvimento dos conceitos matemáticos; a formação de conceitos e a atividade de aprendizagem (contribuições de Leontiev) bem como o desenvolvimento da compreensão das estruturas aditivas.

No **Capítulo IV**, apresenta-se os encaminhamentos metodológicos adotados neste trabalho: relatamos os cuidados éticos, quem são os participantes da pesquisa, como foram selecionados, quais os instrumentos e como foram elaborados, os procedimentos de aplicação dos instrumentos, a organização dos dados e os procedimentos de análise dos dados.

No **Capítulo V**, contempla-se a análise das respostas das professoras referente aos aspectos considerados aos conceitos matemáticos, aspectos referentes aos processos de ensino e aprendizagem e a comparação dos resultados entre os grupos PNAIC e não PNAIC.

Na sequência, no **Capítulo VI** apresentam-se as considerações finais e provisórias e novos desafios da pesquisa. Nesse momento, sintetizam-se os resultados, as implicações e considerações referentes à problemática da pesquisa. Por fim, a estrutura do trabalho completa-se com as referências, os apêndices e os anexos.

## 1. CONTEXTUALIZANDO O OBJETO DE PESQUISA NAS PRODUÇÕES ACADÊMICAS

Neste capítulo, situamos o problema de investigação no contexto da revisão de literatura realizada na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações – BDTD, no banco de teses e dissertações da Comissão de Aperfeiçoamento de Pessoal do Nível Superior – CAPES e da Scientific Electronic Library Online (SCIELO).

Pesquisar o que a literatura acadêmica tem abordado sobre o PNAIC e conceitos matemáticos (estruturas aditivas) no ciclo de alfabetização no Brasil, permite um aprofundamento do assunto, já que o PNAIC se apresenta como um desafio muito recente e, portanto, pouco conhecido. A revisão da literatura apresenta o que a academia vem pesquisando sobre estes assuntos, ajudando a definir o foco da pesquisa. Faz-se referência, neste momento, às produções de dissertações e teses defendidas em programas de pós-graduação brasileiros.

As buscas foram feitas na base de dados da SCIELO, da CAPES e da BDTD, no período de maio de 2015 a janeiro de 2016. No quadro 1, apresentamos as estatísticas das buscas realizadas, com as pesquisas encontradas, os recortes e as seleções feitas.

**Quadro 1-** Identificação das teses e dissertações publicadas no banco de dados da CAPES, da SCIELO e da BDTD

Fonte de Pesquisa	Descritores	1º momento	Descritores	2º momento	3º momento trabalhos selecionados
CAPES	PNAIC	0	PNAIC	0	0
	Conceitos matemáticos	177	Conceitos matemáticos nos anos iniciais no Ensino Fundamental.	48	6
	Estruturas aditivas	2	Estruturas aditivas nos anos iniciais no Ensino Fundamental.	0	0
SCIELO	PNAIC	0	PNAIC	0	0
	Conceitos matemáticos	1	Conceitos matemáticos nos anos iniciais no Ensino Fundamental.	0	0
	Estruturas aditivas	0	Estruturas aditivas nos anos iniciais no Ensino Fundamental.	0	0
BDTD	PNAIC	13	PNAIC	13	13
	Conceitos matemáticos	810	Conceitos matemáticos nos anos iniciais no Ensino Fundamental.	28	6
	Estruturas aditivas	60	Estruturas aditivas nos anos iniciais no Ensino Fundamental.	9	7

**Fonte:** Elaborado pela pesquisadora com dados da CAPES, SCIELO e BDTD.

Num primeiro momento, realizamos a pesquisa com os seguintes descritores: PNAIC =13 pesquisas encontradas; conceitos matemáticos = 988 pesquisas, e estruturas aditivas = 62 pesquisas. Como nosso interesse é no ensino fundamental e tendo um número bem expressivo de trabalhos com os descritores conceitos matemáticos e estruturas aditivas, realizamos outro recorte, acrescentando junto com conceitos matemáticos e estruturas aditivas o descritor “anos iniciais no ensino fundamental”, o que diminuiu significativamente o número de trabalhos, conforme mostrado no quadro 1. Com um número mais reduzido, conseguimos realizar a leitura dos resumos e identificar as pesquisas relevantes que poderiam contribuir com a nossa, realizando assim um novo recorte (3º momento). Fizemos uma leitura rápida das pesquisas selecionadas, nos atendo, sobretudo nos objetivos, encaminhamentos metodológicos e resultados encontrados.

Nos itens a seguir, apresentaremos uma síntese das pesquisas mais relevantes para este trabalho. Para isso, transcrevemos quase sempre as palavras dos autores na apresentação dos objetivos, metodologia e resultados, destacando-as com aspas, mas sem modificar a formatação do parágrafo, para não dificultar a leitura.

### **1.1. Pesquisas com o descritor – PNAIC.**

Na revisão de literatura com o descritor PNAIC, encontramos somente 13 pesquisas na BDTD. Sendo o PNAIC um programa recente, iniciado em 2013, confirmou-se a hipótese de que teríamos poucos trabalhos em relação ao programa, com pesquisas só a partir de 2014 e de uma forma um tanto tímida. Para termos uma visão do todo, não realizamos nenhum recorte desse descritor e organizamos o quadro 2. Nele, apresentamos todas as pesquisas (sendo duas teses e onze dissertações) para melhor visualizarmos o que vem sendo pesquisado referente a este programa, justificando assim, a importância da realização desta pesquisa.

**Quadro 2-** Teses e dissertações selecionadas na - BDTD - Descritor: PNAIC

Nº	Título	Ano	Universidade	Autor	Objetivo/síntese
01 D	A prática avaliativa na produção textual escrita dos discentes nos anos iniciais do ensino fundamental.	2014	Universidade Federal da Paraíba-UFPB	Maria Zuleide Abrantes Soares	Analisar as concepções e as práticas avaliativas do professor frente aos desvios dos alunos do Ciclo de Aprendizagem (correspondente ao 1º, 2º e 3º anos, denominado também de Ciclo de Alfabetização) na produção textual escrita.
02 D	A formação continuada do professor alfabetizador nos cadernos do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC)	2014	Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC.	Elaine Eliane Peres de Souza	Analisar os cadernos da formação continuada do professor alfabetizador no Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), que foi instituído em 2012 com o intuito de alfabetizar todas as crianças do ensino público até os 8 anos de idade propondo, entre seus eixos de atuação, a formação continuada de todos os professores da rede pública cadastrados no senso de 2012 como professor alfabetizador.
03 D	“A língua é ao mesmo tempo objeto de conhecimento e ainda é o meio de você aprender o conhecimento”: língua materna e alfabetização na visão de professoras egressas do curso de pedagogia.	2014	Universidade do Vale do Rio dos Sinos – UNISINOS	Cléia Maria Lima Azevedo	Analisar concepções sobre práticas alfabetizadoras dessas egressas do curso de Pedagogia, tendo em vista suas concepções de leitura e escrita e suas vivências como produtoras e usuárias da língua materna, considerando também o processo de formação docente.
04 D	Entre o proposto e o almejado: da proposta do Pacto Nacional Pela Alfabetização na Idade Certa expectativas almeçadas por docentes participantes.	2015	Universidade Nove de Julho- UNINOVE	Natalia Franscisca Cardia dos Santos	Evidenciar aspectos concernentes à estruturação e ao contexto político de sua nacionalização.
05 D	À relação entre a consciência fonológica e a aquisição da escrita: ressignificando o processo de alfabetização	2015	Universidade Federal de Pernambuco- UFPB	Aldenice da Silva Caxias.	Avaliar se a relação entre a consciência fonológica e a aquisição da escrita é produtiva para o processo de alfabetização.
06 D	Estratégias pedagógicas e gerenciamento aberto: uma análise cartográfica dos novos formatos de acompanhamento de ações pedagógicas no campo da formação continuada de professores.	2015	Universidade Federal do Amazonas - UFAM	Maria Ione Feitosa Dolzane	Mapear e discutir as práticas pedagógicas realizadas em ambiente aberto com auxílios de mediadores tecnológicos.
07 D	Formação continuada de professores: experiências integradoras de políticas educacionais – PNAIC e PROUCA para alfabetização no Ensino Fundamental de uma escola pública.	2015	Faculdade da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do	Sirlei Tedesco	Investigar de que maneira a Formação Continuada de professores alfabetizadores contribui para reflexão e tomada de atitude para melhoria da prática pedagógica utilizada no ambiente da sala de aula dos anos iniciais do Ensino Fundamental, sob orientação, da política do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa – PNAIC e em contextos digitais, oportunos

			Sul- PUC-RS		pelo Programa Um Computador por aluno – PROUCA para o uso das tecnologias digitais e como vem interferindo no cotidiano de uma escola de ensino público municipal, da cidade de Fagundes Varela-RS.
08 T	Análises dos pressupostos de linguagem nos cadernos de formação em língua portuguesa do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa- PNAIC.	2015	Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho”- UNESP	Valéria Aparecida Dias Lacerda Resende	Investigação dos Cadernos de Formação do Programa Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa _ PNAIC do ano de 2013, do Ministério da Educação.
09 T	Por uma problematização da classificação das escritas infantis em níveis psicogenéticos.	2015	Universidade Federal do Rio Grande do Sul-UFRGS	Patrícia Camini	Analisa a emergência, a constituição e as linhas de força daquilo que chamei de dispositivo psicogenético, que atua na alfabetização brasileira contemporânea. Esse dispositivo se organizou principalmente a partir da década de 1980, com a disseminação de uma série de práticas psicológicas e pedagógicas nas escolas, incitadas pela ampla divulgação da obra Psicogênese da língua escrita, de Emília Ferreiro e Ana Teberosky.
10 D	Aprendizagem social no jogo equilíbrio geométrico (PNAIC): por uma análise existencial do movimento.	2015	Universidade Federal da Paraíba	Micaela Ferreira dos Santos Silva.	Analisar a aprendizagem social pelos modos de comunicação corporais presentes na situação do jogo.
11 D	A tensão entre as perspectivas sobre a retenção escolar e a instituição da progressão continuada no contexto de prática do PNAIC.	2015	Universidade Federal da Paraíba	Luciana Dantas Sarmento da Silva.	Analisar a tensão entre as perspectivas sobre a retenção escolar e a instituição da progressão continuada no contexto de prática do PNAIC.
12 D	O que os professores da rede pública estadual do seminário Sergipano dizem sobre o PNAIC – Eixo Matemática.	2015	Universidade Federal de Sergipe.	Ana Paula Aragão Ferreira	Investigar as influências do Programa Nacional de Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) - eixo Matemática desenvolvido pelo MEC, na construção da prática pedagógica de um grupo de professores dos anos iniciais do ensino fundamental no semiárido sergipano.
13 D	Políticas públicas para o livro e a leitura no Brasil: acervos para os anos iniciais do Ensino Fundamental.	2015	Universidade Federal de Santa Catarina.	Ingober Vargos de Souza	Analisar o acervo complementar do programa nacional do livro didático (PNLD) e os livros para crianças do Programa Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), distribuídos pelo governo federal do Brasil às salas de alfabetização da rede pública, e suas implicações à formação de leitores literários crianças.

**Fonte:** Elaborado pela pesquisadora com dados da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações– BDTD. - Disponível em: < <http://bdttd.ibict.br/vufind/>> . Acesso em: 25/ jan./ 2016.

As pesquisas realizadas referentes ao PNAIC trazem contribuições importantes e desafios para serem superados, instigando outras pesquisas. Neste momento, dialogaremos somente com algumas delas, destacando aspectos que consideramos importantes para nosso trabalho.

Dialogaremos com Soares (2014), que “analisou as concepções e as práticas avaliativas do professor frente aos desvios dos alunos do ciclo de alfabetização, na produção textual escrita”. O resultado dessas análises apontou avanços no discurso do professor, mas também mostrou que ainda existem muitos desafios a serem superados na transposição didática, na perspectiva de um ensino reflexivo.

Buscaremos Souza (2014a), para colaborar na fundamentação teórica, pois em sua pesquisa, buscou “compreender o PNAIC no contexto social, investigando a concepção de formação continuada que se expressa principalmente nos cadernos de formação continuada do PNAIC de 2013, que são referentes à língua portuguesa”. Para isso, o método que orienta a investigação é o materialismo histórico dialético dos estudos de Karl Marx (1818-1883), a concepção teórica da ontologia crítica de György Lukács (1885-1971) e a teoria histórico-cultural que teve como precursor Lev Semenovich Vygotsky (1896-1934). A pesquisadora identificou que a perspectiva teórica dos cadernos de formação do PNAIC é o construtivismo e o sociointeracionismo, e a partir destes apontamentos traz algumas contribuições da psicologia soviética acerca do ensino, da aprendizagem e do desenvolvimento. Diante desse estudo analisando os cadernos de formação de linguagem, a pesquisadora explicita que a formação continuada do PNAIC 2013, que visa formar os professores para garantir os direitos de aprendizagem das crianças, ainda apresenta condições incipientes para proporcionar ao professor alfabetizador subsídios suficientes para ele realizar a atividade de ensino e para alargar as perspectivas da aprendizagem da criança, o que dificulta o aprofundamento de conhecimentos e o desenvolvimento humano.

A pesquisa de Ferreira (2015) se aproxima mais da nossa temática de estudo, pois é a única pesquisa até o momento no eixo da matemática do PNAIC. Teve como objetivo “investigar as influências do Programa Nacional de Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) - eixo Matemática, na construção da prática pedagógica de um grupo de professores dos anos iniciais do ensino fundamental no semiárido sergipano”. Os dados mostraram que o PNAIC contribuiu em vários aspectos para a construção da prática pedagógica dos professores, principalmente no que se refere aos seus saberes e fazeres referentes ao ensino de matemática. A autora destacou mudanças no jeito como os professores passaram a trabalhar os conteúdos matemáticos: a partir do reconhecimento que precisavam mudar, e apoiado nas

trocas de ideias com seus pares, buscaram construir novas práticas que contribuíram para a aprendizagem dos alunos. Contudo, a pesquisa também salienta alguns aspectos, apontados pelos professores alfabetizadores que participaram da pesquisa, que precisam ser melhorados. Esses aspectos são referentes aos dias da formação do PNAIC, à dificuldade de acesso aos polos e ao atraso na entrega do material. Outro aspecto que os professores apontaram foi a necessidade dos coordenadores e diretores das escolas participarem também da formação continuada, para não haver dúvidas e conflitos e possibilitar assim, mais apoio em suas práticas pedagógicas.

As pesquisas referentes ao PNAIC, que selecionamos para dialogar, mostram que tivemos avanços na formação continuada, contribuindo assim para a melhoria da prática pedagógica, mas todas destacam que ainda temos vários desafios e que precisamos avançar mais. Outro aspecto que as pesquisas apontam é a melhoria do material didático e os livros de literatura para serem disponibilizados nas salas das crianças. Entretanto, mesmo com esses e outros avanços, temos muito ainda para melhorar para termos uma educação que realmente garanta a aprendizagem de todas as crianças.

## **1.2. Pesquisas com o descritor – Conceitos matemáticos.**

Com as pesquisas selecionadas referentes aos conceitos matemáticos, organizamos os quadros 3 e 4 que apresentamos abaixo. No quadro 3, foram selecionados uma tese e cinco dissertações encontradas no banco de dados da CAPES. No quadro 4, foram selecionados duas teses e quatro dissertações, encontradas no banco de dados da BDTD.

**Quadro 3-** Teses e dissertações selecionadas no banco de teses da CAPES - Descritor: **conceitos matemáticos nos anos iniciais do ensino fundamental**

Nº	Título	Ano	Universidade	Autor	Biblioteca	Objetivo/síntese
01 D	Resolução de problemas na formação continuada do professor dos anos iniciais do Ensino Fundamental: contribuições do pré-letramento no município de Cubatão	2010	Universidade Bandeirante de São Paulo / UNIBAN.	Michel da Costa	Biblioteca Depositária: UNIBAN	Identificar e analisar as concepções pedagógicas que as professoras cursistas do pré letramento possuem acerca de resolução de problemas; verificar as contribuições que o curso pré-letramento/matемática trouxe à formação do professor que ensina matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental em relação à resolução de problemas.
02 D	Cálculo mental nos anos iniciais do Ensino Fundamental: dúvidas e expectativas '	2011	Universidade do Oeste Paulista, Presidente Prudente	Mikelli Cristina Pacito Benites	Rede de Bibliotecas da UNOESTE.	No presente estudo, buscou-se investigar os procedimentos adotados pelo docente para o ensino do cálculo mental nos anos iniciais do Ensino Fundamental.
03 T	A formação continuada de matemática dos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental e seu impacto na prática de sala de aula.	2011	Universidade Anhanguera de São Paulo – UNIBAN- MR	Maria das Gracas Bezerra Barreto	Biblioteca Depositária: UNIBAN	Analisar os aspectos da formação continuada de matemática deforma a compreender as relações dessa formação com os processos de mudança das práticas dos professores
04 D	Conhecimentos & práticas de professores que ensinam matemática na infância e suas relações com a ampliação do Ensino Fundamental.	2012	Universidade Estadual Júlio de Mesquita Filho/PR. Prudente. - UNESP	Klinger Teodoro Ciriaco.	Biblioteca Depositária: Faculdade de Ciências e Tecnologia FCT/UNESP	Investigar, no processo de trabalho pedagógico de professores que ensinam matemática na Educação Infantil (pré-escola) e nos anos iniciais do Ensino Fundamental (1º ano), os condicionantes e as racionalidades que emergem de suas práticas pedagógicas pós-ampliação do Ensino Fundamental, bem como a formação docente frente a essas questões. A relevância do problema se fundamenta na Lei 11.274/2006 que determina a matrícula obrigatória da criança de seis anos no Ensino Fundamental, gerando sem dúvida, consequências e desafios ao trabalho pedagógico dos professores.
05 D	Processos formativos em matemática de alunas professoras dos anos iniciais em um curso a distância de pedagogia.	2012	Universidade Federal de São Carlos - UFSCAR	Reginaldo Fernando Carneiro	Biblioteca Digital de Teses e Dissertações BCO/UFSC	Investigar os processos formativos em matemática de alunas - professoras dos anos iniciais em um curso a distância de pedagogia a partir do seguinte questionamento: Quais processos formativos são evidenciados por alunas professoras quando inseridas nas disciplinas específicas de matemática em um curso a distância de Pedagogia?
06 D	O pré-letramento em matemática: compreensões do professor-tutor sobre ideias que sustentam o ensino da matemática nos anos iniciais	2014	Universidade Federal do Paraná	Laynara Dos Reis Santos Zontini	Biblioteca da UFPR	Explicitar compreensões sobre as ideias que sustentam o ensino da matemática nos anos iniciais, na ótica dos professores tutores do pré-letramento.

**Fonte:** Elaborado pela pesquisadora com dados do banco de teses CAPES – Disponível em: <[banco.de.teses.capes.gov.br](http://banco.de.teses.capes.gov.br)>. Acesso em: 5 /out. / 2016.

**Quadro 4- Teses e dissertações selecionadas na - BDTD - Descritor: conceitos matemáticos nos anos iniciais do ensino fundamental**

Nº	Título	Ano	Universidade	Autor	Objetivo/síntese
01 T	Formação inicial de professoras mediada pela escrita e pela análise de narrativas sobre operações numéricas.	2009	Universidade Estadual de Campinas	Maria A. Bueno Andrade Megid	Analisar e interpretar como se dá o processo de aprendizagem profissional e de (re)significação do sistema de numeração decimal e das quatro operações aritméticas básicas em alunas de um curso de Pedagogia, bem como os indícios de mudança da relação com a matemática e seu ensino ao longo da experiência formativa, quando utilizados recursos das dinâmicas de cooperação e das narrativas.
02 D	Formação matemática de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental e suas compreensões sobre os conceitos básicos da aritmética	2010	Universidade do Grande Rio	Valessa Leal Lessa de Sá Pinto	Analisar as compreensões desses professores em relação à Matemática e aos conceitos básicos da Aritmética.
03 D	A investigação e a ação docente no ensino de geometria em anos iniciais do Ensino Fundamental	2010	Centro Universitário UNIVATES	Rosibel Kunz Radaelli	Investigar processos de evolução conceitual evidenciados por crianças de Anos Iniciais de Ensino Fundamental diante de uma proposta desafiadora e contextualizada, envolvendo Matemática, com enfoque na Geometria e seus conceitos.
04 D	Construção de conceitos de grandezas e medidas nos anos iniciais: comprimento, massa e capacidade.	2011	Universidade de Brasília	Cília Cardoso Rodrigues da Silva	O presente trabalho apresenta uma reflexão sobre o processo de aprendizagem e ensino e de ensino da matemática no que se refere às grandezas e medidas, assim como, da formação de conceitos nesses temas. A reflexão sobre a prática docente nos anos iniciais traz a seguinte problemática – as tarefas propostas em sala de aula favorecem o desenvolvimento conceitual das grandezas e medidas: comprimento, massa e capacidade nos anos iniciais?
05 T	Formação continuada de professores na área da matemática inicial	2014	Universidade Federal do Rio Grande do Sul.	Eliane Kiss de Souza	Verificar se um programa de formação continuada de curta duração, para professores, melhora o desempenho dos alunos do 3º ano do Ensino Fundamental, em relações numéricas, quanto à composição aditiva, ao raciocínio aditivo e ao raciocínio multiplicativo, e se esse desempenho é significativo a ponto de se manter por seis meses.
06 D	Alfabetização matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma leitura dos resultados da pesquisa GERES 2005.	2014	Universidade do Estado do Rio de Janeiro.	Priscilla R G. de Oliveira	Compreender o processo de aprendizagem da matemática de estudantes durante o ciclo de alfabetização na cidade do Rio de Janeiro.

**Fonte:** Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações.– Disponível em: < <http://bdtb.ibict.br/vufind/>>. Acesso em: 05/ out./ 2015.

Megid (2009) pesquisou alunas do curso da Pedagogia, ou seja, algumas das quais já exerciam a profissão de professoras, outras que seriam futuras professoras. O principal objetivo foi “analisar e interpretar como se dá o processo [...] de (re) significação do sistema de numeração decimal e das quatro operações básicas, bem como os indícios de mudança da relação com a matemática e seu ensino, ao longo da experiência formativa, quando utilizados recursos das dinâmicas de cooperação e das narrativas”. Os resultados apontam que a intervenção realizada proporcionou uma (re) significação de conceitos matemáticos e contribuiu para a construção de perspectivas pedagógicas para o ensino de Matemática nos anos iniciais.

Pinto (2010) desenvolveu sua pesquisa, a partir de indagações sobre dificuldades no processo de ensino-aprendizagem da matemática nos primeiros anos do ensino fundamental, tendo como objetivo principal “analisar as compreensões dos professores dos anos iniciais em relação à matemática e os conceitos básicos da aritmética”. A pesquisa foi realizada com professoras do ensino fundamental através de questionário, observação participante nos cursos de formação continuada, análise dos planos de aula e entrevistas. Suas análises mostraram que as professoras necessitam aprofundar seus conhecimentos sobre o sistema decimal, as quatro operações fundamentais e as relações entre estes conceitos.

Em sua pesquisa realizada com crianças de anos iniciais do Ensino Fundamental, com o intuito de investigar os processos de evolução conceitual, com enfoque na geometria e seus conceitos, Radaelli (2010) revelou que as vivências proporcionadas pela prática pedagógica, desenvolvida como encaminhamento metodológico da pesquisa, confirmaram a sua relevância na evolução conceitual, envolvendo conhecimentos matemáticos e afins. “O processo investigativo demonstrou que o ensino precisa ser integrador, contextualizado, envolvente, prazeroso e compartilhado.”

Algumas pesquisas como a de Costa (2010) e Barreto (2011), trazem a importância da formação continuada para a mudança do fazer pedagógico. Costa (2010) pesquisou professoras que realizaram o curso de formação continuada do Pró-Letramento/matemática. No resultado da pesquisa, ela concluiu que a formação do Pró-letramento trouxe algumas contribuições como: a valorização dos conhecimentos prévios dos alunos; utilização das diferentes representações dos alunos na validação de resultados nas diversas situações problemas; a ressignificação da formação continuada; a renovação do olhar do professor sobre suas práticas; conhecimento de vários tipos de problemas e a importância de ensinar e

aprender matemática através da resolução deles, estes considerados como recurso imprescindível para ensinar e aprender matemática.

Barreto (2011) confirma que, depois da participação das professoras na formação continuada de matemática as mesmas de forma gradativa, foram mostrando indícios de mudança no discurso e na prática, ampliando a compreensão de como se ensina e como se aprende matemática. Além disso, constatou que a participação na formação propiciou uma prática diferenciada, demonstrando mais atenção com a aprendizagem dos alunos, e interesse em saber o que os alunos pensam e sabem dos conteúdos matemáticos.

O estudo de Benites (2011) teve como objetivo “investigar os procedimentos adotados pelo docente para o ensino do cálculo mental nos anos iniciais do Ensino Fundamental”. Concluiu que os professores não se sentem competentes para realizar o trabalho direcionado ao ensino do cálculo mental, apontando assim a necessidade de formação continuada. A pesquisa constatou que, a professora que realizou atividades referentes ao ensino do cálculo mental afirmou que seus alunos não apresentaram dificuldades em relação às resoluções das operações matemáticas. Essa investigação também revelou que há muito para ser realizado tanto para a formação docente quanto para a formação de cidadãos plenos.

Ao analisar a formação de conceitos no campo das grandezas e medidas: comprimento, massa e capacidade, Silva (2011) buscou realizar um diálogo com a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (2009) e com a Teoria Histórico-Cultural de Vygotsky (2000) e outros autores. Desenvolveu sua pesquisa em uma escola pública com alunos e professora, na qual mostrou a importância da aprendizagem dos conceitos em estudo, por meio de uma intervenção que mostrou a possibilidade de rompimento com a ordem histórica dos livros didáticos, e dos currículos e a desvinculação do ensino baseado em unidades estabelecidas pelas escolas como padrões. Permitiu novos saberes para o ensino de grandezas e medidas nos anos iniciais e destacou a importância de proporcionar formação continuada e em serviço aos profissionais da educação que atuam nesse nível.

O estudo de Ciriaco (2012), “nos alerta para a necessidade de repensar a formação docente, tanto inicial, quanto continuada, tendo a escola como local importante de aprendizagem, já que nela há a presença da articulação entre a teoria e a prática.” Na pesquisa ficou visível a dificuldade dos professores em trabalharem os conceitos matemáticos fundamentais para a infância. Analisando as dificuldades inerentes ao trabalho com os alunos, principalmente os pequenos, o pesquisador levanta alguns pontos importantes, que merecem destaque e que devemos pensar para a formação de professores,

dentre eles a necessidade de uma formação sólida sobre conceitos e como explorá-los com crianças entre cinco e seis anos.

Carneiro (2012) ao investigar os processos formativos em matemática de alunas-professoras dos anos iniciais em um curso à distância de pedagogia, descreve que a formação inicial evidencia pequenas mudanças nas crenças sobre a matemática, seu ensino e aprendizagem, sobre os sentimentos com relação à matemática e sobre as práticas de sala de aula. Ressalta também que os processos formativos vivenciados promoveram a (re) significação a (re) construção dos conteúdos matemáticos estudados e proporcionaram aprendizagens da docência.

Buscando compreender a ótica dos professores tutores do Pró-letramento, Zontini (2014), explicita compreensões sobre as ideias que sustentam o ensino da matemática no ensino fundamental. Do ponto de vista dos tutores participantes, existem algumas lacunas no trabalho do professor que ensina matemática nos anos iniciais, sendo elas: a falta de conhecimento, a insegurança para ensinar, a não familiaridade com os conceitos, a escassez de tempo e de horas para a formação. Além disso, poucos professores declaram gostar de matemática e muitos sentem medo dela e de ensiná-la. Tudo isso dificulta o processo de ensino e de aprendizagem. Mas ressalta que, por outro lado, temos um professor que além de todos esses medos e angústias, está envolvido na formação continuada, demonstrando comprometimento e buscando a superação daquilo que lhe falta.

Souza (2014b), apontando a necessidade de estudos relacionados à formação continuada e ao domínio dos conceitos matemáticos iniciais pelas professoras, teve como foco de pesquisa “verificar se um programa de formação continuada de curta duração para professores pode melhorar o desempenho dos alunos na resolução de problemas envolvendo estruturas aditivas e multiplicativas”. Além disso, observou se realmente tinha ocorrido uma verdadeira aprendizagem dos alunos, avaliando se a melhoria no desempenho se mantinha após seis meses. O resultado da pesquisa aponta que a formação continuada é uma das alternativas para a melhoria do desempenho dos alunos e ressalta que essa formação é garantida por lei. A pesquisadora observa que o domínio conceitual dos professores está diretamente relacionado à eficácia da formação continuada e ao seu comprometimento com a aprendizagem e a promoção do desenvolvimento conceitual dos alunos. Considera que a formação continuada é uma oportunidade para os professores construírem saberes sobre os conceitos matemáticos iniciais e aponta que um desafio é motivar os professores convocados para os programas de formação, a se comprometerem no desenvolvimento de ações em prol da superação da defasagem conceitual dos alunos.

Oliveira (2014) desenvolveu um estudo longitudinal no qual analisou a evolução do desempenho, em matemática, das turmas do ciclo de alfabetização, até à conclusão dos anos iniciais, em cinco municípios brasileiros. A pesquisa consistiu na análise de provas realizadas anualmente por esse grupo de crianças, ao longo dos quatro anos em que a pesquisa foi realizada. Todas as provas avaliavam os mesmos conteúdos e/ou conceitos. Dentre os principais resultados da pesquisa, a autora ressalta que “foi possível perceber certa fragilidade na construção dos conceitos matemáticos básicos nos anos iniciais, alertando que a apropriação da linguagem matemática se encontra muito aquém do esperado para os alunos no início de sua formação matemática”.

As pesquisas que selecionamos e que apresentamos aqui, referentes a conceitos matemáticos, apontam fragilidades da formação inicial e continuada, e enfatizam a dificuldade dos professores em compreender e ensinar conceitos matemáticos. Pode-se perceber que todas as pesquisas demonstram a falta de conhecimento dos conceitos matemáticos básicos necessários para o bom desenvolvimento da aprendizagem da criança, e mostram que a formação continuada é uma necessidade urgente para a melhoria do processo de ensino e de aprendizagem. Alguns trabalhos destacam também a necessidade de repensar a forma de como estão sendo realizadas estas formações, pois o professor precisa se apropriar deste conhecimento para garantir os direitos de aprendizagem de todas as crianças. Em muitos dos estudos foram realizadas intervenções com as crianças e/ou com os professores, as quais apresentaram resultados promissores. Nesse sentido, consideramos que ainda há uma dificuldade das universidades de divulgarem o conhecimento que produzem junto aos professores da Educação Básica, de forma a que estes tenham acesso a modelos de intervenção que possam inspirá-los na realização de seu próprio trabalho.

### **1.3. Pesquisas com o descritor – estruturas aditivas.**

Pesquisas realizadas têm constatado a dificuldade na compreensão e resolução dos problemas de estruturas aditivas. Selecionamos alguns desses estudos, que trazem pontos importantes para a nossa pesquisa. Organizamos o quadro 5 que se encontra abaixo, nele foram selecionadas uma tese e seis dissertações estas encontradas na BDTD.

**Quadro 5-** Teses e dissertações selecionadas na - BDTD - Descritor: **Estruturas aditivas**

Nº	Título	Ano	Universidade	Autor	Objetivo/síntese
01 D	Mais... ou menos?... : A construção da operação de subtração no campo conceitual das estruturas aditivas.	2004	Universidade Federal do Rio Grande do Sul.	Jutta Cornelia Reuwsaat Justo	Descrever os esquemas que expressam avanços no desenvolvimento das crianças na construção da subtração, especificamente nas situações de transformação, de composição parte-todo e de “quanto falta”..
02 D	A Resolução de problemas de estruturas aditiva por alunos de 3a série do ensino fundamental: aspectos cognitivos e didáticos	2005	Universidade Católica Dom Bosco	Sheila Denize Guimarães	Analisar a resolução de problemas de estruturas aditivas de alunos de 3a série do ensino fundamental, com o intuito de identificar que tipos de problemas apresentam dificuldades para os alunos, bem como os prováveis aspectos, de ordem cognitiva ou didática, que as condicionam.
03 D	Explorando a resolução de problemas de estrutura aditiva usando diferentes tipos de representações: reta numérica e material manipulativo.	2006	Universidade Federal de Pernambuco	Luciana de Souza Ventura	Este estudo avaliou o uso de diferentes tipos de recursos representacionais (reta numérica, material manipulativo) na resolução de problemas de estrutura aditiva, em 39 crianças com idade média de 09 anos e 04 meses, estudantes do ensino fundamental.
04 D	Interação social e solução de problemas aritméticos nas series iniciais do Ensino Fundamental.	2007	Universidade Estadual de Campinas	Marta Santana Comerio	Investigar a interação social em díade durante a solução de problemas aritméticos rotineiros e não rotineiros que envolvem estruturas aditivas e ou multiplicativas, examinando os procedimentos de solução e a representação gráfica adotada pelos participantes.
05 D	Resolução de problemas aditivos de ordem inversa: proposta de ensino em contexto significativo de jogo por meio de um suporte representacional.	2008	Universidade Federal de Pernambuco	Ana Paula Bezerra da Silva	Analisar a contribuição de uma metodologia de ensino para o aprimoramento na compreensão dos alunos ao resolverem Problemas Aditivos de Ordem Inversa, baseada nas referências da Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud, focando em especial as Estruturas Aditivas.
06 T	O ensino das estruturas aditivas junto a professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental.	2014	Universidade Anhanguera de São Paulo	Teresa Cristina Etcheverria	Identificar e compreender quais contribuições um estudo do Campo Conceitual Aditivo, baseado na Teoria dos Campos Conceituais e na reflexão sobre a ação docente, realizado, por meio de grupos de discussão, com professoras dos anos iniciais do Ensino fundamental de uma escola municipal do interior de Sergipe, traz para o aprendizado e ensino na resolução de problemas aditivos.
07 D	Análise de erros de alunos do quarto ano em problemas aditivos.	2014	Universidade Estadual de Maringá	Fabiane Larissa da Silva Vargas	Analisar os erros cometidos por alunos do quarto ano do Ensino Fundamental, na resolução de problemas matemáticos aditivos de transformação, de comparação e de composição.

**Fonte:** Elaborado pela pesquisadora com dados da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações.– Disponível em: < <http://bdtb.ibict.br/vufind>>. Acesso em: 6 /out. / 2015.

As pesquisas de Justo (2004), Ventura (2006), Comério (2007), Silva (2008), e Vargas (2014) foram realizadas com alunos dos anos iniciais do ensino fundamental, cada uma com seu objetivo, mas todas elas apresentam resultados que demonstram que é necessário que o professor trabalhe com várias situações e recursos para que os alunos possam compreender e desenvolver o raciocínio aditivo. Essas situações devem contemplar as três categorias das estruturas aditivas: composição, transformação e comparação, para que assim, os alunos possam ir avançando no desenvolvimento e na compreensão dessas estruturas. As pesquisas têm como referencial a teoria dos campos conceituais de Vergnaud.

Guimarães (2005) buscou “identificar que tipos de problemas apresentam dificuldades para os alunos, bem como os possíveis aspectos destas dificuldades, e se estas são de ordem didática ou cognitiva.” Para coleta de dados foram aplicadas provas (contendo nove problemas de estrutura aditiva), para alunos da terceira série do Ensino Fundamental. As provas foram aplicadas de duas formas: individual e coletiva, em duas escolas, uma em que era utilizado um livro didático, outra em que era utilizado um material apostilado. Os resultados apontaram que as dificuldades dos alunos, no momento da resolução, não tiveram relação com eventuais diferenças na frequência e na natureza dos problemas de estrutura aditiva apresentados nos materiais didáticos. Referente à questão das dificuldades serem dos aspectos cognitivos, constata-se que independente da forma de aplicação das provas seja elas de forma coletiva ou de forma individual, o índice de acertos foi menor nos mesmos problemas. A autora conclui “que o grau de dificuldade passou a ser maior quando os problemas: 1) apresentavam incongruência entre a operação a ser realizada e os verbos ou expressões portadoras de informação (transformação, comparação de estados e composição de duas transformações); 2) não buscavam os estados (inicial, intermediário ou final), mas sim as relações ou transformações; 3) exigiam inversão da sequência temporal (composição de duas transformações). O pesquisador ressalta que o professor tem um papel fundamental na superação destas dificuldades, quando compreende que os problemas buscam a construção dos conceitos e que a operacionalidade dos mesmos deve ser mostrada diante de situações variadas”.

A pesquisa de Etcheverria (2014) ressalta a “ênfase dada pelos professores ao uso do algoritmo como única forma de resolver um problema, sendo isto um

limitador do aprendizado do ensino da resolução de problemas aditivos. Destaca, também, o baixo grau de complexidade das atividades e a falta ou o uso restrito de recursos materiais que possam auxiliar os alunos na superação de dificuldades”.

O estudo desenvolvido por Vargas (2014) sobre a análise de erros de alunos do quarto ano em problemas aditivos nos traz pontos importantes para refletirmos, pois, muitas vezes não analisamos os erros, ou não olhamos o erro como uma possibilidade de ensino e aprendizagem, e por vezes não percebemos onde e em quais tipos de problemas estão as maiores dificuldades, dificultando assim, um repensar sobre a prática pedagógica. A pesquisadora também destaca outro aspecto que precisa ser repensado pela escola, que é a formação do conceito. Ela argumenta que este é formado por um conjunto de representações simbólicas, mas que a escola insiste em ensinar uma única forma de representação e um único caminho para a resolução dos problemas, ou seja, através dos algoritmos tradicionais. Vargas (op. cit., p. 42) nos diz que “faltam aos professores conhecimentos para, de fato, contribuir para o desenvolvimento dos campos conceituais de seus alunos. Mudar essa situação requer, necessariamente, repensar e modificar a formação que está sendo oferecida aos pedagogos nos cursos de graduação do país”.

Em todas as pesquisas referentes às estruturas aditivas, encontra-se uma certa fragilidade na sua compreensão, tanto por parte das crianças, como por parte dos professores, necessitando assim maior conhecimento nesta área. Sendo assim, as mesmas apontam que tanto a formação inicial, quanto a formação continuada precisam dar conta desta fragilidade.

Com a realização desta revisão de literatura, percebemos o quanto a academia ainda precisa pesquisar sobre o PNAIC, os conceitos matemáticos e as estruturas aditivas e de organizar os conhecimentos já produzidos em materiais acessíveis aos professores e que subsidiem as reflexões teóricas sobre as práticas que vêm sendo realizadas nas escolas, assim como aquelas sugeridas e testadas em muitas das pesquisas apresentadas e outras que não foram aqui revisadas.

## **2. PACTO NACIONAL DE ALFABETIZAÇÃO NA IDADE CERTA (PNAIC) E SUA IMPLEMENTAÇÃO NO MUNICÍPIO DE CONCÓRDIA.**

### **2.1. História e contexto**

Vivemos ainda, na educação brasileira, a triste realidade de identificar que muitas crianças têm concluído o ciclo de alfabetização do Ensino Fundamental sem estarem alfabetizadas. Conforme dados do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica – SAEB, realizado em 2011, aproximadamente 33% dos alunos com quatro anos de escolaridade ainda não estão alfabetizadas. Para mudar esta realidade, programas de formação continuada (Programa Toda Criança Aprendendo<sup>1</sup> - TCA; Rede Nacional de Formação Continuada<sup>2</sup> e o Programa Pró-Letramento<sup>3</sup>), já realizados pelo Governo Federal, foram os que deram base para pensar e planejar uma nova proposta de formação continuada. Diante desse contexto, o MEC instituiu o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa – PNAIC, como uma luta para garantir o direito de alfabetização plena para todas as crianças (BRASIL, PNAIC, 2015).

O PNAIC foi instituído pela portaria nº 867, de 04 de julho de 2012. Ao subscrevê-lo, o Ministério da Educação (MEC) e as secretarias estaduais, distrital e municipais de educação reafirmam e ampliam o compromisso previsto no Decreto nº 6.094, de 24 de abril de 2007, de “alfabetizar as crianças até, no máximo, os oito anos de idade, ao final do 3º ano do ensino fundamental” (BRASIL, 2007, art. 2º). Esse compromisso foi novamente reafirmado na meta 5 do Plano Nacional de Educação 2014-2024 (BRASIL, PNE, 2014).

---

<sup>1</sup> Um programa que trouxe para o debate a ideia da formação que valorizasse o trabalho do professor e a construção coletiva de uma proposta de formação continuada. Mais informações estão disponíveis em: < <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/relat2003.pdf>>. Acesso em: 10 de fevereiro de 2016.

<sup>2</sup> É composta por universidades, que atuaram articuladamente com as redes públicas de ensino para desenvolver a formação continuada dos professores de educação básica. O MEC apoiava a pesquisa aplicada para a produção de material didático e cursos de formação inicial e continuada de professores à distancia. No caso de formação inicial, o MEC visava apoiar programas (desenvolvidos pelas secretarias municipais e estaduais) que permitiam a qualificação de professores leigos. Mais informações no portal. <[mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/Rede/catalog\\_rede\\_06.pdf](http://mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/Rede/catalog_rede_06.pdf)>. Acesso em: 10 de fevereiro de 2016.

<sup>3</sup> Programa de formação continuada de professores para a melhoria da qualidade de aprendizagem da leitura/escrita e matemática nos anos/séries iniciais do ensino fundamental. Mais informações no <[portal.mec.gov.br/pro-letramento](http://portal.mec.gov.br/pro-letramento)>. Acesso em: 10 de fevereiro de 2016.

O PNAIC é resultado da situação política educacional atual, nacional e internacional, em que acordos são realizados com interesses políticos, econômicos e sociais. Em sua pesquisa Souza (2014, p.78), diz: “O PNAIC está articulado a uma cadeia de pores teleológicos de segunda ordem, com fundamentos e objetivos de diversas instituições<sup>4</sup>”. Portanto o programa além de atender objetivos internos, almeja alcançar objetivos de acordos e interesses externos. Assim, até 2022, conforme Souza (2014), o Brasil terá que alcançar um nível de desenvolvimento da educação básica equivalente à média dos países integrantes da Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico<sup>5</sup> (OCDE).

Ao aderirem ao Pacto, às três esferas de governo comprometem-se a

Alfabetizar todas as crianças em língua portuguesa e matemática; - Realizar avaliações anuais universais, aplicadas pelo Inep, junto aos concluintes do 3º ano do ensino fundamental; - No caso dos Estados, apoiar os municípios que tenham aderido às Ações do Pacto, para sua efetiva implementação (BRASIL - PNAIC, 2012 a, p.8).

O Pacto é constituído por um conjunto integrado de ações apoiando-se em quatro eixos de atuação

Formação continuada presencial para os professores alfabetizadores e seus orientadores de estudos; - materiais didáticos, obras literárias, obras de apoio pedagógico, jogos e tecnologias educacionais; - avaliações sistemáticas; - gestão, controle e mobilização (BRASIL - PNAIC, 2012 a, p.5).

O **primeiro eixo** constitui-se da formação continuada, que vem sendo discutida amplamente, como uma das principais ações para a melhoria da qualidade de ensino. Muitos estudos vêm apontando que, hoje, um dos caminhos para reverter a situação do baixo nível de aprendizagem dos alunos é a formação continuada dos professores (GATTI, 2003; NUNES, 2001; MONTEIROS, 2001).

Para dar conta deste grande desafio, o MEC buscou parcerias com as Universidades e Fundações de Pesquisa, para que as mesmas planejassem e

---

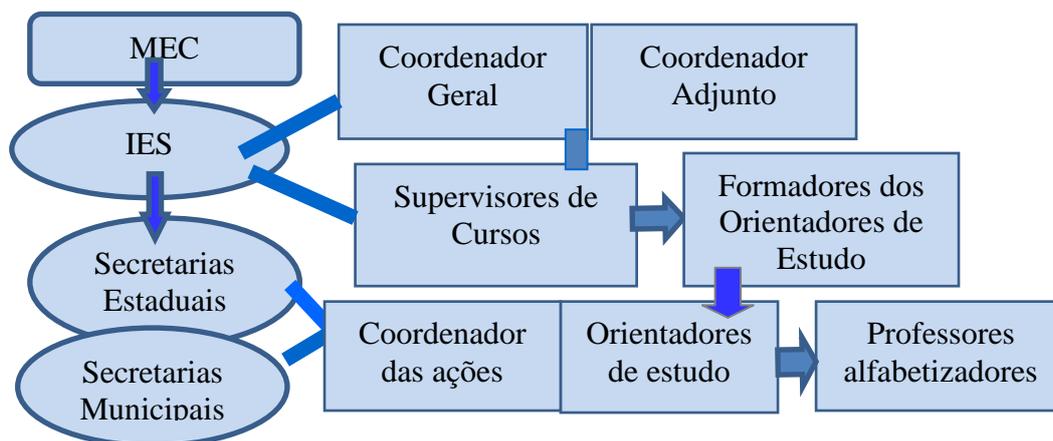
Entre as quais Banco Mundial (BM), Organização das Nações Unidas para a Educação, Ciência e a Cultura (UNESCO), Fundo das Nações Unidas para a Infância (UNICEF). Também, o PNAIC tem relação com outros programas como o Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento (PNUD), o Plano Nacional de Educação (PNE) e o Plano de Desenvolvimento da Educação (PDE).

<sup>5</sup> Seus objetivos são: incentivar o crescimento econômico, a geração de empregos, a expansão do comércio e a estabilidade financeira dos países membros.

executassem essa formação. Além da elaboração do material, várias Universidades Federais e Estaduais aderiram ao Pacto, para a execução da formação continuada. Ao assumirem essa responsabilidade, as universidades se comprometeram a coordenar, supervisionar e realizar a formação continuada. Essa estratégia disseminou rapidamente o programa que iniciou logo após sua implantação.

Para a realização e o bom funcionamento do curso, organizou-se uma estrutura operacional, visando o engajamento de todos, passo fundamental para o êxito do programa. Dentro desta estrutura operacional temos os coordenadores e supervisores da formação, sendo que cada Instituição de Ensino Superior (IES) realizou a escolha de um coordenador geral, um coordenador adjunto e supervisores de curso para atenderem aos diferentes polos de formação. Estes, últimos ficaram responsáveis pela execução da formação, dando todo o suporte à ação pedagógica dos professores formadores<sup>6</sup> em todas as etapas da formação continuada. Os professores formadores realizam as formações através de cursos presenciais para os Orientadores de estudo<sup>7</sup>. Estes, depois de cada etapa de formação conduzida pelos formadores sobre a supervisão das IES, retornam para seus municípios e realizam a formação para os professores alfabetizadores em suas redes de ensino.

**Figura 1** – Estrutura operacional de formação do PNAIC



**Fonte:** Elaborado pela pesquisadora

6 Professores formadores são professores habilitados e com experiência na área, selecionados pelas Universidades Federais ou Estaduais, através de processo seletivo seguindo os critérios do MEC. Esses realizam a formação continuada para os Orientadores de estudo.

7 Orientadores de Estudo são professores das redes municipais e estaduais com experiência nas áreas, selecionados por critérios estabelecidos pelo MEC. Sua seleção foi realizada pelas suas redes de ensino. Esses realizam a formação continuada para os alfabetizadores.

Dentro desta estrutura, tem-se ainda, os Coordenadores das ações, no âmbito de cada secretaria de educação (estadual e municipal), que coordenam e dão suporte para todos os orientadores de estudo. Os mesmos foram selecionados por suas redes de ensino conforme critérios<sup>8</sup> do MEC. Toda esta estrutura é pensada e organizada para que a formação aconteça de forma planejada e articulada, desde a realização da formação até avaliação, e, com isso, se possa alcançar o principal objetivo do Pacto. Resumidamente, podemos dizer que toda esta estrutura do PNAIC trabalha para dar suporte técnico e pedagógico e atingir diretamente três grupos de professores: Formadores, Orientadores de Estudos e Professores Alfabetizadores, com este triângulo, pretende-se desenvolver um trabalho articulado em buscar diferentes saberes que resultem em conhecimentos efetivos para as crianças.

A formação dos orientadores de estudo e professores alfabetizadores é presencial, com carga horária diferenciada nos três anos, (conforme figura 2), sendo que a metodologia de estudo propõe estudos teóricos e atividades práticas.

**Figura 2** - Carga horária de formação continuada PNAIC-2013/2014 e 2015



**Fonte:** Elaborada pela pesquisadora

8 Ser servidor efetivo da secretaria de educação; ter experiência na coordenação de projetos ou programas federais; possuir amplo conhecimento da rede de escolas, dos gestores escolares e dos docentes envolvidos no ciclo da alfabetização; ter capacidade de se comunicar com os atores locais envolvidos no ciclo de alfabetização e de mobilizá-los; ter familiaridade com os meios de comunicação virtuais.

Em 2013, a formação foi referente à alfabetização e letramento em língua portuguesa, dando ênfase à leitura e à escrita. Para esta formação, foram elaborados os seguintes cadernos: um caderno de apresentação, um caderno de avaliação no ciclo de alfabetização, um caderno de educação especial, oito cadernos para cada ano do ciclo e oito para as classes multisseriadas, sendo que, as temáticas trabalhadas em cada ano eram similares, mas com focos de aprofundamento distintos. Como este estudo tem como foco o PNAIC matemática e esta foi trabalhada em 2014, não descreveremos aqui o que trata cada caderno de língua portuguesa. Sendo assim, para quem se interessar, todos os cadernos estão disponíveis no site do MEC <http://pacto.mec.gov.br/index.php> → cadernos de formação → cadernos de alfabetização em língua portuguesa (BRASIL-MEC, 2012).

A formação continuada oferecida pelo PNAIC, em 2014, deu ênfase à alfabetização matemática na perspectiva do letramento. Com o intuito de auxiliar os formadores, os orientadores de estudos e os professores alfabetizadores na discussão e no desenvolvimento da formação, foram elaborados os seguintes materiais: um caderno de apresentação, um caderno de jogos na alfabetização matemática, um caderno de encartes, um caderno de educação matemática no campo, um caderno de educação inclusiva, e os cadernos de 1 a 8 trazendo vários temas para serem trabalhados na alfabetização matemática, conforme quadro 6.

**Quadro 6-**Cadernos de formação de Alfabetização Matemática PNAIC 2014.

<b>Cadernos</b>	<b>Título do caderno</b>
01	Organização do trabalho pedagógico
02	Quantificação, registros e agrupamentos
03	Construção do sistema de numeração decimal
04	Operações na resolução de problemas
05	Geometria
06	Grandezas e medidas
07	Educação estatística
08	Saberes matemáticos e outros campos do saber

**Fonte:** Elaborada pela pesquisadora.

Os cadernos estão disponíveis no site do MEC <http://pacto.mec.gov.br/index.php> → cadernos de formação → cadernos de alfabetização matemática, os mesmos poderão ser baixados e consultados por qualquer cidadão que tiver interesse em conhecer e acompanhar o material da formação continuada.

Entendendo a necessidade do diálogo com as outras áreas do conhecimento, para dar conta da alfabetização na perspectiva do letramento, em 2015, o MEC reafirma o Pacto e dá continuidade a formação continuada, dando ênfase as demais áreas do conhecimento, de forma integrada, trabalhando a interdisciplinariedade e a inclusão. Procura-se garantir assim o cumprimento da meta principal de letrar e alfabetizar todas as crianças na perspectiva de promover uma educação integral.

Para esta formação foi elaborado um caderno de apresentação, um caderno de gestão escolar no ciclo de alfabetização e mais 10 cadernos com vários temas. Aqui, vale ressaltar que, em virtude da crise econômica e política que o Brasil vem passando, a formação com os alfabetizadores em 2015 iniciou somente em agosto, portanto tendo menos formação e somando apenas 80 horas de curso. Nesta etapa, os cursistas receberam os cadernos de apresentação, gestão e os cadernos 1, 2 e 3. Os outros cadernos (4, 5, 6 e 7), foram encaminhados em dezembro de 2015, para as SDR<sup>9</sup> e distribuídos para os municípios das regionais, mas não foram trabalhados, devido à indefinição sobre o financiamento do Programa. Os cadernos 8, 9 e 10 também já chegaram para serem trabalhados em 2016.

No Seminário Final do PNAIC de 2015, realizado em dezembro de 2015, foi informado que o MEC reafirmará o compromisso de continuidade do programa a partir de maio de 2016, mas, em função da situação política e econômica que o País está vivendo, ou seja, da situação politiquera, até o momento de conclusão desta dissertação não foi liberado o funcionamento do Programa e não se tem informações seguras sobre seu futuro. Portanto os cadernos já estão todos elaborados, e aqui também, como nosso foco é o PNAIC

---

<sup>9</sup> Secretarias de Desenvolvimento Regionais são secretarias que foram criadas em 2003 pelo Governador Luiz Henrique da Silveira, para descentralizar as atividades do Governo do Estado de Santa Catarina. Foram criadas 36 SDRs.

matemática, não iremos nomear os títulos dos cadernos. Para quem quiser consulta-los, eles estão disponíveis no site do MEC <http://pacto.mec.gov.br/index.php> → cadernos de formação → cadernos de alfabetização 2015 (BRASIL- MEC, 2015).

O **segundo eixo** trata dos materiais didáticos, obras literárias, obras de apoio pedagógico, jogos e tecnologias educacionais. Cada professor alfabetizador recebeu todos os cadernos referentes à formação do PNAIC (11 cadernos em 2013, 13 cadernos em 2014 e 5 cadernos em 2015 e receberá mais 7 cadernos quando forem retomadas as atividades); 1 caixa de jogos de alfabetização para cada turma do ciclo de alfabetização; livros de literatura e de pesquisa de apoio à alfabetização (adquiridos pelo Programa Nacional de Biblioteca da Escola – PNBE); livros didáticos acervos de dicionário e obras complementares (adquiridos pelo Programa Nacional do Livro Didático- PNLD). Cada escola recebeu os acervos de acordo com o número de turmas de alfabetização e não por escola, favorecendo assim aos alunos e professores explorarem melhor os materiais (BRASIL- MEC. MANUAL DO PACTO, 2012).

O **terceiro eixo** contempla a avaliação e é, considerado parte fundamental do Programa, visto que os resultados obtidos serão analisados à luz das implicações positivas ou negativas com relação à aprendizagem dos alunos do ciclo de alfabetização e servirão como base para o andamento ou replanejamento do PNAIC. Essas avaliações incluem o aferimento do nível de alfabetização alcançado pelos alunos. Por isso, além de outros instrumentos de caráter mais qualitativo, são levadas em conta, também, as avaliações em larga escala, organizadas pelo INEP (Instituto Nacional de Educacional de Pesquisa Anísio Teixeira), como a Provinha Brasil, aplicada no final do 2º ano, e a prova ANA, aplicada no final do ciclo de alfabetização (3º ano).

O **quarto eixo** refere-se, a gestão, controle social e mobilização. É constituído por quatro instâncias: um Comitê Gestor Nacional; uma Coordenação Institucional em cada Estado composta por diversas entidades com atribuições estratégicas e de mobilização em torno dos objetivos do Pacto; uma Coordenação Estadual, responsável pela implementação e monitoramento das ações em sua rede e apoio à implementação nos municípios; uma Coordenação Municipal, responsável pela implementação e monitoramento das ações na sua rede (MEC-

BRASIL, 2012a). Todas essas instâncias são responsáveis por buscar o cumprimento dos objetivos do Pacto, cada uma dentro da sua área de abrangência.

Outro diferencial nesta formação continuada é que todos os professores alfabetizadores, orientadores de estudo, coordenadores e supervisores que participam da formação continuada recebem uma bolsa.<sup>10</sup> como incentivo. O MEC, por meio da Medida Provisória nº 586, de 2012, que foi convertida pela Lei nº 12.801, de 24 de abril de 2013, dispõe de apoio técnico e financeiro da União aos entes federados que aderiram ao Pacto. (PACTO-MEC, 2012). Conforme dados do MEC, para a realização de todos esses eixos, o governo federal realizou um investimento financeiro de aproximadamente R\$ 1,5 bilhão em 2013, e em torno de R\$ 1,8 bilhão em 2014. (BRASIL - MEC, 2015).

O pacto federativo responsabilizou as universidades públicas de cada Estado pela gestão do Programa. Em Santa Catarina, a responsabilidade desta formação é da Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC. O Estado possui 295 municípios e, destes, 293 aderiram ao Pacto. Para facilitar o deslocamento dos professores orientadores de estudo, a UFSC implantou uma organização regional, constituída por quatro polos de atuação: Joinville (municípios da região norte e adjacências), Laguna (região sul e planalto serrano), Treze Tílias (região oeste e meio-oeste) e Florianópolis (grande Florianópolis e vale do Itajaí). (UFSC, 2014).

O município de Concórdia, localizado no oeste de SC, também aderiu ao Pacto em 2012. Em 2013, na rede municipal, a formação continuada iniciou com 70 professores alfabetizadores. Destes, 68 concluíram a formação. Foram criadas quatro turmas, de acordo com os níveis que os professores lecionavam: 1º ano, 2º ano, 3º ano e uma turma mista<sup>11</sup>.

O quadro 7 mostra que, em 2014, houve uma pequena redução de professores em relação aos que participaram do programa no ano anterior. Além disso, em 2014, uma das Orientadoras de Estudo solicitou seu afastamento por motivos particulares. Deste modo, a coordenadora local reorganizou os

---

10 Sendo, regulamentada através da portaria nº 1.458 de 14 de dezembro de 2012, que define categoria para a concessão de bolsas e pesquisa e a portaria nº 90, de 6 de fevereiro de 2013 que define o valor máximo das bolsas para os profissionais que participam deste Pacto.

11 Turma mista - formada por professores que trabalham com todo o ciclo de alfabetização, ou seja, 1º, 2º e 3º ano do ensino fundamental.

professores em três turmas, pois segundo as orientações do MEC, cada Orientador de Estudo pode trabalhar com até 25 professores alfabetizadores. Assim, iniciou-se a formação com 62 professores alfabetizadores, e, destes 53 concluíram o curso. Para termos um panorama melhor, e podermos visualizar a adesão e a participação dos professores alfabetizadores da rede municipal de Concórdia, organizamos o quadro 7.

**Quadro 7-Número de participantes nos cursos do PNAIC oferecidos em Concórdia**

Ano	Professores da rede municipal em 2013	Professores da rede municipal em 2014	Professores que participaram do PNAIC 2013	Professores que participaram do PNAIC 2014
1º ano	43	44	19	20
2º ano	38	43	16	23
3º ano	35	42	17	19
Turma mista			18	-
<b>Total</b>	<b>116</b>	<b>129</b>	<b>70</b>	<b>62</b>

**Fonte:** Elaborado pela pesquisadora com dados coletados na Secretaria Municipal de Educação de Concórdia, SC.

Observando o quadro 7, percebemos que nem todos os professores da rede municipal participaram da formação do PNAIC, tanto em 2013 como em 2014. Isso porque, não sendo a participação obrigatória, o professor poderia optar em fazer ou não o curso, desde que, justificasse a não participação. Como a formação aconteceu no período noturno, uma vez por semana ou a cada quinze dias, dificultou em parte, a participação de alguns professores.

Analisando o contexto histórico do programa, há algo que indica a necessidade de uma nova configuração no processo educacional do país e merece com certeza outro olhar. Pelo menos nos municípios onde os professores conquistaram as horas atividades, que os cursos de formação deveriam acontecer nestes momentos. Algumas incertezas podem também ter motivado a não participação: o medo da responsabilidade, o não compactuamento com o Programa, a falta de tempo, outros compromissos ou outros discursos que podem ter permeado a não participação no mesmo. Salientamos que esses discursos não serão analisados aqui, por não se tratar do objeto de pesquisa. Porém fica, a interrogação...

## 2.2. PNAIC: Conceitos e Princípios da Educação Matemática

Trabalhar com a diversidade de ideias foi um grande desafio que as dez Instituições de Ensino Superior (IES) tiveram e se propuseram no momento da elaboração do material de formação do PNAIC, alfabetização matemática. Nesse processo, as IES contaram com vários pesquisadores das universidades, e também professores da zona urbana e rural, de diversas regiões do país, com o intuito de ouvir vozes de todas as regiões e grupos que trabalham com as práticas de sala de aula ou de pesquisa em Educação Matemática (BRASIL- MEC, 2014a).

A formação continuada do PNAIC propõe a Alfabetização Matemática, na perspectiva do letramento, em conformidade e com o mesmo pressuposto adotado na língua portuguesa, trabalhada em 2013. Compreender a Alfabetização Matemática na perspectiva do letramento pressupõe um diálogo constante com todas as áreas do conhecimento, e, principalmente, com as práticas sociais do mundo da criança, como jogos e brincadeiras, inseridos nas diferentes culturas das comunidades brasileiras. A Alfabetização Matemática, nesta perspectiva, tende a ser entendida como um instrumento de leitura de mundo, e não somente como a decodificação dos números e resolução das quatro operações. Letrar significa ler o mundo em diferentes situações, mesmo em matemática. Vejamos o conceito de pessoa alfabetizada

[...] A pessoa alfabetizada é aquela capaz de ler e escrever em diferentes situações sociais, de tal forma que isso lhe permita inserir-se e participar ativamente de um mundo letrado, enfrentando os desafios e demandas sociais. Para que isso aconteça, não basta apenas o domínio dos conhecimentos relacionados à linguagem: é necessário também um amplo domínio de outras disciplinas como a matemática, no qual os números e o sistema de numeração decimal são fundamentais, mas não são os únicos aspectos que devem ser abordados na escola. (BRASIL, PNAIC, 2014 a, p. 10).

Conforme explicitado na citação, alfabetizar, em qualquer disciplina, vai além de decodificar. Evidencia, também, a centralidade do professor alfabetizador, ressaltando que não se pode confundir com o papel de alguém que apenas reproduz técnicas e métodos. Sendo um profissional disposto e apto a dialogar com outras áreas do conhecimento, o professor está em constante

formação. Alfabetizar em matemática, na perspectiva do letramento, parece modismo. Porém, tem serias implicações para a leitura que fazem do mundo os sujeitos que se alfabetizam. A matemática faz parte do cotidiano diário de todos os sujeitos, portanto, precisa ser compreendida, para que a teoria tenha e se torne ferramenta de empoderamento desses sujeitos na sua vida cotidiana. Não estarão as deficiências em nosso conhecimento matemático relacionadas com as dificuldades do país em obter independência econômica e financeira? Ficam algumas inquietações para, quem sabe futuras pesquisas...

Se tratarmos o ensino e a aprendizagem com o devido respeito que os mesmos merecem, quem sabe a mudança comece a acontecer. Para tanto, é necessário fazer da formação do professor algo permanente e concreto. O professor alfabetizador precisa ter tempos, espaços e remuneração que lhe permitam estudar, planejar, discutir e avaliar suas práticas de ensino. Isso só poderá ser concretizado numa nova configuração da educação brasileira. Como diz Freire, (1991, p.58): “[...] A gente se faz educador, a gente se forma, como educador, permanentemente, na prática e na reflexão da prática [...]”.

E Freire, continua

Em primeiro lugar, o alfabetizador tem de estar lúcido politicamente, saber em favor de quem e de que ele alfabetiza. Em segundo, ele precisa saber alfabetizar, precisa conhecer um mínimo de princípios de natureza científica da linguagem. O alfabetizador precisa então de competência científica e de clareza política. (FREIRE, 2004, p. 128).

Sem dúvida destaca-se, como característica fundamental, que a formação do professor alfabetizador tem que ir além da sala de aula. O que não se desenvolvem naturalmente, mas por meio de formação inicial ou continuada. Trata-se de uma formação abrangente, não apenas didático-pedagógica. Lembramo-nos da formação política do professor que o coloca no âmago da realidade social humana e faz com que o mesmo torne-se parte integrante do processo educacional, para assim compreender o aluno como sujeito participante do processo (FREIRE, 2004).

Nesse contexto, o PNAIC elenca alguns princípios a serem trabalhados na formação continuada do professor

**A prática da reflexividade:** pautada na ação prática/teoria/prática, operacionalizada na análise de práticas de salas de aulas, aliadas à reflexão teórica e reelaboração das práticas. **A constituição da identidade profissional:** efetivada em momentos de reflexão sobre as memórias do professor enquanto sujeito de um processo mais amplo, procurando auxiliá-lo a perceber-se em constante processo de formação. **A socialização:** operacionalizada na criação e fortalecimento de grupos de estudo durante as formações que, espera-se, transcenda o momento presencial, diminuindo o isolamento profissional, intrínseco à profissão de professor, que, em geral, mantém contato com os pais, alunos e diretores, mas não com seus pares. **O engajamento:** privilegiar o gosto em continuar a aprender é uma das metas primordiais da formação continuada e certamente faz parte da melhoria de atuação em qualquer profissão. **A colaboração:** para além da socialização, trata-se de um elemento fundamental no processo de formação. Através da colaboração, busca-se a formação de uma rede que visa ao aprendizado coletivo, por meio do qual os professores exercitem a participação, o respeito, a solidariedade, a apropriação e o pertencimento. (BRASIL- PNAIC, 2014 a, p. 10, grifos nossos).

Ainda no caderno de apresentação do PNAIC, a equipe responsável pela elaboração do material nos diz que

[...] a Educação Matemática é também um “movimento”, algo como “a voz das ruas e dos professores”, algo fugidio e dificilmente captado, mas que pode estar presente, seja em relatos de pesquisa, seja em relatos de experiência em salas de aula das diversas regiões. Um texto não capta esse movimento, mas pode abrir-se a revelá-lo. De modo que, neste Editorial, antecipamos e respondemos a uma pergunta: os “pressupostos” e fios condutores da composição deste material serão mobilizados pelos mais diversos leitores que, se essa for a necessidade, poderão lhes dar um “nome”, porém não conseguirão vinculá-los a uma “pessoa”, um “teórico”, a não ser que ignorem tudo o que escrevemos sobre a diversidade das vozes, dos dizeres, dos modos de tecer os diversos textos (BRASIL -PNAIC, 2014 a, p. 6).

Sendo assim, a intenção dos professores e pesquisadores que pensaram e produziram o material para a formação é, contribuir com as reflexões das práticas e das experiências de cada professor, que está no ciclo de alfabetização, auxiliando na tarefa de conquistar a Alfabetização Matemática, na perspectiva do letramento, para todas as crianças, até o final do ciclo de alfabetização e cumprindo, assim, o principal objetivo desta formação.

O princípio da Educação Matemática, assumido pelo PNAIC, é a democratização do ensino, promovendo o desenvolvimento humano através do diálogo. A matemática precisa ser explorada, incentivando a curiosidade da criança, problematizando, questionando, e incentivando a argumentação. Essa é

uma das tarefas didáticas da Educação Matemática, partir da cultura e das histórias de vida das crianças e da sociedade. A problematização provoca as crianças e ao mesmo tempo prepara para que pensem matematicamente. A criança, quando desafiada a resolver os problemas que a cercam, questiona o mundo em que vive, descobre outras verdades e cria alternativas de solução. Isso é mais do que ensiná-las a fazer continhas ou memorizar nomes e símbolos. Nesse sentido, Skovsmose (2001, p.11) afirma “[...] A ideologia da certeza em educação matemática pode ser nefasta para a sociedade em geral e para a educação matemática em particular [...]”.

Esta ideologia refere-se ao paradigma do verdadeiro-falso, considerando a matemática como algo inquestionável e imutável, o caminho é esse e o resultado é esse, e ponto final, há procedimentos rígidos e os alunos não podem percorrer outros caminhos, submetendo-se a autoridade indiscutível do professor e dos livros didáticos.

A proposta de alfabetização matemática do PNAIC é desafiar, ir além do aparente, levar a criança a argumentar, saber o porquê, para quê e como se chegou a este resultado, levando a criança a perceber que pode se chegar a um mesmo resultado de várias maneiras. Neste sentido é importante incentivar a criança a utilizar caminhos próprios na construção do conhecimento matemático, e reconhecer a matemática como ciência e cultura construídas pelo homem (LOPES, 2014).

Para que isso aconteça, o professor precisa ter conhecimento do conteúdo a ser ensinado, da didática e conhecer seu aluno e sua realidade. Dominar o conhecimento científico, aquele que o homem foi construindo ao longo de sua história, conhecer as diferentes linguagens e ouvi-las, torna-se, antes de qualquer ação, como um ponto de partida. Caso contrário, o risco de continuar a excluir muitos alunos das escolas continua presente, pois quando se usa a linguagem das classes dominantes, a escola contempla e valoriza somente a realidade desta classe, pois apenas os estudantes já familiarizados com esse tipo de cultura nela tem êxito. Os demais acabam sendo excluídos em virtude das suas diferenças culturais (BOUDIEU e PASSERON, 1975).

Neste, sentido o professor precisa estar atento ao contexto cultural e social, para poder partir da linguagem utilizada por seus alunos, tendo claro o papel

social da escola e os direitos de aprendizagem, tendo ciência de que todas as crianças têm direito de aprender as diferentes linguagens utilizadas nas diferentes culturas. Sobre isso, Freire (2004, p. 128), p. escreve “[...] Antes de tudo, o alfabetizador deve capacitar-se cientificamente para poder alfabetizar. Ele também precisa saber lidar com os problemas de linguagem [...]”.

### 2.3. Direitos de Aprendizagem e seu desenvolvimento no PNAIC

A formação continuada do PNAIC concebe os conceitos matemáticos como direitos de aprendizagem. Afirmar estes conhecimentos como um direito, significa que ele precisa ser garantido, o que torna a promoção da aprendizagem dos conceitos matemáticos não apenas um compromisso, mas, também uma obrigação da sociedade e, sobretudo, de todos os agentes públicos envolvidos no Pacto. Trata-se, portanto, de um compromisso que, além de pedagógico, é também político.

O PNAIC reforça o que as Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais para a Educação Básica já determinam, principalmente nestes dois artigos

**Art. 4º** As bases que dão sustentação ao projeto nacional de educação responsabilizam o poder público, a família, a sociedade e a escola pela garantia a todos os educandos de um ensino ministrado de acordo com os princípios de: I – igualdade de condições para o acesso, inclusão, permanência e sucesso na escola. **Art. 5º** A Educação Básica é direito universal e alicerce indispensável para o exercício da cidadania em plenitude, da qual depende a possibilidade de conquistar todos os demais direitos, definidos na Constituição Federal, no Estatuto da Criança e do Adolescente (ECA), na legislação ordinária e nas demais disposições que consagram as prerrogativas do cidadão. (BRASIL-PCN. p. 63, 1998).

Efetivar esse direito, que é preceito constitucional e já se encontra garantido nas bases do Plano Nacional de Educação (2014-2024), para a transformação dos sujeitos cidadãos, é compromisso público e social. Neste sentido, Teles (2014, p. 39) escreve “[...] **Cidadania** seria expressão de direitos de todos e não privilégio dos setores mais favorecidos da sociedade [...]”. Infelizmente, no cotidiano, todos nós conhecemos e escutamos histórias reais que revelam que muitas pessoas não são contempladas com este direito. Carvalho (2002) ressalta que, por mais de 500 anos, estamos lutando, no Brasil, para

garantir um Estado Democrático de Direito. Porém, temos que vencer o que ele chama de “peso do passado”, que é um processo desfavorável de colonização e de conquista da independência, que não contribuiu para a formação cidadã. Sendo assim, a forma de colonização favoreceu uma população analfabeta, uma sociedade escravocrata, uma economia de monocultura, latifundiária e um Estado absolutista (CARVALHO, 2002), heranças perversas que perpetuamos pela manutenção da desigualdade social, econômica e cultural.

Campos e Nunes (1994) revelam que o saber matemático também tem funcionado como um fator de manutenção de desigualdades. No entanto, a superação das desigualdades passa pela democratização dos conhecimentos matemáticos. Nesta perspectiva, a matemática deve ser vista como construção humana. Os conhecimentos trabalhados precisam garantir os direitos de aprendizagem expressos nas Diretrizes Nacionais para a Educação Básica. É necessário pensar a emancipação do sujeito, sendo esta garantida através do conhecimento, e o olhar do educador se modifica na medida em que o mesmo é capacitado.

Assim, destacamos a importância do PNAIC enfatizar os conhecimentos como direitos de aprendizagem, reafirmando que a educação é um direito social e, portanto, segundo Teles, (2014) é para todos sem distinção de raça, cor, etnia, gênero ou classe social. O PNAIC enfatiza a discussão sobre como os direitos de aprendizagem podem contribuir para uma sociedade mais justa, influenciando na formação e na promoção humana. Para isso, consideramos que ainda precisamos buscar meios adequados para a conquista e a garantia dos direitos humanos, o que exige dos educadores uma consciência clara sobre o papel da educação na construção e na defesa de uma sociedade baseada na justiça social. Compreendemos que o processo educacional pode contribuir para manter esta sociedade de desigualdades conservando valores, crenças, costumes, mentalidades e práticas, como também, pode contribuir para sua modificação.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática também defendem que os conhecimentos são direitos de todos e enfatizam que os mesmos devem contribuir na formação básica do cidadão. Para isso, acrescentam que eles não devem ser trabalhados de forma fragmentada, mas pensados articuladamente, em espiral, ou seja, os mesmos não serão esgotados em um único momento, mas sim

retomados e ampliados ao longo dos anos de escolaridade. A matemática não pode ser vista somente como uma ciência exata, pronta e acabada, cujo ensino e aprendizagem se dão mecanicamente por exercícios repetitivos, por meio de memorização, privilegiando regras e macetes. A proposta é superar essas práticas e concepções que ao longo da história nos acompanham. (BRASIL-MEC-PCNM, 1997).

Mesmo que a proposta do PNAIC avance nessa direção, é necessário que estejamos atentos para as compreensões que vão além do óbvio. Freitas, (2012, p. 8) faz um alerta [...] “a educação passou a ser vista pelo empresário brasileiro como um dos elementos centrais na reprodução do capital [...]” e nos alerta também em relação a “quem faz o PISA, Programa Internacional de Avaliação dos Estudantes, que é um organismo controlado pelos empresários a OCDE, herdeira do Plano Marshall<sup>12</sup>. Que é agora quem nos diz se um país tem qualidade de ensino ou não.” Com estas e outras colocações feitas por Freitas, às mesmas nos deixam com algumas indagações em relação à qualidade da educação, sendo assim, indagamos se esta pode estar relacionada, à posição que o Brasil está buscando e assumindo no contexto internacional? E quem sabe, essa qualidade tão almejada esteja atrelada à necessidade para qualificação por mão de obra? Ou talvez, todas as relações atreladas ao emprego e demanda qualidade sim, pelo aumento das atividades econômicas do Brasil? O que podemos fazer para mudar esta realidade, sem, no entanto só servir ao capital?

Neste sentido, vejamos as colocações de Teles (2014, p. 40) [...] “a insuficiência de aprendizado das crianças brasileiras da escola pública está na raiz da desigualdade e da exclusão, problema a ser enfrentado com ações políticas de Estado que extrapolem mandatos ou condições econômicas vigentes [...]”. A autora afirma que os professores e pesquisadores que ajudaram o MEC a construir

---

<sup>12</sup>Um plano econômico cujo principal objetivo era possibilitar a reconstrução dos países capitalistas. A ajuda foi feita, principalmente, através de empréstimos financeiros. O Plano Marshall deve ser entendido dentro do contexto histórico da Guerra Fria, pois foi uma forma de fortalecer o capitalismo e a hegemonia dos Estados Unidos. O Plano foi colocado em operação em 1947 e teve um resultado positivo, fortalecendo os países capitalistas, ficando mais fácil e seguro para o capitalismo fazer frente ao socialismo. Disponível em <<http://www.infoescola.com/historia/plano-marshall/>> Acesso em maio de 2015.

a proposta de formação continuada do PNAIC, elaboraram este material pensando neste contexto de contradições. Compreendendo a educação como uma ferramenta de transformação social é que este grupo pensou a definição de direitos e objetivos de aprendizagem, assumindo assim, no material de formação da alfabetização matemática, o papel transformador da escola, desenvolvendo através dela uma visão crítica sobre a realidade, desenvolvendo, assim, o exercício consciente da cidadania.

Diante disto, percebemos que o PNAIC procura viabilizar a garantia de direitos já estabelecidos em outros documentos, incluindo o Estatuto da Criança e do Adolescente (1990), por meio de uma parceria maior com os entes federados e com as Universidades. Busca assim, nesse esforço conjunto, uma forma mais eficaz de garantir o conhecimento a todas as crianças, sistematizando-o nos direitos de aprendizagem. Esses direitos são apresentados por Teles (2014), da seguinte forma

Esses direitos são esmiuçados a partir da organização dos conteúdos e eixos estruturantes para a alfabetização e letramento matemático que, apesar de serem apresentados separadamente, para fins de organização, devem ser abordados de forma integrada para proporcionarem experiências com as práticas de representar, pois são constituídos por conceitos, propriedades, estruturas e relações. Os símbolos, os códigos, as tabelas, os gráficos e os desenhos são representações que atribuem significação às operações do pensamento humano. A organização por eixos conduz a distribuição dos temas nos Cadernos de Formação dos professores do PNAIC de Matemática<sup>13</sup> (TELES p. 43, 2014).

Os quadros a seguir mostram os direitos de aprendizagem (conceitos e habilidades matemáticos) que também estão nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática e precisam ser garantidos no ciclo de alfabetização. Observamos neles, também, o que precisa ser feito em cada ano do ciclo de alfabetização, se é introduzir o conceito, aprofundar ou consolidar, demonstrando a ideia do conhecimento como uma construção em espiral.

---

13 No conjunto de Cadernos de Formação será adotada a nomenclatura Geometria em lugar de Espaço e Forma/Geometria; e Educação Estatística em lugar de Tratamento da Informação/Estatística e Probabilidade.

**Quadro 8 - Direitos Gerais de Aprendizagem – Síntese****Direitos gerais de aprendizagem: Síntese**

	Ano 1	Ano 2	Ano 3
<b>NÚMEROS E OPERAÇÕES</b> - Identificar os números em diferentes contextos e funções; utilizar diferentes estratégias para quantificar, comparar e comunicar quantidades de elementos de uma coleção, nas brincadeiras e em situações nas quais as crianças reconheçam sua necessidade. Elaborar e resolver problemas de estruturas aditivas e multiplicativas utilizando estratégias próprias como desenhos, decomposições numéricas e palavras.	I	A	A
<b>GEOMETRIA</b> - Explicitar e/ou representar informalmente a posição de pessoas e objetos, dimensionar espaços, utilizando vocabulário pertinente nos jogos, nas brincadeiras e nas diversas situações nas quais as crianças considerarem necessário essa ação, por meio de desenhos, croquis, plantas baixas, mapas e maquetes, desenvolvendo noções de tamanho, de lateralidade, de localização, de direcionamento, de sentido e de vistas. Descrever, comparar e classificar verbalmente figuras planas ou espaciais por características comuns, mesmo que apresentadas em diferentes disposições (por translação, rotação ou reflexão), descrevendo a transformação com suas próprias palavras.	I	A	A
<b>GRANDEZAS E MEDIDAS</b> - Comparar grandezas de mesma natureza, por meio de estratégias pessoais e uso de instrumentos de medida adequado com compreensão do processo de medição e das características do instrumento escolhido. Fazer estimativas; reconhecer cédulas e moedas que circulam no Brasil.	I	A	A
<b>TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO</b> - Ler, interpretar e transpor informações em diversas situações e diferentes configurações (do tipo: anúncios, gráficos, tabelas, propagandas), utilizando-as na compreensão de fenômenos sociais e na comunicação, agindo de forma efetiva na realidade em que vive. Formular questões, coletar, organizar, classificar e construir representações próprias para a comunicação de dados coletados.	I	A	A

I - Introduzir; A - Aprofundar; C - Consolidar.

**Fonte:** Retirado do caderno de formação de linguagem Unidade 4, Ano 1 (MEC – 2012 b, p.27)

O quadro 8 apresenta uma visão geral, ou seja, uma síntese dos direitos de aprendizagem que precisam ser trabalhados e garantidos a todos os alunos do ciclo de alfabetização, considerando o que propõem os cadernos de formação do PNAIC. A síntese apresenta os conceitos a serem desenvolvidos como garantia dos direitos da criança organizados em quatro eixos: 1) Números e operações, 2) Geometria; 3) Grandezas e medidas; 4) Tratamento da informação.

Ressalta-se que, esses direitos de aprendizagem devem ser trabalhados em todos os anos 1, 2 e 3, não de forma fragmentada, mas sim articulados, para que a criança consiga fazer relações, trazendo o saber matemático para a sua vida, conseguindo entender o mundo, compreendendo assim, sua realidade natural e

social. Cada um desses eixos do quadro 8, apresenta um outro quadro (quadro 9, 10, 11 e 12 que traremos no decorrer do texto) com orientações sobre a progressão de aprendizagem da criança, para uma melhor organização. Os eixos são apresentados separadamente, mas existe uma orientação para que sejam trabalhados de forma articulada, tendo por base a compreensão de conceitos, estruturas, propriedades e relações, que permitem compreender e utilizar os símbolos, os códigos, os gráficos, as tabelas, os signos e os desenhos como representações que atribuem significação às operações do pensamento humano. Sendo assim, é a centralidade do pensamento humano, e, portanto, a Humanização do ser humano que deve articular todo o ensino da matemática e não o uso instrumental desse conhecimento para atender às necessidades do mercado.

Apresentamos, a seguir, todos os quadros relativos a cada um dos eixos que a formação do PNAIC apresenta para serem trabalhados e consolidados no ciclo de alfabetização.

No quadro 9, temos o eixo dos números e operações. Conceitualmente, esse quadro especifica os objetivos relativos aos números, desde a contagem até a construção do sistema de numeração decimal. O campo numérico é ampliado gradualmente, possibilitando a investigação e a compreensão das regularidades do sistema de numeração decimal, com destaque para a apropriação do princípio posicional, ou seja, o entendimento de que o valor de cada dígito depende do lugar ou posição que ele ocupa. Aos poucos, vai-se ampliando o uso da representação numérica para as operações, com a finalidade de utilizá-la torná-la um instrumento para a resolução de problemas, buscando levar as crianças a utilizá-la nas práticas sociais. Dessa forma, o domínio do sistema de numeração decimal é compreendido como o domínio de uma linguagem, na perspectiva do letramento. Ou seja, que a criança possa compreender e utilizar este conhecimento no seu dia a dia como ferramenta para resolver seus problemas reais.

## Quadro 9- Números e operações

Números e operações	Ano 1	Ano 2	Ano 3
Identificar números nos diferentes contextos em que se encontram, em suas diferentes funções: indicador da quantidade de elementos de uma coleção discreta (cardinalidade); medida de grandezas (2 quilos, 3 dias etc.); indicador de posição (número ordinal); e código (número de telefone, placa de carro etc.).	I	A	C
Utilizar diferentes estratégias para quantificar e comunicar quantidades de elementos de uma coleção, utilizando a linguagem oral, a notação numérica e/ou registros não convencionais, nas brincadeiras e em situações nas quais as crianças reconheçam sua necessidade: contagem oral, pareamento, estimativa e correspondência de agrupamentos.	I	A	C
Associar a denominação do número a sua respectiva representação simbólica.	I/A	C	
Identificar posição de um objeto ou número numa série explicitando a noção de sucessor e antecessor.	I/A	C	
Comparar ou ordenar quantidades por contagem; pela formulação de hipóteses sobre a grandeza numérica, pela identificação da quantidade de algarismos e da posição ocupada por eles na escrita numérica.	I	A	C
Contar em escalas ascendentes e descendentes de um em um, de dois em dois, de cinco em cinco, de dez em dez etc., a partir de qualquer número dado.	I/A	C	
Identificar regularidades na série numérica para nomear, ler e escrever números menos frequentes.	I	A	C
Utilizar calculadora para produzir e comparar escritas numéricas.	I	A	C
Resolver e elaborar problemas com os significados de juntar, acrescentar quantidades, separar e retirar quantidades, utilizando estratégias próprias como desenhos, decomposições numéricas e palavras.	I	A	C
Reconhecer frações unitárias usuais (um meio, um terço, um quarto e um décimo) de quantidades contínuas e discretas em situação de contexto familiar, sem recurso à representação simbólica.		I	A
Reconhecer termos como dúzia e meia dúzia; dezena e meia dezena; centena e meia centena, associando-os às suas respectivas quantidades.	I	A	C
Resolver e elaborar problemas aditivos envolvendo os significados de juntar e acrescentar quantidades, separar e retirar quantidades, comparar e completar quantidades, em situações de contexto familiar e utilizando o cálculo mental ou outras estratégias pessoais.	I	A	A
Resolver e elaborar problemas de multiplicação em linguagem verbal (com o suporte de imagens ou materiais de manipulação), envolvendo as ideias de adição de parcelas iguais, elementos apresentados em disposição retangular, proporcionalidade e combinatória.	I	A	A
Resolver e elaborar problemas de divisão em linguagem verbal (com o suporte de imagens ou materiais de manipulação), envolvendo as ideias de repartir uma coleção em partes iguais e a determinação de quantas vezes uma quantidade cabe em outra.	I	A	A

Fonte: Retirado do caderno de formação de linguagem Unidade 4, Ano 1 (MEC – 2012 b, p.28).

Outro ponto importante neste eixo são as quatro operações, que dentro desta perspectiva assumida pelo PNAIC, somente farão sentido se desenvolvidas dentro de seus campos conceituais (aditivos e multiplicativos), que implicam na resolução de problemas. Ao trabalhar com o campo aditivo, proporciona-se à criança a oportunidade de ela poder elaborar, interpretar e resolver situações problema desse campo (adição e subtração), possibilitando que a mesma utilize suas estratégias pessoais. Sendo assim, ela será sujeito ativo nesse processo de aprendizagem. Neste eixo, percebemos a importância de oportunizar situações em que o aluno desenvolva e construa estratégias de cálculo mental e estimativo.

No quadro 10 encontramos o eixo da geometria. Este está dividido em dois grandes objetivos: um é relativo à movimentação e o outro lida com as formas geométricas. A proposta deste eixo é reconhecer as formas geométricas bidimensionais e tridimensionais que estão presentes em nosso ambiente e desenvolver noções de localização e orientação espacial em diferentes situações do dia a dia. Destaca-se a importância de trabalhar para que a criança reconheça seu próprio corpo como ponto de referência, de localização e deslocamento no espaço, por exemplo: frente, atrás, esquerda, direita. Experimentar, observar e representar objetos em diferentes perspectivas, em diferentes pontos de vista utilizando diferentes linguagens.

**Quadro 10 - Geometria**

Geometria	Ano 1	Ano 2	Ano 3
Explicitar e/ou representar informalmente a posição de pessoas e objetos, dimensionar espaços, utilizando vocabulário pertinente nos jogos, nas brincadeiras e nas diversas situações nas quais as crianças considerarem necessário essa ação, por meio de desenhos, croquis, plantas baixas, mapas e maquetes, desenvolvendo noções de tamanho, de lateralidade, de localização, de direcionamento, de sentido e de vistas.	I	A	C
Estabelecer comparações entre objetos do espaço físico e objetos geométricos — esféricos, cilíndricos, cônicos, cúbicos, piramidais, prismáticos — sem uso obrigatório de nomenclatura.		I	A
Perceber semelhanças e diferenças entre cubos e quadrados, paralelepípedos e retângulos, pirâmides e triângulos, esferas e círculos.		I	A
Construir e representar formas geométricas planas, reconhecendo e descrevendo informalmente características como número de lados e de vértices.		I	A
Descrever, comparar e classificar verbalmente figuras planas ou espaciais por características comuns, mesmo que apresentadas em diferentes disposições (por translação, rotação ou reflexão), descrevendo a transformação com suas próprias palavras.	I	A	C
Usar rotação, reflexão e translação para criar composições (por exemplo: mosaicos ou faixas decorativas, utilizando malhas quadriculadas).	I	A	C
Descrever e classificar figuras espaciais iguais (congruentes), apresentadas em diferentes disposições, nomeando-as (cubo, bloco retangular ou paralelepípedo, pirâmide, cilindro e cone).		I	A
Identificar e descrever a localização e a movimentação de objetos no espaço, identificando mudanças de direções e considerando mais de um referencial.	I	A	C

**Fonte:** Retirado do caderno de formação de linguagem Unidade 4, Ano 1 (MEC – 2012 b, p.29)

No quadro 11 temos o eixo das grandezas e medidas. O grande objetivo deste eixo é levar a criança a compreender a ideia de diversidade de grandezas e suas respectivas medidas. Aqui, é importante e necessário que as crianças vivenciem situações em que a medida faça sentido para elas, iniciando com situações do seu dia a dia, envolvendo diversos tipos de grandezas como: massa, capacidade, tempo, temperatura e comprimento.

**Quadro 11.** Grandezas e medidas

Grandezas e medidas	Ano 1	Ano 2	Ano 3
Comparar comprimento de dois ou mais objetos por comparação direta (sem o uso de unidades de medidas convencionais) para identificar: maior, menor, igual, mais alto, mais baixo, mais comprido, mais curto, mais grosso, mais fino, mais largo etc.	I	A/C	
Comparar grandezas de mesma natureza, por meio de estratégias pessoais e uso de instrumentos de medida conhecidos — fita métrica, balança, recipientes de um litro etc.	I	A/C	
Selecionar e utilizar instrumentos de medida apropriados à grandeza a ser medida (por exemplo: tempo, comprimento, massa, capacidade), com compreensão do processo de medição e das características do instrumento escolhido.	I	A	C
Identificar ordem de eventos em programações diárias, usando palavras como: antes, depois.	I/A/C		
Identificar unidades de tempo — dia, semana, mês, bimestre, semestre, ano — e utilizar calendários.	I	C	
Relação entre unidades de tempo — dia, semana, mês, bimestre, semestre, ano.	I	A	C
Leitura de horas, comparando relógios digitais e de ponteiros.	I	A/C	
Fazer e utilizar estimativas de medida de tempo e comprimento.	I	A/C	
Comparar intuitivamente capacidades de recipientes de diferentes formas e tamanhos.	I	A/C	
Identificação dos elementos necessários para comunicar o resultado de uma medição e produção de escritas que representem essa medição.	I	A	C
Reconhecer cédulas e moedas que circulam no Brasil e de possíveis trocas entre cédulas e moedas em função de seus valores em experiências com dinheiro em brincadeiras ou em situações de interesse das crianças.	I	A	C

**Fonte:** Retirado do caderno de formação de linguagem Unidade 4, Ano 1 (MEC – 2012 b, p.30)

O quadro 12 apresenta o eixo Tratamento da Informação ou Educação Estatística. O principal objetivo deste eixo é levar o aluno a reconhecer e produzir informações em diversas situações e diferentes configurações, sendo que, as informações a serem produzidas devem ser referentes ao cotidiano do aluno.

**Quadro 12 - Tratamento da informação**

Tratamento da informação	Ano 1	Ano 2	Ano 3
Ler, interpretar e transpor informações em diversas situações e diferentes configurações (do tipo: anúncios, gráficos, tabelas, propagandas), utilizando-as na compreensão de fenômenos sociais e na comunicação, agindo de forma efetiva na realidade em que vive.	I	A	C
Formular questões sobre aspectos familiares que gerem pesquisas e observações para coletar dados quantitativos e qualitativos.	I	A	A
Coletar, organizar, classificar, ordenar e construir representações próprias para a comunicação de dados coletados.	I	A	A
Interpretar e elaborar listas, tabelas simples, tabelas de dupla entrada, gráfico de barras para comunicar a informação obtida, identificando diferentes categorias.		I	A
Produzir textos escritos a partir da interpretação de gráficos e tabelas.		I	A
Resolver e elaborar problema a partir das informações de um gráfico.		I	A

**Fonte:** Retirado do caderno de formação de linguagem Unidade 4, Ano 1 (MEC – 2012 b, p.31)

Observando os quadros 9, 10, 11 e 12 podemos perceber que a maioria dos objetivos são introduzir e aprofundar. A ideia é que os conceitos sempre sejam retomados e ampliados ao longo da vida escolar, viabilizando o ensino (e a aprendizagem) em espiral.

Conforme o documento que sistematiza os direitos de aprendizagem, os mesmos devem ser trabalhados de forma clara e concisa. O ensino da Matemática, enquanto direito de toda criança, deve conduzir ao desenvolvimento da criatividade e não à reprodução de formas estereotipadas de resolução de problemas “para o outro”. Essa criatividade se desenvolve quando é proporcionada à criança a possibilidade de

I- Utilizar caminhos próprios na construção do conhecimento matemático, como ciência e cultura construídas pelo homem, através dos tempos, em resposta a necessidades concretas e a desafios próprios dessa construção. II- Reconhecer regularidades em diversas situações, de diversas naturezas, compará-las e estabelecer relações entre elas e as regularidades já conhecidas. III- Perceber a importância da utilização de uma linguagem simbólica universal na representação e modelagem de situações matemáticas como forma de comunicação. IV- Desenvolver o espírito investigativo, crítico e criativo, no contexto de situações-problema, produzindo registros próprios e buscando diferentes estratégias de solução. V- Fazer uso do cálculo mental, exato, aproximado e estimativas. Utilizar as Tecnologias da

Informação e Comunicação potencializando sua aplicação em diferentes situações (TELES 2014, p.42).

Teles (2014), nos propõe ainda uma reflexão sobre os direitos de aprendizagem, levantando algumas questões que estão presentes no nosso cotidiano escolar como: O que fazer... se o aluno não aprende? (por vários motivos)... Se o professor não ensina?... Se a família não acompanha?... Se o Estado não oferece condições materiais? Dentro desta perspectiva dos Direitos de Aprendizagem, também há questionamentos: Quem são os responsáveis por este processo de formação? A superação do desafio cabe a todos os que o assumiram, ou apenas aos professores e formadores? O que se tem de concreto no momento é o compromisso que está posto. Lembramos que o direito está garantido, porém, não significa concretizado.

Nesse sentido, a proposta do PNAIC enfatizando os direitos de aprendizagem para todos e a matemática como um dos instrumentos de formação humana, vem ao encontro da proposta de Educação democrática e cidadã para todos, da Rede Municipal de Ensino, do município de Concórdia - SC, proposta que vem sendo construída e reconstruída coletivamente desde 2001, com a participação de toda a comunidade escolar, por meio de conferências municipais de educação realizadas em 2003 e 2006, nas quais foram construídas as Diretrizes da Política Educacional da Rede Municipal de Ensino (Anexo 1).

A Proposta da rede municipal de Concórdia está pautada no Materialismo Histórico Dialético<sup>14</sup>, visando uma educação democrática. Essa proposta implica em possibilitar, através dos conteúdos/conceitos trabalhados, ou seja, dos conhecimentos científicos, e das relações vividas, a compreensão dos alunos sobre suas vidas, a refletir sobre elas e ter a possibilidade de coletivamente poder interferir na sua vida e na sociedade. Neste sentido, destacamos uma importante contribuição de Freire (1991), quando nos chama a atenção para um aspecto importante, que todos nós enquanto professores alfabetizadores precisamos

---

14 O materialismo histórico, não é só um método (...). Ele é também é uma teoria, ou seja, um complexo conceitual que permite pensar o objeto. É teoria e método, como elementos interligados e aspectos diferentes de uma mesma realidade. (...) É o materialismo que confere à dialética seu caráter histórico, pois expressa os princípios das condições concretas da produção do conhecimento (...) (SIRGADO, 2000).

compreender que, muito mais do que só ler que Eva viu a uva. Precisamos entender várias questões como, por exemplo: qual a posição que Eva ocupa no seu contexto social, quem trabalha para produzir a uva e quem lucra com esse trabalho. E é este contexto de alfabetização e de letramento, que tanto a proposta do PNAIC alfabetização matemática, quanto à proposta da Rede Municipal de Concórdia, propõem que seja desenvolvido. Trabalhar uma educação mais humana implica na construção de um sujeito ativo, participativo, com uma visão crítica ampla, possibilitando uma leitura de mundo. Assim, adentramos no próximo capítulo com a justificativa para aprofundar a “teoria histórica cultural”.

### **3. A ELABORAÇÃO DOS CONCEITOS MATEMÁTICOS**

Ao buscarmos a fundamentação teórica deste estudo, partimos de algumas problematizações: Qual é a concepção de sociedade e de homem que defendemos como base teleológica para a educação? Qual a concepção de desenvolvimento e de aprendizagem mais coerente com essas concepções? Entendemos que a humanidade se constrói quando o homem assume o protagonismo de sua História, no coletivo constituído nas relações sociais, tecidas no trabalho, entendido aqui como um ato criativo de transformação da Natureza. Esse ato complexo envolve os processos de ensinar e aprender, que se dão nas interações socioculturais e são constituintes da formação da mente, incluindo a elaboração de conceitos.

Neste capítulo, a discussão centra-se na elaboração dos conceitos segundo a teoria histórico-cultural baseada em seu fundador Vygotsky, (1896–1934) e Alexei Nikolaevich Leontiev (1903–1979), um de seus colaboradores, buscando o apoio de autores que discutem essa teoria, como Aguiar (1998), Fontana (1996) e Rego (1995). Posteriormente, focamos a discussão na elaboração de conceitos matemáticos, com base nas contribuições de Núñez (2009), Barbosa (1997), Koll (2010), Facci (2006), Moysés (2012), Vergnaud (1993), Duval (2003).

#### **3.1. A elaboração de conceitos na teoria histórico-cultural**

Os conceitos não são desenvolvidos naturalmente, são processos históricos e culturalmente elaborados por meio da mediação do/pelo outro, utilizando a linguagem (fala), a representação simbólica, os signos e os instrumentos (NÚÑEZ, 2009). Portanto, são processos apreendidos e objetivados nas condições reais dos indivíduos. Aguiar traz uma contribuição importante quando diz que

Um conceito se forma mediante uma operação mental. Essa operação é dirigida pelo uso das palavras (signos e símbolos linguísticos) como meio de centrar ativamente a atenção no conceito a ser formado, abstrair do mesmo determinados traços relevantes, sintetizá-los e simbolizá-los por meio de um signo. As operações com signo são produtos das condições específicas do desenvolvimento social e, sendo assim, têm papel crucial no desenvolvimento individual, influenciando sobremaneira a aquisição de conceitos (AGUIAR, 1998 p. 19).

Os conceitos têm origem na atuação coletiva do ser humano sobre o mundo, sobre a natureza e sobre si mesmo. Conforme esta ação vai evoluindo ao longo da história, se tornando mais complexa, ele vai criando novos instrumentos e signos e estes novos elementos vão influenciando e modificando sua forma de pensar, agir e sentir. Como exemplo, temos o surgimento e desenvolvimento da escrita, da matemática, da informática.

Segundo Vygotsky (1987), no curso das relações sociais, os indivíduos vão se apropriando, produzindo e transformando as diversas atividades práticas e simbólicas existentes na sociedade em que vivem, e as internalizam. Nesse processo individual, o sujeito reconstrói internamente os modos da ação externa. Assim, o que é social (atividade interpessoal) se torna individual (atividade intrapessoal).

Vale lembrar que a criança, desde seu nascimento, está inserida num contexto social, cultural e historicamente construído. Está imersa num sistema de significações sociais. Parafraçando Vygotsky (1987), durante seu processo de desenvolvimento, ela se apropria dos mais diversos instrumentos e signos, chamados de mediadores culturais e, antes mesmo de entrar na escola, desenvolve vários conceitos chamados de cotidianos ou espontâneos.

Na medida em que os signos, ou instrumentos psicológicos, se tornam mais necessários e complexos para a resolução de problemas, os conceitos assumem outro nível de complexidade. Cada criança, por meio da mediação do professor que disponibiliza novos instrumentos físicos ou cognitivos, vai ampliando e reorganizando esses conceitos espontâneos e elaborando os conceitos científicos. Para Vygotsky, o principal instrumento de mediação é a linguagem. Entretanto, é mais apropriado falarmos de linguagens, no plural, já que podemos utilizar diversos sistemas de representação. A linguagem matemática é um desses sistemas de representação do qual a criança precisa se apropriar para o desenvolvimento dos conceitos matemáticos.

Segundo Vygotsky (1987), os conceitos espontâneos são aqueles desenvolvidos no dia a dia da criança, construídos na vivência direta com o objeto a que o conceito se refere, com a mediação não sistemática de outras pessoas em sua cultura, ou seja, nas suas interações imediatas. Os conceitos científicos são aqueles organizados em sistemas consistentes de inter-relações desenvolvidos no

contexto escolar, através da mediação do professor, por meio do ensino formal e intencional.

Encontramos, em Vygotsky (2000), considerações importantes que ajudam a compreender o desenvolvimento conceitual na aprendizagem das crianças. Vejamos

[...] o conceito é, em termos psicológicos, um ato de generalização. [...] a essência do seu desenvolvimento é, em primeiro lugar, a transição de uma estrutura de generalização à outra. Em qualquer idade, um conceito expresso por uma palavra representa uma generalização. Mas os significados das palavras evoluem. Quando uma palavra nova, ligada a um determinado significado, é apreendida pela criança, o seu desenvolvimento está apenas começando; no início ela é uma generalização do tipo mais elementar que, à medida que a criança se desenvolve, é substituída por generalizações de um tipo cada vez mais elevado, culminando o processo na formação dos verdadeiros conceitos (VYGOTSKY, 2000, p. 246).

Percebemos então, que as mudanças ocorridas com o surgimento da linguagem se tornaram essenciais nos processos psíquicos do homem. Dentre as mudanças ocorridas podem-se citar três consideradas fundamentais no processo de desenvolvimento humano. A primeira permite ao homem lidar com objetos do mundo exterior, mesmo que estes não estejam presentes. Por exemplo, a frase: “O menino está jogando bola” permite que eu compreenda o que está acontecendo, sem ter presenciado o fato, pois internamente opera-se a informação. A segunda possibilita o processo de abstração e generalização, ou seja, através da linguagem podemos analisar abstrair e generalizar as características dos objetos - categorizar. Por exemplo, quando eu falo a palavra “bola” caracteriza qualquer bola independente de seu tipo, se é de vôlei, basquete. Nesse caso, a palavra generaliza o objeto e o integra numa determinada categoria. Sendo assim, a linguagem, além de designar os elementos presentes na realidade, fornece conceitos e formas de ordenar o real em categorias conceituais. A terceira se refere à função da comunicação entre os homens, garantindo assim, a transmissão, assimilação e preservação das informações e conhecimentos que o homem foi construindo ao longo da história, que são as experiências acumuladas pela humanidade (REGO, 1995).

De acordo com o descrito no parágrafo anterior e parafraseando Vygotsky, o homem é um sujeito histórico cultural. Segundo ele, o desenvolvimento do sujeito se dá nos quatro planos genéticos do desenvolvimento: a filogênese, a ontogênese, a sociogênese e a microgênese. A filogênese estuda a origem e evolução da espécie; definindo os limites e possibilidades de desenvolvimento da espécie humana. A ontogênese se refere à história do indivíduo, ao desenvolvimento no plano biológico. A sociogênese se refere ao desenvolvimento social e cultural ao longo da história. A microgênese que se refere ao estudo da origem e desenvolvimento de cada fenômeno psicológico. Estes planos genéticos precisam ser estudados e compreendidos para entendermos o desenvolvimento do ser humano.

Nesse contexto, Vygotsky (1987) e seus seguidores estudaram o processo de formação dos conceitos espontâneos, e nos explicam que a evolução passa por três níveis principais no desenvolvimento do pensamento: pensamento sincrético, pensamento por complexos e pensamento propriamente conceitual.

O pensamento sincrético é próprio aos anos iniciais de vida. É o pensamento desorganizado, onde a criança não realiza nexos, agrupa objetos aleatoriamente sem procurar semelhanças. Vygotsky, assim explica o pensamento sincrético

Primeira fase: compreende a formação da imagem sincrética ou amontoado de objetos: “[...] corresponde ao significado da palavra, coincide perfeitamente com o período de provas e erros no pensamento infantil. A criança escolhe os novos objetos ao acaso, por intermédio de algumas provas que substituem mutuamente quando se verifica que estão erradas”. Segunda fase: baseia-se em leis puramente sincréticas da percepção do campo visual e organização da percepção da criança. Aqui, “a imagem sincrética ou amontoado de objetos forma-se com base nos encontros espaciais e temporais de determinados elementos, no imediato ou em outra relação mais complexa que surge entre eles no processo de percepção imediata.” A terceira fase “[...] é a fase em que a imagem sincrética, equivalente ao conceito, forma-se em uma base mais complexa e se apoia na atribuição de um único significado aos representantes dos diferentes grupos, antes de qualquer coisa daqueles unificados na percepção da criança”. (VYGOTSKY, 2000, p. 176 e 177).

O pensamento por complexos é mais sofisticado que o pensamento sincrético. O sujeito vai agrupando os objetos em categorias, utilizando diversos critérios e estratégias para os agrupamentos. No entanto, essa categorização é

concreta e factual e não abstrata e lógica (VYGOTSKY, 1987). Este nível do pensamento por complexos apresenta os seguintes tipos

1. tipo associativo (percepção), no qual a criança associa objetos a partir de atributos comuns; semelhança; contraste; proximidade no espaço; 2. Coleções (experiência prática), no qual une coisas diferentes, mas complementares; o critério é o contraste. Ou ainda a função ou uso (pensa em objetos concretos e não em conceitos generalizados); 3. Cadeia, em que não existe um “núcleo”, a criança não abstrai o traço isolado do restante, nem lhe confere função especial; faz junção dinâmica e consecutiva de elos isolados; há transmissão de significado para outro elo; 4. Difuso, no qual se observa uma fluidez do atributo que une os elementos (sai dos limites das conexões concretas); 5. Pseudoconceitos, que se constitui em um elo entre pensamento por complexos e o pensamento conceitual; ainda depende das conexões perceptuais diretas (semelhança concreta visível), parecendo se orientar pela ideia ou conceito geral. (BARBOSA, 1997, p. 76-77).

O pensamento por complexos está presente não só nas crianças, mas também nos adolescentes e nos adultos, sendo utilizado cotidianamente, nos momentos em que o meio não lhes exige pensamentos mais sistematizados, mais elaborados. Desta forma, Vygotsky (2000, p. 218) afirma que “os pseudoconceitos não são apenas uma conquista exclusiva da criança. Neles também se verifica com grande frequência o transcorrer do pensamento no nosso dia-a-dia”. Os pseudoconceitos constituem a fase mais evoluída do pensamento por complexo, e até parecem conceitos verdadeiros, mas a sua estrutura não está fundamentada num sistema lógico abstrato, embora nesta etapa comece a aparecer à possibilidade de síntese que ainda é inicial, realizando-se sobre a base de elementos perceptíveis da situação real. Por exemplo, quando alguém afirma que um quadrado apoiado sobre um dos seus vértices é um losango, não está levando em consideração o fato de um quadrado ser um quadrilátero com todos os lados e todos os ângulos iguais (propriedades abstratas) e sim sua aparência, como costuma ser exibida nos livros didáticos.

Conforme Núñez (2009), na elaboração dos conceitos é importante perceber que a palavra é um signo, que pode ser aplicado de diferentes maneiras e contribui para as diferentes operações intelectuais. É um signo mediador, muito importante e essencial nesse processo, tendo a princípio a função de mediar à construção do conceito e, posteriormente, de representá-lo. Nesse processo, a criança interage com as características presentes nos elementos do mundo real,

sendo a interação conduzida pelas palavras que indicam categorias culturalmente organizadas. Assim, ao internalizar a linguagem, passa a representar essas categorias e a palavra passa a funcionar como instrumento de organização do conhecimento.

Para que o pensamento por conceitos se desenvolva, é necessário, além da generalização, a abstração que inclui o resultado de um ato real e complexo do pensamento, que compreende operações mentais de análise e síntese, em suas formas mais elaboradas. Segundo Vygotsky (1989), um conceito se forma por meio de operações intelectuais, das quais todas as funções mentais elementares participam em uma combinação específica. Estas operações são conduzidas pelo uso das palavras, que por sua vez organizam o meio de focar ativamente a atenção, abstrair determinados aspectos, sintetizá-los e simbolizá-los por meio de um signo.

### **3.2. A formação de conceitos e a atividade de aprendizagem: Contribuições de Leontiev**

Os estudos de outros pesquisadores dessa mesma linha teórica (histórico-cultural) possibilitam uma maior compreensão deste complexo processo de assimilação de conceitos científicos no contexto escolar, como é o caso dos trabalhos de Galperin, com a teoria da assimilação por etapas das ações mentais, a proposta de ensino de Davidov, denominado de Ensino Desenvolvimental e a teoria da atividade de Leontiev. Ressaltaremos, neste momento, um pouco da teoria da atividade para refletirmos um pouco mais sobre a relação entre a formação de conceitos e as atividades pedagógicas, pois nos parece que existe uma certa dispersão de significados quando se fala de atividades no contexto escolar.

A atividade humana é considerada por Leontiev (1978) como um processo que media a relação entre o sujeito e a realidade a ser modificada por ele. Essa é uma relação dialética, pois neste processo não é só o objeto que se transforma, mas o sujeito também, visto que, ocorrem mudanças em sua psique e em sua personalidade. A atividade é o jeito, exclusivamente humano, do homem se relacionar com o mundo. Ela representa a forma pela qual o homem assimila as

experiências acumuladas pela sua espécie, sendo este não um processo passivo de adaptação ao meio, mas também um processo ativo de transformação.

Para Leontiev

A atividade é uma unidade molar não aditiva da vida do sujeito corporal e material. Num sentido mais estreito, ou seja, ao nível psicológico, esta unidade da vida é mediada pelo reflexo psíquico, cuja função real consiste em que este orienta o sujeito no mundo dos objetos. Em outras palavras, a atividade não é uma reação, e sim um sistema que possui uma estrutura, passos internos, um desenvolvimento. (LEONTIEV, 1989, p.266).

Segundo Leontiev (1989), não são os conceitos, mas sim a atividade real que une o sujeito com a realidade e que determina o desenvolvimento da consciência. Sendo assim, a atividade é que desenvolve a consciência e por fim desenvolve os conceitos, mas não é qualquer atividade, precisa ser uma atividade adequada que transforme o objeto e o sujeito da aprendizagem. Para ele, a atividade é resultado de todas as influências sociais, sendo um processo essencial na formação da personalidade do indivíduo. A atividade humana é social: fora da sociedade e da vida humana ela não existe. Núñez ajuda a compreender essa ideia ao explicar que

A atividade de aprendizagem é individual, social e cultural. É individual na medida em que o aluno deve desenvolver a atividade para se apropriar dela. É social e cultural em dois sentidos: na medida em que se usam as regras e outras ferramentas da cultura e na medida em que se aprende e se desenvolve nas interações sociais com os outros (NÚÑEZ, 2009, p. 68).

Nas atividades de sala de aula, cada aluno é influenciado pelas interações pedagógicas com o professor e com os colegas, possibilitando, assim, a constituição de um sujeito qualitativamente novo, elencado por novos traços de sua personalidade. A atividade pedagógica precisa possibilitar o desenvolvimento de novas estruturas do pensamento, trabalhando assim o conhecimento científico a partir do conhecimento empírico dos alunos, ou seja, a partir do que eles já sabem, para que possam fazer a abstração, formar as generalizações e se desenvolver para assimilar, ou seja, internalizar os conhecimentos.

Segundo Leontiev (1989), o meio de assimilação do conteúdo é um tipo de atividade, sendo necessário que o aluno realize algumas ações e que estas estejam

sustentadas nas funções psicológicas superiores, ou seja, que sejam ações que desenvolvam todas as funções psicológicas superiores e não ações meramente perceptuais ou de memória. Sendo assim, cada professor tem uma função muito desafiadora e importantíssima que é organizar a estrutura adequada da atividade para que o aluno possa compreender o conteúdo escolar.

Mas poderíamos nos perguntar: Que estrutura a atividade precisa ter para ela ser adequada? Que tipos de atividades deveriam propor para garantirmos o desenvolvimento da criança? Buscando a teoria da atividade desenvolvida por Leontiev, ele nos ajuda a responder estas e muitas outras questões que nos inquietam enquanto professores.

Leontiev (1989) esclarece que toda a atividade humana (motora, mental ou perceptiva) tem uma estrutura invariante: um sujeito, um objeto, os motivos, o objetivo, os meios e as condições de realização e o produto.

**a) Um sujeito da atividade:** este é quem realiza a atividade, entendido como um sujeito atual, real. Este sujeito visto também como sujeito da aprendizagem é um aluno que aprende em uma escola, que pertence a uma comunidade, a qual, por sua vez, pertence a uma sociedade, num momento histórico. O sujeito constitui-se, assim, em todas as interações sociais e culturais. O conceito de sujeito da atividade de aprendizagem está vinculado ao conceito de personalidade, como totalidade. Assim, ao propor uma atividade, o professor precisa conhecer os alunos como sujeitos totais: o que sabem o que desejam e suas capacidades... Além disso, precisa ter a consciência do que pode fazer e até onde pode chegar com a aprendizagem, concebendo esta como um processo ligado à tomada de consciência do sujeito que proporciona que ele se desenvolva integralmente.

**b) Um objeto da atividade:** O objeto da atividade é para onde é dirigida a ação. Refere-se à matéria-prima. Pensando na matemática, podemos considerar como objetos da atividade os problemas que a escola propõe para os alunos resolverem.

**c) Os motivos para realizar a ação:** precisam estar presentes no sujeito, pois se não existir motivo, ou necessidade, não acontecerá a ação. A motivação deve estar presente em todos os momentos da atividade, é preciso motivar a aprendizagem dos alunos, os fazendo buscar cada vez mais a vontade de aprender.

A atividade não acontece sem motivos. Para Leontiev (1989), uma atividade “não motivada” não significa uma atividade sem motivo, mas sim uma atividade com motivos ocultos.

Segundo Leontiev (1989), o motivo pode ser individual ou social. A necessidade de aprender é individual, pois, a mesma é sentida, percebida e vivenciada pelo aluno. Porém, ela é social em relação à sua gênese e ao seu desenvolvimento. A sociedade direciona determinadas necessidades aos sujeitos, conforme seu grupo social ou cultural. As necessidades de aprendizagem também se apresentam de forma subjetiva, nas condições do sujeito para saciar seus sonhos, anseios e motivos individuais. As necessidades de aprendizagem têm dois polos: um centrado no objeto que o satisfaz, socialmente condicionado, e o outro que se localiza no próprio sujeito, sendo indispensável o componente afetivo nesse processo. Dessa forma, reafirmamos a importância dos problemas matemáticos propostos aos alunos fazerem sentido na realidade em que eles vivem, pois um problema matemático não é motivador se o mesmo se restringir a uma situação artificialmente criada para cumprimento de uma tarefa escolar. Ele deve se constituir em um verdadeiro problema na vida do aluno, sentindo ele a necessidade e interesse em resolver.

**d) Um objetivo:** é a ideia imaginária dos resultados daquilo que acreditamos ser possível alcançar com a realização de ações concretas. A ligação entre o objetivo da atividade de aprendizagem e os motivos que conduzem o sujeito à realização da ação possibilita demonstrar os diferentes sentidos pessoais que a aprendizagem tem para o aluno. Uma ação se transforma em atividade quando o objetivo e o motivo coincidem, possibilitando o desenvolvimento de habilidades e capacidades relacionadas com determinados conhecimentos. Para Núñez muitas vezes a falta de clareza para o aluno dificulta a sua aprendizagem, portanto

Na atividade de aprendizagem, os objetivos de aprendizagem devem ser explicitados, para o aluno ter clareza da atividade que deve realizar para aprender como atividade consciente, questão que contribui com a auto-regulação da aprendizagem. Muitas vezes, dificuldades para aprender derivam-se do fato de o aluno não saber “o que não sabe” e o que “deve saber” e isso lhe impede de procurar estratégias em busca da construção do desconhecido e, conseqüentemente, auto-regular sua aprendizagem, ou seja, aprender a aprender. Os objetivos da

aprendizagem devem estar em correspondência com os objetivos do ensino, isto é, com as finalidades do professor e do projeto de aprendizagem. Devem, portanto, ser expressos em termos das habilidades que o aluno deve assimilar no plano da integração do conceitual, do procedimental e do atitudinal, uma vez que, como se tem discutido, o afetivo não se separa do cognitivo (NÚÑEZ, 2009, p. 83).

Nesse sentido, se a atividade é proposta como a busca da resolução de um problema que faça sentido para o aluno, o objetivo fica claro para este, ajudando-o a autoregular sua aprendizagem.

**e) Sistema de operações:** São as formas pela qual se realizam as ações, são os procedimentos as técnicas, os métodos, as estratégias, para realizar a ação e assim transformar o objeto em produto, sendo que, o objetivo de uma ação pode permanecer, mas as formas, as condições de uma ação podem modificar ou variar. Uma mesma ação pode ser realizada por diferentes operações. Essas operações são um sistema de micro ações que oferecem à ação a firmeza de processo contínuo (LEONTIEV, 1988). No caso da matemática, envolve, por exemplo, as estratégias, ou seja, a articulação das ações e operações necessárias para a resolução de um problema.

**f) A Base Orientadora da Atividade (BOA):** organiza para o sujeito a imagem que ele irá executar do produto final. O aluno deve ter clareza do que vai fazer, antes de realizar a atividade, tendo o direito de argumentar as ações que vai realizar. Como nos diz Núñez, “[...] Ao construir o referido modelo teórico, pelo qual poderá desenvolver a atividade, o aluno precisa conscientizar-se da estrutura da atividade” (2009, p. 85). Pesquisas realizadas pelos psicólogos soviéticos demonstraram que, para a ação ser realizada com qualidade precisa ser bem orientada (LEONTIEV, 1988).

**g) Meios para realizar uma atividade:** A atividade humana se desenvolve mediada pelo uso de instrumentos. Para os alunos se apropriarem do conhecimento, os mesmos fazem uso de instrumentos. Neste sentido, Núñez nos explica que

Os meios, como elementos da atividade, encontram-se e são mediadores entre o objeto e o sujeito da atividade. Existem meios materiais (objetos e instrumentos) e meios de natureza informativa ou simbólica. Os instrumentos (ferramentas) externos que os alunos utilizam para desenvolver suas atividades de aprendizagem pertencem

ao grupo de tecnologias, no sentido amplo dessa última categoria. Os recursos linguísticos, os objetos materiais ou suas representações são recursos necessários para o sucesso da atividade. Por isso há necessidade de compreender que função e quais são as potencialidades e limitações de cada tecnologia e recursos no planejamento e execução da atividade (NUÑEZ, 2009, p. 86).

Os instrumentos, materiais e simbólicos resultam da atividade humana e por isso neles estão materializados as operações e os métodos inerentes à realização dessa atividade. Assim, as representações simbólicas (semióticas) são instrumentos que, ao serem internalizados, permitem criar estruturas mentais cuja organização corresponde, de algum modo, às relações que os homens estabelecem entre os conteúdos e objeto de suas atividades.

Para Leontiev (1989), “os processos psicológicos do sujeito, internalizados, passam a mediar a sua atividade numa interação entre seu psiquismo e as condições concretas de sua existência como ser humano”.

**h) As condições** constituem um conjunto de elementos que influenciam o desenvolvimento da atividade de aprendizagem. Elas podem ser condições ambientais (iluminação, espaço, ventilação) ou as condições psicológicas no qual se desenvolve a atividade. Analisar e conhecer, este contexto é fundamental para se compreender e desenvolver o processo de formação de habilidades pelo sujeito da atividade.

**i) O produto:** é o resultado final, ou seja, a transformação alcançada por meio das ações, visando o objetivo da atividade. Segundo Leontiev (1989), o produto da atividade pedagógica representa as mudanças que ocorrem na personalidade integral do aluno, resultado este de sua atividade de aprendizagem: assimilação dos conteúdos, mudanças de atitude, novas formas de ver e agir, valores formados, todos estes resultados relacionados com as intencionalidades educativas. A atividade humana, seja ela material ou mental, está consolidada no seu produto, e nem sempre o produto coincide com seu objetivo.

Para Leontiev (1989), o homem não realiza a atividade por um motivo, mas sim por vários motivos, ou seja, por um sistema de motivos, sendo que, na atividade da aprendizagem, os alunos podem ter muitos motivos para realizar uma atividade, mas um vai se destacar mais em relação aos outros. Admitir a aprendizagem como uma atividade na concepção da Teoria da Atividade de

Leontiev nos permite outra direção para pensarmos nessa difícil tarefa que é ensinar e, por conseguinte aprender. Neste sentido, Núñez nos esclarece que

Na base dos pressupostos do materialismo dialético e histórico, da teoria leninista do conhecimento, procurando superar limitações do pensamento de L. S. Vygotsky, Leontiev dá destaque à atividade na compreensão da formação das funções psicológicas superiores. Essas reflexões teóricas têm implicações importantes para a aprendizagem escolar. A formação de conceitos sistematizados na escola é um processo (atividade) social, mediado pela e culturalmente contextualizado. Apropriar-se de conceitos significa apropriar-se dos tipos de atividades nos quais esses conceitos entram e se orientam para o desenvolvimento integral da personalidade do aluno (NÚÑEZ, 2009, p. 88).

Para o planejamento de estratégias de ensino, a teoria da atividade de Leontiev apresenta um recurso metodológico fundamental, possibilitando a análise do conteúdo da atividade da aprendizagem, a delimitação da estrutura de seus principais componentes e as relações funcionais que se estabelece entre eles (NÚÑEZ, 2009). Nesta perspectiva, a principal tarefa do professor ao direcionar o processo de ensino e aprendizagem é garantir a assimilação da atividade que o aluno precisa desenvolver para a aprendizagem efetiva de um determinado conteúdo, como delimitado nos objetivos de ensino.

### **3.3. O papel da educação escolar no desenvolvimento conceitual: a mediação pedagógica**

Em consonância com o que já foi exposto, encontramos na teoria histórica cultural que a atividade de aprendizagem compreende os processos de formação de conceitos como processos históricos, culturais que vão se modificando e são constituintes das estruturas psicológicas do homem, sendo a escola o lugar mais adequado para o desenvolvimento desses processos. Segundo Vygotsky

A formação de conceitos implica história, pois um conceito não é uma formação isolada, fossilizada e imutável, mas, sim, uma parte ativa do processo intelectual, constantemente a serviço da comunicação, do entendimento e da solução de problemas. Continuando diz: a formação de conceitos não se inicia na escola, mas, muito antes, nas experiências da criança no mundo físico e social, cabendo ao ensino formal a importante missão de propiciar condições para desenvolver

na criança o processo de percepção generalizante. (VYGOTSKY, 1987, p.62).

No entanto, o desempenho dessa missão, só acontecerá adequadamente na medida em que o professor compreende como se dá esse processo de formação dos conceitos e conhece a situação de desenvolvimento cognitivo dos alunos, ou seja, quando o professor consegue identificar o nível de desenvolvimento real e potencial da criança. O nível de desenvolvimento real, na teoria de Vygotsky, é aquilo que a criança já consegue realizar sozinha sem o auxílio de outra pessoa, é o resultado de processos de desenvolvimento completos, ou seja, consolidados.

Conhecendo o que o seu aluno sabe, ou não sabe, o professor direciona o ensino, não para as etapas intelectuais já alcançadas, mas sim, para estágios de desenvolvimento ainda não alcançados pelos alunos, funcionando o ensino, desta forma, como promotor de novas conquistas intelectuais e tornando a aprendizagem propulsora do desenvolvimento. Koll (2010) explica com clareza este processo, enfatizando a importância da mediação do/pelo outro

[...] para compreender adequadamente o desenvolvimento devemos considerar não apenas o nível de desenvolvimento real da criança, mas também seu nível de desenvolvimento potencial, isto é, sua capacidade de desempenhar tarefas com a ajuda de adultos ou de companheiros mais capazes. Há tarefas que uma criança não é capaz de realizar sozinha, mas que se torna capaz de realizar se alguém lhe der instruções, fizer uma demonstração, fornecer pistas, ou der assistência durante o processo. No caso da construção da torre de cubos, por exemplo, se um adulto der instruções para a criança (“Você tem que ir pondo primeiro o cubo maior de todos, depois os menores” ou “Tem que fazer de um jeito que a torre não caia”) ou se ela observar uma criança mais velha construindo uma torre a seu lado é possível que consiga um resultado mais avançado do que aquele que conseguiria se realizasse a tarefa sozinha. (KOOL, 2010, p. 61).

A ideia de desenvolvimento potencial demonstra, assim, um momento do desenvolvimento que define não as etapas já consolidadas, mas as etapas seguintes. A interação social é considerada de extrema importância nesse processo, pois o desenvolvimento psicológico individual se dá socialmente na relação com o outro, nas mais diversas esferas e níveis da atividade humana.

Vygotsky, afirma que, entre o nível de desenvolvimento real e desenvolvimento potencial, há um “espaço” definido como a zona de desenvolvimento proximal. Definido assim

A distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar por meio da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado por meio da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes está a zona de desenvolvimento proximal.. (VYGOTSKY, 1984, p.97).

Portanto, é na zona de desenvolvimento proximal que o indivíduo desenvolve novas funções, sempre com o apoio de outros indivíduos que já se apropriaram delas. Pode-se dizer que a zona de desenvolvimento proximal é um domínio psicológico em constante transformação, pois o que é o nível de desenvolvimento potencial hoje se torna nível de desenvolvimento real amanhã, visto que a atividade que a criança realiza hoje com a ajuda de alguém, amanhã realizará sozinha. Assim, o aprendizado impulsiona os processos de desenvolvimento constituindo aos poucos, funções psicológicas consolidadas do indivíduo.

Ressalta-se, portanto, a necessidade que o professor tem de conhecer a realidade: quem é o aluno, o que ele já sabe, onde vive, o modo de pensar de seu grupo social... enfim, o conhecimento dessa realidade permite ao professor provocar zonas de desenvolvimento proximal no aluno e nelas intervir. Dessa forma, o professor tem um papel fundamental neste processo de intervenção, e suas ações passam a determinar a criação da zona de desenvolvimento proximal nos alunos, possibilitando avanços que não ocorreriam espontaneamente. Assim, a escola poderá proporcionar ao aluno conhecimentos, que provocarão o desenvolvimento. É oportuno lembrar que, ao ensinar para o aluno o que ele já sabe, ou o que está além de sua capacidade de compreensão, não acontecerá nem aprendizagem e nem desenvolvimento.

Segundo Koll (2010), as ações do professor, de observar, ouvir, provocar, investigar, mediar, acompanhar e avaliar o processo de desenvolvimento teórico conceitual dos alunos são fundamentais, e contribuem para a mediação do conhecimento. Desencadeado esse processo, amplia-se a zona de desenvolvimento proximal, levando à consolidação do nível potencial e transformando-o, assim, em nível de desenvolvimento real.

Para Vygotsky (1989), é bom o ensino que vai à frente do desenvolvimento e vai arrastando-o para as estruturas mentais, ou seja, para os níveis de

desenvolvimento. Afirma que a aprendizagem impulsiona o desenvolvimento, então a escola tem um papel essencial nesse processo do desenvolvimento do intelecto.

É importante destacar aqui, que não é qualquer ensino, qualquer conteúdo, que desenvolve os conceitos científicos. Martins (2011) nos diz que precisamos ensinar conteúdos que de fato operem para a ascensão da nossa inteligência prática, que vá além das aparências e que, sem o pensamento abstrato mediado pelos conceitos científicos, isso não acontece. Acrescenta ainda que o acúmulo de informações científicas, não garante o desenvolvimento do pensamento conceitual, nem o desenvolvimento da capacidade para pensar abstratamente, porém, sem ela, a formação integral dos indivíduos não se efetiva.

Sendo assim, o processo de construção/elaboração dos conceitos não deve ser realizado de forma mecânica e repetitiva, conforme nos diz Vygotsky

O ensino direto de conceitos é impossível e infrutífero. Um professor que tenta fazer isso geralmente não obtém qualquer resultado, exceto o verbalismo vazio, uma repetição de palavras pela criança, semelhante à de um papagaio, que simula um conhecimento dos conceitos correspondentes, mas que na realidade oculta um vácuo (VYGOTSKY, 1987, p.72).

Rego, também contribui neste sentido dizendo que

O processo de formação de conceitos fundamental no desenvolvimento dos processos psicológicos superiores, é longo e complexo, pois envolve operações intelectuais dirigidas pelo uso das palavras (tais como: atenção deliberada, memória lógica, abstração, capacidade para comparar e diferenciar). Para aprender um conceito é necessário, além das informações recebidas do exterior, uma intensa atividade mental por parte da criança. Portanto, um conceito não é aprendido por meio de um treinamento mecânico, nem tampouco pode ser meramente transmitido pelo professor ao aluno. [...] (REGO, 1995, p. 78).

Conforme a autora, o uso da linguagem, instrumentos e signos é fundamental no processo de elaboração conceitual e cabe à escola desafiar os alunos a desenvolver o intelecto. Vygotsky (1989) ressalta que esse processo de desenvolvimento intelectual poderá se atrasar ou até mesmo não se completar, dependendo do contexto em que o aluno está inserido.

Parafrazeando Saviani (1985), o sujeito precisa ter acesso aos conhecimentos mais sistemático, abstrato e historicamente construído pela humanidade, ou seja, o conhecimento clássico. É através deste conhecimento que o sujeito vai compreendendo seu lugar no mundo e ao mesmo tempo interagindo e se constituindo enquanto sujeito histórico do processo. É nesse processo que desenvolve a consciência e conscientização dos seus processos mentais (processos metacognitivos). Mas, para que isso ocorra é imprescindível promover a discussão e o trabalho em grupo. O aluno precisa ser ativo, participando neste processo, onde aprende a questionar e a argumentar.

Neste sentido, Vygotsky (1987, p. 98), nos deixa uma contribuição muito importante quando nos diz “[...] o professor, trabalhando com o aluno, explicou, deu informações, questionou, corrigiu o aluno e o fez explicar”. Nesta frase de Vygotsky temos informações essenciais para um ensino voltado para a compreensão. Moysés (2012) destaca uma a uma as expressões dele, nas quais compactuamos e pensamos que sejam essenciais para a construção/elaboração dos conceitos matemáticos.

a) “*trabalhando com o aluno*”. A preposição “com” já revela uma atitude de interação. Trabalham professor e aluno. E o que é esse trabalho? O autor prossegue discriminando inicialmente o trabalho do professor.

b) “*explicou*” e “*deu informações*”. Explicar é muito mais do que fazer uma mera exposição. É buscar na estrutura cognitiva dos alunos as ideias relevantes que serviram como ponto de partida para o que se quer ensinar. É caminhar com base nessas ideias, ampliando os esquemas mentais já existentes, modificando-os ou substituindo-os por outros mais sólidos e abrangentes. Nesta desempenham papel fundamental a exemplificação e o enriquecimento no que está sendo explicado com um número suficiente de informações.

c) “*questionou e corrigiu o aluno*”, isto é, procurou verificar se a sua fala havia sido compreendida e, diante de possíveis erros, vai corrigindo-os [...]

d) “*e o fez explicar*”. Talvez resida aqui o ponto alto de todo o processo. Ele é, em essência, o próprio mecanismo de internalização se fazendo presente. Ao pedir que o aluno explique, o professor pode detectar se está havendo, no plano intrapsicológico, uma reestruturação das relações que ocorreram no âmbito interpsicológico. Para isso é necessário que este aluno consiga expor com suas próprias palavras o assunto tratando, deixando perceber possíveis relações com outros temas; que exemplifique com dados tirados do seu cotidiano; que faça generalizações etc. (MOYSÉS, 2012, p. 37 e 38).

A autora salienta que, este processo é dinâmico e que precisa ser construído na interação professor/aluno. Ela ressalta, ainda, em termos cognitivos a importância do questionamento e da correção, realizada pelo professor, que precisa estar bem preparado enquanto profissional. Sendo assim, saberá questionar seus alunos, provocando o desequilíbrio na sua estrutura cognitiva, instigando o aluno a buscar e avançar para uma nova e mais elaborada reestruturação. A ação de questionar e a de corrigir, não se resumem simplesmente em mostrar, ou destacar onde está o erro, para substituí-lo pela resposta correta, mas em proporcionar que o aluno desenvolva a compreensão deste conhecimento.

Cabe ressaltar que, nesse processo, o professor torna-se peça fundamental na construção/elaboração de conceitos matemáticos, sendo ele quem seleciona os conteúdos, realiza os recortes, que serão trabalhados e, intencionalmente, faz a mediação entre o aluno e o objeto do conhecimento. Neste sentido, Facci (2006), ressalta que sem planejamento, sem conhecimento e sem intencionalidade, a educação estará a serviço da sociedade capitalista, tornando-se mera reprodutora do sistema. Destaca ainda que, se a escola não permitir o acesso ao conhecimento para todos os alunos, ela contribuirá para que esse conhecimento continue sendo propriedade privada da classe dominante, reforçando assim a ordem vigente. O autor também nos chama a atenção no sentido de que não é qualquer interação que garante a aprendizagem. Essa interação precisa ser organizada, planejada, ter objetivos claros e definidos. Os alunos precisam ser motivados para querer aprender. Assim, cabe ao professor encaminhar o ensino de forma que leve o aluno a desenvolver as suas capacidades ao máximo, possibilitando, assim, que o aluno compreenda o mundo de forma mais crítica.

Assim, para compreender os mecanismos da aprendizagem matemática é necessário e importante conhecer como vai acontecendo o desenvolvimento intelectual. E é primordial ter em mente que, quando a criança chega à escola, ela traz muitos conhecimentos, incluindo os matemáticos, e estes precisam ser valorizados e compreendidos pelo professor. Assim, a aprendizagem que a criança traz e o conhecimento escolar trabalhados de forma contextualizada são elementos essenciais no seu desenvolvimento.

### 3.4. As estruturas aditivas e os conceitos matemáticos: contribuições de Vergnaud e Duval

Quem já não ouviu estas perguntas: “Professora, é de mais ou de menos?” Então, como fazer o aluno compreender e resolver este problema? Muitas vezes o professor dá pistas facilitando a resolução do problema, mas não a sua compreensão.

Vergnaud (1993) desenvolveu a Teoria dos Campos Conceituais<sup>15</sup>, que possibilitou compreensões importantes, modificando a forma de compreender as relações entre os conceitos matemáticos e a forma de ensiná-los. Três argumentos levaram o autor ao conceito de campo conceitual: primeiro, um conceito não se forma dentro de um só tipo de situações; segundo, uma situação não se analisa com um só conceito e terceiro, a construção e apropriação de todas as propriedades de um conceito ou todos os aspectos de uma situação é um processo de muito trabalho, que vai se desenvolvendo ao longo de muitos anos.

Sendo assim, esta teoria traz uma grande contribuição para a compreensão dos campos conceituais das estruturas aditivas. O pesquisador supracitado compreende que o campo conceitual das estruturas aditivas é um conjunto de situações que requer uma subtração, uma adição, ou uma combinação dessas operações. O autor alega que um conceito se refere a muitas situações e uma situação se refere a muitos conceitos, portanto, nunca um conceito aparece isolado, o que justifica a importância de estudar campos conceituais e não conceitos isoladamente.

Pensemos numa situação aditiva simples, por exemplo: “Henrique tinha 5 bolas e no seu aniversário seu tio lhe deu 2 bolas. Quantas bolas Henrique tem agora?” Observando este problema, identificamos vários conceitos que a criança precisa desenvolver para conseguir resolvê-lo corretamente, sendo eles: contagem- por exemplo depois do 5 vem o 6, depois o 7; adição, temporalidade –

---

15 A teoria dos campos conceituais é uma teoria cognitivista, que busca propiciar uma estrutura coerente e alguns princípios básicos ao estudo do desenvolvimento e da aprendizagem das competências complexas (VERGNAUD, 1993). Essa teoria, criada por Gerard Vergnaud, não é em si uma teoria didática, entretanto sua função principal é propor uma estrutura que permita compreender as filiações e rupturas entre conhecimentos em crianças e adolescentes (nos leva a compreender como eles constroem conhecimentos matemáticos), oferecendo uma base psicológica para o desenvolvimento do ensino (VERGNAUD, 1993).

tinha = passado, tem agora = presente. Portanto, no campo conceitual das estruturas aditivas, estão presentes vários conceitos como: número natural e relativo, medidas, comparação, adição, subtração, transformação do tempo e inversão e muitos outros (MAGINA, 2001).

Para resolver o problema supracitado, a criança vai desenvolvendo esquemas<sup>16</sup>, por exemplo, o esquema de juntar, contando e reunindo um conjunto de 5 bolas mais 2 bolas. Para essa contagem, ela pode utilizar os dedos. Sendo assim, conforme Nunes, Campos, Magina e Bryan (2005) essa forma de resolução do problema chamamos de “esquemas de ação” porque a criança não estava contando as bolas, mas estava contando seus dedos como representação das bolas. Neste sentido, a criança considerou a ação e não os objetos que ela usou para resolver os problemas. Quando a criança, além de representar através de seus esquemas de ação, começa a utilizar os instrumentos e símbolos matemáticos, segundo Vygotsky (1978), inicia-se um novo processo de desenvolvimento, que ele considera essencialmente humano e social.

Comério (2007) referente aos conceitos matemáticos nos traz que

O estudo e o conhecimento de como os conceitos matemáticos se desenvolvem na criança, por meio de experiências desenvolvidas dentro e fora da escola no qual em sua visão é necessário analisar o conceito a partir de três dimensões: as situações (S), os invariantes (I) e as representações(R). Onde S=conjunto de situações que dão sentido ao conceito, (referente do conceito); I= conjunto de invariantes operatórios que podem ser usados pelo indivíduo para resolver estas situações, ou conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações) sobre quais repousa a operacionalidade do conceito, ou conjunto de invariantes operatórios associados ao conceito (significado do conceito). R= conjunto de representações simbólicas, linguísticas, gestuais, gráficas ou diagramas que podem ser usadas para representar invariantes, situações e procedimentos, (significante). (COMÉRIO, 2007, p. 65).

A situação é a tarefa ou problema que o sujeito tem que resolver. Ao nos referirmos ao campo conceitual das estruturas aditivas, encontramos diversas

---

16 Termo “esquema” é utilizado em psicologia com um significado semelhante àquele usado no cotidiano: um esquema é uma representação em que aparece apenas o essencial daquilo que é representado - os detalhes não aparecem. (NUNES... [et al.], 2005). Piaget utiliza o conceito de esquemas de ação em oposição ao conceito de esquemas reflexos, considerando que estes são inatos, enquanto aqueles são aprendidos (construídos e modificados) na relação (ação) do sujeito sobre o objeto de conhecimento.

situações que permitem distinguir os diferentes tipos de problemas, como veremos adiante. Para uma dada classe de situações, o sujeito desenvolve um padrão de comportamento, uma organização invariante de ações que ele utiliza em todas as situações dessa classe. Essa organização invariante é denominada de esquema, que foi um conceito introduzido por Piaget e que Vergnaud ampliou ao insistir que “os esquemas devem relacionar-se com as características das situações às quais se aplicam” (MOREIRA, 2002). Segundo Vergnaud (op. cit.), um dos componentes dos esquemas são os invariantes operatórios, que se referem aos conhecimentos contidos nos esquemas e compreendem os conceitos-em-ação e os teoremas-em-ação. Estes são implícitos e, portanto, não são ainda científicos. Porém, eles podem tornar-se explícitos, possibilitando a construção de verdadeiros conceitos e teoremas científicos. É aí que, segundo Moreira (2002), entra a função do ensino, pois o que é explícito pode ser compartilhado e debatido, portanto, oferece a possibilidade de mediação.

Como vimos anteriormente, Vygotsky (1989) afirma que a mediação é possibilitada pelos instrumentos psicológicos, constituídos pelas representações semióticas, principalmente as linguagens. Portanto, para tornar explícitos os invariantes operatórios implícitos, são necessárias as representações, que, como mencionado acima, são consideradas por Vergnaud como a terceira dimensão do conceito.

No entanto, Duval (2009) também contribui neste sentido quando, refere-se aos registros de representações semióticas, como essenciais nesse processo, pois só é possível conhecer, aprender matemática, por meio da utilização das representações semióticas do objeto matemático, já que este não é acessível ao sujeito pela experiência direta. Para o autor, as representações semióticas “são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem limites próprios de significação e de funcionamento” (p. 269). Assim, a apropriação, pelo sujeito, das representações semióticas, lhe permite criar representações mentais dos objetos matemáticos e de suas relações, e agir sobre eles cognitivamente, por meio do tratamento que só elas viabilizam. Nesse sentido, Duval (op.cit.) alerta para o perigo de confundir os objetos matemáticos com suas representações, defendendo que uma forma de evitar esse perigo é proporcionar que os alunos se apropriem de diversos sistemas de

representações semióticas e aprendam a transitar entre eles, fazendo a conversão de uns para os outros, por exemplo, quando a criança passa da representação do desenho para a representação algorítmica. Esse processo cognitivo não ocorre espontaneamente e, para a maioria das crianças, também não ocorre facilmente. No entanto, provoca um salto cognitivo na compreensão de conceitos matemáticos.

Para entendermos um pouco mais a situação=S, os invariantes operatórios=I e as representações=R, buscamos o problema, o quadro e a explicação que Silva (2008) apresentou em sua pesquisa. O quadro 13 mostra as três dimensões envolvidas na construção de um conceito segundo o autor supracitado. Estas três dimensões são o que constituem um conceito e possibilitam o entendimento referente à compreensão dos conceitos matemáticos.

**Quadro 13** – Três dimensões (S, I, R) envolvidos na construção de um conceito.

Situação problema: Nalva tem alguns livros, então Rodrigo lhe deu mais 3 livros. Agora ela tem 9 livros. Quantos livros Nalva tinha antes de Rodrigo lhe dar os livros?		
Situação	Invariantes operatórios	Representações
Quanto devo somar a 3 para obter 9.	$a + b = c \Rightarrow a = c - b$ $a + b = b + a$ onde a, b e c são números.	/// ///// Ou $? + 3 = 9$

**Fonte:** Adaptado de SILVA, 2008, p. 23.

Se o aluno tentar representar a situação-problema, sem saber qual a operação aritmética é necessária para resolver, ele pode usar os dedos ou tracinhos para somar 3 com algum número até obter 9. Implicitamente, o aluno modela o problema, no entanto, esta situação requer que o aluno reconheça mais uma invariável da adição: a comutatividade ( $a+b=b+a$ ). Isto significa que o aluno supõe que somar um número a 3 é o mesmo que somar 3 a um número. Para a representação aritmética seriam requeridas do aluno duas operações de pensamento, a comutatividade e inversão da adição, que correspondem a chegar à solução através de subtração. (SILVA, 2008, p. 23).

As dificuldades na compreensão conceitual podem ser referentes a qualquer uma das dimensões (invariantes / situações e/ou representações). Carraher, Carraher e Schliemann (1988) mostram, por exemplo, que as dificuldades encontradas nos vendedores de rua eram referentes ao uso da representação escrita das operações de adição e subtração, mas os mesmos tinham

compreensão dos invariantes operatórios. Borba (1993) também apresentou resultados que demonstraram a influência dessas três dimensões.

Em seus estudos em relação às estruturas aditivas, Vergnaud (1993), mostra que existem vários tipos de relações aditivas, portanto, vários tipos de subtrações, ou adições, dividindo os problemas em seis grandes categorias básicas, que por sua vez, envolvem ações de transformação negativa ou positiva, de combinação de medidas, de comparação, de composição e de transformação. O quadro 14, mostra as categorias do campo das estruturas aditivas.

**Quadro 14** – Categorias do Campo das estruturas aditivas

Categoria	Relações de base	Classes de problemas	Exemplos
1 Composição de Medidas	<b>Parte-Parte-Todo.</b> Duas medidas se compõem para resultar em uma medida.	Conhecendo-se duas medidas, encontrar a composta; Conhecendo-se a composta e uma das elementares, encontrar a outra.	Paulo tem 6 balas de banana e 8 balas de morango. Quantas balas ele tem ao todo?
2 Transformação de medidas	<b>Transformação de Estados- Estado- Transformação-Estado.</b> Uma transformação opera sobre uma medida para resultar em outra medida.	Conforme seja a transformação b positiva ou negativa; Conforme seja a pergunta concernente ao estado final e (conhecendo-se a e b), à transformação b (conhecendo-se a e c), ao estado inicial (conhecendo-se b e c).	Paulo tinha 7 bolinhas de gude antes de jogar. Ganhou 4 bolinhas. Com quantas ficou?
3 Relação de Medidas	<b>Comparação de Estados</b> Uma relação liga duas medidas.	Os dois precedentes correspondem a transformação em uma relação estática;	Paulo tem 8 bolinhas de gude. Tiago tem 5 a menos que Paulo. Quantas bolinhas de gude Tiago têm?
4 Composição de Transformações	<b>Composição de Duas Transformações</b> Duas transformações se compõem para resultar em uma transformação.	Conhecendo as duas transformações elementares, encontrar a composta; Conhecendo-se a composta e uma das elementares, encontrar a outra;	Paulo ganhou 6 bolinhas de gude ontem e hoje perdeu 9 bolinhas. Com quantas bolinhas de gude Paulo ficou?
5 Transformações de Relação	<b>Composição de Relações</b> Uma transformação opera sobre um estado relativo (uma relação) para resultar em um estado relativo.	Conforme seja a transformação b positiva ou negativa; Conforme seja a pergunta concernente ao estado final e (conhecendo-se a e b), à transformação b (conhecendo-se a e c), ao estado inicial (conhecendo-se b e c).	Paulo devia 6 bolinhas de gude para Henrique. Ele devolveu 4. Quantas bolinhas, Paulo ainda deve a Henrique?

6 Composição de Relação	<b>Transformação de Uma Relação.</b> Dois estados relativos (relações) se compõem para resultar em um estado relativo.	Conhecendo-se duas medidas, encontrar a composta; Conhecendo-se a composta e uma das elementares, encontrar a outra;	Paulo deve 6 bolinhas de gude a Henrique, mas Henrique lhe deve 4. Quantas bolinhas de gude, Paulo deve a Henrique?
-------------------------------	--	--	---

**Fonte:** Adaptado de VERGNAUD, 1993, p.197-222 e adaptado de SILVA, 2015, p. 52-53.

Magina e Campos (2001), fundamentadas na teoria dos campos conceituais, afirmam que a aquisição de conhecimentos ocorre por meio de situações problema do cotidiano, ou seja, vivenciados, pois o conhecimento possui características locais. No cotidiano, há uma relação entre a adição e a subtração que, muitas vezes, é quebrada no ensino escolar. Assim, as autoras alegam que estudar a adição e a subtração isoladamente fica sem sentido, sendo necessário estudá-las de forma contextualizada, dentro de um campo conceitual, o das estruturas aditivas. Com base na classificação proposta por Vergnaud, as autoras esclarecem que, dentro deste campo, as situações podem ser classificadas conforme sua complexidade de raciocínio e resolução, em três grupos de problemas, sendo eles: de composição, de transformação e de comparação.

- *Problemas de composição* – Este é um dos primeiros problemas que a criança domina. São estabelecidas relações entre as partes e o todo, sem promover transformação em nenhuma das partes. Incluem situações de composição simples, que envolvem ações de juntar as partes para obter o todo (sendo estas consideradas como um dos protótipos de problemas aditivos), situações de composição com uma das partes desconhecidas, quando se apresenta o valor do todo e de uma (ou mais) parte(s), sendo necessário determinar a outra parte (estas situações são classificadas como problemas de 1º extensão das estruturas aditivas).

- *Problemas de transformação*- aqui a ideia temporal está sempre presente. As situações de transformação apresentam um estado inicial, uma transformação por ganho ou perda, acréscimo ou decréscimo e um estado final. Nos problemas de transformação acontecem ações de ganho, perda, tirar, diminuir, dar, receber... Existem seis situações possíveis, sendo três relacionadas a situações de transformações negativas e três relacionadas a transformações positivas. As

situações mais simples de transformação são as que apresentam o estado inicial e a transformação conhecida (positiva ou negativa), sendo necessário determinar o estado final. Estas são consideradas como problemas prototípicos. As situações que informam sobre as quantidades iniciais e finais, questionando sobre o valor da transformação, são considerados também problemas de 1º extensão, e também conhecidos como situações de transformação com transformação desconhecida. Por fim, os considerados como de maior complexidade são os que apresentam os valores da transformação e a quantidade final, perguntando a quantidade inicial, estes enquadrados como de 4º extensão.

– *Problemas de comparação* – nestas situações, há uma relação de comparação entre as quantidades envolvidas. (as quais são denominadas de referente e referido). Nessa situação, existem duas coleções e não há transformação de nenhuma delas, uma vez que nada é tirado ou acrescentado. A situação de 2º extensão é quando é informada a quantidade (referente) de uma das coleções e a medida da relação entre ela e a outra coleção, e se pergunta sobre a quantidade da outra coleção (referido). O problema de 3º extensão se dá quando a situação fornece as duas quantidades (referente e referido) e se pergunta qual a relação entre elas. Por fim, quando a situação informar as quantidades do referido e o valor ou medida da relação, pedindo-se a quantidade do referente, aí se trata de um problema de 4º extensão. Para tentar resolvê-los, os alunos precisam desenvolver um raciocínio mais complexo, ou, como nos diz Vergnaud (1993, p.), “o aluno precisa desenvolver esquemas de ação mais elaborados”, pois nem sempre fica evidente a operação a ser realizada. Nestes problemas, geralmente o uso de palavras-chave como: *a mais* ou *a menos*, pode dificultar ou facilitar a resolução do mesmo, levando a criança a achar que este *a mais* signifique a própria conta de adição.

Para Vergnaud (1996, p. 19) “A estrutura aditiva coloca problemas para todos ao longo da vida, principalmente por causa do positivo e do negativo”. Ele destaca que a compreensão do campo conceitual das estruturas aditivas, que se inicia bem antes dos cinco anos de idade, continua e não termina quando se chega à vida adulta, ou seja, estamos sempre aprendendo e desenvolvendo este campo conceitual e ele sempre terá obstáculos para serem superados, em virtude da variedade de situações que ele abrange.

Compreendendo a categorização e classificação dos problemas propostas na perspectiva do campo aditivo de Vergnaud (1993), a incógnita pode estar em qualquer parte do enunciado do problema, e não somente no final do enunciado. Sendo assim, o aluno precisa analisar as informações dos problemas como um todo, possibilitando maior autonomia, criando estratégias individuais. Dentro desta perspectiva, o professor pode propor discussões em grupo, possibilitando ao aluno refletir e buscar recursos para explicar seus procedimentos, ou seja, seu raciocínio, o que valoriza todo o processo realizado por ele, incluindo a representação que ele utilizou, seja por meio de desenhos, contas parciais, armadas ou não, assim como outros recursos ou estratégias utilizadas.

Segundo Silva (2015) os problemas que envolvem o campo aditivo, ou seja, as estruturas aditivas “[...] estimulam o aluno a pensar nas complexidades da adição e da subtração e entendê-las como operações complementares”. Compreender as estruturas aditivas possibilita ao professor uma visão maior dos conhecimentos que precisa trabalhar com os alunos, já que estes precisam dominar vários conceitos para resolver problemas que envolvem essas estruturas. Por isso, é importante desenvolver atividades que incluam contagem e cálculo mental, pois possibilitam que os alunos construam estratégias individuais mais elaboradas para resolver problemas com maior complexidade.

Quando o professor proporciona, na sala de aula, um espaço de desenvolvimento pessoal, possibilitando que os alunos expliquem suas ideias, promove o processo de internalização, conforme Moreno defende

Quando um aluno resolve um problema de adição e lhe é pedido que informe de alguma forma à turma sobre os procedimentos utilizados, a primeira coisa que poderá fazer é falar sobre eles, depois poderá emitir mensagens escritas, posteriormente reconstruirá a sequência desenhando-a e, finalmente, encontrará na escrita com sinais aritméticos o procedimento mais eficiente (MORENO, 2006, p. 64).

Destacamos, portanto, a importância de um trabalho que utilize problemas contextualizados, ou seja, um trabalho coletivo, no qual os alunos participam da construção e da elaboração de problemas matemáticos, explicando e discutindo quais estratégias utilizaram para resolvê-los, onde essas estratégias são valorizadas e é explicado o porquê disso ou daquilo. Esse trabalho, que se constitui em uma atividade, no sentido proposto por Leontiev (op. cit.),

proporciona o desenvolvimento das estruturas mentais superiores e impulsiona a construção dos conceitos científicos, a qual, como foi defendido por Vygotsky (1978), é função da escola.

#### 4. ENCAMINHAMENTOS METODOLÓGICOS

Conforme exposto no início deste trabalho, o problema proposto foi formulado da seguinte maneira:

A formação oferecida pelo PNAIC contribui (em que sentido) para aprimorar a compreensão dos professores sobre o processo de elaboração dos conceitos matemáticos realizado pelas crianças do ciclo de alfabetização?

No intuito de responder a esse problema, foram elaboradas as seguintes questões de pesquisa:

1. Quais os critérios/aspectos considerados pelos professores na avaliação das respostas das crianças na resolução dos problemas que envolvem estruturas aditivas?
2. Quais as estratégias de ensino propostas pelos professores para ajudarem as crianças a superar os erros cometidos?
3. Qual a compreensão que os professores têm dos conceitos trabalhados e do processo de elaboração desses conceitos pelas crianças?
4. Existe alguma diferença na compreensão ou entendimento sobre a elaboração dos conceitos matemáticos, dos professores que participaram da formação do PNAIC matemática com a dos que não participaram?

A pesquisa foi desenvolvida com professoras da rede municipal de ensino do município de Concórdia, localizado no Oeste de Santa Catarina. A rede tem como proposta uma Educação Democrática Cidadã para todos. A proposta foi construída coletivamente pelos professores da rede, por meio de conferências municipais de Educação realizadas em 2003 e 2006, tendo como embasamento teórico- metodológico o materialismo histórico dialético, pautada por vários autores como: Dermeval Saviani, Paulo Freire, Lev Vygotsky dentre outros que teoricamente dão suporte a proposta de educação.

Sendo assim, esta pesquisa foi desenvolvida a luz desta perspectiva teórica, seguindo etapas necessárias, possibilitando-nos chegar à resposta do nosso problema, ou seja, a pesquisa consiste em planejamento dos caminhos a serem percorridos, utilizando métodos e técnicas de investigação.

Neste capítulo, descrevemos os elementos organizacionais e os caminhos percorridos no desenvolvimento deste estudo. Desta forma, para uma melhor compreensão de como foi desenvolvida a pesquisa, descrevemos o caminho metodológico que foi dividido da seguinte forma: 4.1 – Cuidados éticos; 4.2 – Os instrumentos da Pesquisa; 4.3 – Procedimentos de Aplicação dos Instrumentos; 4.4 – Participantes da Pesquisa; 4.4.1 – Perfil demográfico, acadêmico e profissional; 4.4.2 – Motivação para cursar o PNAIC ou não; 4.4.3 – Experiência de aprender e ensinar matemática; 4.4.4 - Procedimentos de análise dos dados.

#### **4.1. Cuidados éticos**

O projeto foi cadastrado na Plataforma Brasil, que organiza a tramitação de projetos envolvendo seres humanos junto aos Comitês de Ética em Pesquisa (CEP) de diferentes instituições. No qual foi encaminhado para o Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos da Universidade Federal da Fronteira Sul – UFFS para que fosse avaliado. O mesmo foi aprovado com o Certificado de Apresentação para Apreciação Ética – CAAE 511094815.9.0000.5564.

Num primeiro momento, foi encaminhado junto à Secretaria Municipal de Educação do Município de Concórdia – SC, o projeto com um formulário solicitando autorização para a aplicação dos protocolos desta pesquisa. (Apêndice 1). Esse documento fez parte do processo de cadastramento na Plataforma Brasil. Após a análise e aprovação do projeto pelo CEP da UFFS, os protocolos foram aplicados aos professores em dias previamente marcados, sendo aproveitados os momentos de formação continuada. Antes de responderem às questões dos protocolos, todos os participantes da pesquisa assinaram o termo de consentimento livre e esclarecido. (Apêndice 2).

Conforme Resolução 466/12, os protocolos e os termos de consentimento livre e esclarecido serão mantidos, sob a guarda da pesquisadora, por um período de cinco anos após o término da pesquisa, a fim de comprová-los, sendo garantido o anonimato aos participantes.

#### **4.2. Os Instrumentos da pesquisa**

Segundo Gil (2010, p.28) “para avaliar a qualidade dos resultados de uma pesquisa, torna-se necessário saber como os dados foram obtidos, bem como os

procedimentos adotados em sua análise e interpretação”. Por isso, apresentaremos aqui os instrumentos de pesquisa utilizados para gerar os dados e, logo a seguir, os procedimentos para aplicação desses instrumentos.

Utilizaram-se dois instrumentos: um questionário-perfil, (Apêndice 3) para melhor conhecimento dos sujeitos, cujos dados serão utilizados para caracterizar os participantes e conferir se não existem outras variáveis relevantes distinguindo os participantes do PNAIC 2014 versus, os não, participantes, que possam vir a confundir os resultados da pesquisa.

O principal instrumento de pesquisa (no sentido de que nos permitiu investigar o problema colocado) foi um protocolo composto por sete problemas envolvendo estruturas aditivas, seguidos das respostas elaboradas por crianças do ciclo de alfabetização do Ensino Fundamental. Apresentam-se sete problemas, sendo dois de transformação, três de comparação e dois de composição. Para cada tipo, um dos problemas é prototípico e o outro é inverso. A resposta da criança é correta nos problemas prototípicos e incorreta nos problemas inversos, sendo que as quantidades envolvidas são as mesmas. Os problemas apresentados foram resolvidos por crianças de primeiro e segundo ano de uma escola da rede municipal de ensino de Concórdia –SC.

Estes citados abaixo foram selecionados para elaborarmos o instrumento de pesquisa, denominado por nós de protocolo de pesquisa.

- 1- Problemas de transformação – Aluno T (1 ano);
- 2- Problemas de comparação – Aluno F (1 ano);
- 3- Problemas de composição – Aluna L (2 ano).

O protocolo de pesquisa (apêndice 4) foi elaborado com estes três conjuntos de problemas das crianças relacionadas acima. Sendo que, cada conjunto de problema denominamos os mesmos da seguinte forma: Bloco I corresponde aos problemas de transformação; Bloco II corresponde aos problemas de comparação e Bloco III corresponde aos problemas de composição. Cada questão se refere a um tipo de problema e na consigna foi solicitado aos participantes que lessem com atenção o enunciado dos problemas, analisassem as respostas dadas pelas crianças do ciclo de alfabetização a esses problemas e respondessem às seguintes questões nos três blocos:

- Como você avaliaria as respostas da criança? Justifique.

- O que você acha que a criança pensou para dar essa resposta?
- Por que o desempenho da criança é diferente em cada um dos problemas?

Se você considera que a resposta da criança está equivocada, como você faria para ajudar a criança a chegar à resposta correta?

### **4.3. Procedimentos de Aplicação dos Instrumentos**

Os instrumentos foram aplicados para 16 professoras que atuaram no ciclo de alfabetização e participaram da formação continuada PNAIC 2014 – Alfabetização Matemática e 16 professoras que atuaram no ciclo de alfabetização em 2014, mas, não participaram do curso do PNAIC 2014.

As professoras responderam individualmente ao questionário-perfil e depois responderam às questões do protocolo de pesquisa em duplas (obviamente sem misturar as professoras que participaram e as que não participaram do PNAIC). A formação de duplas foi pensando em oportunizar maior discussão, resultando em uma maior reflexão, maior controle do pensamento (forçando uma tomada de consciência e, portanto, uma maior ativação de processos metacognitivos). Além disso, a verbalização facilitou o registro das ideias por meio da linguagem escrita e incentivou a participação na pesquisa.

Realizaram-se conversas informais com as professoras antes da realização da pesquisa, sensibilizando-as e motivando-as para participar da mesma. Após a aprovação pelo comitê de ética, os protocolos foram aplicados em um momento de formação continuada. Tivemos somente duas duplas de professoras que realizaram os protocolos de pesquisa dentro do ambiente de trabalho, pois no dia da formação não, conseguiram participar, sendo assim, realizou-se o protocolo na escola. Aplicou-se o protocolo desta forma, com o intuito de não atrapalhar o andamento dos trabalhos pedagógicos e, também facilitar a pesquisa.

### **4.4. Participantes da Pesquisa**

Participaram da pesquisa 32 professoras do ciclo de alfabetização do ensino fundamental (1º, 2º e 3º anos), que atuaram em 2014 como professora regente neste ciclo, na rede pública municipal de ensino do município de Concórdia – SC.

Em 2015, realizamos um levantamento junto à Secretaria Municipal de Educação, mapeando quantos professores estavam atuando em 2014, no ciclo de alfabetização do ensino fundamental, quantos participaram do curso de formação continuada do PNAIC - alfabetização matemática 2014, e quantos não participaram. Realizamos um mapeamento desses professores por escola, para localizá-los melhor, como mostram os quadros 15 e 16 (Apêndice 5).

Depois deste levantamento, elaboramos outro quadro, seguindo alguns critérios para poder realizar a escolha dos professores que participaram da pesquisa. Com os quadros 15 e 16 em mãos, realizamos o pareamento das professoras, a fim de neutralizar as diferenças que poderiam interferir nos resultados da pesquisa. Por exemplo, professores que realizaram o PNAIC, efetivos na rede, com professores que não realizaram o PNAIC, mas também efetivos na rede, professores de escolas com características sociais e culturais parecidas, exemplo: escolas com características de distrito, escolas com características de centro e escolas com características de subúrbios. Pintamos de vermelho as escolas que tinham apenas um professor participando do PNAIC, de verde as escolas que tinham dois professores que participaram do PNAIC e de amarelo as que tiveram três professores ou mais participando. O resultado deste pareamento resultou em um quadro com 24 pares, (Apêndice 6, quadro 17).

Em seguida, foi-se elaborando outro quadro, balanceando as variáveis (ACT/efetivo; contexto da escola: centro, subúrbio e distrito; número de participantes da escola no PNAIC: 1, 2 e mais de 2 participantes, - turma/ano em que leciona), sendo que a turma/ano que leciona não foi considerado como uma variável importante, já que os professores mudam suas turmas a cada ano. A seleção resultou nos 16 pares de professores, que foram convidados para participar da pesquisa, todos aceitaram o convite, e que apresentamos no quadro 18 para melhor visualização dos sujeitos da pesquisa.

**Quadro 18.** Professores que foram convidados a participar da pesquisa

Professores que participaram do PNAIC	Professores que não participaram do PNAIC	Escolas	Ano
13	27	d	1 e 3
28	16	s	1 e 3
36	29	s	1 e 2

51	14	d	2 e 1
9	12	s	3 e 1
19	25	d	1 e 1
31	17	s	2 e 3
24	33	c	2 e 3
8	11	c	3 e 3
33	19	s	3 e 2
25	10	c	3 e 2
32	6	s	1 e 2
57	39	c	2 e 1
22	4	s	2 e 2
43	23	d	3 e 3
53	20	c	2 e 1

**Fonte:** Elaborado pela pesquisadora

Como pode ser observado, o pareamento resultou em quatro pares que trabalham em escolas com características de distrito, cinco pares que trabalham em escolas com características de centro, e sete pares em escolas com características de subúrbio, esta, constitui a maioria das escolas do município. Realizamos também um pareamento do ano onde temos dez professores que trabalham com o primeiro ano, cinco que participaram e cinco que não participaram do curso do PNAIC, onze professores que trabalham com o segundo ano, destes, seis que participaram e cinco que não participaram do curso do PNAIC e onze professores que trabalham com o terceiro ano, destes, cinco que participaram e seis que não participaram do curso do PNAIC.

#### **4.4.1. Perfil demográfico, acadêmico e profissional**

Neste momento também se pensou em realizar o perfil, demográfico, acadêmico e profissional observando se não haveria alguma variável que pudesse interferir no resultado da pesquisa. Assim sendo, observamos o perfil dos dois grupos através do resultado do questionário perfil respondido pelas professoras, observa-se que os 32 professores que participaram da pesquisa todas são do sexo feminino, efetivas na rede municipal no Ensino Fundamental nos anos iniciais, todas com formação superior em pedagogia e pós-graduadas. Nenhuma professora até o momento tem mestrado ou doutorado.

A faixa etária das professoras pesquisadas varia entre 26 a 55 anos, tendo uma pequena diferença entre os dois grupos participantes, sendo que a maior

diferença é na faixa etária entre os 45 a 55 anos. Como podemos observar no quadro 19, temos no grupo de professoras que não cursaram o PNAIC um número maior de professoras mais jovens.

**Quadro 19** - Faixa etária das professoras participantes da pesquisa.

Faixa etária	PNAIC	Não PNAIC
De 26 a 35 anos	3	5
De 36 a 44 anos	7	9
De 45 a 55 anos	6	2

**Fonte:** Elaborado pela pesquisadora com dados do questionário perfil.

Em relação ao tempo que atuam na educação, podemos observar no quadro 20 que tem uma diferença insignificante. Percebemos que a maioria das professoras apresenta um tempo de magistério, que segundo TARDIF (2006), já não se qualifica como docente em carreira inicial, pois para ele o início de carreira onde o professor está adquirindo experiência profissional considera-se de 1 a 5 anos, sendo assim a maioria dos profissionais tem uma grande experiência profissional.

**Quadro 20** – Tempos de atuação na educação das professoras participantes da pesquisa.

Tempo de serviço na Educação	PNAIC	Não PNAIC
1 a 10 anos	5	5
11 a 20 anos	6	7
Mais de 20 anos	5	4

**Fonte:** Elaborado pela pesquisadora com dados do questionário perfil.

Referente ao tempo de atuação no ciclo de alfabetização. Percebemos também que os dois grupos têm paridade com o tempo que atuam com o ciclo de alfabetização a mais de 20 anos, mas o grupo que participou da formação do PNAIC apresenta uma diferença de quatro professoras a mais que atuam de 1 a 10 anos, e quatro professoras a menos com um tempo de 11 a 20 anos. Essa diferença não é tão expressiva quando se olha como um todo e percebe-se que, a maioria dos professores tem bastante experiência neste ciclo.

**Quadro 21** - Tempos de atuação no ciclo de alfabetização das professoras participantes da pesquisa.

Tempo de serviço no ciclo de alfabetização	PNAIC	Não PNAIC
1 a 10 anos	10	6
11 a 20 anos	5	9
Mais de 20 anos	1	1

**Fonte:** Elaborado pela pesquisadora com dados do questionário perfil.

Quanto a Instituição de formação inicial das professoras que participaram da pesquisa, temos somente uma professora (que realizou o curso do PNAIC) a mais que realizou sua formação inicial numa instituição de formação presencial. E uma professora a menos na formação a distância, como podemos observar no quadro 22. Neste item, tinha-se a hipótese que talvez encontrássemos uma disparidade entre a formação presencial e a distância, mas observando os itens, temos praticamente os mesmos dados e um número maior de professoras com formação presencial. Este resultado, talvez seja pelo fato de termos professoras com um tempo maior de atuação no magistério, e até então a formação inicial em pedagogia no município era oferecida somente de forma presencial.

**Quadro 22** - Instituição de formação inicial das professoras participantes da pesquisa.

Instituição de formação Inicial	PNAIC	Não PNAIC
Presencial	13	12
À distância	3	4

**Fonte:** Elaborado pela pesquisadora com dados do questionário perfil

Segundo a formação escolar do pai e da mãe das professoras participantes da pesquisa, temos observado conforme quadro 23 que neste item também não se encontra praticamente diferença entre os dois grupos. O que se observa são somente duas diferenças: uma na formação do pai (PNAIC) onde teve um pai a mais que cursou o Ensino Fundamental – séries iniciais. E a outra, um pai (não PNAIC) cursou o Ensino Médio. A diferença encontrada na formação das mães é também duas: uma na formação da mãe (não PNAIC) onde teve uma mãe a mais que cursou o Ensino Fundamental – séries iniciais. E a outra, mãe (não PNAIC) que cursou o Ensino Médio Magistério. Nenhum pai ou mãe tem formação superior.

**Quadro 23** - Formação escolar do pai e da mãe das professoras participantes da pesquisa.

Formação	Pai		Mãe	
	PNAIC	Não PNAIC	PNAIC	Não PNAIC
Nunca frequentou a escola	1	1	1	1
Ensino Fundamental – séries iniciais	13	12	11	11
Ensino Fundamental – séries finais	2	2	2	3
Ensino Médio – Magistério	0	0	2	1
Ensino Médio – Outro	0	1	0	0
Graduação Pedagogia	0	0	0	0

**Fonte:** Elaborado pela pesquisadora com dados do questionário perfil.

Observando o quadro 24 referente ao estado civil das professoras temos dados bem parecidos, sendo que a maioria das professoras pertencentes aos dois grupos pesquisados tem um relacionamento de união estável ou casadas, temos duas professoras solteiras nos dois grupos, e uma professora divorciada no grupo que não participou do PNAIC.

**Quadro 24-** Estado civil das professoras participantes da pesquisa.

Estado civil	PNAIC	Não PNAIC
Casada ou união estável	14	13
Solteira	2	2
Divorciada	0	1
Outro	0	0

**Fonte:** Elaborado pela pesquisadora com dados do questionário perfil.

Ao analisarmos a questão de quantas pessoas moram na casa das entrevistadas, verificamos que no grupo do PNAIC todas moram com adultos ou crianças e no grupo das professoras que não cursaram PNAIC somente uma delas mora sozinha.

Referente ao número de filhos somente quatro professoras não têm filhos, sendo duas (PNAIC) e duas (não PNAIC) as demais variam entre um a quatro filhos. Somente uma professora (não PNAIC) tem quatro filhos. Conforme podemos observar no quadro 25 encontramos: oito professoras (PNAIC) e cinco professoras (não PNAIC), que tem um filho. Com dois filhos encontram-se: quatro professoras (PNAIC) e sete professoras (não PNAIC). Com três filhos temos: duas professoras (PNAIC) e uma professora (não PNAIC). Podemos observar que a maioria das professoras tem de um a dois filhos. Neste item também não temos diferenças significativas que possam ser consideradas e que possam influenciar como variáveis na pesquisa.

**Quadro 25-** Quantidade de filhos das professoras participantes da pesquisa.

Quantidade de filhos	PNAIC	Não PNAIC
Não tem	2	2
1	8	5
2	4	7
3	2	1
4	0	1

**Fonte:** Elaborado pela pesquisadora com dados do questionário perfil

Sobre as informações referentes ao local de trabalho, verificamos que nos dois grupos temos 37,5% das professoras que não trabalham em outro local, sendo que este resultado é porque todas elas trabalham 40 horas na mesma escola, as outras 62,5% trabalham em outro local, ou seja, em outra escola, neste item percebemos que todas tem uma jornada de trabalho bem intensa.

Diante deste levantamento de perfil percebemos que existem algumas diferenças entre os dois grupos, mas, nada significativo que se possa contar como uma variável, na qual venha interferir nos resultados da pesquisa podemos dizer que não existem fatores relevantes que diferenciam os dois grupos pesquisados.

Um item que nos chama a atenção é o da questão referente à formação dos pais, em que nenhuma mãe ou pai destas professoras cursaram curso superior. Sendo então, este grupo de professoras a primeira geração da família a ter formação superior, isto talvez, se deva pela não necessidade de buscar uma formação ou pela falta de acesso à educação superior. Já que em nosso município a oferta de cursos universitários é muito recente, sendo que, a oferta de cursos universitários não tem mais de 25 anos. Sendo assim, antes deste período o acesso era muito difícil, somente teriam acesso quem tivesse boas condições financeiras. Hoje, no município de Concórdia a oferta de cursos universitários e de instituições tanto privadas quanto públicas é maior. Até então, tínhamos somente instituições privadas, hoje existe também a possibilidade de cursos gratuitos em Instituições Federais como no IFC- Instituto Federal de Concórdia, na UAB – Universidade Aberta do Brasil, e também em municípios vizinhos como: Chapecó e Erechim a UFFS- Universidade Federal da Fronteira Sul.

#### 4.4.2. Motivação para cursar o PNAIC

Por meio do questionário perfil, procurou-se saber o porquê da participação das professoras, ou não, no curso do PNAIC, uma vez que nem todos os professores participaram da formação como já se relata no capítulo 2. Aqui se busca analisar o que motivou ou não a participação das professoras, sendo importante esclarecer que a formação se deu no período noturno, a cada quinze dias. Diante deste contexto, foram dois os principais motivos que as professoras relataram que as levaram a não participar: 1) compromissos familiares e 2) a falta de tempo, não fechando o horário, pois não conseguiam conciliar o curso com os outros compromissos já assumidos anteriormente, incluindo, em alguns casos, o trabalho voluntário na comunidade onde moram.

Hoje, vários estudos como a de Galindo (2011), Oliveira (2014 b) e Lourenço (2014), têm trazido evidências sobre a necessidade da formação continuada e permanente. No entanto, o professor, pela necessidade de sobrevivência, trabalha muitas vezes 40 horas, ou 60 horas, ou seja, trabalha três turnos ou dois turnos, e mais outro turno com o trabalho doméstico, além de compromissos familiares como mãe, esposa, e mesmo trabalhos voluntários na comunidade. Sendo assim, não consegue conciliar mais formação fora do seu horário de trabalho, pois, muitas vezes se torna humanamente impossível. Além disso, essa invasão do tempo privado é algo que não ocorre em outras profissões. Por que o professor teria que ser diferente?

Sendo assim, é urgente a necessidade de melhores condições salariais e o repensar da formação continuada, possibilitando a oferta de formação continuada em serviço, ou seja, nos horários de trabalho. A legislação já garante um terço de horas para planejamento e aperfeiçoamento desde 1996 na Lei de Diretrizes e Bases da Educação, e novamente reforçada no art. 2º da lei 11.738/2008, mas nem todas as redes de ensino têm esse direito garantido. Concórdia já regulamentou esse direito e todas as professoras recebem 1/3 de hora atividade, sendo que os horários já foram organizados para contemplar esse tempo de formação e planejamento. Por exemplo, o professor que trabalha 20 horas tem concentradas essas horas atividade em meio dia e o professor que trabalha 40 horas as tem concentradas em um dia. As demais horas que restam deste 1/3 de hora atividade

são distribuídas nos demais dias conforme a organização da escola, sendo que este dia ou meio dia, está livre inclusive do cartão ponto, facilitando assim ao professor planejar, estudar e participar de formação em qualquer local fora da escola. Assim, seria possível, embora talvez mais complicado logisticamente, integrar as formações do PNAIC com as atividades de planejamento e aperfeiçoamento já garantido em lei, tendo assim a possibilidade de atingir 100% dos professores.

Mesmo com todos estes entraves, em média 80% das professoras participaram e os motivos que alegaram para a sua participação podem ser organizados em duas categorias, sendo que uma se refere à aprendizagem pessoal e a outra à qualidade do curso oferecido.

Em relação à primeira categoria, o mais destacado foi a ampliação do conhecimento (11 das 16 professoras<sup>17</sup>), seguido da melhoria da prática pedagógica (9 professoras) e da oportunidade de trocar experiências (7 professoras). Duas professoras consideraram também o prazer de aprender como uma fonte de motivação.

Em relação à segunda categoria, três professoras se referiram à qualidade do curso, sem especificar, mas outras três identificaram essa qualidade como o estabelecimento de relações entre teoria e prática.

Essa importância de refletir teoricamente sobre a prática, destacada pelas professoras, é mais um argumento a favor do trabalho a ser realizado em grupos menores, durante as horas de formação e planejamento.

#### **4.4.3. Experiência de aprender e ensinar matemática**

Vygotsky (2000, p. 282) afirma que o pensamento tem suas origens na esfera motivadora da consciência, esfera esta que contém nossas tendências e necessidades, nossos interesses, impulsos e nosso afeto e emoção. Apenas ali encontramos a resposta ao por que último na análise do pensamento.

Sendo assim, procurou-se saber por meio do questionário perfil, como foi o relacionamento das professoras ao longo de sua história acadêmica com a

---

17 Algumas participantes elencaram mais de um motivo, por isso a soma das frequências dos diferentes motivos é maior de 16.

aprendizagem da matemática, e como está sendo a experiência hoje de ensinar a matemática para seus alunos.

No que se refere à relação que as professoras pesquisadas, que não participaram da formação do PNAIC, tiveram com a matemática verificamos que, das 16 professoras, 10 tiveram experiências pouco prazerosas e negativas com a matemática, relatando expressões como: repetição, decoreba, bicho de sete cabeças, lacunas, insuficiente, teórico, dificuldade e complicada. Tivemos somente 4 professoras que relataram ter uma experiência positiva com a matemática, usando as seguintes expressões: gosto, facilidade e tranquila. Temos ainda 2 professoras que relataram da necessidade e da importância da matemática, sem expressar uma relação negativa ou positiva com a mesma. Uma das participantes destaca a experiência na Universidade como fator que a fez mudar de opinião em relação à matemática (do negativo para positivo).

Em relação ao ensino, todas as professoras (que não participaram da formação do PNAIC) manifestaram uma atitude positiva, usando os seguintes adjetivos: gratificante, prazer, simples, fácil, desafiadora, inovadora, boa, legal e adoro. Essa visão positiva está relacionada ao uso de materiais concretos e à ludicidade, que resultam em uma melhor aprendizagem do aluno.

Quanto às professoras que participaram do PNAIC, das 16 professoras, 10 delas relatam que tiveram experiências negativas com a matemática, colocando expressões como: sem sentido, dificuldade de compreensão sem conseguir a aplicabilidade, só teoria e exercícios, insuficiente e não gosto. Tivemos 6 professoras que relatam ter tido uma boa relação com a matemática, usando as seguintes expressões: facilidade, sempre gostei. Duas professoras destacam que tiveram bons professores em algum momento.

Ao referir-se à relação no ensino, uma das professoras que relata ter tido uma experiência negativa, afirma que aprendeu a gostar depois de ter participado da formação matemática do PNAIC, 8 professoras declaram gostar de ensinar, 2 professoras expressaram que hoje é muito melhor e têm mais prazer, 4 professoras não avaliaram afetivamente, pois, ao se referirem ao ensino, colocam apenas o que procuram fazer para superar o desafio de ensinar, que é: jogos, práticas mais lúdicas. Tanto as que declaram que gostam de ensinar como as que apenas se referem às estratégias que utilizam para superar os desafios, enfatizam a

facilitação da aprendizagem por meio de jogos, com materiais que concretizem o conteúdo, utilização de estratégias diversas, relação dos conceitos com as práticas. Duas professoras se referem às interações e trabalhos em grupo.

Observando-se os dados referentes à experiência de aprender e de ensinar percebe-se que não existem diferenças significativas entre os dois grupos, que possa se contar como uma variável que venha a interferir nos resultados da pesquisa.

#### **4.4.4. Procedimentos de Análise dos Dados**

Vygotsky (1989) apresenta três traços fundamentais no método de investigação que o diferencia dos métodos utilizados em outras abordagens teóricas: 1) análise de processos em substituição à análise de objetos; 2) explicação do fenômeno em substituição à descrição do mesmo; 3) investigação do “comportamento fossilizado”. Nesse sentido, procuraremos analisar os processos, levando em conta os fundamentos da teoria histórica cultural.

Para a análise das respostas das professoras procuramos inferir, a partir dos textos escritos por elas, os esquemas conceituais que estão na base das explicações apresentadas. Procuramos organizar os dados em dois eixos: conceitos matemáticos e concepções sobre o processo de aprendizagem da criança. Além disso, procuramos comparar as respostas do grupo do PNAIC e do grupo não PNAIC, com base nas contribuições trazidas pela Psicologia histórico-cultural sobre o processo de aprendizagem, principalmente as relativas ao avanço conceitual e aos processos de mediação que proporcionam a tomada de consciência.

Para sistematizar as respostas das professoras, nos três blocos, no que se refere aos conceitos matemáticos, elaboramos os quadros 26 a 31, com duas colunas (Apêndice 7). Na primeira coluna, foi colocada a transcrição das respostas de cada dupla; na segunda, as categorizações, realizadas a posteriori, dos aspectos identificados nas respostas. Para sistematizar os aspectos referentes aos processos de ensino e aprendizagem organizamos os quadros 32 a 37, com duas colunas (Apêndice 8). Na primeira coluna, foi colocada a transcrição das respostas de cada dupla; na segunda, as categorizações, realizadas a posteriori, dos aspectos identificados nas respostas.

## **5. ANÁLISE DAS RESPOSTAS DAS PROFESSORAS**

### **5.1. Aspectos referentes aos conceitos matemáticos**

A análise das respostas das professoras destaca os aspectos que elas consideraram na sua avaliação das respostas das crianças, buscando identificar diferentes níveis de complexidade na argumentação que elas apresentaram. Assim, foram identificados e sistematizados os seguintes aspectos:

1. Reconhecimento de que se trata de problemas diferentes e identificação da diferença.
2. Reconhecimento de conceitos e conhecimentos prévios que a criança já construiu e/ou que são necessários à resolução dos problemas.
3. Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas.
4. Reconhecimento (explicitando) das ações realizadas pela criança na resolução do problema.
5. Reconhecimento de que a compreensão das estruturas aditivas é um processo evolutivo.

Referente, aos aspectos 1, 2, 3, 4 e 5 foram identificados diferentes níveis de respostas, sendo organizados os mesmos e identificados com as seguintes letras: a, b, c, d conforme cada item. Ainda identificamos nas respostas os que ignoram os processos cognitivos e esquemas, atribuindo as dificuldades a:

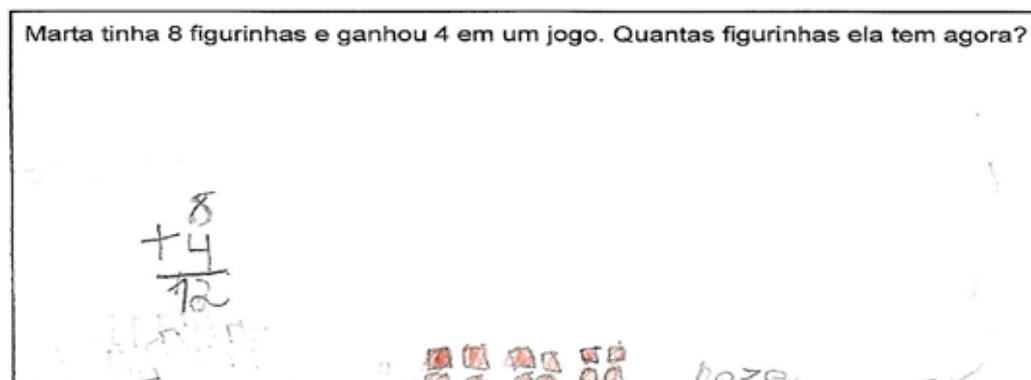
6. Interpretação da linguagem verbal
7. Escolha da representação algorítma correta
8. Falta de atenção.

Como colocado no capítulo anterior, o bloco 1 refere-se aos problemas de transformação que reproduzimos aqui para melhor acompanhamento das respostas dos problemas, estes respondidos por 16 duplas de professoras.

Bloco 1 – Problemas de transformação.

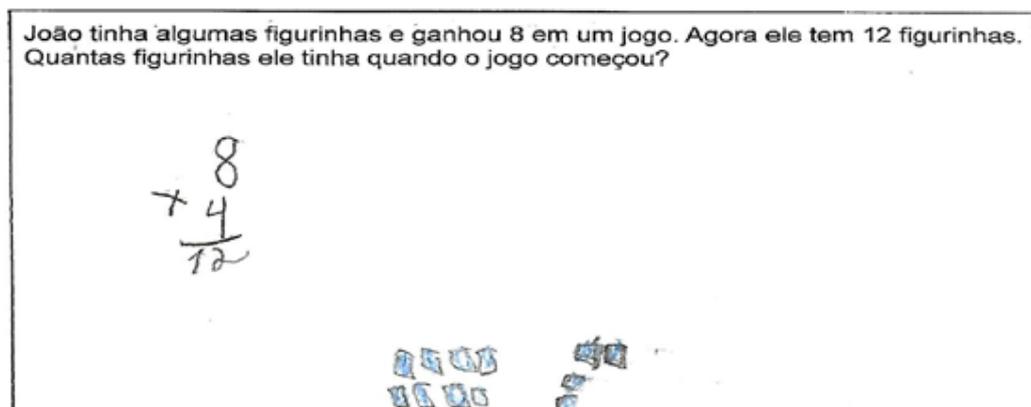
Vamos descobrir? Desenhe ou escreva para mostrar como você fez para descobrir.

Marta tinha 8 figurinhas e ganhou 4 em um jogo. Quantas figurinhas ela tem agora?



Handwritten solution for Marta's problem: a vertical addition of 8 + 4 = 12, with a drawing of 12 small figures below it.

João tinha algumas figurinhas e ganhou 8 em um jogo. Agora ele tem 12 figurinhas. Quantas figurinhas ele tinha quando o jogo começou?



Handwritten solution for João's problem: a vertical subtraction of 12 - 8 = 4, with a drawing of 4 small figures below it.

### 5.1.1. Resultados referentes ao bloco 1

No bloco 1 foram identificados e sistematizados os seguintes aspectos:

#### 1. Reconhecimento de que se trata de problemas diferentes e identificação da diferença

Em relação a esse aspecto foram identificados três níveis de resposta:

- a) *Simple identificação de que os problemas são diferentes e que um é mais difícil que o outro.*

Neste caso, a justificativa, quando aparece, se refere simplesmente ao enunciado, como se se tratasse apenas da linguagem utilizada.

“O questionamento do **segundo problema necessita de um raciocínio maior, o enunciado dificulta o entendimento.**” (dupla 5)

“Pois o **enunciado das situações foram diferentes** mesmo tendo dados parecidos e com **diferentes níveis de dificuldades**” (dupla 6)

É possível que a dupla 16 também reconheça implicitamente essa maior dificuldade, pois comenta que uma criança de seis anos não tem maturidade para resolver o segundo problema, comentário esse que não faz em relação ao primeiro problema.

- b) *Constatação de que o segundo problema exige um processamento mental mais sofisticado.*

As duplas mencionam que é menos concreto ou mais abstrato que o outro, sem, no entanto, justificar.

“No **primeiro** ela **tem mais contato com o concreto** e o enunciado do problema está mais claro, levando-a a uma melhor interpretação.” (dupla 12)

“É diferente, pois **no 2º problema havia um elemento abstrato**, o que o levou a ter **um maior raciocínio**, mas conseguiu resolver.” (dupla 14)

“O **2º era mais elaborado exigindo** do aluno **mais atenção** para poder interpretá-lo e resolvê-lo.” (dupla 15)

- c) *Identificação de que a diferença reside na relação entre as variáveis.*

“No **primeiro problema** a criança precisou utilizar a estratégia de agrupar que **é mais fácil**. No **segundo** precisou a ideia de completar que é o **raciocínio inverso é mais difícil**, pois exige que tenham desenvolvido a ideia de **abstração**.” (dupla 3)

“No **primeiro** problema (ela) **apresentava o valor das parcelas e pedia o produto final**. No **segundo problema havia uma parcela e o produto final** tendo que encontrar a outra parcela dificultando a compreensão do problema”. (dupla 8)

Nesta situação, a dupla 8 faz referência ao lugar da incógnita e a dupla 3 refere-se à necessidade de utilizar a operação inversa.

## ***2. Reconhecimento de conceitos e conhecimentos prévios que a criança já construiu e/ou que são necessários à resolução dos problemas.***

Neste aspecto foram identificados dois tipos de resposta:

- a) *A dupla apenas se refere ao conhecimento sobre a representação formal do algoritmo.*

“Ambas **tem noção da organização da conta (adição)**, chegaram ao resultado correto” (dupla 1)

“A criança **já tem noção de algarismo e dos termos da adição**, como se coloca os números.” (dupla 4)

“Percebe-se que a criança apresenta um **bom domínio de operações simples**, utilizando-se de desenhos que o auxilia-se na resolução dos problemas.” (dupla 14)

- b) *A dupla reconhece que existem conceitos prévios necessários à resolução dos problemas e refere-se a essa construção, embora sua explicação ainda mostre uma certa confusão entre o conceito e sua representação.*

“A criança já tem **noção de número e numeral**. Já consegue interpretar o problema, seja ele por operação ou com desenhos.” (dupla 2)

“No problema dois a criança **não tem o conceito de subtração internalizado**.” (dupla 7)

“No primeiro problema percebe-se que a criança tem um **raciocínio claro em relação à quantidade e números**. Porque ele faz uma demonstração clara da representação do número e quantidade.” (dupla 10)

### 3. *Reconhecimento de diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas.*

Neste aspecto podemos identificar quatro níveis:

- a) *Reconhecimento da legitimidade da utilização, pela criança, de diferentes formas de representação.*

“Ela partiu da referência da prof. através **de desenhos**.” (dupla 1)

“Já consegue interpretar o problema, seja ele, por **operação ou com desenhos**.” (dupla 2)

“Percebe-se que a criança **tem noção de quantidade** e conseguiu interpretar o problema de maneira correta.” (dupla 7)

- b) *Referência à construção de uma imagem (mental e/ou icônica) a partir da leitura do enunciado.*

“Para dar à resposta a criança **imaginou a situação**.” (dupla 5)

“Para chegar à resposta, as crianças conseguiram ler e **imaginar a situação** (interpretar).” (dupla 6)

- c) *Referência ao trânsito entre as diversas representações, sem incluir a representação das transformações/relações.*

“A criança resolveu as questões usando desenho como referência e **a partir do desenho tirou a prova** para ver se estava correto.” (dupla 8)

“No primeiro problema a criança **pensou que desenhando as figurinhas** chegaria ao resultado esperado; já a segunda criança deduziu o resultado.” (dupla 10)

“Usou raciocínio lógico; **do desenho para desenvolver a soma**. Desenhar as figurinhas para representar as quantidades.” (dupla 11)

“Ambos os problemas ele **usou o cálculo e as imagens** sendo que o segundo utilizou a operação inversa da subtração, mas, obteve o mesmo resultado.” (dupla 12)

“Percebe-se que a criança apresenta um bom domínio de operações simples, **utilizando-se de desenhos** que o auxilia-se na resolução dos problemas. Fez a interpretação do problema e encontrou uma maneira para resolvê-los.” (dupla 14).

*d) Compreensão de que o trânsito entre as diferentes formas de representação pode se referir não apenas às quantidades, mas também às transformações/relações.*

“No segundo problema a criança precisou **utilizar o registro (desenho) para depois fazer o algoritmo**. Ela utilizou a estratégia de completar, pois **desenhou 8 quadrinhos e continuou desenhando até chegar no 12**, agrupou e montou a resposta solicitada (4), pois no algoritmo ela agrupou, ou seja, representou o desenho no algoritmo, sem conseguir demonstrar o raciocínio inverso. (dupla 3)

“Num primeiro momento ele representou as 8 figurinhas com desenhos, em seguida, **foi desenhando mais figurinhas até chegar ao 12** que, no caso ele desenhou mais 4 figurinhas. Ele **utilizou o raciocínio do 1º cálculo** para chegar no resultado do 2º problema.” (dupla 4)

“No 1º problema, a criança **usou os desenhos para chegar a resposta**. Ela teve o entendimento que **ao ganhar iria acrescentar a quantidade** de figurinhas. Usou a soma.” (dupla 9)

“Marta fez agrupamentos numéricos por extenso. João fez 2 tipos de agrupamentos (o que **tinha** o que **ganhou**) pensou na ideia da divisão (o **antes** e o **depois** do jogo) ideia de decomposição.” (dupla 13)

“Criou a situação **em sua mente, após passou para o papel** a sua ideia, **desenhando** figurinhas e agrupando-as ou separando-as montando assim as **operações**.” (dupla 15)

#### **4. Reconhecimento (explicitando) das ações realizadas pela criança na resolução do problema.**

Em relação a este aspecto foram encontrados dois níveis.

*a) Identificação apenas da ação de agrupar expressa nos desenhos.*

“A criança **agrupou em quantidades**”. (dupla 7)

*b) Reconhecimento da ação que é realizada ou exigida para a solução dos problemas prototípicos*

“Marta fez agrupamentos numéricos por extenso. João fez 2 tipos de agrupamentos (o que tinha o que ganhou) pensou na **ideia da divisão** (o antes e o depois do jogo) ideia de **decomposição**.” (dupla 13)

“Criou a situação em sua mente, após passou para o papel a sua ideia, desenhando figurinhas e **agrupando-as ou separando-as** montando assim as operações.” (dupla 15)

*c) Identificação de outras ações realizadas pela criança ou envolvidas no problema sem comentar ou discutir sua adequação.*

“Num primeiro momento ele representou as 8 figurinhas com desenhos, em seguida, foi **desenhando mais figurinhas até chegar** ao 12 que, no caso ele desenhou mais 4 figurinhas.” (dupla 4).

“Ela teve o entendimento que ao ganhar iria **acrescentar a quantidade de figurinhas**. Usou a soma. No 2º problema, a criança usou da quantidade que tinha para chegar a 12, **acrescentou mais 4**.” (dupla 9).

Verifica-se, nos exemplos acima, que, embora as quatro duplas tenham inferido a ação da criança com base nas representações pictóricas produzidas por ela, apenas a dupla 3 utiliza um vocabulário que denota a compreensão de que cognitivamente, existe uma diferença entre a ação de agrupar (juntar), no primeiro problema e a ação de completar, requerida no segundo problema. O uso de uma linguagem diferenciada revela que a dupla 3 percebe e considera relevante a diferença entre as duas situações. A dupla 4, apenas descreve o que infere do desenho da criança, sem classificar as ações, o que sugere que essa dupla talvez não tenha considerado como relevante para a compreensão do raciocínio da criança, a ação realizada por ela ao desenhar. Já a dupla 9 utilizou a mesma palavra (acrescentar) para ambas as situações, não mostrando que tenha compreendido a diferença entre elas.

*d) Reconhecimento das ações realizadas ou não pela criança e que são adequadas para a resolução do problema.*

“Acreditamos que no primeiro problema a criança teve maior facilidade para resolver o problema. Percebe-se que ao ler o problema rapidamente, utilizou a estratégia **de juntar as quantidades e passou imediatamente para o algarismo**, já que os desenhos não representam a estratégia (**estão agrupados de 4 em 4**), **diferentes do que sugere o problema 8 + 4**. Ela utilizou a estratégia de **completar**, pois **desenhou 8 quadrinhos** e continuou **desenhando até chegar no 12**, agrupou e montou a resposta solicitado (4), pois no algoritmo ela agrupou, ou seja, **representou o desenho no algoritmo, sem conseguir demonstrar o raciocínio inverso**.” (dupla 3).

### 5. *Reconhecimento de que a compreensão das estruturas aditivas é um processo evolutivo*

Neste aspecto foram encontrados também dois níveis:

- a) *Relação entre as dificuldades e níveis de maturidade (ou de “assimilação”) global da criança.*

“Pelo **nível de entendimento** /assimilação de cada um.” (dupla 1)

“No primeiro problema, percebemos que a criança teve mais facilidade para resolver. Já no segundo acreditamos que **uma criança que tem 6 anos, não tem maturidade para resolver**, por isso copiou do anterior.” (dupla 16)

- b) *Reconhecimento de que existem etapas na construção do conhecimento específico sobre estruturas aditivas.*

“No entanto, **são estratégias que devem ser consideradas que demonstram a fase do desenvolvimento do raciocínio matemático**. É importante que a criança passe por essa fase antes do algoritmo convencional, pois desta forma temos convicção que compreendeu o conceito.” (dupla 3)

As professoras que não consideraram em suas análises os níveis e o aspecto 3 e o aspecto 4, que revelam que elas buscam compreender quais os invariantes que as crianças já utilizam, reduziram as dificuldades a questões de interpretação, como se a dificuldade estivesse apenas na compreensão da linguagem oral, ou do desconhecimento da criança de qual a operação (conta) que deveria ser feita, como se a conta não correspondesse a uma operação lógica.

Alguns exemplos

“No problema 2, a criança **não conseguiu interpretar, adicionou ao invés de diminuir** e pegou os números que tinha no problema e tentou uma resposta.” (dupla 2)

“O questionamento do segundo problema necessita de um raciocínio maior, **o enunciado dificulta o entendimento**.” (dupla 5)

“O primeiro a aluna Marta, através de uma adição representou corretamente a situação usando também o desenho para representá-lo. O segundo usou uma estratégia de desenho correto, **porém o cálculo não representa a resposta da questão**.” (dupla 5)

“Ambas chegaram a uma resposta, porém no primeiro caso, a conta é representada por desenhos, enquanto no 2º problema há representação com desenho, mas o aluno **usou a conta de adição em vez de subtração**.” (dupla 6)

“No segundo problema, **não houve uma interpretação**. Ele fez uma relação oralmente, sendo que não relacionou com uma subtração.” (dupla 10)

“No primeiro ela tem mais contato com o concreto e **o enunciado do problema está mais claro, levando-a a uma melhor interpretação.**” (dupla 12)

A dupla 4 referiu-se ao que se espera (na escola) que a criança faça (subtração) mas levou em consideração o pensamento da criança, nos aspectos descritos acima.

“A criança já tem noção de algarismo e dos termos da adição, **como se coloca os números.** Num primeiro momento ele representou as 8 figurinhas com desenhos, em seguida, foi desenhando mais figurinhas até chegar ao 12 que, no caso ele desenhou mais 4 figurinhas. Ele utilizou o raciocínio do 1º cálculo para chegar no resultado do 2º problema. **Para as conveniências da matemática deveria no 2º problema efetuar uma subtração.** Resta saber se a resposta dele é 4 ou é 12. Isso devia ser questionado.” (dupla 4).

Já a dupla 16 parece ter reduzido todas as questões ao fato da criança ter ou não, maturidade para resolver o segundo problema, sem considerar processos cognitivos, nem estratégias de resolução e nem a aprendizagem como propulsora do desenvolvimento.

“No primeiro problema, percebemos que a criança teve mais facilidade para resolver. Já no segundo acreditamos que **uma criança que tem 6 anos, não tem maturidade para resolver**, por isso copiou do anterior. Pensando que a criança ficou em dúvida. Porque **não teve maturidade suficiente para interpretar o problema.**” (dupla 16).

Os resultados apresentados acima referentes aos aspectos que foram levados em consideração, nas avaliações das professoras foram sistematizados no quadro 38

**Quadro 38** - Síntese das Análises do bloco 1.

Dupla	1	2	3	4	5	6	7	8
1		a	a		a			
2		b	a			x	x	
3	c		d	d	b			
4		a	d	c				
5	a		b			x	x	
6	a		b			x	x	
7		b	a	a				
8	c		c					
9			d	c				
10		b	c			x	x	
11			c					
12	b		c			x		
13			d	b				
14	b	a	c					
15	b		d	b				
16					a	x		

Fonte: Elaborado pela pesquisadora.

**Legenda:****Leva em consideração**

1= Reconhecimento de que se trata de problemas diferentes e identificação da diferença.

2= Reconhecimento de conceitos e conhecimentos prévios que a criança já construiu e que são necessários à resolução dos problemas.

3= Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revelam os esquemas e/ou processos cognitivos utilizado na resolução dos problemas.

4= Reconhecimento (explicitando) das ações realizadas pela criança na resolução do problema.

5= Reconhecimento de que a compreensão das estruturas aditivas é um processo evolutivo.

**Ignoram os processos cognitivos e esquemas, atribuindo as dificuldades a:**

6 = Interpretação da linguagem verbal

7= Escolha da representação algoritma correta

8=Falta de atenção.

Um aspecto importante que podemos considerar como avanço, ao analisarmos as respostas ao bloco 1, é a tentativa das professoras em compreenderem o que a criança buscou fazer e o reconhecimento de que os problemas são diferentes. Seis duplas (1, 2, 4, 7, 10 e 14) levam em consideração os conhecimentos prévios que a criança traz e sete duplas (3, 5, 6, 8, 12, 14 e 15) consideram e já atribuem as dificuldades ao tipo de situação e não a problemas ou deficiências da própria criança (como distração ou insuficiência de conhecimentos). Ainda assim, destas, apenas duas duplas (3 e 8) mostram que consideram relevante a inversão das operações.

Todas as duplas levam em consideração as diferentes formas de representação, menos a dupla dezesseis, que não se referiu a isso. Ainda assim, três duplas (1, 2, e 7) reconhecem as diferentes formas de representação. Das doze duplas restantes, duas duplas (5 e 6) apenas fazem referência à construção de uma imagem (mental e/ou icônica) a partir da leitura do enunciado, ou seja, ainda não levam em consideração a situação de um ponto de vista do conceito matemático, como se tratasse apenas da linguagem oral. Cinco duplas (8, 10, 11, 12 e 14) fazem referência ao trânsito entre as diversas representações (verbal, imagem mental, pictórica e/ou algorítmica), mas apenas descrevem o que observam nas produções das crianças, sem inferirem esquemas e processos cognitivos que resultaram nessas produções e, conseqüentemente, sem perceberem também as representações das transformações. Cinco duplas (3, 4, 9, 13 e 15) reconhecem e fazem referência ao trânsito entre a representação pictórica e a representação por meio de símbolos matemáticos, considerando as transformações e, por conseguinte, as operações.

Seis duplas partem das representações das crianças para inferirem as regras de ação estabelecidas por elas, mas uma dupla (7) identifica e se refere à ação de agrupar, duas duplas (13 e 15) reconhecem ações necessárias para a solução de problemas prototípicos que foram realizadas (agrupar e separar), esta última sem muita relação com a situação proposta. Três duplas (3, 4 e 9) identificam outras ações realizadas pela criança, mas sem comentar ou discutir sua adequação. Apenas uma dupla (3) identifica além da ação de agrupar, a ação de completar, como as mais adequadas para a resolução de cada um dos problemas.

Três duplas reconhecem que a compreensão das estruturas aditivas é um processo evolutivo.

### 5.1.2. Resultados referentes ao bloco 2

Como colocado no capítulo anterior, o bloco 2 refere-se aos problemas de comparação que reproduzimos aqui para melhor acompanhamento das respostas dos problemas, estes respondidos por 16 duplas de professoras.

Bloco 2 – Problemas de comparação.

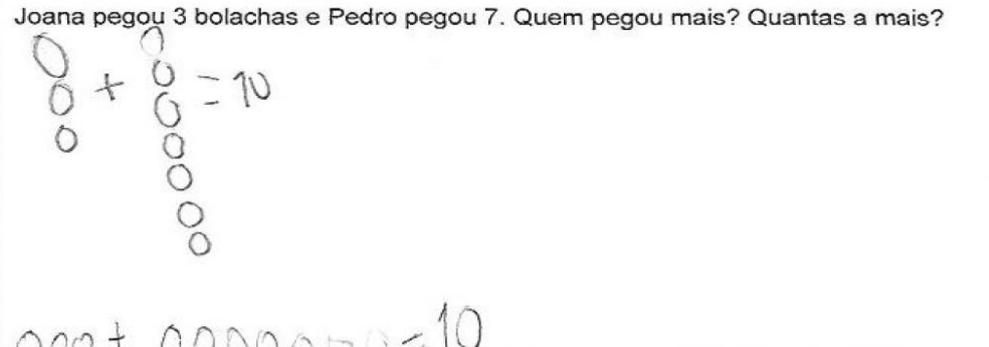
**Vamos descobrir? Desenhe ou escreva para mostrar como você fez para descobrir.**

Paulo tem 3 carrinhos. Maria tem 4 a mais do que ele. Quantos carrinhos tem Maria?

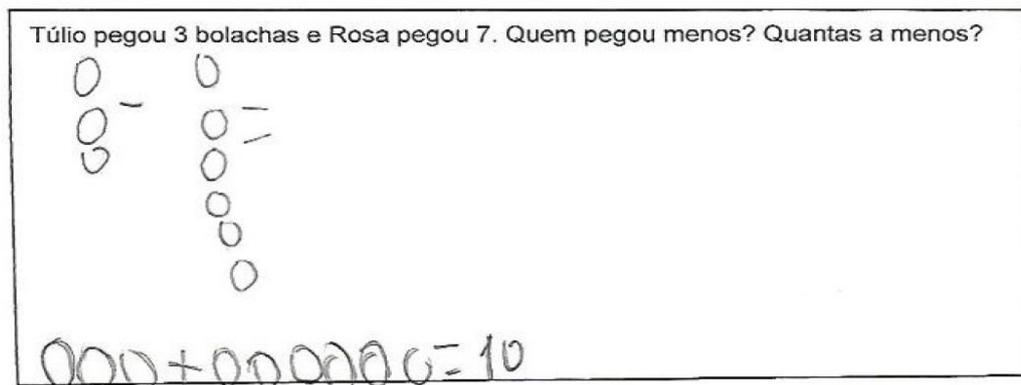


A hand-drawn solution for the problem. It shows three simple drawings of cars on the left, followed by a plus sign, and then seven more simple drawings of cars on the right, with an equals sign and the number 7 written at the end.

Joana pegou 3 bolachas e Pedro pegou 7. Quem pegou mais? Quantas a mais?



A hand-drawn solution for the problem. It shows three small circles on the left, followed by a plus sign, and then seven more small circles on the right, with an equals sign and the number 10 written at the end.



No bloco 2 foram identificados e sistematizados os seguintes aspectos:

### ***1. Reconhecimento de que se trata de problemas diferentes e identificação da diferença***

Em relação a esse aspecto identificou-se três níveis de resposta:

- a) *Simple identificação de que os problemas são diferentes e que um é mais difícil que o outro.*

Neste caso, a justificativa, quando aparece, se refere simplesmente ao enunciado, como se se tratasse apenas da linguagem utilizada.

“Porque no 1º problema só teve uma operação-adição. Nos demais, **exigia mais interpretação, e entendimento** de cada um.” (dupla 1)

“Porque **cada problema era uma situação diferente**” (dupla 8)

“No 1º problema, por ser **mais simples**, a criança conseguiu resolver. Já nos dois seguintes ela encontrou **maior dificuldade** e não conseguiu chegar a resposta correta.” (dupla 14)

- b) *Constatação de que o segundo problema exige um processamento mental mais sofisticado.*

A dupla 12 menciona que a dificuldade do segundo problema possa ser a falta de compreensão e o não contato com a situação, e a dupla 15, acredita que a soma seja mais fácil do que a subtração, sem, no entanto, justificar.

“Talvez a primeira tenha tido mais contato com estas situações problemas envolvendo **interpretação e cálculos** e nos demais falta de compreensão e contato com o lúdico e também situações problemas como **o enunciado**.” (dupla 12)

“O 1º problema está certo, porém o 2º e 3º estão errados. Pois a criança **não fez a subtração** e sim **somou** todos os números. Segundo análise, a criança respondeu os 2 últimos problemas se baseando no 1º **que era somente de soma**.” (dupla 15)

c) *Identificação de que a diferença reside na relação entre as variáveis.*

“No segundo e **representou quantidades certas**, porém **não entendeu como se calcula o quanto a mais**, que seria uma subtração. No 3º equivocou-se nas quantidades, nos sinais de pontuação, porém não chegou à resposta certa que seria. Quanto falta para chegar ou subtração. Ela pensou em desenhar as quantidades. **Ela ainda não compreendeu o processo de subtração**, mesmo com os desenhos.” (dupla 4)

“O desempenho da criança é diferente nos três casos, pois ao que nos parece ela **ainda não tem o conceito de subtração internalizado**.” (dupla 7)

Nesta situação, a dupla 4 explica que a criança não entendeu o como se resolve o quanto a mais, e que isso acontece porque ele não compreendeu o processo de subtração. E a dupla 7 refere-se à necessidade da criança conseguir internalizar o conceito de subtração.

2. *Reconhecimento de conceitos e conhecimentos prévios que a criança já construiu e que são necessários à resolução dos problemas.*

Neste aspecto foram identificados dois tipos de resposta, mas no bloco 2 encontramos somente um nível.

a) *A dupla apenas se refere ao conhecimento sobre a representação formal do algoritmo.*

Nenhuma análise encontrada referente a esse nível

b) *A dupla reconhece que existem conceitos prévios necessários a resolução dos problemas e refere-se a essa construção, embora sua explicação ainda mostre, uma certa confusão entre o conceito e sua representação.*

“Ainda não interpreta claramente, mas já possui **noção de adição e subtração**.” (dupla 16).

3. *Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas.*

Neste aspecto podemos identificar quatro níveis, mas no bloco 2 encontramos somente três níveis.

a) *Reconhecimento da legitimidade da utilização, pela criança, de diferentes formas de representação.*

“Eles basearam-se pelas palavras chaves “pegou”, e logo foram agrupando, **associando com os desenhos**.” (dupla 1)

“No 1º problema, **representado nos desenhos**, ele chegou à resposta certa.” (dupla 4)

“Usou **representação simbólica**, porém com símbolos matemáticos não coerentes com a situação problema. Ou seja, interpretou, **mas não soube usar o símbolo**. Usou a mesma lógica de resposta com **desenhos**, com dados do problema.” (dupla 6)

“No problema 1, a criança apresenta compreensão da situação problema, **usou o desenho como registro da adição**.” (dupla 9)

“Todas conseguiram **representar** o probleminha **através de desenho**. No que é mais fácil (desenho). Foi coerente nos **desenhos, representando** o que estava sendo pedido.” (dupla 13)

“Apenas **representou** com **desenhos**, porém não encontrando a resposta colocou qualquer representação sem muito raciocínio.” (dupla 14)

“Teve **falta de interpretação**, porém teve esforço e tentou resolver **através de desenhos**. Usou o **desenho** como forma para resolver os problemas.” (dupla 16)

*b) Referência à construção de uma imagem (mental e/ou icônica) a partir da leitura do enunciado.*

“**Pensou na situação**, interpretou-a, mas não relacionou. Ela **tem noção do símbolo mais e menos**, mas ainda não se apropriou do conceito de a mais a menos.” (dupla 5)

“A criança ao ler o 1º problema **interpretou a palavra a mais** citada no problema e simplesmente somou. No 2º a criança fez o cálculo corretamente, porém **não interpretou quem pegou a mais e quantas a mais** para chegar a interpretação correta. No 3º a criança se baseou no 2º problema pelos números serem iguais e usou a expressão a menos citada no problema para interpretar.” (dupla 8)

*c) Referência ao trânsito entre as diversas representações, sem incluir a representação das transformações/relações.*

“A aluna ainda não tem um bom entendimento e não consegue dar uma resposta precisa dominando sempre a adição, já quando se trata de fazer uma **continha inversa, ela não possui o domínio de interpretação**.” (dupla 2)

“Pensamos que a criança **não compreendeu** nenhum dos problemas, somente leu “mais” **fez algoritmo de somar quando leu “menos” fez o algoritmo de subtração e representou as quantidades dadas nos problemas**.” (dupla 3)

“Na subtração a criança não conseguiu abstrair, **mas conseguiu quantificar**. Para responder, aparentemente, nos parece que a criança seguiu a **lógica dos números que observou** no problema” (dupla 7)

“A representação da **quantidade** dos **desenhos** está correta, porém, em relação à **adição e subtração** a concepção da criança ainda é **abstrata**. Ela **interpretou em relação à quantidade** que cada um **ganhou** (pegou), porém, ela não conseguiu assimilar a adição e subtração.” (dupla 10)

“Adaptou a soma, com a simbologia do **desenho e o numeral**. Usou **desenhos** específicos para **representar cada quantidade**. Desenvolveu a conta através da **simbologia** para obter o resultado, não se detendo a conta tradicional.” (dupla 11)

“Pois a criança **não fez a subtração** e sim **somou** todos os números”. (dupla 15)

Nesta situação, a dupla 2 explica que quando a criança não consegue fazer a conta inversa, é porque a criança não consegue interpretar. A dupla 3 é uma das duplas que consegue perceber que o termo “mais” e “menos” possa ter sido um dos motivos que levou a criança ao equívoco, pois não conseguiu compreender em que contexto este termo foi utilizado. Quando a dupla 10 relata que “*em relação à adição e a subtração a concepção da criança ainda é abstrata*” em relação ao termo “abstrato” a dupla quer dizer que falta compreensão, e que esta concepção precisa ser trabalhada. A dupla 12 é a única que não faz referência das diferentes formas de representação e muito menos do trânsito entre elas.

*d) Compreensão de que o trânsito entre as diferentes formas de representação pode se referir não apenas às quantidades, mas também às transformações/relações.*

Não encontramos nenhuma referência neste nível no bloco 2

#### 4. **Reconhecimento (explicitando) das ações realizadas pela criança na resolução do problema.**

Em relação a este aspecto foram encontrados dois níveis, sendo que no bloco 2 não encontramos o nível b e c.

*a) Identificação apenas da ação de agrupar expressa nos desenhos.*

“Eles basearam-se pelas palavras chaves “pegou”, e **logo foram agrupando, associando com os desenhos.**” (dupla 1)

“Percebemos que na soma (problema 1) a criança conseguiu quantificar e **agrupar**, chegando ao resultado correto. Na subtração a criança não conseguiu abstrair, **mas conseguiu quantificar.**” (dupla 7)

*b) Reconhecimento da ação que é realizada ou exigida para a solução dos problemas prototípicos.*

Nenhuma análise encontrada referente a este nível.

*c) Identificação de outras ações realizadas pela criança ou envolvidas no problema sem comentar ou discutir sua adequação.*

Nenhuma análise encontrada referente a este nível.

d) *Reconhecimento das ações realizadas ou não pela criança e que são adequadas para a resolução do problema.*

“Possivelmente a criança tenha utilizado a estratégia **de agrupar as quantidades** (no 1º problema). No entanto, analisando os outros dois problemas, acreditamos que a mesma possa ter **chegado ao resultado sem ter compreendido o problema**. Pois utilizou a mesma estratégia nos problemas seguintes.”(dupla 3).

### 5. *Reconhecimento de que a compreensão das estruturas aditivas é um processo evolutivo*

Neste aspecto foi encontrado um nível, sendo que não encontramos nenhuma dupla que fez referência ao nível b.

a) *Relação entre as dificuldades e níveis de maturidade (ou de “assimilação”) global da criança.*

“Pela forma de interpretar, pelo **nível desenvolvimento**, pela assimilação da adição e subtração.” (dupla 10).

b) *Reconhecimento de que existem etapas na construção do conhecimento específico sobre estruturas aditivas.*

Nenhuma análise encontrada referente a este nível.

As professoras que não consideraram em suas análises os níveis do aspecto 3 e o aspecto 4, que revelam que elas buscam compreender quais os invariantes que as crianças já utilizam, reduziram as dificuldades a questões de interpretação, como se a dificuldade estivesse apenas na compreensão da linguagem oral, ou do desconhecimento da criança de qual a operação (conta) que deveria ser feita, como se a conta não correspondesse a uma operação lógica. Alguns exemplos:

“Porque no 1º problema só teve uma operação-adição. Nos demais, **exigia mais interpretação, e entendimento** de cada um.” (dupla 1)

“**Dependendo do enunciado do problema** pode facilitar ou não a interpretação e resolução do problema.” (dupla 5)

“Pois ela **não tem assimilado os conceitos de adição e subtração** ou não consegue interpretar a escrita (situação).” (dupla 6)

“A criança **não obteve uma boa interpretação** do problema.” (dupla 8)

“A primeira questão está correta. Enquanto que a segunda e a terceira **faltou interpretação** para um bom entendimento e conseqüentemente a resolução dos problemas. **Falta de interpretação.** Faltou releitura.” (dupla 12)

“Pois **falta interpretação** e talvez atenção na hora de resolvê-lo.” (dupla 14)

“Teve **falta de interpretação**, porém teve esforço e tentou resolver através de desenhos.” (dupla 16)

A dupla 6 referiu-se além da falta de interpretação a criança a não assimilação de conceitos de adição e subtração. Já a dupla 14, parece ter atribuído a dificuldade da criança na falta de interpretação e a falta de atenção.

Os resultados apresentados acima referentes aos aspectos que foram levados em consideração nas avaliações das professoras foram sistematizados no quadro 39.

**Quadro 39** - Síntese das Análises do bloco 2

Dupla	1	2	3	4	5	6	7	8
1	a		a	a		x		
2			c					
3			c	d				
4	c		a					
5			b			x		
6			a			x	x	
7	c		c	a				
8	a		b			x		
9			a					
10			c		a			
11			c					
12	b					x		
13			a					
14	a		a			x		x
15	b		c					
16		b	a			x		

**Fonte:** Elaborado pela pesquisadora.

**Legenda:**

**Leva em consideração**

1= Reconhecimento de que se trata de problemas diferentes e identificação da diferença.

2= Reconhecimento de conceitos e conhecimentos prévios que a criança já construiu e que são necessários à resolução dos problemas.

3= Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revelam os esquemas e/ou processos cognitivos utilizado na resolução dos problemas.

4= Reconhecimento (explicitando) das ações realizadas pela criança na resolução do problema.

5= Reconhecimento de que a compreensão das estruturas aditivas é um processo evolutivo.

**Ignoram os processos cognitivos e esquemas, atribuindo as dificuldades a:**

6 = Interpretação da linguagem verbal

7= Escolha da representação algoritma correta

8=Falta de atenção.

Neste bloco também podemos considerar como aspecto importante o avanço na tentativa das professoras em compreenderem o que a criança buscou

fazer e o reconhecimento de que os problemas são diferentes. Somente uma dupla (16) levou em consideração os conhecimentos prévios que a criança traz, e sete duplas (1, 4, 7, 8, 12, 14 e 15) consideram e já atribuem as dificuldades ao tipo de situação e não a problemas ou deficiências da própria criança (como distração ou insuficiência de conhecimentos). Ainda assim, destas, apenas duas (4 e 7) se referem à inversão das operações.

Somente a dupla 12 não se referiu as diferentes formas de representação, todas as demais duplas levam em consideração as diferentes formas de representação. Ainda assim, sete duplas (1, 4, 6, 9, 13, 14 e 16) reconhecem as diferentes formas de representação, mas não consideram o trânsito entre elas. Das oito duplas restantes, duas (5 e 8) apenas fazem referência à construção de uma imagem a partir da leitura do enunciado, ou seja, ainda não levam em consideração a situação de um ponto de vista do conceito matemático, como se se tratasse apenas de uma interpretação da linguagem oral. Seis duplas (2, 3, 7, 10, 11 e 15) fazem referência ao trânsito entre diversas representações, sem incluir a representação das transformações, apenas descrevem o que observam nas produções das crianças, sem inferirem esquemas e processos cognitivos que resultaram nessas produções e, conseqüentemente, sem perceberem também as representações das transformações. Nenhuma dupla reconhece e faz referência as transformações, no trânsito entre representações.

Três duplas partem das representações das crianças para inferirem as regras de ação estabelecidas por elas, mas duas (1 e 7) apenas se refere à ação de agrupar, uma (3) se refere a ações adequadas para a resolução do problema.

Somente a dupla (10) reconhece que a compreensão das estruturas aditivas é um processo evolutivo, reconhecendo a relação entre as dificuldades e níveis de maturidade (ou de “assimilação”) global da criança.

### **5.1.3. Resultados referentes ao bloco 3**

Como colocado no capítulo anterior, o bloco 3 refere-se aos problemas de composição que reproduzimos aqui para melhor acompanhamento das respostas dos problemas, estes respondidos por 16 duplas de professoras.

Bloco 3 – Problemas de composição.

Vamos descobrir? Desenhe ou escreva para mostrar como você fez para descobrir.

A professora vai dar uma maçã para cada uma das crianças que ainda estão almoçando. São 4 meninas e 5 meninos. Quantas maçãs a professora precisa separar?



R = São 9 maçãs

Na fila do lanche há 9 crianças. 5 são meninos. Quantas são as meninas?



Foram identificados e sistematizados os seguintes aspectos:

1. **Reconhecimento de que se trata de problemas diferentes e identificação da diferença.**

Em relação a esse aspecto identificamos três níveis de resposta:

- a) *Simple identificação de que os problemas são diferentes e que um é mais difícil que o outro.*

Neste caso, a justificativa, quando aparece, se refere simplesmente ao enunciado, como se se tratasse apenas da linguagem utilizada.

“O 1º problema é mais claro para ela só não soube interpretar a pergunta do 2º problema.” (dupla 2)

“Pelo modo que ela interpretou cada um sendo que cada um possui um nível de dificuldade.” (dupla 15)

- b) *Constatação de que o segundo problema exige um processamento mental mais sofisticado.*

As duplas mencionam que é mais difícil ou que exige um raciocínio mais elaborado do que o outro, sem, no entanto, justificar.

“Imaginou a situação ...interpretou o problema. Porque ela interpretou cada problema de uma forma, **o segundo dificulta mais a compreensão.**” (dupla 5)

“**O problema dois exige** que a criança apresente **uma resposta mais elaborada**” (dupla 7)

c) *Identificação de que a diferença reside na relação entre as variáveis.*

“Por que a ideia de **juntar é mais fácil do que** completar (subtrair).” (dupla 3)

Somente estas cinco duplas (2, 3, 5, 7 e 15) explicitam que reconhecem que os problemas são diferentes, a dupla 14 explicita que não houve diferenças entre os problemas e atribui a dificuldade à criança no sentido de não concluir o raciocínio. No entanto, as demais duplas não explicitam nada em suas análises sobre a questão das diferenças entre os dois problemas.

## 2. *Reconhecimento de conceitos e conhecimentos prévios que a criança já construiu e/ou que são necessários à resolução dos problemas.*

Neste aspecto foram identificados dois tipos de resposta, mas no bloco 3 encontramos somente um tipo.

a) *A dupla apenas se refere ao conhecimento sobre a representação formal do algoritmo.*

Nenhuma análise encontrada referente a esse item.

b) *A dupla reconhece que existem conceitos prévios necessários à resolução dos problemas e refere-se a essa construção, embora sua explicação ainda mostre uma certa confusão entre o conceito e sua representação.*

“A resposta está correta, devido à representação, porém a criança ainda **não tem claro, os conceitos** de **adição e subtração** e não sabe fazer a relação **termo a termo**” (dupla 5)

“**Não domina** a representação dos **símbolos matemáticos** ...Pois não tem claros os **conceitos propostos pelos problemas**, usou a mesma lógica de resposta.” (dupla 6)

“A criança fez uma análise pela lógica dos números...A criança **pensou nos números** para resolver os problemas” (dupla 7)

## 3. *Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas.*

Neste aspecto podemos identificar quatro níveis:

- a) *Reconhecimento da legitimidade da utilização, pela criança, de diferentes formas de representação.*

“Nos dois problemas **a conta, quantidades** estão corretos. Mas as respostas que exigia interpretação e **registro através da escrita**. Houve equívocos.” (dupla 1)

“No problema 2, a menina **até representou correto**, mas não conseguiu dar a resposta que o problema pedia.” (dupla 2)

“No 1º problema a criança **fez a soma da quantidade** das meninas e meninos, pois entendeu que cada um ganharia 1 maçã e que precisaria de nove, sendo esse o total.” (dupla 9)

“No primeiro, ela encontrou o resultado; no segundo ela **representou a quantidade**.” (dupla 10)

“Nas duas situações ocorrem **representações de imagens (quantidades)**, mas apenas na primeira consegue interpretar corretamente, pois, a segunda conclui dizendo que há somente uma criança na fila.” (dupla 12)

“No 1º problema a criança conseguiu interpretar e responder corretamente, já no 2º o aluno interpretou, resolveu corretamente no **concreto (desenho)**.” (dupla 15)

- b) *Referência à construção de uma imagem (mental e/ou icônica) a partir da leitura do enunciado.*

“Os **desenhos** de ambos estão na **quantidade** certa. Ela **pensou em representar as quantidades**.” (dupla 4)

“**Imaginou a situação** preocupando-se na **representação**, interpretou o problema.” (dupla 5)

“A criança **pensou nos números** para resolver os problemas.” (dupla 7)

“Estão corretas as representações, sendo que a segunda foi além. 1º - **pensou na fruta**. 2º - **pensou na resposta por extenso**, porém como era um problema matemático o número 9 permaneceu na forma numérica.” (dupla 13)

- c) *Referência ao trânsito entre as diversas representações, sem incluir a representação das transformações/relações.*

“Usou corretamente a representação com **desenhos**. Não domina a representação dos símbolos matemáticos e tem dificuldade de escrever a resposta correta do problema. Ela conseguiu **interpretar** corretamente as situações, **na forma de desenho**”. (dupla 6).

“O 2º ele representou pelo **desenho as quantidades** corretas, porém o cálculo e resposta não estão de acordo.” (dupla 8).

“Usou **desenhos** específicos para cada problema, levando ao resultado desejado. Usou simbologias diferenciadas para obter o resultado desejado, **também fazendo uso da escrita**.” (dupla 11).

d) *Compreensão de que o trânsito entre as diferentes formas de representação pode se referir não apenas às quantidades, mas também às transformações/relações.*

“Acreditamos que ela está muito próxima de encontrar o raciocínio correto em relação ao algoritmo, pois ao desenhar as crianças ela desenhou 5 meninos e 4 meninas, mas **utilizou os desenhos como representação imediata do algoritmo 5-4=1.**” (dupla 3)

A dupla 14 não ficou incluída em nenhuma categoria, mas a resposta mostra que as professoras tentaram compreender o que a criança fez. Baseadas nas representações produzidas. Assim ao reconhecerem que o raciocínio está correto, mas não está concluído, elas mostram o reconhecimento de que as representações estão relacionadas com os esquemas e/ou os processos cognitivos.

#### **4 Reconhecimento (explicitando) das ações realizadas pela criança na resolução do problema.**

Em relação a este aspecto foram encontrados quatro níveis, mas no bloco 3 encontramos somente dois tipos:

a) *Identificação apenas da ação de agrupar expressa nos desenhos.*

Nenhuma análise encontrada referente a esse item

b) *Reconhecimento da ação que é realizada ou exigida para a solução dos problemas prototípicos*

Nenhuma análise encontrada referente a esse item

c) *Identificação de outras ações realizadas pela criança ou envolvidas no problema sem comentar ou discutir sua adequação.*

“Ela deve ter **relacionado** as **quantidades** de maçãs com a **quantidade** de crianças.” (dupla 4).

“No 2º problema, a criança **não entendeu** como **se dá o processo da operação**. Ela desenha 5 meninos e 4 meninas e sobra 1. Sua resposta está equivocada, ela poderia desenhar 9 crianças e **tirar** 5 o que sobraria seriam as meninas; ou desenhar 5 meninos **para chegar a nove faltaria 4** que seriam as meninas.” (dupla 9).

“**Separou** os grupos por gênero e obteve o resultado.” (dupla 11).

“A primeira resposta está correta. A criança teve segurança com a resposta. Enquanto que a segunda demonstra insegurança, pois **representa de duas formas** e depois **utiliza a conta inversa** escrevendo que a fila possui somente uma menina.” (dupla 12).

“**Associou** os dois problemas com **representações diferentes** # maçã= **ideia de divisão** #lanche=**pensou no todo** e como tem mais meninos? Está faltando uma menina! Em termos de números as meninas estão perdendo, está faltando uma menina.” (dupla 13).

Verifica-se, nos exemplos acima, que, embora as quatro duplas tenham inferido a ação da criança com base nas representações pictóricas produzidas por ela. As mesmas não utilizam um vocabulário que denota a compreensão de que cognitivamente, existe uma diferença entre a ação de juntar (agrupar), no primeiro problema e a ação de completar, requerida no segundo problema. A linguagem utilizada pelas duplas revela que elas não percebem e não consideram relevante a diferença entre as duas situações. A dupla 4, apenas descreve o que infere a quantidade ao desenho da criança, sem classificar as ações, o que sugere que essa dupla talvez não tenha considerado como relevante para a compreensão do raciocínio da criança, a ação realizada por ela ao desenhar. A dupla 11 somente diz que a criança separou para obter o resultado. A dupla 12, em sua análise diz que a criança ficou insegura, pois representou de duas formas. Já a dupla 13 analisou que a criança associou os dois problemas, mas com representações diferentes, utilizando a ideia de divisão e a ideia do todo.

*d) Reconhecimento das ações realizadas ou não pela criança e que são adequadas para a resolução do problema.*

“Na primeira a criança utilizou a estratégia de **agrupar** e resolveu corretamente o problema. No segundo ela desenhou estrelinhas como estratégia: 9 estrelinhas **menos** 5 estrelinhas. O raciocínio foi correto, no entanto, ao desenhar as crianças ela desenhou 5 meninos e **retirou 4 sobrando 1.**” (dupla 3).

Trecho da análise realizada pela dupla 5 .

“Trabalhar os conceitos de adição, subtração, relação **termo a termo** usando materiais concretos e jogos.” (dupla 5).

Este trecho da análise das professoras revela que a dupla identificou que existia outra ação, mas se equivocou, pois em vez de considerar que a relação implicada no problema é uma relação parte todo, se referiu uma relação termo a termo que corresponde a situações de comparação.

Trecho da análise realizada pela dupla 6.

“Trabalhando a **relação termo a termo do número**, para que ela faça referência do número com a respectiva **quantidade**.” (dupla 6).

Neste pequeno trecho a dupla descreve como se o problema fosse o conceito de número, mas o problema não é o conceito de número, pois anteriormente a dupla analisa que a criança produziu representações corretas.

### ***5 Reconhecimento de que a compreensão das estruturas aditivas é um processo evolutivo***

Neste aspecto foram encontrados também dois níveis:

- a) Relação entre as dificuldades e níveis de maturidade (ou de “assimilação”) global da criança.

Nenhuma análise encontrada referente a esse item

- b) Reconhecimento de que existem etapas na construção do conhecimento específico sobre estruturas aditivas.

“Ainda encontra-se em **processo de aquisição de conhecimentos lógicos matemáticos**.” (dupla 12).

Embora a dupla 6 traga alguns elementos referentes ao trânsito entre representações ainda parece considerar que essas representações apenas traduzem o enunciado do problema. Assim justifica a correção dos desenhos sugerindo que os enunciados foram lidos pela professora.

“O que nos faz pensar que os **problemas foram lidos para ela** e respondeu errado, pois lembrou de algum aspecto que ouviu.” (dupla 6)

As professoras que não consideraram em suas análises os níveis do aspecto 3 e o aspecto 4, que revelam que elas buscam compreender quais os invariantes que as crianças já utilizam, reduziram as dificuldades a questões de interpretação, como se a dificuldade estivesse apenas na compreensão da linguagem oral, ou do desconhecimento da criança de qual a operação (conta) que deveria ser feita, como se a conta não correspondesse a uma operação lógica ou ainda a falta de atenção para interpretar o problema.

Alguns exemplos:

“Todos os caminhos estavam certos, e ela **só não soube interpretar** a pergunta do 2º problema.” (dupla 2)

“Porém a resposta mostra que ela **não compreendeu a pergunta** do problema.” (dupla 4)

“A criança fez uma análise pela lógica dos números, porém ao que nos parece ela **não soube interpretar** corretamente o problema.” (dupla 7)

“No segundo, **não teve a compreensão** para solucionar o problema, ou seja, fez a representação, mas não conseguiu chegar ao resultado. Ela **não teve a noção** do que estava sendo pedido. Pelo fato **da interpretação de cada um.**” (dupla 10)

A dupla 1 ignora os processos cognitivos e esquemas e referiu-se que a dificuldade encontrada pela criança pode ter sido pela escolha da representação algorítmica correta.

“Mas as respostas que exigia interpretação e **registro através da escrita** houve equívocos.” (dupla 1).

“No problema a criança se confundiu e **subtraiu 2 vezes.**” (dupla 15).

A dupla 14 referiu-se que a dificuldade encontrada pela criança pode ter sido pela falta de atenção no momento de interpretar o problema.

“O resultado da 2º e a resposta da 1º não estão corretos, talvez **falta de atenção** no momento da **interpretação**” (dupla 14).

Já a dupla 16 parece ter reduzido todas as questões ao fato da criança não estar totalmente alfabetizada e por isso não conseguir interpretar o problema, sem considerar processos cognitivos ou a identificação da diferença entre os problemas, nem diferentes formas de representações, estratégias de resolução e nem a aprendizagem como propulsora do desenvolvimento.

“Sabe calcular, mas ainda **não está totalmente alfabetizada para interpretar** estes problemas. A criança, no primeiro problema, entendeu que estava falando na quantidade de crianças e não de maçãs. No segundo, entendeu que estava pedindo na quantidade que tinha na fila do lanche. A criança tentou usar os conhecimentos que já possui para chegar às respostas. Mas ainda **tem dificuldade em interpretar.**” (dupla 16).

Os resultados apresentados acima referentes aos aspectos que foram levados em consideração, nas avaliações das professoras foram sistematizados no quadro 40.

**Quadro 40** - Síntese das Análises do bloco 3

Dupla	1	2	3	4	5	6	7	8
1			a			x	x	
2	a		a			x		
3	c		d	d				
4			b	c		x		
5	b	b	b					
6		b	c					
7	b	b	b			x		
8			c					
9			a	c				
10			a			x		
11			c	c				
12			a	c	b			
13			b	c				
14								x
15	a		a				x	
16								

Fonte: Elaborado pela pesquisadora.

**Legenda:**

**Leva em consideração**

1= Reconhecimento de que se trata de problemas diferentes e identificação da diferença.

2= Reconhecimento de conceitos e conhecimentos prévios que a criança já construiu e que são necessários à resolução dos problemas.

3= Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revelam os esquemas e/ou processos cognitivos utilizado na resolução dos problemas.

4= Reconhecimento (explicitando) das ações realizadas pela criança na resolução do problema.

5= Reconhecimento de que a compreensão das estruturas aditivas é um processo evolutivo.

**Ignoram os processos cognitivos e esquemas, atribuindo as dificuldades a:**

6 = Interpretação da linguagem verbal

7= Escolha da representação algoritma correta

8=Falta de atenção.

Consideramos relevante a tentativa da maioria das professoras em compreenderem o que a criança buscou fazer, as diferentes formas de representação e o reconhecimento de que os problemas apresentados eram diferentes.

Três duplas (5, 6 e 7) levaram em consideração os conhecimentos prévios que a criança trouxe, reconhecendo que existem conceitos prévios necessários à resolução dos problemas e refere-se a essa construção, embora sua explicação ainda mostre uma certa confusão entre o conceito e sua representação.

Cinco duplas (2, 3, 5, 7, e 15) consideraram e atribuíram as dificuldades ao tipo de situação e não a problemas ou deficiências da própria criança (como

distração ou insuficiência de conhecimentos). Entretanto, apenas a dupla três deu indícios de que a diferença entre os problemas residia na posição da incógnita, que requeria a realização da operação inversa, no problema 2.

Somente a dupla dezesseis não considerou as diferentes formas de representação. As demais duplas se referiram a esse aspecto. Ainda assim, seis duplas (1, 2, 9, 10, 12 e 15) apenas reconhecem as diferentes formas de representação, mas não consideram o trânsito entre elas quatro duplas (4, 5, 7 e 13) fizeram referência à construção de uma imagem (mental e/ou icônica) a partir da leitura do enunciado, ou seja, ainda não levaram em consideração a situação de um ponto de vista do conceito matemático, como se se tratasse apenas de uma tradução da linguagem oral. Três duplas (6, 8 e 11) fizeram referência ao trânsito entre diversas representações, sem incluírem a representação das transformações/relações, mas apenas descreveram o que observaram nas produções das crianças. Assim, não inferiram esquemas e/ou processos cognitivos que resultaram nessas produções e, conseqüentemente, não mencionaram também as representações das relações, que, neste tipo de problemas, eram relações entre o todo e suas partes. Somente a dupla 3 demonstrou ter a compreensão de que o trânsito entre as diferentes formas de representação pode se referir não apenas às quantidades, mas também às transformações/relações.

A resposta da dupla 14 não ficou incluída em nenhuma categoria, mas mostra que as professoras tentaram compreender o que a criança fez, baseadas nas representações produzidas. Assim, ao reconhecerem que o raciocínio estava correto, mas não estava concluído, elas mostraram o reconhecimento de que as representações estão relacionadas com os esquemas e/ou os processos cognitivos da criança e não se reduzem a uma mera aplicação mecânica de fórmulas.

Seis duplas partiram do reconhecimento das ações realizadas pela criança na resolução do problema. Porém, cinco (3, 4, 9, 11, 12 e 13) identificaram ações realizadas pela criança sem comentar ou discutir sua adequação ao tipo de problema apresentado. Somente a dupla 3 mostrou ter o conhecimento das ações que são adequadas para a resolução do segundo problema.

Referente ao reconhecimento e a compreensão de que as estruturas aditivas é um processo evolutivo, temos somente a dupla 12, reconhecendo que existem etapas na construção do conhecimento específico sobre estruturas aditivas.

### 5.1.4 Discussão dos resultados referente aos conceitos matemáticos

Elaboramos o quadro 41 onde sintetizamos as análises dos blocos 1, 2 e 3, para visualizar melhor nossas análises referentes aos resultados referentes aos aspectos conceituais.

**Quadro 41-** Síntese das Análises dos blocos 1, 2 e 3

Dupla	Aspectos que consideram as situações e os processos ou esquemas cognitivos									Aspectos que não consideram as situações e os processos ou esquemas cognitivos																	
	1			2			3			4			5			6			7			8					
	Bloco			Bloco			Bloco			Bloco			Bloco			Bloco			Bloco			Bloco					
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
1		a		a			a	a	a		a						x	x									
2			a	b			a	c	a							x		x		x							
3	c		c				d	c	d	d	d	d	b														
4		c		a			d	a	b	c		c															
5	a		b			b	b	b	b							x	x			x							
6	a					b	b	a	c							x	x	x		x	x						
7		c	b	b		b	a	c	b	a	a																
8	c	a					c	b	c								x										
9							d	a	a	c		c															
1				b			c	c	a				a			x		x		x							
1							c	c	c			c															
1	b	b					c		a					b		x	x										
1							d	a	b	c																	
1	b	a		a			c	a									x							x	x		
1	b	b	a				d		a	b														x			
1					b			a					a			x	x										

#### Legenda:

##### Leva em consideração

1= Reconhecimento de que se trata de problemas diferentes e identificação da diferença.

2= Reconhecimento de conceitos e conhecimentos prévios que a criança já construiu e que são necessários à resolução dos problemas.

3= Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revelam os esquemas e/ou processos cognitivos utilizado na resolução dos problemas.

4= Reconhecimento (explicitando) das ações realizadas pela criança na resolução do problema.

5= Reconhecimento de que a compreensão das estruturas aditivas é um processo evolutivo.

##### Ignoram os processos cognitivos e esquemas, atribuindo as dificuldades a:

6 = Interpretação da linguagem verbal

7= Escolha da representação algoritma correta

8=Falta de atenção.

Em relação às análises das respostas das duplas, podemos distinguir entre as que consideraram os processos de construção da criança (que correspondem aos itens 1, 2, 3, 4 e 5 do quadro 41) e as que não consideraram esses processos (que correspondem aos itens 6, 7 e 8 do quadro 41). Dez duplas (65,5%) ignoraram os

processos cognitivos e esquemas construídos pelas crianças, independentemente do tipo de problema. Isso se expressa no fato de atribuírem as dificuldades à linguagem verbal (oral e/ou escrita) utilizada nos enunciados, à falta de atenção, ou ainda à escolha da conta, como se essa escolha fosse automática, bastando interpretar (em termos linguísticos) o enunciado.

Pode-se dizer que a não identificação dos processos cognitivos está relacionada ao desconhecimento do campo conceitual das estruturas aditivas, como pode ser constatado no fato de que essas duplas também não reconheceram que existem diferenças entre os problemas apresentados em cada bloco (e também entre os blocos), que estão relacionadas à situação problema, ou, mais especificamente, às relações entre as variáveis.

A referência às ações realizadas pela criança ou que são exigidas para a resolução do problema poderia mostrar que, de alguma forma, as duplas reconhecem que os diferentes tipos de problema ativam diferentes esquemas conceituais. Embora cinco duplas se refiram a diferentes ações, apenas uma (dupla 3) o faz refletindo sobre quais dessas ações seriam adequadas, dependendo do tipo de problema.

Como já vimos anteriormente, quando mostramos que existem vários tipos de problemas de estrutura aditiva (capítulo 3), estes apresentam diferenças nos algoritmos, que correspondem às ideias e ações que elas expressam. Enfim, cada situação requer um tipo de ação coerente e necessária para resolver o problema. Portanto, nos problemas de estruturas aditivas, estão envolvidos vários esquemas de ação, tais como: acrescentar, completar, tirar, juntar e comparar. Assim, a promoção da aprendizagem requer que a realização de atividades planejadas para, intencionalmente, envolverem todas essas ações e as relações entre elas.

Segundo Vergnaud (apud NUNES e BRYAN, 1997, p. 118) a dificuldade de um problema é determinada não apenas pela situação, mas também pelas relações entre as variáveis da adição e/ou subtração ou pelas operações do pensamento, sendo que, para poder resolver um problema específico, essas questões precisam ser entendidas pelas crianças. Os problemas de estrutura aditiva classificam-se, conforme apresentado no capítulo 3, em: problemas de composição, de transformação e comparação. Conforme Magina (2001) um dos primeiros

problemas que a criança domina é o de composição, em que estão envolvidas as partes para formar o todo.

Várias pesquisas como de Guimarães (2005) e de Nunes; Campos; Magina; Bryant (2005) nos mostram que existem alguns problemas que necessitam de esquemas de ação mais elaborados, como, por exemplo, os de comparação, pois nem sempre fica clara a operação que deve ser realizada. Sendo assim, nas pesquisas desenvolvidas pelos autores, os alunos apresentam mais dificuldades em resolver os problemas de transformação que não são prototípicos, e principalmente os que necessitam da inversão como os problemas nos quais o início é desconhecido, tanto na situação aditiva como na subtrativa e nos problemas de comparação.

Dessa forma, as diferenças nos algoritmos utilizados para a resolução dos vários tipos de problemas de estrutura aditiva correspondem às ideias e ações que eles expressam. Enfim, cada situação requer um tipo de ação coerente e necessária para resolver o problema. Guimarães (2005) destaca a importância de o professor conhecer os diversos tipos de problemas, para que, ele possa oferecer os instrumentos necessários para a compreensão dos mesmos. Dessa forma, a promoção da aprendizagem requer a realização de atividades planejadas para, intencionalmente, envolverem todas essas ações e as relações entre elas.

A referência às ações realizadas pela criança ou que são exigidas para a resolução do problema mostraria que, de alguma forma, as duplas reconhecem que os diferentes tipos de problema ativam diferentes esquemas conceituais. Observou-se que, embora cinco duplas se refiram a diferentes ações, apenas uma (dupla 3) o faz refletindo sobre quais dessas ações seriam adequadas, dependendo do tipo de problema.

Segundo Gonçalves (2009), quando as crianças entram na escola, têm algum entendimento acerca do conceito de juntar, tirar e fazer correspondência termo a termo (comparar). O grande desafio do professor é potencializar meios para que o aluno consiga estabelecer relação entre os três esquemas em ação e, assim, possa elaborar um conceito operatório de adição e subtração. O aluno deve ser instigado desde a pré-escola a construir relações entre as ações de juntar, tirar e comparar, de modo a ampliar seu conceito inicial de somar e subtrair.

Observamos que todas as duplas já levam em consideração as diferentes formas de representação como registros legítimos, a partir dos quais podem ser inferidos a compreensão e/ou o desempenho da criança. Treze dentre elas (2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15) chegam a destacar, ao menos em um dos blocos, o uso de diferentes formas de representação para o mesmo problema, ou seja, se referem ao trânsito entre representações, ainda que possam não ter consciência do seu significado no desenvolvimento conceitual. Ainda assim, essa observação se limita, quase sempre, à representação das quantidades e não das transformações ou relações envolvidas no problema. Com efeito, apenas cinco duplas (3, 4, 9, 13 e 15) mencionaram a representação de alguma transformação no bloco 1 e apenas uma dupla (3) parece ter compreendido a importância das representações das relações também nos outros blocos.

Vergnaud (1993) também afirma que a escolha de uma representação significativa de uma situação problema auxilia na compreensão, além de evitar a imposição de regras ou formas de resolução.

Segundo Duval (2012), poderemos conhecer, aprender e compreender matemática somente quando aprendemos as representações semióticas do objeto matemático. Além disso, o autor afirma que não há aprendizagem matemática sem transitar pelo menos por dois registros semióticos. Ou, em outras palavras, a aprendizagem (o conceito) não acontece sem a criança entender e conseguir representar um mesmo objeto utilizando-se de, no mínimo, duas representações semióticas.

Sendo assim, a chave principal para a aprendizagem em matemática está na compreensão do trânsito entre os diversos registros de representação. Saber escolher o registro mais apropriado para aplicar os tratamentos provoca uma desenvoltura do raciocínio, e, como resultado, leva à resolução dos problemas matemáticos, ou seja, à aprendizagem.

O desconhecimento do campo conceitual e as dificuldades em considerar os processos cognitivos envolvidos na resolução dos problemas podem prejudicar as práticas de mediação, já que as professoras muitas vezes sabem descrever o que as crianças fizeram, mas não sabem explicar por que o fizeram, o que as impede de interferir adequadamente no processo de construção pela criança. Sendo assim,

nesta pesquisa, analisamos também aspectos que as duplas destacaram, referentes às estratégias didáticas para mediar a aprendizagem das crianças.

## 5.2 Aspectos referentes aos processos de ensino e aprendizagem

A análise das respostas das professoras destaca os aspectos que elas consideram importantes para desenvolver a aprendizagem nas crianças. Identificamos quais os aspectos que as duplas levam em consideração. Assim, foram identificados e sistematizados os seguintes aspectos:

1. Visão da dupla sobre o processo de ensino
2. Ponto de partida do ensino
3. Objetivo da intervenção
4. Uso de recursos didáticos
5. Trânsito entre representações

Analisaremos, a seguir, cada um desses aspectos, com referência a cada bloco.

### 5.2.1. Resultados referentes ao bloco 1

#### 1. *Visão da dupla sobre o processo de ensino*

Em relação a esse aspecto foram identificados dois níveis de respostas

a) *Ensino passo a passo (perspectiva associacionista da aprendizagem).*

Nenhuma análise encontrada referente a esse nível.

b) *Destaque de aspectos “pistas” relevantes à compreensão da estrutura/organização do problema.*

“Registrar o algoritmo com mediação do professor **demonstrando todas as etapas registradas na ordem** que foram feitas.” (dupla3)

“**Partindo do material concreto** fazer agrupamentos da quantidade total, **depois partiria para o desenho** e por **último fazer a sistematização** da operação.” (dupla 7)

#### 2. *Ponto de partida do ensino*

Em relação a esse aspecto foram identificados dois níveis de respostas

a) *Baseado na explicação do professor.*

“**Trabalhar com outras metodologias** até levar a criança compreender que para chegar ao resultado final tem várias possibilidades.” (dupla 2)

“**Sugeria que desenhasse** as 12 figurinhas, **retirasse** as 8 que ele ganhou e **verificasse** quantas ficaram, que seriam as que faltavam para completar a quantia” (dupla 5)

“Partindo do material concreto fazer agrupamentos da quantidade total, depois partiria para o desenho e por último fazer a sistematização da operação.” (dupla 7)

b) *Baseado na resposta da criança.*

“No segundo problema faríamos as seguintes intervenções: reler o problema com a criança; - Perguntar quantas figurinhas ele tem agora? Propor que desenhe as 12 figurinhas.” (dupla 3)

“**Resta saber se a resposta dele é 4 ou é 12.** Isso devia ser questionado.” (dupla 4)

### 3. *Objetivo da intervenção*

Em relação a esse aspecto, foram identificados dois níveis de respostas:

a) *Promover a interpretação linguística do texto/tarefa.*

“Trabalhar com outras metodologias até **levar a criança compreender** que para chegar ao resultado final tem várias possibilidades.” (dupla 2)

“Pela **interpretação** de cada problema, ou seja, cada um tem um jeito de responder e representar.” (dupla 10)

“Trabalhar mais o concreto bem como a **interpretação**, bem como **o que está entre as entrelinhas**” (dupla 12)

b) *Promover a representação pictórica da situação matemática expressa no texto.*

“Perguntar **quantas ele ganhou?** Propor que **pinte as 8 que ganhou**, contar as que **ficaram sem pintar**.” (dupla 3).

### 4. *Uso dos recursos didáticos (materiais concretos, ludicidade, questionamento, dramatização).*

Em relação a esse aspecto foram identificados dois níveis de respostas

a) *Uso de recursos didáticos sem explicar para quê.*

“Intervenções e demonstração através de **material concreto** (material dourado, palito de picolé, ábaco)”. (dupla 1)

“Trabalhar mais **o concreto** bem como a interpretação” (dupla 12)

“Pensando que a criança ficou em dúvida. Porque não teve maturidade suficiente para interpretar o problema. Utilizaríamos **material concreto** e a **ludicidade**” (dupla 16)

b) *Uso de recursos didáticos explicando como.*

“Partindo do **material concreto** fazer agrupamentos da quantidade total, depois partiria para o desenho e por último fazer a sistematização da operação” (dupla 7)

“Lendo individualmente para ela, enfatizando o problema com auxílio do **material dourado ou outros materiais**, questionando o porquê do resultado.” (dupla 10)

5. *Trânsito entre representações*

*Promove trânsito entre representações (do concreto/pictórico para o simbólico).*

“Partindo do **material concreto** fazer agrupamentos da quantidade total, depois partiria para o **desenho** e por último fazer a **sistematização da operação**.” (dupla 7)

5.2.2. **Resultados referentes ao bloco 2**

Foram identificados e sistematizados os seguintes aspectos:

1. *Visão da dupla sobre o processo de ensino*

Em relação a esse aspecto foram identificados dois níveis de respostas

a) *Ensino passo a passo (perspectiva associacionista da aprendizagem)*

“Interpretando **passo a passo** o problema, através de cálculos/desenhos.” (dupla 1).

“**Primeiramente trabalhando com atividades de agrupar e subtrair**, para que ela tenha claro o conceito de tirar e adicionar. **Após, interagir com a criança, questionando e/ou manipulando** materiais concretos, que seriam (a base) a representação do que está escrito, para **somente após realizar os registros** de respostas.” (dupla 6)

“**Usaria o material concreto**, faria uma nova leitura em interpretação e fazer o **registro das operações matemáticas**.” (dupla 8).

“Fariamos= **1º fazer a criança contar o que desenhou. 2º comparar o 2º e o 3º problema. 3º se ela não percebeu** o equívoco **fazer representar** com material **concreto ou desenhar** no quadro.” (dupla 13).

- b) *Destaque de aspectos “pistas” relevantes à compreensão da estrutura/organização do problema.*

“No 1º problema trabalharíamos a estratégia de **agrupar contando em voz alta**. No 2º problema, usaríamos a estratégia: **relação biunívoca trabalhando a ideia de completar** perguntando: - Quanto falta, para Joana empatar com Pedro. Ou, no segundo problema usar outra intervenção. **Desenhar** as bolachas de Rosa e **riscar** bolachas de Júlio e **montaria** o algoritmo.” (dupla 3)

## 2. *Ponto de partida do ensino*

Em relação a esse aspecto foram identificados dois níveis de respostas

- a) *Baseado na explicação do professor.*

“Interpretando **passo a passo o problema, através de cálculos/desenhos**. Trabalhar os dois últimos problemas em momentos diferentes.” (dupla 1).

“A criança ficou equivocada, eu tentaria usar o material concreto e **mostrar que 3 é menor que 7**, não sendo possível fazer a subtração. Usaria 7 para tirar 3 que o resultado é 4, ou 3 para chegar 7, falta 4.” (dupla 9).

“**Faríamos= 1º fazer a criança contar** o que desenhou. 2º comparar o 2º e o 3º problema. 3º se ela não percebeu o equívoco fazer representar com material concreto ou desenhar no quadro.” (dupla 13).

“Partindo do concreto **exemplificando o problema**. Analisando juntamente com o educando o problema e qual foi o erro que ela cometeu.” (dupla 15).

“**Faríamos ou usaria problemas, só oralmente como exemplo** e se necessário material concreto e através de desenhos, no quadro e coletivamente.” (dupla 16).

- b) *Baseado na resposta da criança.*

“Irámos ensinar ela, a fazer a representação inversa e fazer **indagações** tipo: **\*Onde tem mais? \*Onde tem menos? \*Quem tem mais? \*Quem tem menos?**” (dupla 2)

“No 1º problema trabalharíamos a estratégia de agrupar **contando em voz alta**. No 2º problema, usaríamos a estratégia: **relação biunívoca** trabalhando a ideia de completar perguntando: - Quanto falta, para Joana empatar com Pedro.” (dupla 3)

“Primeiramente trabalhando com atividades de agrupar e subtrair, para que ela tenha claro o conceito de tirar e adicionar. Após, **interagir com a criança, questionando e/ou manipulando** materiais concretos, que seriam (a base) a representação do que está escrito, para somente após realizar os registros de respostas”. (dupla 6)

“Precisaria ser trabalhado com **material concreto, juntamente com questionamentos** que levem a compreender o processo e as questões do problema.” (dupla 14)

## 3. *Objetivo da intervenção.*

Em relação a esse aspecto foram identificados dois níveis de respostas:

a) *Promover a interpretação linguística do texto/tarefa.*

“**Interpretando** passo a passo o problema, através de cálculos/desenhos.” (dupla 1)

“Usaria o material concreto, faria uma nova leitura em **interpretação** e fazer o registro das operações matemáticas.” (dupla 8)

“Fariamos ou usaria problemas, **só oralmente** como exemplo e se necessário material concreto e através de desenhos, no quadro e coletivamente.” (dupla 16)

b) *Promover a representação pictórica da situação matemática expressa no texto.*

“No 1º problema trabalharíamos a estratégia de **agrupar** contando em voz alta. No 2º problema, usaríamos a estratégia: **relação biunívoca trabalhando a ideia de completar** perguntando. Quanto falta, para Joana empatar com Pedro. Ou, no segundo problema usar outra intervenção. Desenhar as bolachas de Rosa e **riscar bolachas** de Júlio e **montaria o algoritmo.**” (dupla 3)

“Representar com material concreto ou desenhar no quadro.” (dupla 13)

4. *Uso dos recursos didáticos (materiais concretos, ludicidade, questionamento, dramatização).*

Em relação a esse aspecto foram identificados dois níveis de respostas

a) *Uso de recursos didáticos sem explicar para quê.*

“Tríamos ensinar ela a fazer a representação inversa e fazer indagações tipo: \*Onde tem mais? \*Onde tem menos? \*Quem tem mais? \*Quem tem menos?...” (dupla 2)

“Partiremos do **concreto** -> **abstrato**”. (dupla 7)

“Usaria o **material concreto**, faria uma nova leitura em interpretação e fazer o registro das operações matemáticas.” (dupla 8)

“A criança ficou equivocada, eu tentaria usar o **material concreto** e mostrar que 3 é menor que 7, não sendo possível fazer a subtração.” (dupla 9)

“Através do uso do **material dourado, jogo**, troca de objetos para uma melhor compreensão da diferença entre adição e subtração.” (dupla 10)

“Levando-a ter contato com **diversos materiais** no qual envolva interpretação e raciocínio, fazendo-a autora do próprio problema.” (dupla 12)

“Fariamos= 1º fazer a criança contar o que desenhou. 2º comparar o 2º e o 3º problema. 3º se ela não percebeu o equívoco fazer representar com **material concreto** ou **desenhar no quadro.**” (dupla 13)

“Precisaria ser trabalhado com **material concreto**, juntamente com questionamentos que levem a compreender o processo e as questões do problema.” (dupla 14)

“**Partindo do concreto** exemplificando o problema.” (dupla 15)

“Fariamos ou usaria problemas, só oralmente como exemplo e se necessário **material concreto** e através de **desenhos**, no quadro e coletivamente.” (dupla 16)

b) *Uso de recursos didáticos explicando como.*

“No 2º problema, usaríamos a estratégia: **relação biunívoca trabalhando a ideia de completar** perguntando: - Quanta falta para Joana empatar com Pedro.” (dupla 3)

“Poderia, se fazer uma **comparação** com as quantidades, **ligando um, desenho no outro** para perceber o quanto sobraria que seria a quantidade a mais, sempre utilizando material concreto. Trabalhando de **Tratamento da Informação** com gráficos.” (dupla 4)

“Trabalhar os **conceitos de agrupar e subtrair**. Usando materiais concretos e jogos.” (dupla 5)

“Primeiramente trabalhando com atividades de **agrupar e subtrair**, para que ela tenha claro o **conceito de tirar e adicionar**. Após, interagir com a criança, questionando e/ou manipulando materiais concretos, que seriam (a base) a representação do que está escrito, para somente após realizar os registros de respostas.” (dupla 6)

5. *Trânsito entre representações*

*Promove trânsito entre representações (do concreto/pictórico para o simbólico).*

“Interpretando passo a passo o problema, através de **cálculos/desenhos**. Trabalhar os dois últimos problemas em momentos diferentes.” (dupla 1)

“**Desenhar as bolachas** de Rosa e riscar bolachas de Júlio e montar o **algoritmo**.” (dupla 3)

“Poderia, se fazer uma comparação com as quantidades, ligando um, **desenho** no outro para perceber o quanto sobraria que seria a quantidade a mais, sempre utilizando material concreto. Trabalhando de **Tratamento da Informação com gráficos**.” (dupla 4)

“Após, interagir com a criança, questionando e/ou **manipulando materiais concretos**, que seriam (a base) a **representação do que está escrito**, para somente após realizar os **registros de respostas**.” (dupla 6)

“Usaria o **material concreto**, faria uma nova leitura em interpretação e fazer o **registro das operações matemáticas**.” (dupla 8)

“Fariamos ou usaria problemas, só oralmente como exemplo e se necessário material **concreto** e através de **desenhos**, no quadro e coletivamente.” (dupla 16)

### 5.2.3. Resultados referentes ao bloco 3

Foram identificados e sistematizados os seguintes aspectos:

#### 1. *Visão da dupla sobre o processo de ensino*

Em relação a esse aspecto foram identificados dois níveis de respostas

##### a) *Ensino passo a passo (perspectiva associacionista da aprendizagem).*

“Faria junto com eles, vivenciando, **visualizando cada etapa**, ainda, lendo pausadamente cada problema **por partes**. Construindo as respostas.”(dupla 1)

“Sempre usando material concreto e **uma nova leitura** do problema revendo o questionamento do mesmo.” (dupla 4)

“Trabalhando diversas formas de interpretação além de trabalhar com o **concreto** explorando mais o conteúdo.” (dupla 15)

“Fariamos a criança entender através de **exemplos orais, materiais concretos e desenhos.**” (dupla 16)

##### b) *Destaque de aspectos “pistas” relevantes à compreensão da estrutura/organização do problema.*

“Nenhuma análise encontrada referente a esse nível”.

#### 2. *Ponto de partida do ensino*

Em relação a esse aspecto foram identificados dois níveis de respostas

##### a) *Baseado na explicação do professor.*

“**Fariamos a criança entender através de exemplos orais**, materiais concretos e desenhos. Se necessário, faríamos atendimento individual.” (dupla 16).

##### b) *Baseado na resposta da criança.*

“**Faria junto com eles, vivenciando**, visualizando cada etapa, ainda, lendo pausadamente cada problema por partes. Construindo as respostas.” (dupla 1)

“No 2º problema daria para **fazer com as próprias crianças** da sala a dramatização e usar outras estratégias para focar a subtração.” (dupla 2)

“Solicitar que ela observe o desenho das crianças e respondesse quantas são meninas. Para chegar ao algoritmo **utilizar o desenho das estrelas**, ou seja,  $9-5=4$ .” (dupla 3)

“Mediação através de perguntas /questionamentos a **partir das respostas delas**. – Uso de suporte concreto. Trabalhar símbolos matemáticos (mais e menos), associados aos conceitos dos mesmos.” (dupla 6)

“Usar as crianças para representar a situação problema **retomando o desenho que esta correto** e fazer a criança contar as meninas relendo a pergunta.” (dupla 8)

“Ajudar na leitura para uma melhor interpretação, uso do material concreto, **questionando como chegou ao resultado.**” (dupla 10)

“**Levantar questionamentos que o levem a refletir** sobre as questões apresentadas, para que consiga compreender esse processo corretamente.” (dupla 14).

### 3. *Objetivo da intervenção.*

Em relação a esse aspecto foram identificados dois níveis de respostas:

a) *Promover a interpretação linguística do texto/tarefa.*

“Faria junto com eles, vivenciando, visualizando cada etapa, ainda, **lendo pausadamente** cada problema por partes. Construindo as respostas.” (dupla 1)

“Sempre usando material concreto e **uma nova leitura do problema** revendo o questionamento do mesmo.” (dupla 4)

“Ajudar na leitura para uma **melhor interpretação**, uso do material concreto, questionando como chegou ao resultado.” (dupla 10)

b) *Promover a representação pictórica da situação matemática expressa no texto.*

“Solicitar que ela observe o desenho das crianças e respondesse quantas são meninas. Para chegar ao algoritmo utilizar o **desenho das estrelas, ou seja,  $9-5=4$** ” (dupla 3)

“Trabalhar **símbolos matemáticos (mais e menos)**, associados aos conceitos dos mesmos.” (dupla 6)

### 4. *Uso de recursos didáticos (materiais concretos, ludicidade, questionamento, dramatização).*

Em relação a esse aspecto foram identificados dois níveis de respostas

a) *Uso de recursos didáticos sem explicar para quê*

“No 2º problema daria para fazer com as próprias crianças da sala a **dramatização** e usar outras estratégias para focar a subtração.” (dupla 2)

“Sempre usando **material concreto** e uma nova leitura do problema revendo o questionamento do mesmo.” (dupla 4)

“Trabalhar os conceitos de adição, subtração, relação termo a termo usando **materiais concretos e jogos.**” (dupla 5)

“Mediação através de perguntas /**questionamentos** a partir das respostas delas. – Uso de suporte **concreto**. Trabalhar símbolos matemáticos (mais e menos), associados aos conceitos dos mesmos.” (dupla 6)

“Novamente partiria do **concreto** para o abstrato.” (dupla 7)

“Ajudaria com **material concreto** para que ela visualizasse a situação e percebesse que não há resto.” (dupla 9)

“Ajudar na leitura para uma melhor interpretação, uso do **material concreto**, questionando como chegou ao resultado.” (dupla 10).

“Levantar **questionamentos** que o levem a refletir sobre as questões apresentadas, para que consiga compreender esse processo corretamente.” (dupla 14).

“Trabalhando diversas formas de interpretação além de trabalhar com o **concreto** explorando mais o conteúdo.” (dupla 15).

“Fariamos a criança entender através de **exemplos orais, materiais concretos e desenhos**. Se necessário, faríamos atendimento individual.” (dupla 16).

b) *Uso de recursos didáticos explicando como.*

“Nenhuma análise encontrada referente a esse nível”.

##### 5. *Trânsito entre representações*

*Promove trânsito entre representações (do concreto/pictórico para o simbólico).*

“Solicitar que ela observe o desenho das crianças e respondesse quantas são meninas. Para **chegar ao algoritmo** utilizar o **desenho** das estrelas, ou seja, **9-5=4**.” (dupla 3)

“Mediação através de perguntas /questionamentos a partir das respostas delas. – Uso de **suporte concreto**. Trabalhar **símbolos matemáticos (mais e menos), associados aos conceitos dos mesmos**.” (dupla 6)

“Usar as **crianças para representar** a situação problema retomando o **desenho** que esta correto e fazer a criança contar as meninas relendo a pergunta.” (dupla 8)

Os resultados apresentados acima referentes aos aspectos que foram levados em consideração, nos depoimentos das professoras sobre as estratégias de ensino, foram sistematizados no quadro 42.

**Quadro 42** - Síntese (dos blocos 1,2,3) das Análises das intervenções pedagógicas sugeridas pelas duplas

Dupla	Aspectos considerados pelas professoras na avaliação das respostas das crianças, referente à aprendizagem/estratégias didáticas- bloco 1, 2 e 3.															Não sugerem intervenção			
	Dimensão			Dimensão			Dimensão 3			Dimensão 4			Dimensão 5				Dimensão 6		
	Blocos			Blocos			Blocos			Blocos			Blocos				Blocos		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3		1	2	3
1		a	a		a			a	a	a				x					
2				a	b	b	a				a	a							
3	b	b		b	b	b	b	b	b		b			x	x				
4			a	b					a		b	a		x					
5				a							b	a							
6		a			b	b			b		b	a		x	x	x			
7	b			a				a		b	a	a	x						
8		a				b			b		a	a		x	x	x			
9					a			a			a	a				x			
10	a		a			b	a		a	b	a	a							
11																x	x	x	
12	a	a					a			a	a							x	
13		a			a			b			a					x		x	
14					b	b					a	a				x			
15			a		a						a	a		x		x			
16		a			a	a		a		a	a	a		x					

**Legenda:**

**Dimensões de análise**

1= Compreensão sobre o processo de ensino

2=Ponto de partida do ensino.

3=Objetivo da intervenção

4= Uso dos recursos didáticos (materiais concretos, ludicidade, questionamento, dramatização)

5= Trânsito entre representações

6= Não sugerem nenhuma intervenção

Em relação às análises das respostas das duplas, pode-se distinguir entre as que explicitam os processos de intervenção e utilização de estratégias didáticas (dimensões 1, 2, 3, 4, 5 do quadro 42), como meio de possibilitar a mediação e impulsionar o conhecimento dos alunos e as que não explicitam estes processos (dimensão 6 do quadro 42). Oito duplas (6, 8, 9, 11, 12, 13, 14 e 15), ou seja, (50%) ignoraram o uso de estratégias didáticas, não sugerindo nenhuma intervenção pedagógica em, pelo menos, um bloco. Cinco duplas (6, 8, 9, 14 e 15) não sugeriram nenhuma intervenção somente no primeiro bloco. A dupla 12 não sugeriu nenhuma intervenção no bloco três. A dupla 13 não sugeriu intervenção

nos blocos um e três. Somente a dupla 11 não sugeriu qualquer intervenção em todos os blocos. É interessante verificar que, na maioria das vezes, a ausência de proposta de intervenção é justificada pelo fato das professoras considerarem que a criança cometeu algum erro e, portanto, a criança não necessita de intervenção para corrigi-lo. Esse ponto de vista foi explicitado por quatro duplas que não fizeram o PNAIC e apenas uma dupla que cursou o PNAIC.

Onze duplas (1, 3, 4, 6, 7, 8, 10, 12, 13, 15 e 16) explicitam sua visão sobre o processo de ensino, sendo que nove delas (1, 4, 6, 8, 10, 12, 13, 15 e 16) destacam a importância do ensino passo a passo (primeiro isso, depois aquilo), para que a criança consiga entender. As duplas 3 e 7 destacam a importância dos aspectos ou “pistas” relevantes para a compreensão da estrutura e organização do problema.

Em relação à compreensão sobre o ponto de partida do ensino, sete duplas (1, 5, 7, 9, 13, 15 e 16), consideram que as estratégias de ensino devem ser orientadas com base no ponto de vista do professor, enquanto que sete duplas (2, 3, 4, 6, 8, 10 e 14) consideram que o professor deve estabelecer suas estratégias a partir do que é manifestado pelo aluno.

Dez duplas (1, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 12, 13 e 16) consideram que é primordial promover a interpretação do enunciado da tarefa. Destas, apenas três duplas (3, 6 e 13) apresentam preocupação com a compreensão da situação matemática. A falta de compreensão do enunciado, muitas vezes, se remete a limitações na compreensão de conceitos envolvidos no problema, dificultando o estabelecimento das relações necessárias para a solução do mesmo. Neste sentido, Vergnaud (1993), nos alerta para a importância de levar em conta os campos conceituais para a compreensão das estruturas aditivas.

Temos quinze duplas (todas exceto a dupla 11) que têm como estratégia de ensino o uso dos recursos didáticos. Destas duplas, apenas quatro (3, 4, 5 e 6) propõem a utilização dos recursos didáticos explicando para quê.

Sete duplas (1, 3, 4, 6, 7, 8 e 16) promovem o trânsito entre representações (do concreto/pictórico para o simbólico).

### **5.3. Discussão dos resultados referentes à aprendizagem/estratégias didáticas**

Das dezesseis duplas, onze explicitaram, em pelo menos um bloco, uma concepção de que o ensino deve se dar gradualmente do mais simples para o mais complexo, ou seja, associativo, acumulativo, desenvolvendo-se por etapas. Esta visão é influenciada pela perspectiva empirista que está muito presente, diretamente ou indiretamente, na sala de aula, em nossas práticas ou discursos. Esse modelo de ensino se baseia na ideia de que a aprendizagem consiste no acúmulo e associação de fatos e informações, não considerando se os sentidos que lhes possam ser atribuídos pelos alunos. A transposição pouco refletida dessa perspectiva para o ensino da matemática resulta em quadros cheios de cálculos de fórmulas, sem sentido, a serem memorizadas (NEVES; DAMIANI, 2006). No total, foram onze duplas que manifestaram esta concepção em pelo menos um bloco, sendo seis duplas que cursaram o PNAIC e cinco duplas que não cursaram o PNAIC.

Quatorze duplas de professoras explicitaram sua concepção de como conduziriam o processo de mediação. Dessas, sete duplas partiriam das respostas dadas pelas crianças a seus questionamentos, ou já das soluções que as crianças já tinham registrado no papel. Dessas duplas, cinco eram do PNAIC e duas não PNAIC. As outras sete duplas sugeriram uma intervenção com base no ponto de partida no professor. Dessas, duas duplas eram PNAIC e quatro duplas não PNAIC. Esse resultado sugere que o PNAIC promove uma preocupação maior em considerar as respostas das crianças, para regular as estratégias de intervenções.

Para entendermos melhor qual a diferença entre o ponto de partida centrada no professor e o ponto de partida centrada no aluno, Neves; Damiani (2006, p. 2) contribuem neste sentido, quando escrevem que “como consequência da corrente empirista, o processo ensino-aprendizagem é centrado no professor, que organiza as informações do meio externo que deverão ser internalizadas pelos alunos, sendo esses apenas receptores de informações e do seu armazenamento de memória.” Trazendo aqui novamente alguns ranços da concepção empirista que novamente estão presentes nas práticas pedagógicas até hoje, onde o ponto de partida é focado somente na explicação do professor e o ensino baseado na ideia de que ensinando bem o aluno aprende.

Em relação ao objetivo da intervenção, quatro duplas PNAIC e duas duplas não PNAIC apresentam preocupação com a compreensão da representação

matemática. Enquanto três duplas PNAIC e duas duplas não PNAIC, revelam maior preocupação com a representação linguística. Somente duas duplas PNAIC e quatro duplas não PNAIC não explicitaram algo que se referisse ao objetivo de intervenção. Quinze duplas se referem ao uso de materiais concretos, ludicidade e ou questionamentos como estratégias de ensino. Mas, a maioria das vezes não explicita como esses materiais seriam utilizados. Apenas cinco duplas do PNAIC no bloco 2, e uma dupla no bloco 1, e somente uma dupla não PNAIC no bloco 1, sugerem como e para que utilizariam esses materiais.

Esses resultados sugerem que a maior dificuldade do bloco 2 (problemas comparativos) provocaram a necessidade de refletirem os processos de intervenção. O trânsito entre representações, ele foi sugerido por seis duplas que frequentaram o PNAIC contra apenas uma dupla que não frequentou PNAIC. O que sugere que o trabalho desenvolvido no PNAIC provocou maior compreensão sobre a necessidade de recorrer a diferentes formas de representação dos problemas, para uma maior compreensão dos conceitos matemáticos, ainda que provavelmente as professoras possam não ter clareza teórica sobre a importância de se utilizar mais esse recurso como heurística.

Em relação à explicitação do como, e para que, do uso do material didático, de uma forma geral essa explicitação não aconteceu, o que não significa que não haja uma clareza, ou uma intencionalidade no seu uso.

Com efeito, quando os problemas eram mais difíceis (bloco 2), quatro duplas do PNAIC sentiram necessidade de explicitar o que não aconteceu com as duplas que não fizeram o PNAIC. O que pode sugerir que o PNAIC promova uma certa reflexão neste sentido.

Todas essas fragilidades apontadas até então, implicam diretamente no processo ensino e aprendizagem, pois quando o professor não consegue perceber o que o seu aluno ainda não consegue entender, quais os conceitos que ele ainda precisa desenvolver, esse processo de intervenção fica prejudicado. Segundo Vygotsky (1989) dependendo do contexto em que o aluno está inserido, o processo de desenvolvimento intelectual poderá se atrasar ou até mesmo não se completar devido à falta de mediação. Nesse sentido, Freitas (2000), nos diz que o professor está sempre de forma explícita atuando na ZDP, interferindo no desenvolvimento dos alunos, instigando avanços que não iriam ocorrer

espontaneamente, sendo assim, percebe-se que as intervenções pedagógicas são fundamentais para o processo de aprendizagem e de desenvolvimento da criança, principalmente a compreensão do trânsito de representações semióticas, que muitas vezes não é compreendido nem pelo professor.

#### **5.4. Comparação dos resultados entre os grupos PNAIC e não-PNAIC**

Verificamos, a seguir, os resultados da pesquisa para ver se existe alguma diferença entre as professoras que cursaram o PNAIC matemática 2014 e as que não cursaram. Nos quadros comparativos 35 e 42, já mostrados acima, temos da dupla 1 até a dupla 8 as professoras que participaram do PNAIC, e da dupla 9 até a dupla 16, as que não participaram.

Observando os aspectos conceituais, não conseguimos destacar diferenças que pudessem distinguir os dois grupos.

Já no que se refere aos aspectos relacionados com os processos de aprendizagem e estratégias de ensino, percebemos algumas diferenças que podem se constituir em indícios de mudanças, que, provavelmente, foram provocados pela intervenção do PNAIC, já que não encontramos outras variáveis que pudessem resultar em diferenças entre os dois grupos:

- Maior consciência da necessidade de intervenção diante de possíveis erros.
- Maior preocupação em escutar os pontos de vista da criança e regular as intervenções a partir deles.
- Maior compreensão de que os problemas envolvem compreensão das relações matemáticas e não podem ser reduzidos apenas a questões linguísticas.
- Maior reconhecimento da necessidade e da importância de utilizar diferentes formas de representação.

Esses resultados sugerem que a formação do PNAIC está provocando algumas transformações nas práticas pedagógicas que, por enquanto, não refletem ainda mudanças conceituais relativas aos conteúdos ensinados. Entretanto, uma formação que promova a reflexão sobre essas práticas pode promover transformações conceituais efetivas. Assim, é fundamental que a formação

continuada das professoras problematize as práticas que elas desenvolvem na sala de aula e ofereça as informações necessárias para que as respostas a essas problematizações sejam fundamentadas nos conhecimentos científicos matemáticos.

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS E PROVISÓRIAS: NOVOS DESAFIOS

Chegamos agora ao momento mais delicado desta pesquisa, que requer mais atenção, reflexão e aprofundamento. Tentaremos tecer os resultados obtidos com os fios definidos nos objetivos e verificar se as questões iniciais que nortearam o trabalho e as nossas problemáticas foram esclarecidas.

A partir dos aspectos considerados pelas professoras na avaliação das respostas das crianças podemos dizer que os dados apontam certa fragilidade na compreensão dos processos de elaboração dos conceitos matemáticos, sugerindo a necessidade de formações mais específicas, onde sejam socializadas as pesquisas acadêmicas para as professoras, proporcionando-lhes, assim, um conhecimento mais científico sobre os tipos de problemas no campo conceitual aditivo e sobre os processos de construção dos conhecimentos no campo da educação matemática, permitindo que elas mesmas se tornem pesquisadoras de suas práticas. Nesse sentido, observamos a necessidade de promover mais reflexões sobre as respostas dadas pelas crianças a diferentes situações problema, levando o professor a tomar consciência de seus próprios processos de análise e oferecendo-lhe as condições necessárias para que possa acompanhar o processo de aprendizagem da criança e interpretar seus erros e acertos.

Essas dificuldades na compreensão dos processos de formação conceitual evidenciam o que Vygotsky coloca como “operar com os conceitos sem ter consciência deles”, e que Vergnaud aprofundou ao desenvolver a ideia de conceitos em ação. Na explicitação das avaliações e propostas de intervenção expressas pelas professoras, encontramos indícios de pensamentos tanto em nível sincrético, como de complexos, assim como alguns pré-conceitos, no que se refere ao campo conceitual das estruturas aditivas, pois, em grande parte, apresentam ainda ideias vagas e subjetivas, ou seja, não usam a lógica científica: os conhecimentos são ainda lineares, fragmentados e incompletos, sem a articulação hierárquica própria dos conceitos. Assim, as professoras parecem se utilizar de conceitos espontâneos, ou seja, do senso comum. Neste contexto, indagamos: Como as professoras poderão levar seus alunos a desenvolverem os conceitos científicos se elas mesmas evidenciaram, por várias vezes, não ter construído os

mesmos? O que é preciso fazer para que realmente a formação inicial e continuada dê conta desta problemática?

Podemos considerar como uma fragilidade o pouco entendimento das estruturas aditivas, ou melhor dizendo dos campos de estruturas aditivas, e dos conceitos que precisam ser desenvolvidos para a compreensão das mesmas. Outra questão é a relação que as professoras têm com a matemática, pois os dados apontam uma experiência um tanto negativa em seu processo de formação. Entretanto, quase todas avaliam positivamente o processo de ensino das crianças, sobretudo em função das atividades mais lúdicas e contextualizadas. Obviamente, há uma grande diferença entre os conteúdos dos anos iniciais, onde predomina a aritmética e a geometria, facilmente contextualizáveis e os conteúdos dos anos finais e ensino médio, predominantemente algébricos e dificilmente contextualizados pelos professores. Quanto a este quesito, mesmo que somente uma professora explicita que o PNAIC foi um facilitador do ensino da matemática, suspeitamos que muitas outras professoras teriam concordado com essa afirmação, pois muitos relataram isso, em alguns momentos da avaliação do curso.

Quanto ao PNAIC e sua contribuição na formação dos professores, entendemos que ele foi bem pensado, planejado, oferecendo não só a teoria, mas relatos de experiências, muitas estratégias e troca de experiências. Assim, pode-se dizer que a formação provocou muitas reflexões e questionamentos, porém, até chegar à prática de sala de aula, há uma distância considerável entre teoria e prática. Podemos dizer que o programa, por hora, não deu conta de sanar essa dificuldade, pois o que verificamos foi uma pequena, mas, já observável transformação das práticas, mas que ainda não é acompanhada por uma clareza teórica sobre as mesmas. Nesse sentido, há necessidade de um trabalho mais próximo às professoras, nas próprias escolas, que problematize e as leve a buscar embasamentos teóricos para as atividades que promovem no cotidiano da sala de aula.

Não estamos afirmando que a formação de professores seja a única responsável pela melhoria do processo de ensino e aprendizagem, mas acreditamos que um professor, quando conhece, ou seja, tem domínio do conteúdo, da didática e do desenvolvimento do seu aluno, saberá a hora de intervir

e como intervir, para que o aluno possa ir ampliando e compreendendo, e assim, elaborando os conceitos matemáticos, ou melhor, os campos conceituais. Para isso, é fundamental a reflexão sobre a prática, ou seja, que as professoras possam buscar na teoria os subsídios necessários para a leitura e compreensão dos problemas e das situações reais que vivenciam nas escolas.

Salientamos que o Programa é recente, sua implantação ocorreu em 2013. Mesmo assim, podemos apontar alguns aspectos relevantes até agora sentidos e vivenciados enquanto orientadora de estudos. A avaliação da formação apontou alguns aspectos positivos: a) a ampliação dos conceitos matemáticos pelas professoras; b) a troca de saberes entre os professores; c) a reflexão da teoria e da prática; d) um maior comprometimento dos professores com o planejamento e a aprendizagem dos alunos. E para reafirmar o que descrevemos, relatamos a fala de uma professora cursista do PNAIC no último encontro de formação realizado em 13 de novembro de 2014, que expressa parte dos aspectos que apontamos como relevantes. [...] “o PNAIC vem contribuindo e facilitando minha prática pedagógica, haja vista, que a prática vem sendo justificada pela teoria e abre possibilidades de reflexão sobre a prática docente e aprendizagem dos alunos. Propôs metodologias novas, propostas que fazem o planejamento ficar desafiador e significativo”. Os resultados desta pesquisa confirmam essas melhorias, exceto no que se refere a uma maior compreensão sobre os conceitos matemáticos, neste caso específico, os relacionados ao campo conceitual das estruturas aditivas.

O PNAIC é, sem dúvida, um programa que avançou na conquista de algumas melhorias da qualidade da educação proposta pelo MEC, mas precisa ser contínuo, e criar outros mecanismos de formação, que instrumentalizem os professores do ciclo da alfabetização e possibilitem que o maior número possível de professores continuem participando da formação.

Nossa pesquisa aponta para um cenário mais esperançoso, não a esperança de esperar, mas de acreditar que podemos melhorar a educação matemática das crianças. Neste contexto, levanta pontos importantes para que seja construído um novo cenário e algumas contribuições para o programa “PNAIC”, para que o mesmo possa eliminar, senão no todo, ao menos em parte, as dificuldades apresentadas na formação dos profissionais que atuam no ciclo de alfabetização. A formação continuada do PNAIC abordou em 2014 os conceitos que foram

pesquisados aqui, mas, como em todas as formações, o trabalho é realizado de uma forma muito rápida e superficial. Isso ocorre pela necessidade de ver um pouco de tudo em pouco tempo, mas não se aprofunda o suficiente, ou por não se perceberem as fragilidades que os professores apresentam, ou por falta de tempo, ou porque os próprios orientadores de estudo, que trabalham diretamente com os professores, não estão ainda preparados para perceberem as necessidades num nível conceitual mais aprofundado. Na verdade, como já colocado acima, tanto o PNAIC como outros programas de formação continuada vem pecando por não prever formadores que trabalhem e acompanhem direta, sistemática e frequentemente no “chão da sala de aula”, ou seja, diretamente com os professores nas escolas, promovendo reflexões, pelo menos semanais, sobre as atividades e o desempenho das crianças. Isso não é impossível de ser realizado pelos orientadores de estudo, pelo menos em Concórdia. Claro que, para isso, esses orientadores também precisam de uma formação mais específica e de tempo destinado para este acompanhamento.

Neste momento lembro-me dos questionamentos que fazia no início da minha pesquisa, quando era questionada se eu era ou não professora de matemática, onde eu respondia com um novo questionamento: Pedagoga não precisa saber matemática? Agora com muito mais clareza, percebo o quanto o pedagogo ou a pedagoga precisa saber matemática, o quanto é necessária para sua formação inicial e continuada e essencial em seu trabalho para garantir os direitos de aprendizagem que todas as crianças tem, ou seja, para garantir que o processo ensino e aprendizagem ocorra e conseqüentemente o desenvolvimento das crianças.

Percebemos, também, que existem algumas reservas em relação aos resultados deste trabalho, em virtude das limitações, tanto da pesquisadora como da pesquisa. Uma das limitações desta pesquisa é a pequena amostra de professores pesquisados. Outra limitação é o tempo que estes professores dedicaram para responder aos protocolos, lembrando que estes foram aplicados no final de uma formação continuada. É possível que tenha havido pressa em responder, fator que pode ter influenciado nas respostas dadas pelas professoras. Sendo assim, as reflexões apresentadas foram as possíveis de serem realizadas até o momento, considerando essas limitações.

Chegando o momento de submeter esta dissertação, é importante rever e avaliar o caminho percorrido e, por isso, é hora da mestranda se colocar enquanto pesquisadora que se constituiu na construção desta dissertação. Por isso, daqui em diante, o discurso será expresso na primeira pessoa do singular.

Esta pesquisa me proporcionou momentos ímpares, a partir das densas leituras, reflexões, diálogos, escritas e reescritas. Neste momento, tenho a sensação de que ainda há muito por fazer e, ao empreender todas essas reflexões com base nos resultados da pesquisa, percebo o quanto cresci enquanto professora orientadora do PNAIC e pesquisadora, e também constato o quanto ainda tenho necessidade e possibilidade de aprender. Ressalto as contribuições desta pesquisa para a área da educação, especialmente para a Educação Matemática, para a formação continuada, apontando algumas lacunas de que a formação continuada precisa dar conta. O trabalho que neste momento finalizo permite vislumbrar um amplo espaço de continuação da pesquisa. Apesar de ter lido e relido o material empírico muitas vezes, tenho a plena consciência de que as análises não estão esgotadas, e existe a possibilidade de revisitá-las em outros momentos, com novos olhares, abrindo, assim, portas para novas pesquisas que possam complementá-la, talvez uma possibilidade de, além dos professores, envolver os alunos e verificar a prática da sala de aula, observando como esse processo de ensino acontece. Considero um desafio às tantas possibilidades que poderão surgir, tanto para a pesquisa, como para as práticas de formação de professores e, porque não, para a pesquisa-intervenção nas escolas. Nesse sentido, este não é um momento de finalização, mas de início de uma nova caminhada.

## REFERÊNCIAS

ANUÁRIO BRASILEIRO DA EDUCAÇÃO BÁSICA 2013. Todos pela Educação. Editora Moderna, Brasil, 2013, Anual.

AGUIAR, João Serapião de. **Jogos para o ensino de conceitos: Leitura e escrita na pré-escola**. Campinas, SP. Papyrus, 1998.

BARBOSA, Ivone Garcia. **Pré-escola e formação de conceitos: uma versão sócio-histórico-dialética**. Tese (Doutorado em Educação) Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo. São Paulo, 1997.

BARRETO, Maria das Graças Bezerra. **A formação continuada de matemática dos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental e seu impacto na prática de sala de aula**. (Dissertação de mestrado em educação matemática)- São Paulo, 2011.

BENITES, Mikelli Cristina Pacito. **Cálculo mental nos anos iniciais do ensino fundamental: dúvidas e expectativas**. (Dissertação de mestrado em educação) Presidente Prudente, 2011.

BORBA, R. **O Ensino de números relativos: contextos, regras e representações**. UFPE, Centro de Filosofia e Ciências Humanas, Departamento de Psicologia, Dissertação de Mestrado, 1993.

BOURDIEU, P.; PASSERON, J. C. **A reprodução. Elementos para uma teoria do sistema de ensino**. (trad.) Reynaldo Bairão. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1975.

BRASIL. Decreto nº 66.094, de 24 de abril de 2007, que dispõe sobre a implementação do Plano de Metas do PDE. Diário Oficial da República Federativa do Brasil, Brasília, 24 de abril de 2007. Seção 1.

BRASIL. Lei nº13.005, de 25 de junho de 2014, que aprova o Plano Nacional de Educação (PNE) e dá outras providências. Brasília: Câmara dos Deputados, Edições Câmara, 2014. 86 p.86 – (Série legislação; n. 125).

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Pacto Nacional Pela Alfabetização na Idade Certa. **Formação do Professor Alfabetizador: Caderno de Apresentação**. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Brasília: MEC, SEB, 2012 a.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Pacto Nacional Pela Alfabetização na Idade Certa. **Caderno de Formação de linguagem: Unidade 4 Ano 1**. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Brasília: MEC, SEB, 2012 b.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa. **Alfabetização Matemática. Caderno de Apresentação.** Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Brasília: MEC, SEB, 2014 a.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa. **Operações na Resolução de Problemas.** Caderno 4. Brasília: MEC, SEB, 2014b.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Pacto Nacional Pela Alfabetização na Idade Certa.** Cadernos de Formação. Cadernos de alfabetização em língua portuguesa Disponível em:< <http://pacto.mec.gov.br/2012>>. Acesso em: agos. de 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão. Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica. Conselho Nacional da Educação. Câmara Nacional de Educação Básica. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica** / Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral. Brasília: MEC, SEB, DICEI, 2013. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/index.php>>. Acesso em: dez. de 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. **Manual do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa.** MEC, SEB, 2012. Disponível em: [http://pacto.mec.gov.br/images/pdf/pacto\\_livreto](http://pacto.mec.gov.br/images/pdf/pacto_livreto)> Acesso em: jul. de 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Pacto Nacional Pela Alfabetização na Idade Certa.** Cadernos de Formação. Brasília: MEC/ SEB, 2014 b. Disponível em: <<http://pacto.mec.gov.br/2012-09-19-19-09-11>>. Acesso em: agos. de 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Pacto Nacional Pela Alfabetização na Idade Certa.** Cadernos de Formação. Brasília: MEC/ SEB, 2015. Disponível em:< <http://pacto.mec.gov.br/2012-09-19-19-09-11>>. Acesso em: out. de 2015.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa. Interdisciplinaridade no Ciclo de alfabetização. **Caderno de Apresentação.** Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Brasília: MEC, SEB, 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática/** Secretaria de Educação Fundamental. MEC/SEF. Brasília, 1997. Disponível em:<<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf> > Acesso em: dez. de 2015.

BRASIL. Ministério da Educação-MEC- **Plano Nacional de Educação- PNE-2014-2024.** Brasília, 2014. Disponível em: < <http://pne.mec.gov.br/> >. Acesso em dez. de 2015.

BRASIL (Secretária de Educação Fundamental). **Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília: MEC, SEF** Secretária da Ed. Fundamental, 1998.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática.** Brasília, DF: MEC/SEF, 1997.

CAMPOS, T.; NUNES, T. **Tendências atuais do ensino e aprendizagem da matemática.** Revista em aberto. Brasília, ano 14, n. 62, abr/jun. 1994. Disponível em: <<http://www.dominiopublico.gov.br>>. Acesso em: dez. de 2015.

CARRAHER, T.; CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. **Na Vida Dez, Na Escola Zero.** – 12 ed. – São Paulo, Cortez, 1988.

CARVALHO, José Murilo de. **Cidadania no Brasil. O longo Caminho.** 3ª ed. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 2002.

CARNEIRO, Reginaldo Fernando. **Processos formativos em matemática de alunas professoras dos anos iniciais em um curso a distância de Pedagogia.** (Tese de doutorado em educação) Universidade Federal de São Carlos – São Carlos, 2012.

CIRIACO, Klinger Teodoro. **Conhecimentos e práticas de professores que ensinam matemática na infância e suas relações com a ampliação do Ensino Fundamental.** (Dissertação Mestrado em Educação) Universidade Estadual Paulista. Presidente Prudente - 2012.

CORMÉRIO, Marta Santana. **Interação social e solução de problemas aritméticos nas séries iniciais do ensino fundamental.** (Dissertação de Mestrado em Educação) Universidade Estadual de Campinas. Campinas, SP, 2007.

COSTA, Michel da. **Resolução de problemas na formação continuada do professor dos anos iniciais do Ensino Fundamental:** contribuições do Pró-Letramento no Município de Cubatão.(Dissertação de mestrado em educação matemática)- Universidade Bandeirantes de São Paulo.- São Paulo -2010.

DUVAL, Raymond. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento.** Tradução: Mérciles Thadeu Moretti. Revemat: R. Eletr. de Edu. Matem. E ISSN 1981-1322. Florianópolis, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012.

ETCHEVERRIA, Teresa Cristina. **O ensino das estruturas aditivas junto a professoras dos anos iniciais do ensino fundamental.** (Tese de Doutorado em Educação Matemática) Universidade Anhanguera de São Paulo. São Paulo, 2014.

FACCI, M. G. D. **Vygotsky e o processo ensino-aprendizagem:** a formação de conceitos. In: MENDONÇA, S. G. L.; MILLER, S. (Orgs.). Vygotsky e a escola atual: fundamentos teóricos e implicações pedagógicas. Araraquara, SP: Junqueira & Marin, 2006.

FERREIRA, Ana Paula Aragão. **O que os professores da rede pública estadual do semiárido sergipano dizem sobre o PNAIC – eixo matemática.** (Dissertação de Mestrado) Universidade Federal de Sergipe. Sergipe, 2015.

FONTANA, Roseli Ap. Cação. **Mediação pedagógica na sala de aula**. 4ª edição. Campinas, SP: Autores associados, 1996. – (Coleção educação contemporânea)

FREITAS, L. C. **Luiz Carlos Freitas**: Entrevista [out. 2012]. São Paulo: Associação dos Docentes da Universidade de São Paulo, 2012. Entrevista concedida à revista ADUSP.

FREITAS, M. T. de A. 2000. **As apropriações do pensamento de Vygotsky no Brasil: um tema em debate**. In: Psicologia da Educação. Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Psicologia da Educação. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, n.10/11: 9-28.

FREIRE, Paulo. **A Educação na Cidade**, São Paulo: Cortez Editora, 1991.

\_\_\_\_\_. **Pedagogia da Tolerância**. Organização e notas Ana Maria Araújo Freire. São Paulo: Ed. UNESCO, 2004.

KOLL, Marta de Oliveira. **Vygotsky: Aprendizado e desenvolvimento: um processo sócio histórico**. São Paulo: Scipione, 2010.

JUSTO, Jutta Cornelia Reuwsaat. **Mais.....ou Menos? A construção da operação de subtração no campo conceitual das estruturas aditivas**. (Dissertação em Educação) Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2004.

Lei n° 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Disponível em: <[www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/leis/L9394.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L9394.htm)>. Acesso em: 28 de mar. de 2016.

Lei n° 11.738, de 16 de julho de 2008. Disponível em: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/ato2007-2010/2008/lei/11738](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/ato2007-2010/2008/lei/11738)>. Acesso em 28 de mar. de 2016.

LEONTIEV, A. N. **El problema de la actividad en la psicología**. In: COLECTIVO DE AUTORES, Temas sobre la actividad y la comunicación. Psicología Social. La Habana: Editorial de Ciências Sociales, 1989, p. 259 – 298.

LEONTIEV, A. N. In VYGOTSKY, Lev. Semenovich, LURIA, A. R. & LEONTIEV, A. N. **Linguagem, Desenvolvimento e Aprendizagem**. São Paulo: Ícone, 1988.

LEONTIEV, A. **O desenvolvimento do psiquismo**. Trad. por M. Dias Lisboa: Livros Horizonte, 1978.

LINS, Rômulo Campos. Matemática, monstros, significados e educação matemática. In: BICUDO, Maria A. V.; BORBA, Marcelo de C. (Orgs.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. p. 92 – 120.

LOPES, Antonio José. Matemática e realidade. In: BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**. Caderno 8. Brasília: MEC, SEB, 2014.p. 6-24.

LOURENÇO, Rayana Silveira Souza Longhin. **A formação continuada em serviço de professores e as atividades do horário de trabalho pedagógico**

**coletivo nas escolas dos anos iniciais do ensino fundamental.** 2014. 140 f. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Faculdade de Ciências e Letras (Campus de Araraquara), 2014.

GALINDO, Camila Jose. **Análise de necessidades de formação continuada de professores: uma contribuição às propostas de formação.** 2011. 376 f. Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências e Letras de Araraquara, 2011.

GATTI, B. A. **Formação do professor pesquisador para o ensino superior: desafios.** In: IV Congresso Paulista de Formação de Professores. Águas de Lindóia, 2003.

GASPARETTO JÚNIOR, A. **O Plano Marshall.** Disponível em <<http://www.infoescola.com/historia/plano-marshall/>> Acesso em maio de 2015.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 5.ed. São Paulo: Atlas, 2010.

GONÇALVES, Alex Oleandro. **Resolução de Problemas de Estrutura Aditiva: A Compreensão de Uma Professora de Primeira Série.** IX Congresso Nacional de Educação – EDUCERE. PUCPR-2009.

GUIMARÃES, Sheila Denize. **A Resolução de Problemas de Estrutura Aditiva por Alunos de 3º Série do Ensino Fundamental: Aspectos Cognitivos e Didáticos.** (Dissertação de Mestrado em Educação) Universidade Católica Dom Bosco. Campo Grande. 2005.

MARTINS, Lígia Márcia. **O Desenvolvimento do Psiquismo e a Educação Escolar: contribuições à luz da psicologia histórico-cultural e da pedagogia histórico-crítica.** Tese (Doutorado em Psicologia da Educação) Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho de Bauru, São Paulo, 2011.

MAGINA, S.; CAMPOS, T; NUNES, T., GITIRANA, V. **Repensando Adição e Subtração: Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais,** Ed. PROEM LTDA, São Paulo, 2001.

MEGID, Maria Auxiliadora Bueno Andrade. **Formação inicial de professores mediada pela escrita e pela análise de narrativas sobre operações numéricas.** (Tese de Doutorado em Educação Matemática) Universidade Estadual de Campinas. Campinas, SP, 2009.

MOYSÉS, Lúcia. **Aplicações de Vygotsky à educação matemática.** Campinas, SP: Papyrus, 2012.

MONTEIRO, Ana N. F. da C. **Professores entre saberes e práticas.** IN: Revista & Sociedade, ano XXII, nº 74 –2001. Campinas: CEDES, 2001p. 121 –142.

MORENO, B. R. de. **O ensino do número e do sistema de numeração na educação infantil e na 1ª série.** In: PANIZZA, M. e colaboradores. Ensinar matemática na educação infantil e nas séries iniciais: análises e propostas. Porto Alegre: Artmed 2006. [Trad. Antônio Feltrin]

NEVES, R. A.; DAMIANI, M. F. **Vygotsky e as teorias de aprendizagem**. UNI revista – vol. 1, n° 2: abril, 2006.

NUNES, Célia Maria Fernandes. **Saberes docentes de professores: um breve panorama da pesquisa brasileira**. IN: Educação & Sociedade, ano XXII, n° 74-2001. Campinas: CEDES, 2001 p.27-41.

NUNES, T., CAMPOS, T., MAGINA, S., BRYANT, P. **Educação Matemática: Números e operações numéricas**. São Paulo: Cortez, 2005.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. **Crianças fazendo matemática**. .trad. Sandra Costa. – Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

NÚÑEZ, Isauro Beltràn. **Vygotsky, Leontiev e Galperin: formação de conceitos e princípios didáticos**. Brasília: Liber Livro, 2009.

OCDE- Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico– Disponível em:<[https://pt.wikipedia.org/wiki/Organizac%C3%A3o\\_para\\_a\\_Cooperac%C3%A3o\\_Econ%C3%B4mica\\_Europeia](https://pt.wikipedia.org/wiki/Organizac%C3%A3o_para_a_Cooperac%C3%A3o_Econ%C3%B4mica_Europeia)> Acesso em: novo de 2015.

OLIVEIRA, Priscilla Rohr Garcez de. **Alfabetização matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: uma leitura dos resultados da pesquisa GERES 2005**. (Dissertação em Educação, Cultura e Comunicação) Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Duque de Caxias, 2014.

OLIVEIRA, Monica Aparecida Pivante de. **Análise de uma experiência de formação continuada em matemática com professores dos anos iniciais do ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação)—Universidade de Brasília, Brasília, 2014 b.

PACTO- MEC- 2012 Ministério da Educação. Disponível em:<<http://portal.mec.gov.br/component/tags/tag/35575>>. Acesso em: dez. de 2015.

PINTO, Valessa Leal Lessa de Sá. **Formação matemática de professores dos anos iniciais do ensino fundamental e suas compreensões sobre os conceitos básicos da aritmética**. (Dissertação em Ensino das Ciências na Educação Básica) Universidade do Rio. Duque de Caxias, 2010.

RADAELLI, Rosebel Kunz. **A investigação e a ação do docente no ensino de geometria em anos iniciais do ensino fundamental**. (Dissertação em Ensino de Ciências Exatas) Centro Universitário UNIVATES. Lajeado, 2010.

REGO, Teresa C. **Vygotsky: uma perspectiva histórico-cultural da educação**. Petrópolis: Vozes, 1995.

SAVIANI, Dermeval. **Escola e democracia**. – 8ª ed.Campinas SP: Autores associados, 1985.

SILVA, Ana Paula Bezerra da. **Resolução de problemas aditivos de ordem inversa: proposta de ensino em contexto significativo de jogo por meio de um suporte representacional**.(Dissertação em Mestrado em Ensino de Ciências)- Universidade Federal Rural de Pernambuco. Recife, 2008.

SILVA, Cília Cardoso Rodrigues da. **Construção de conceitos de grandezas e medidas nos anos iniciais: comprimento, massa e capacidade.** (Dissertação de Mestrado em Educação) Universidade de Brasília- Brasília, 2011.

SILVA, Lilian Cristine Camargos. **Ressignificando a Construção dos Algoritmos da Adição e Subtração.** Dissertação (Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2015.

SKOVSMOSE, Ole. **Educação Matemática Crítica: A questão da democracia.** Coleção perspectivas em Educação Matemática. Campinas, SP: Papirus, 2001.

SOARES, Maria Zuleide Abrantes. **A prática avaliativa na produção textual escrita dos discentes nos anos iniciais do ensino fundamental.** (Dissertação de mestrado em Linguística) Universidade Federal da Paraíba- João Pessoa, 2014.

SOUZA, Elaine Peres de. **A formação continuada do professor alfabetizador nos cadernos do Pacto Nacional Pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) –** (Dissertação de Mestrado em Educação). Universidade Federal de Santa Catarina - Florianópolis, 2014 a.

SOUZA, Eliane Kiss de Souza. **Formação continuada de professores na área da matemática inicial.** (Tese de Doutorado em Educação) Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Porto Alegre, 2014 b.

UFSC - UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA – PNAIC- Informações sobre o PNAIC SC, 2015. Disponível em: < <http://pnaic.ufsc.br/>>. Acesso em maio de 2015.

VARGAS, Fabiane Larissa da Silva. **Análise de erros de alunos do quarto ano em problemas aditivos.** (TCC- Pedagogia) Universidade Estadual de Maringá. - Maringá, 2014.

VENTURA, Luciana de Souza. **Explorando a resolução de problemas de estrutura aditiva usando diferentes tipos de representações:** reta numérica e material manipulativo. (Dissertação de Mestrado em Educação) Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2006.

VERGNAUD, Gerard. **Teoria dos Campos Conceituais.** In Nasser, L. (ed.) 1. Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro. 1993, p. 1-26.

\_\_\_\_\_, **A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos.** In: Revista do GEEMPA, nº 4. Porto Alegre: GEEMPA, 1996.

VIANNA, Carlos; Roberto ROLKOUSKI, Emerson. **A criança e a matemática escolar.** In: BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa. Caderno de Apresentação. Brasília: MEC, SEB, 2014.p. 19-26.

VYGOTSKY, Lev. Semenovich. **A Construção do Pensamento e da Linguagem.** São Paulo. Editora Martins Fontes. 2000. (Psicologia e Pedagogia)

\_\_\_\_\_ **Aprendizagem e desenvolvimento intelectual na idade escolar.**  
In:

\_\_\_\_\_ **Formação social da mente.** São Paulo: Martins Fontes, 1984

\_\_\_\_\_ **Pensamento e Linguagem.** São Paulo: Martins Fontes, 1987.

\_\_\_\_\_ **O desenvolvimento psicológico na infância.** São Paulo: Martins Fontes, 1998. (Psicologia e Pedagogia).

VYGOTSKY, L. S., LURIA, A. R., LEONTIEV, A. N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem.** Trad. Maria de Penha Villa lobos. São Paulo: Ícones, 1989.

TARDIF, M. **Saberes Docentes e Formação Profissional.** Petrópolis, RJ: Vozes, 2006.

TELES, Rosinalda Aurora de Melo. **Direitos e objetivos de aprendizagem e desenvolvimento: a matemática como instrumento de formação e promoção humana.** In: BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa. Caderno de Apresentação. Brasília: MEC, SEB, 2014. p. 38-44.

ZONTINI, Laynara dos Reis Santos. **O pró-letramento em matemática: compreensões do professor-tutor sobre ideias que sustentam o ensino da matemática nos anos iniciais.** (Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e em Matemática) Universidade Federal do Paraná – Curitiba, 2014.

## **APÊNDICES**

## Apêndice - 1

### À Secretaria Municipal de Educação de Concórdia

Encaminho o projeto de pesquisa intitulado **A concepção de professores do ciclo de alfabetização sobre a elaboração de conceitos matemáticos: implicações da formação do PNAIC**” de minha autoria, sob orientação da professora. Dra Maria Helena Baptista Vilares Cordeiro, do Programa de Pós-Graduação em Educação da UFFS, com o objetivo de solicitar autorização para a realização da coleta de dados dessa pesquisa.

A pesquisa de campo constitui parte essencial da minha dissertação de mestrado que tem como objetivo **de verificar se a formação do PNAIC contribui para os professores compreenderem como os conceitos matemáticos são elaborados pelas crianças do ciclo de alfabetização.**

A pesquisa requer que 32 professoras que atuam no ciclo de alfabetização da rede municipal de ensino completem o protocolo que é apresentado junto ao projeto. Para isso, solicito também informações sobre os períodos de formação continuada ou sugestões de outros momentos em que o questionário possa ser respondido por várias pessoas ao mesmo tempo, de forma a encurtar o período de coleta de dados e minimizar a perturbação da rotina dos espaços educativos mencionados.

Coloco-me à disposição para quaisquer esclarecimentos e negociar outras formas de aplicação dos protocolos, assim como para organização da devolutiva dos resultados da pesquisa, quando a mesma estiver concluída (data prevista até final de 2016).

Atenciosamente,

Concórdia, 13 de outubro de 2015.

---

Cirlei Giombelli

Obs: Contato: (49) 3444-5440 ou (49) 88295135 ou email: [cirleilh@gmail.com](mailto:cirleilh@gmail.com)

## Apêndice - 2

### Termo de consentimento Livre e Esclarecido

Eu,....., declaro que fui convidado(a) a participar como voluntária da pesquisa “ Implicações da formação do PNAIC nas compreensões dos professores sobre as elaborações de conceitos matemáticos pelas crianças do ciclo de alfabetização”, desenvolvida por Cirlei Giombelli, aluna do Programa de Mestrado em Educação da UFFS, campus Chapecó, sob a orientação da professora Dr<sup>a</sup> Maria Helena Cordeiro. Declaro também que recebi da pesquisadora as seguintes informações, que me fizeram entender sem dificuldades e sem dúvidas os seguintes aspectos:

- O estudo tem como objetivo verificar se e em que sentido a formação do PNAIC contribui para os professores compreenderem como os conceitos matemáticos são elaborados pelas crianças do ciclo de alfabetização.
- Eu fui convidada a participar desta pesquisa porque sou professora do ciclo de alfabetização da rede municipal de Concórdia, SC, onde o estudo será realizado.
- Como minha participação é voluntária, eu não receberei qualquer compensação ou indenização e não terei nenhum benefício pessoal em função de minha participação no estudo, mas estou ciente de que minha participação é importante, pois os resultados poderão contribuir para o avanço do conhecimento na área da educação matemática, para o aprimoramento dos cursos de formação de professores e para a avaliação do PNAIC.
- Se eu concordar em participar, responderei a dois instrumentos de pesquisa, um questionário de perfil e um protocolo com questões sobre o tema da pesquisa, que ocuparão cerca de uma hora e meia de meu tempo.
- Eu não serei obrigada a me identificar, mas, se eu quiser fazê-lo, meus dados serão conservados em sigilo pela pesquisadora e não serão utilizados em qualquer divulgação da pesquisa. Em outras palavras, as informações conseguidas através da minha participação não permitirão a identificação da minha pessoa, exceto se eu me identificar nos questionários. Neste caso, apenas os responsáveis pelo estudo poderão relacionar as respostas que eu dei com a minha pessoa, mas essa informação será mantida em sigilo.
- Se eu quiser, poderei dar anuência, no final de um dos instrumentos, para participar de futuros desdobramentos da pesquisa, mas estou ciente que essa anuência não implica em nenhum compromisso de futura participação, apenas possibilitará que os pesquisadores me contatem se necessário for.

- A participação no estudo não trará riscos à minha saúde física ou mental, além dos que normalmente existem na instituição onde trabalho. Entretanto, estou consciente de que posso ficar incomodada com alguma curiosidade por parte de meus colegas em virtude de minha participação. Se eu me sentir incomodada com essa ou outra situação, ou com alguma pergunta do questionário ou do protocolo, não serei obrigada a responder e poderei desistir de minha participação se eu assim o desejar, não sofrendo por isso qualquer penalização.
- Portanto, compreendo que, a qualquer momento, eu poderei me recusar a continuar participando do estudo e, também, que eu poderei retirar este meu consentimento, sem que isso me traga qualquer penalidade ou prejuízo.
- Sempre que eu desejar, poderei solicitar quaisquer esclarecimentos ou informações sobre o andamento do estudo, bastando, para isso, contatar a pesquisadora pelos meios informados no final deste termo. .

Finalmente, tendo eu compreendido perfeitamente tudo o que me foi informado sobre a minha participação no mencionado estudo e estando consciente dos meus direitos, das minhas responsabilidades, dos riscos e dos benefícios que a minha participação implica, concordo em dele participar e, para isso, dou o meu consentimento sem que para isso eu tenha sido forçado (a) ou obrigado(a), assinando este termo em duas vias, ficando uma em poder e a outra no poder do pesquisador.

**Endereço do (os) responsável (is) pela pesquisa (OBRIGATÓRIO):**

Instituição: Universidade Federal da Fronteira Sul

Endereço Rua General Osório, 413 D

Caixa Postal: 181

Bairro /CEP/Cidade: Bairro Jardim Itália, CEP 89802-210, Chapecó - SC.

Telefones p/contato: 49-2049-1564

**ATENÇÃO: Para informar ocorrências irregulares ou danosas durante a sua participação no estudo, dirija-se ao: Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Federal da Fronteira Sul:**

Avenida Fernando Machado, 108 E – Centro, Chapecó – SC, CEP 898802-112, Caixa Postal 181. *Telefone:* (49) 2049-3100

Concórdia, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2015.

\_\_\_\_\_  
Assinatura do Voluntário (a)

\_\_\_\_\_  
Nome e Assinatura do Responsável pelo Estudo

## Apêndice - 3

**Ferramenta de Coleta – Questionário Perfil**  
**QUESTIONÁRIO-PERFIL**


- Nome:
- Trabalha com o ciclo de alfabetização:  sim  não
  - Há quanto tempo trabalha no ciclo de alfabetização: \_\_\_\_\_
  - Há quanto tempo trabalha no magistério: \_\_\_\_\_
- Nome da instituição:
- Trabalha também em outro local?  não  sim , em ( ) pré-escola ( ) ciclo de alfabetização ( ) outros
- Sua idade: ..... • Sexo  feminino  masculino
- Estado civil  solteira  divorciada/separada  casada ou união estável  outro
- Tem filhos?  sim  não Quantos? \_\_\_\_\_
- Quantas pessoas moram com você, na sua residência?  
 moro sozinho ( ) adultos e ( ) crianças ou adolescentes
- Qual a formação escolar de seu pai?
  - Nunca frequentou a escola
  - Ensino Fundamental – séries iniciais
  - Ensino Fundamental – séries finais
  - Ensino médio - Magistério
  - Ensino Médio – outro
  - Graduação: Pedagogia
  - Graduação: outra
- Qual a formação escolar de sua mãe?
  - Nunca frequentou a escola
  - Ensino Fundamental – séries iniciais
  - Ensino Fundamental – séries finais
  - Ensino médio - Magistério
  - Ensino Médio - outro
  - Graduação: Pedagogia
  - Graduação: outra

Especialização

Especialização

Mestrado / Doutorado

Mestrado / Doutorado

- Qual a sua formação?  Ensino médio  Magistério

Formada ou cursando Pedagogia. Em qual Universidade?  
\_\_\_\_\_ ano de conclusão (\_\_\_\_\_)

Pós Graduação? Em \_\_\_\_\_

Mestrado ( ) sim ( ) não Em \_\_\_\_\_

Formada ou cursando outro curso (qual?). \_\_\_\_\_ .(ano de conclusão\_\_\_\_\_)

- Frequentou o curso de formação continuada PNAIC?  sim  não Se for sim a resposta em que ano?  2013  2014  2015

- Porque participou, ou não, do PNAIC?

- Qual é a sua situação profissional atual no ciclo de alfabetização? (*pode marcar até duas opções*)

professora regente  professora auxiliar  professora efetiva  professora ACT

Outra (especifique):  
\_\_\_\_\_

- Ao longo de sua história acadêmica como foi sua relação com o aprendizado da matemática? Explique:

- Como está sendo para você a experiência hoje de ensinar a matemática para seus alunos? Explique:

Obrigada por participar!

## Apêndice - 4

### Protocolo de pesquisa.

Instrumento de Pesquisa.

Prezadas professoras

Agradecemos vossa disposição em participar desta pesquisa. Abaixo vocês vão encontrar alguns problemas resolvidos por crianças do ciclo de alfabetização. Neste estudo estamos investigando a compreensão das professoras sobre o raciocínio das crianças, com base na avaliação que fazem sobre o desempenho delas e, por isso, é muito importante que vocês expressem bem claramente vossos argumentos.

Assim, solicitamos que leiam com atenção o enunciado dos problemas, analisem as respostas dadas pelas crianças a esses problemas e respondam às questões a seguir.

Aluno: T do 1º ano

**Vamos descobrir? Desenhe ou escreva para mostrar como você fez para descobrir.**

Marta tinha 8 figurinhas e ganhou 4 em um jogo. Quantas figurinhas ela tem agora?

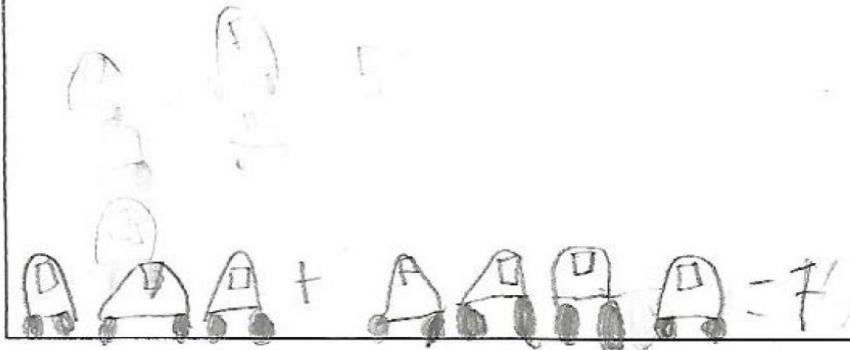
João tinha algumas figurinhas e ganhou 8 em um jogo. Agora ele tem 12 figurinhas. Quantas figurinhas ele tinha quando o jogo começou?

- Como você avaliaria as respostas da criança? Justifique.
- O que você acha que a criança pensou para dar essa resposta?
- Por que o desempenho da criança é diferente em cada um dos problemas?
- Se você considera que a resposta da criança está equivocada, como você faria para ajudar a criança a chegar à resposta correta?

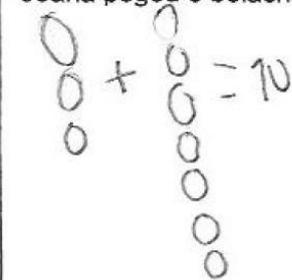
Aluna: F do 1º ano.

**Vamos descobrir? Desenhe ou escreva para mostrar como você fez para descobrir.**

Paulo tem 3 carrinhos. Maria tem 4 a mais do que ele. Quantos carrinhos tem Maria?

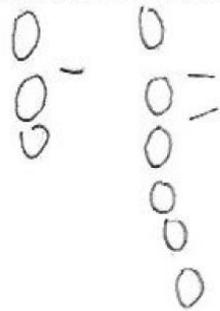


Joana pegou 3 bolachas e Pedro pegou 7. Quem pegou mais? Quantas a mais?



$$000 + 0000000 = 10$$

Túlio pegou 3 bolachas e Rosa pegou 7. Quem pegou menos? Quantas a menos?



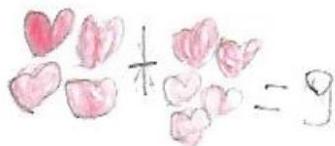
$$000 + 0000000 = 10$$

- Como você avaliaria as respostas da criança? Justifique.
- O que você acha que a criança pensou para dar essa resposta?
- Por que o desempenho da criança é diferente em cada um dos problemas?
- Se você considera que a resposta da criança está equivocada, como você faria para ajudar a criança a chegar à resposta correta?

Aluna: L do 2º ano

Vamos descobrir? Desenhe ou escreva para mostrar como você fez para descobrir.

A professora vai dar uma maçã para cada uma das crianças que ainda estão almoçando. São 4 meninas e 5 meninos. Quantas maçãs a professora precisa separar?



R = São 9 crianças

Na fila do lanche há 9 crianças. 5 são meninos. Quantas são as meninas?



- Como você avaliaria as respostas da criança? Justifique.
- O que você acha que a criança pensou para dar essa resposta?
- Por que o desempenho da criança é diferente em cada um dos problemas?
- Se você considera que a resposta da criança está equivocada, como você faria para ajudar a criança a chegar à resposta correta?

**Obrigada pela vossa colaboração**

## Apêndice – 5

**Quadro 15.** Professores do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º ano) do Ensino Fundamental que participaram da formação do PNAIC – 2014.

Professores	Ano	Vinculo	Escola
1	3º Ano	Efetivo	EBM Santa Rita
2	2º Ano	Efetivo	GEM Cinquentenário
3	3º Ano	Efetivo	EBM Giuseppe Sette
4	1º Ano	Efetivo	EBM Parque de Exposições
5	Multisseriada	ACT	EMC. L. dos Pintos
6	Multisseriada	ACT	EMC. Barra do Pinhal
7	2º Ano	Efetivo	EBM Parque de Exposições
8	3º Ano	ACT	EBM. Melvin Jones
9	3º Ano	Efetivo	EBM Santa Cruz
10	1º Ano	Efetivo	EBM Waldemar Pfaiffer
11	3º Ano	Efetivo	EBM. Concórdia
12	2º Ano	ACT	EBM. Angelo Ary Biezus
13	1º Ano	Efetivo	EBM. Angelo Ary Biezus
14	1º Ano	ACT	EBM. Santa Rita
15	2º Ano	ACT	EBM Santa Rita
16	3º Ano	ACT	EBM. Natureza
17	1º Ano	Efetivo	GEM Maria Melania Siqueira
18	2º Ano	Efetivo	EBM Romeu de Sisti
19	1º Ano	ACT	EBM. Anna Zamarchi Coldebella
20	1º Ano	Efetivo	EBM Melvin Jones
21	1º Ano	Efetivo	EBM. Natureza
22	2º Ano	Efetivo	EBM Maria Petroli
23	1º Ano	Efetivo	EBM Imigrantes
24	2º Ano	Efetivo	EBM Imigrantes
25	3º Ano	Efetivo	EBM. Parque de Exposições
26	3º Ano	Efetivo	GEM. Cinquentenário
27	3º Ano	Efetivo	EBM. Maria Petroli
28	1º Ano	Efetivo	EBM. Irmão Miguel
29	2º Ano	Efetivo	EBM. Natureza
30	2º Ano	Efetivo	EBM Waldemar Pfaiffer
31	2º Ano	Efetivo	EBM. Petrópolis
32	1º Ano	Efetivo	EBM. Eugênio Pozzo
33	3º Ano	Efetivo	EBM. Nova Brasília
34	Multisseriada	Efetivo	EMC. Lageado Paulino
35	3º Ano	ACT	EBM. Waldemar Pfaiffer
36	1º Ano	Efetivo	EBM Nações

37	2º Ano	Efetivo	EBM Concórdia
38	3º Ano	Efetivo	EBM Concórdia
39	1º Ano	Efetivo	EBM João Theobaldo Magarinos
40	3º Ano	Efetivo	EBM. Waldemar Pfaffner
41	3º Ano	ACT	EMC Suruvi
42	3º Ano	Efetivo	EBM Concórdia
43	3º Ano	Efetivo	EBM. Romeu de Sisti
44	1º Ano	Efetivo	GEM Nova. Brasília
45	1º Ano	ACT	EBM Romeu de Sisti
46	2º Ano	Efetivo	EBM João Theobaldo Magarinos
47	1º Ano	Efetivo	EBM. Petrópolis
48	1º Ano	Efetivo	GEM Nossa Senhora Salete
49	1º Ano	ACT	EBM. Frei Cipriano Schardon
50	1º Ano	Efetivo	EBM Giuseppe Sette
51	2º Ano	Efetivo	EBM Elizabetha Pavan
52	3º Ano	Efetivo	Eugênio
53	2º Ano	Efetivo	Cinquentenário
54	2º Ano	Efetivo	Salete
55	3º Ano	ACT	EBM. Anna Zamarchi Coldebella
56	1º Ano	Efetivo	EBM Imigrantes
57	2º Ano	Efetivo	GEM. Nossa Senhora Salete
58	3º Ano	Efetivo	EBM Elizabetha Pavan
59	3º Ano	Efetivo	GEM Maria Melania Siqueira
60	1º Ano	Efetivo	EBM. Irmão Miguel
61	1º Ano	Efetivo	EBM. Maria Petroli
62	2º Ano	Efetivo	EBM. Giuseppe Sette
63	3º Ano	Efetivo	EBM. Giuseppe Sette
64	2º Ano	Efetivo	EBM. Cipriano. Schardon
65	3º Ano	Efetivo	EBM. Eugênio Pozzo
66	1º Ano	Efetivo	EBM. Eugênio Pozzo
67	3º Ano	Efetivo	EBM. Concórdia
68	3º Ano	Efetivo	EBM. Concórdia

**Fonte:** Elaborado pela pesquisadora com dados coletados na Secretaria Municipal de Educação de Concórdia - SC.

**Quadro 16** Professores do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º ano) do Ensino Fundamental que não participaram da formação do PNAIC – 2014.

Professores	Ano	vinculo	Escola
1	1º Ano	Efetiva	EBM. Giuseppe Sette
2	2º Ano	Efetiva	EBM. Giuseppe Sette
3	1º Ano	Efetiva	EBM. João. Theobaldo Magarinos
4	2º Ano	Efetiva	EBM. João. Theobaldo Magarinos
5	3º Ano	Efetiva	EBM. João. Theobaldo. Magarinos
6	2º Ano	Efetiva	EBM. Eugênio. Pozzo
7	2º Ano	Efetiva	EBM. Concórdia
8	2º Ano	Efetiva	EBM. Concórdia
9	2º Ano	Efetiva	EBM. Eugênio Pozzo
10	2º Ano	ACT	EBM. Melvin Jones
11	3º Ano	Efetiva	EBM. Melvin. Jones
C12	1º Ano	Efetiva	EBM Santa Cruz
13	2º Ano	Efetiva	EBM Santa Cruz
14	1º Ano	Efetiva	EBM. Elizabetha Pavan
15	2º Ano	ACT	EBM. Irmão Miguel
16	3º Ano	Efetiva	EBM. Irmão Miguel
17	3º Ano	Efetiva	EBM. Petrópolis
18	3º Ano	Efetiva	EBM. Natureza
19	2º Ano	Efetiva	GEM Nova Brasilia
20	1º Ano	Efetiva	GEM. Maria Melania Siqueira
21	2º Ano	Efetiva	GEM Maria Melania Siqueira
22	3º Ano	Efetiva	GEM. Maria Melania Siqueira
23	3º Ano	ACT	EBM. Romeu de Sisti
24	3º Ano	Efetiva	EBM. Waldemar Pfaffner
25	1º Ano	Efetiva	EBM. Anna Zamarchi. Coldebella
26	3º Ano	Efetiva	EBM. Frei Cipriano Scharidon
27	3º Ano	Efetiva	EBM. Angelo Ary Biezus
28	1º Ano	Efetiva	EBM Nações
29	2º Ano	Efetiva	EBM. Nações
30	3º Ano	Efetiva	EBM. Nações
31	3º Ano	Efetiva	EBM. Nações
32	1º Ano	ACT	EBM. Santa Rita
33	3º Ano	Efetiva	EBM. Imigrantes
34	multisseriada	ACT	EMC. Linha Carravágio
35	multisseriada	ACT	EMC. Canhada Funda
36	multisseriada	Efetiva	EMC. Terra Vermelha
37	multisseriada	Efetiva	EMC Linha Tiradentes
38	2º Ano	ACT	EBM. Anna Zamarchi Coldebella
39	1º Ano	Efetiva	GEM Nossa Senhora Salete
40	3º Ano	Efetiva	GEM Petrópolis

41	2º Ano	Efetiva	EBM Waldemar Pfaffner
42	2º Ano	Efetiva	GEM Maria Melania Siqueira
43	3º Ano	Efetiva	EBM Irmão Miguel
44	2º Ano	Efetiva	EBM. Irmão Miguel
45	3º Ano	Efetiva	EBM. João Theobaldo Magarinos
46	1º Ano	Efetiva	EBM João. Theobaldo Magarinos
47	1º Ano	ACT	EBM Giuseppe Sette
48	2º Ano	ACT	EBM. Giuseppe Sette
49	1º Ano	ACT	EBM Concórdia

**Fonte:** Elaborado pela pesquisadora com dados coletados na Secretaria Municipal de Educação de Concórdia- SC

**Apêndice- 6.**

Primeiro quadro do processo de pareamento para levantamento dos professores que participaram da pesquisa.

**Quadro 17 - Pareamento dos participantes**

Professores que participaram do PNAIC- 2014	Professores que não participaram do PNAIC- 2014	Escolas	Ano
19	25	d	1 e 1
13	27	d	1 e3
53	20	c	2 e 1
64	26	d	2 e3
11	8	s	3 e 2
32	6	s	1 e 2
50	1	s	1 e 1
24	33	c	2 e 3
28	16	s	1 e 3
46	5	s	2 e 3
22	4	s	2 e 2
8	11	c	3 e3
33	19	s	3 e 2
36	29	s	1 e 2
21	18	s	1 e 3
51	14	d	2 e 1
31	17	s	2 e 3
40	24	s	3 e 3
57	39	c	2 e 1
17	22	c	1 e 3
15	32	s	2 e 1
9	12	s	3 e 1
43	23	d	3 e 3
25	10	c	3 e 2

**Fonte:** Elaborado pela pesquisadora.

### Apêndice- 7

#### Quadros (26, 27, 28, 29, 30 e 31) de sistematização e análises dos protocolos de pesquisa bloco 1, 2 e 3.

#### Quadro 26 - Respostas do Instrumento de Pesquisa dos Professores que realizaram o PNAIC – Alfabetização Matemática – 2014. Bloco 1.

Dupla	Respostas dadas pela dupla em relação a resposta dada pelo Aluno T do 1º ano. (Bloco 1)	Análises / categorizações
1	Ambas <b>tem noção da organização da conta (adição)</b> , chegaram ao resultado correto. Ela partiu da referência da Prof. Através <b>de desenhos</b> . Pelo <b>nível de entendimento</b> /assimilação de cada um. Através de intervenções e demonstração com material concreto (material dourado, palito de picolé, ábaco).	2.Reconhecimento de conceitos e conhecimentos prévios que a criança já construiu e que são necessários à resolução dos problemas. a)A dupla apenas se refere ao conhecimento sobre a representação formal do algoritmo. 3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas. a)Reconhecimento da legitimidade da utilização, pela criança, de diferentes formas de representação, sem considerar o trânsito entre elas. 5.Reconhecimento de que a compreensão das estruturas aditivas é um processo evolutivo. a)Relação entre as dificuldades e níveis de maturidade (ou de “assimilação”) global da criança
2	A criança já tem noção de número e numeral. Já consegue interpretar o problema, seja ele <b>por operação ou com desenhos</b> . No problema 2, a criança <b>não conseguiu interpretar</b> , adicionou ao invés de diminuir e pegou os números que tinha no problema e tentou uma resposta. A criança já tinha conhecimentos prévios, onde a adição está mais treinada. Já na subtração ele teria que fazer empréstimo da dezena e deveria já ter consolidado o conceito de unidade e dezena. Por que (esse) a adição está mais desenvolvida do que a subtração. Trabalhar com outras metodologias até que ele compreenda que para chegar ao resultado final tem várias possibilidades.	2.Reconhecimento de conceitos e conhecimentos prévios que a criança já construiu e que são necessários à resolução dos problemas. b)A dupla reconhece que o conceito de número é necessário à resolução dos problemas e refere-se a essa construção, embora ainda haja confusão entre conceito e sua representação em sua explicação 3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas. a)Reconhecimento da legitimidade da utilização, pela criança, de diferentes formas de representação, sem considerar o trânsito entre elas. Ignora os processos cognitivos e esquemas, atribuindo as dificuldades a: 6 = interpretação da linguagem verbal
3	A criança respondeu corretamente as perguntas do problema, mesmo utilizando estratégias distintas (ideia de agrupar e ideia de completar). Acreditamos que no primeiro problema a criança teve maior facilidade para resolver o problema. Percebe-se que ao ler o problema rapidamente, utilizou a estratégia de juntar as quantidades e passou imediatamente para o algarismo, já que os desenhos não	1.Reconhecimento de que se trata de problemas diferentes e identificação da diferença. c)Identificação de que a diferença reside na relação entre as variáveis 3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas d)Referência à representação não apenas das quantidades, mas também das transformações, no trânsito entre representações 4.Reconhecimento (explicitando) das ações realizadas pela criança na resolução do

	<p>representam a estratégia (estão agrupados de 4 em 4), diferentes do que sugere o problema <math>8 + 4</math>. No segundo problema a criança precisou <b>utilizar o registro (desenho) para depois fazer o algoritmo</b>. Ela utilizou a estratégia de completar, pois desenhou <b>8 quadrinhos e continuou desenhando até chegar no 12</b>, agrupou e montou a resposta solicitado (4), pois no algoritmo ela agrupou, ou seja, representou o desenho no algoritmo, sem conseguir demonstrar o raciocínio inverso. No entanto, <b>são estratégias que devem ser consideradas que demonstram a fase do desenvolvimento do raciocínio matemático</b>. É importante que a criança passe por essa fase antes do algoritmo convencional, pois desta forma temos convicção que compreendeu o conceito. No <b>primeiro problema</b> a criança precisou utilizar a estratégia de agrupar <b>que é mais fácil</b>. No segundo precisou a ideia de completar que <b>é o raciocínio inverso é mais difícil</b>, pois exigem que tenham desenvolvido a ideia de <b>abstração</b>. No segundo problema faríamos as seguintes intervenções: reler o problema com a criança; - Perguntar quantas figurinhas ele tem agora? Propor que desenhe as 12 figurinhas Perguntar quantas ele ganhou? Propor que pinte as 8 que ganhou, contar as que ficaram sem pintar. Registrar o algoritmo com mediação do professor demonstrando todas as etapas registradas na ordem que foram feitas.</p>	<p>problema.  c)Identificação das ações de agrupar e completar.  d)Reconhecimento das ações realizadas ou não pela criança e que são adequadas para a resolução do problema.  5.Reconhecimento de que a compreensão das estruturas aditivas é um processo evolutivo.  b)Reconhecimento de que existem etapas na construção do conhecimento específico sobre estruturas aditivas</p>
4	<p>A criança <b>já tem noção de algarismo e dos termos da adição</b>, como se coloca os números. Num primeiro momento ele representou as 8 figurinhas com <b>desenhos</b>, em seguida, <b>foi desenhando mais figurinhas até chegar ao 12</b> que, no caso ele desenhou mais 4 figurinhas. Ele <b>utilizou o raciocínio do 1º cálculo</b> para chegar no resultado do 2º problema. <b>Para as conveniências da matemática deveria no 2º problema efetuar uma subtração</b>. Resta saber se a resposta dele é 4 ou é 12. Isso devia ser questionado.</p>	<p>2.Reconhecimento de conceitos e conhecimentos prévios que a criança já construiu e que são necessários à resolução dos problemas.  b) A dupla reconhece que existem conceitos prévios necessários a resolução dos problemas e refere-se a essa construção, embora ainda haja confusão entre o conceito e sua representação em sua explicação.  3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas.  a)Reconhecimento da legitimidade da utilização, pela criança, de diferentes formas de representação, sem considerar o trânsito entre elas.  d)Referência à representação não apenas das quantidades, mas também das transformações, no trânsito entre representações  .4.Reconhecimento (explicitando) das ações realizadas pela criança na resolução do problema.  c)Identificação das ações de agrupar e completar.</p>

5	O primeiro a aluna Marta, através de uma adição representou corretamente a situação usando também o desenho para representá-lo. O segundo usou uma estratégia de desenho correto, porém o cálculo não representa a resposta da questão. Para dar à resposta a criança <b>imaginou a situação</b> . O questionamento do segundo problema necessita de um raciocínio maior, o <b>enunciado dificulta o entendimento</b> . Sugeriria que desenhasse as 12 figurinhas, retirasse as 8 que ele ganhou e verificasse quantas ficaram, que seriam as que faltavam para completar a quantia.	1.Reconhecimento de que se trata de problemas diferentes e identificação da diferença. a)Simples identificação de que os problemas são diferentes e que um é mais difícil que o outro. 3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas. b)Referência à construção de uma imagem mental a partir da leitura do enunciado. Ignora os processos cognitivos e esquemas, atribuindo as dificuldades a: 6 = interpretação da linguagem verbal
6	Ambas chegaram a uma resposta, porém no primeiro caso, a conta é representada por desenhos, enquanto no 2º problema há representação com desenho, mas o aluno <b>usou a conta de adição em vez de subtração</b> . Para chegar à resposta, as crianças conseguiram ler e <b>imaginar a situação</b> (interpretar). Pois o enunciado das <b>situações foram diferentes</b> , mesmo tendo dados parecidos e com <b>diferentes níveis de dificuldades</b> . De certa forma, ambas chegaram a um resultado, no entanto, no segundo problema o aluno usou a mesma estratégia de representação, da conta, mas a sistematização do desenho foi diferente.	1.Reconhecimento de que se trata de problemas diferentes e identificação da diferença. a)Simples identificação de que os problemas são diferentes e que um é mais difícil que o outro. 3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas. b)Referência à construção de uma imagem mental a partir da leitura do enunciado. Ignora os processos cognitivos e esquemas, atribuindo as dificuldades a: 6 = interpretação da linguagem verbal
7	1º Problema – Percebe-se que a criança <b>tem noção de quantidade</b> e conseguiu interpretar o problema de maneira correta. A criança <b>agrupou</b> em quantidades. No problema dois a criança <b>não tem o conceito de subtração internalizado</b> . Partindo do material concreto (que a pessoa manusear) fazer agrupamentos da quantidade total, depois partiria para o desenho e por último fazer a sistematização da operação.	4.Reconhecimento (explicitando) das ações realizadas pela criança na resolução do problema. a)Identificação apenas da ação de agrupar expressa nos desenhos. 2.Reconhecimento de conceitos e conhecimentos prévios que a criança já construiu e que são necessários à resolução dos problemas. b) A dupla reconhece que existem conceitos prévios necessários a resolução dos problemas e refere-se a essa construção, embora ainda haja confusão entre o conceito e sua representação em sua explicação.
8	A criança resolveu as questões usando desenho como referência e a <b>partir do desenho tirou a prova</b> para ver se estava correto. Através da leitura e interpretação do problema para chegar ao resultado. No <b>primeiro problema</b> (ela) <b>apresentava o valor das parcelas e pedia o produto final</b> . No <b>segundo problema havia uma parcela e o produto final</b> tendo que encontrar a outra parcela dificultando a compreensão do problema. Ela foi objetiva e obteve um bom desempenho.	1.Reconhecimento de que se trata de problemas diferentes e identificação da diferença. c)Identificação de que a diferença reside na relação entre as variáveis 3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas. c)Referência ao trânsito entre as diversas representações, sem incluir a representação das transformações.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

**Quadro 27** - Respostas do Instrumento de Pesquisa dos Professores que não realizaram o PNAIC – Alfabetização Matemática -2014. Bloco 1.

Du pla	Respostas dadas pela dupla em relação a resposta dada pelo Aluno T do 1º ano. (Bloco 1)	Análises
9	No 1º problema, a criança <b>usou os desenhos para chegar a resposta</b> . Ela teve o entendimento que <b>ao ganhar iria acrescentar a quantidade</b> de figurinhas. Uso a soma. No 2º problema, a criança usou da quantidade que tinha para chegar a 12, <b>acrescentou mais 4</b> . Também poderia usar a subtração 12 tira 8 igual a 4. Nas duas situações a criança tem um bom entendimento da situação, acrescentar/somar.	3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas. d)Compreensão de que o trânsito entre as diferentes formas de representação pode se referir não apenas às quantidades, mas também às transformações/relações 4.Reconhecimento (explicitando) das ações realizadas pela criança na resolução do problema. c)Identificação das ações de agrupar e completar.
10	No primeiro problema percebe-se que a criança tem <b>um raciocínio claro em relação à quantidade e números</b> . Porque ele faz uma demonstração clara da representação do número e quantidade. No segundo problema, <b>não houve uma interpretação</b> . Ele fez uma relação oralmente, sendo que não relacionou com uma subtração. No primeiro problema a criança <b>pensou que desenhando as figurinhas</b> chegaria ao resultado esperado; já a segunda criança deduziu o resultado. Pela interpretação de cada problema, ou seja, cada um tem um jeito de responder e representar. Lendo individualmente para ela, enfatizando o problema com auxílio do material dourado ou outros materiais, questionando o porquê do resultado.	2.Reconhecimento de conceitos e conhecimentos prévios que a criança já construiu e que são necessários à resolução dos problemas. b)A dupla reconhece que existem conceitos prévios necessários a resolução dos problemas e refere-se a essa construção, embora ainda haja confusão entre o conceito e sua representação em sua explicação. 3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas. c)Referência ao trânsito entre as diversas representações, sem incluir a representação das transformações. Ignora os processos cognitivos e esquemas, atribuindo as dificuldades a: 6 = interpretação da linguagem verbal 7= identificação da “continha”
11	Usou raciocínio lógico; do <b>desenho para desenvolver a soma</b> . Desenhar as figurinhas para representar as quantidades. Apenas é diferente a distribuição dos conjuntos, pois os quadradinhos representam as figurinhas nos 2 problemas. Não está equivocada, pois na realidade ela usou do nº, escrita e representação para obter o resultado.	3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas. c)Referência ao trânsito entre as diversas representações, sem incluir a representação das transformações.
12	(Na primeira situação) – ambos os problemas ele <b>usou o cálculo e as imagens</b> sendo que o segundo utilizou a operação inversa da subtração, mas, obteve o mesmo resultado. Ela pensou no concreto (fazendo relação número e quantidade – material dourado) No primeiro ela <b>tem mais contato com o concreto</b> e o enunciado do problema está mais claro, levando-a a uma melhor interpretação. No segundo acreditamos que ela utilizou as hipóteses. Trabalhar mais o concreto bem como a interpretação, bem como o que está entre as entrelinhas.	1.Reconhecimento de que se trata de problemas diferentes e identificação da diferença. b) Constatação de que o segundo problema exige um processamento mental mais sofisticado. 3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas. c)Referência ao trânsito entre as diversas representações, sem incluir a representação das transformações. Ignora os processos cognitivos e esquemas, atribuindo as dificuldades a: 6 = interpretação da linguagem verbal

13	<p>Pelo raciocínio lógico as respostas estão corretas. Elas justificaram através de <b>contas e representações</b>. Ela se viu na figura do nome em questão (personagem principal) Pensou nas <b>figurinhas</b> (representação) Relacionou <b>números</b> e quantidades e representou em <b>desenhos</b>. Marta fez <b>agrupamentos numéricos</b> por extenso. João fez 2 tipos de agrupamentos (o que <b>tinha o que ganhou</b>) pensou na ideia da divisão (o antes e o depois do jogo) ideia da <b>decomposição</b>. As duas representações estão corretas.</p>	<p>3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas. d)Referência à representação não apenas das quantidades, mas também das transformações, no trânsito entre representações 4.Reconhecimento (explicitando) das ações realizadas pela criança na resolução do problema.</p>
14	<p>Percebe-se que a criança apresenta um <b>bom domínio de operações simples</b>, utilizando-se de desenhos que o auxiliasse na resolução dos problemas. Fez a interpretação do problema e encontrou uma maneira para resolvê-los. É diferente <b>pois no 2º problema havia um elemento abstrato</b>, o que o levou a ter um maior raciocínio, mas conseguiu resolver. Acreditamos que está correta, pois a criança chegou ao resultado correto.</p>	<p>1.Reconhecimento de que se trata de problemas diferentes e identificação da diferença b) Constatação de que o segundo problema exige um processamento mental mais sofisticado 2.Reconhecimento de conceitos e conhecimentos prévios que a criança já construiu e que são necessários à resolução dos problemas. .a)A dupla apenas se refere ao conhecimento sobre a representação formal do algoritmo 3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas. c)Referência ao trânsito entre as diversas representações, sem incluir a representação das transformações.</p>
15	<p>Em ambos os problemas, as crianças partiram do concreto (desenhos) para o abstrato (conta). No segundo problema a criança fez também a prova real. Criou a situação <b>em sua mente, após passou para o papel</b> a sua ideia, <b>desenhando</b> figurinhas e agrupando-as ou separando-as montando assim as <b>operações</b>. Porque <b>cada problema teve seu grau de dificuldade</b>. Sendo que <b>o 2º era mais elaborado</b> exigindo do aluno mais atenção para poder interpretá-lo e resolvê-lo. Pode-se considerar que a resposta da criança não está equivocada, pois cada aluno pode chegar à resposta desejada de diversas formas. O aluno respondeu corretamente no concreto, mas não fez a conta de subtração e sim a prova real.</p>	<p>1.Reconhecimento de que se trata de problemas diferentes e identificação da diferença. a)Simples identificação de que os problemas são diferentes e que um é mais difícil que o outro b)Constatação de que o segundo problema exige um processamento mental mais sofisticado 3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas d)Referência à representação não apenas das quantidades, mas também das transformações, no trânsito entre representações 4.Reconhecimento (explicitando) das ações realizadas pela criança na resolução do problema. b)Identificação das ações de agrupar e separar/decompor</p>
16	<p>No primeiro problema, percebemos que a criança teve mais facilidade para resolver. Já no segundo acreditamos que <b>uma criança que tem 6 anos, não tem maturidade para resolver</b>, por isso copiou do anterior. Pensando que a criança ficou em dúvida. Porque não teve maturidade suficiente para interpretar o problema. Utilizaríamos material concreto e a ludicidade.</p>	<p>5.Reconhecimento de que a compreensão das estruturas aditivas é um processo evolutivo. a)Relação entre as dificuldades e níveis de maturidade (ou de “assimilação”) global da criança</p>

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

**Quadro 28** - Respostas do Instrumento de Pesquisa dos Professores que realizaram o PNAIC – Alfabetização Matemática – 2014. Bloco 2.

Dupla	Respostas dadas pela dupla em relação a resposta dada pelo Aluno T do 1º ano. (Bloco 2)	Análises/ categorização
1	<p><b>Não houve interpretação</b> total do problema, somente a parte inicial. Os problemas saíram confusos para o 1º ano, <b>não adequados para o nível da turma</b>. Eles basearam-se pelas palavras chaves “pegou”, e <b>logo foram agrupando, associando com os desenhos</b>. Porque no 1º problema só teve uma operação-adição. Nos demais, <b>exigia mais interpretação, e entendimento</b> de cada um. Interpretando passo a passo o problema, através de cálculos/desenhos. Trabalhar os dois últimos problemas em momentos diferentes.</p>	<p><i>4-Reconhecimento (explicitando) das ações realizadas pela criança na resolução do problema</i></p> <p>a) Identificação apenas da ação de agrupar expressa nos desenhos.</p> <p>1.Reconhecimento de que se trata de problemas diferentes e identificação da diferença.</p> <p>a) simples identificação de que os problemas são diferentes e que um é mais difícil que o outro.</p> <p>6 Ignora os processos cognitivos e esquemas, atribuindo as dificuldades a interpretação da linguagem verbal.</p> <p>3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas.</p> <p>a) reconhecimento da legitimidade da utilização, pela criança, de diferentes formas de representação, sem considerar o trânsito entre elas.</p>
2	<p>A aluna ainda não tem um bom entendimento e não consegue dar uma resposta precisa dominando sempre a adição, já quando se trata de fazer uma <b>continha inversa, ela não possui o domínio de interpretação</b>. A menina <b>representa com desenhos os números</b> que aparece no problema. A aluna só <b>tem domínio da adição</b> e não consegue interpretar. Iríamos ensinar ela, a fazer a representação inversa e fazer indagações tipo: *Onde tem mais? *Onde tem menos? *Quem tem mais? *Quem tem menos?...</p>	<p>3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas.</p> <p>c) referência ao trânsito entre as diversas representações, sem incluir a representação das transformações.</p> <p>Ignora os processos cognitivos e esquemas, atribuindo as dificuldades a:</p> <p>6 = interpretação da linguagem verbal</p>
3	<p>Possivelmente a criança tenha utilizado a estratégia <b>de agrupar as quantidades</b> (no 1º problema). No entanto, analisando os outros dois problemas, acreditamos que a mesma possa ter <b>chegado ao resultado sem ter compreendido o problema</b>. Pois utilizou a mesma estratégia nos problemas seguintes. Embora o resultado do primeiro problema esteja correto, a estratégia utilizada foi a mesma nos três problemas. Pensamos que a criança <b>não compreendeu</b> nenhum dos problemas, somente leu “mais” <b>fez algoritmo de somar quando leu “menos” fez o algoritmo de subtração e representou as quantidades dadas nos problemas</b>. No 1º problema trabalharíamos a estratégia de agrupar contando em voz alta. No 2º problema, usaríamos a estratégia: relação</p>	<p><i>4-Reconhecimento (explicitando) das ações realizadas pelas crianças (ou exigidas delas) na resolução do problema.</i></p> <p>d) reconhecimento das ações realizadas ou não pela criança e que são adequadas para a resolução do problema.</p> <p>3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas.</p> <p>c) referência à representação não apenas das quantidades, mas também das transformações e ou relações no trânsito entre representações.</p>

	biunívoca trabalhando a ideia de completar perguntando: - Quanta falta para Joana empatar com Pedro. Ou, no segundo problema usar outra intervenção. Desenhar as bolachas de Rosa e riscar bolachas de Júlio e montar o algoritmo.	
4	No 1º problema, <b>representado nos desenhos</b> , ele chegou à resposta certa. No segundo e <b>representou quantidades certas</b> , porém <b>não entendeu como se calcula o quanto a mais</b> , que seria uma subtração. No 3º <b>equivocou-se nas quantidades</b> , nos sinais de pontuação, porém não chegou à resposta certa que seria. Quanto falta para chegar ou subtração. Ela <b>pensou em desenhar as quantidades</b> <b>Ela ainda não compreendeu o processo de subtração</b> , mesmo com os desenhos. Poderia-, se fazer uma comparação com as quantidades, ligando um, desenho no outro para perceber o quanto sobraria que seria a quantidade a mais, sempre utilizando material concreto. Trabalhando de Tratamento da Informação com gráficos.	3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas. c)referência à representação não apenas das quantidades, mas também das transformações e ou relações no trânsito entre representações. 1.Reconhecimento de que se trata de problemas diferentes e identificação da diferença. c)Identificação de que a diferença reside na relação entre as variáveis.
5	Todas as representações estão corretas. Precisa ser trabalhada a ideia de mais e menos quantidades. <b>Pensou na situação</b> , interpretou-a, mas não relacionou. Ela <b>tem noção do símbolo mais e menos</b> , mas ainda não se apropriou do conceito de a mais a menos. <b>Dependendo do enunciado do problema</b> pode facilitar ou não a interpretação e resolução do problema. Trabalhar os conceitos de agrupar e subtrair. Usando materiais concretos e jogos.	Ignora os processos cognitivos e esquemas, atribuindo as dificuldades a: 6 = interpretação da linguagem verbal 1.Reconhecimento de que se trata de problemas diferentes e identificação da diferença. a)Simple identificação de que os problemas são diferentes e que um é mais difícil que o outro. 3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas. b)Referência ao trânsito entre as diversas representações, sem incluir a representação das transformações e ou relações.
6	Usou <b>representação simbólica</b> , porém com símbolos matemáticos não coerentes com a situação problema. Ou seja, interpretou, <b>mas não soube usar o símbolo</b> . Usou a mesma lógica de resposta com <b>desenhos</b> , com dados do problema. Pois ela <b>não tem assimilado os conceitos de adição e subtração</b> ou não consegue interpretar a escrita (situação). Primeiramente trabalhando com atividades de <b>agrupar e subtrair</b> , para que ela tenha claro o conceito <b>de tirar e adicionar</b> . Após, interagir com a criança, questionando e/ou manipulando materiais concretos, que seriam (a base) a representação do que está escrito, para somente após realizar os registros de respostas.	Ignora os processos cognitivos e esquemas, atribuindo as dificuldades a: 6 = interpretação da linguagem verbal 7= identificação da “continha” 3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas. b)Referência ao trânsito entre as diversas representações, sem incluir a representação das transformações e ou relações. 2.Reconhecimento de conceitos e conhecimentos prévios que a criança já construiu e que são necessários à resolução dos problemas. b)A dupla reconhece que existem conceitos prévios necessários a resolução dos problemas e refere-se a essa construção, embora ainda haja confusão entre o conceito e sua representação em sua explicação.

7	<p>Percebemos que na soma (problema 1) a criança conseguiu <b>quantificar e agrupar</b>, chegando ao resultado correto. Na subtração a criança não conseguiu abstrair, <b>mas conseguiu quantificar</b>. Para responder, aparentemente, nos parece que a criança seguiu a lógica dos números que observou no problema. –O desempenho da criança é diferente nos três casos, pois ao que nos parece ela ainda <b>não tem o conceito de subtração internalizado</b>. –Partiremos do concreto -&gt; abstrato.</p>	<p>4.Reconhecimento (explicitando) das ações realizadas pela criança na resolução do problema.  b)Reconhecimento da ação que é realizada ou exigida pela criança que é adequada para a solução dos problemas prototípicos.  2.Reconhecimento de conceitos e conhecimentos prévios que a criança já construiu e que são necessários à resolução dos problemas.  b)A dupla reconhece que existem conceitos prévios necessários a resolução dos problemas e refere-se a essa construção, embora ainda haja confusão entre o conceito e sua representação em sua explicação  3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas.  c)referência ao trânsito entre as diversas representações, sem incluir a representação das transformações.</p>
8	<p>A criança <b>não obteve uma boa interpretação</b> do problema. A criança ao ler o 1º problema <b>interpretou a palavra a mais</b> citada no problema e simplesmente somou. No 2º a criança fez o cálculo corretamente, porém <b>não interpretou quem pegou a mais e quantas a mais</b> para chegar a interpretação correta. No 3º a criança se baseou no 2º problema pelos números serem iguais e usou a expressão a menos citada no problema para interpretar. Porque <b>cada problema era uma situação diferente</b>. Usaria o material concreto, faria uma nova leitura em interpretação e fazer o registro das operações matemáticas.</p>	<p>Ignora os processos cognitivos e esquemas, atribuindo as dificuldades a:  6 = interpretação da linguagem verbal  3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas.  a)Reconhecimento da legitimidade da utilização, pela criança, de diferentes formas de representação, sem considerar o trânsito entre elas.  1.Reconhecimento de que se trata de problemas diferentes e identificação da diferença.  <i>a) simples identificação de que os problemas são diferentes e que um é mais difícil que o outro</i></p>

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

### Quadro 29 - Respostas do Instrumento de Pesquisa dos Professores que não realizaram o PNAIC – Alfabetização Matemática -2014. Bloco 2

Dupla	Respostas dadas pela dupla em relação a resposta dada pelo Aluno T do 1º ano. (Bloco 2)	Análises/ categorizações
9	<p>No problema 1, a criança apresenta compreensão da situação problema, <b>usou o desenho como registro da adição</b>. No problema de Joana, a criança ainda <b>não tem o entendimento de quantidades</b>. Faltou a resposta clara. A criança deveria já observar e dar a resposta</p>	<p>3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas.  a)reconhecimento da legitimidade da utilização, pela criança, de diferentes formas de representação.</p>

	<p>que Pedro <b>ganhou mais pela quantidade ser maior</b>. A criança deveria ter feito uma subtração <math>7-3 = 4</math> Para chegar na resposta 4.No problema de Túlio, <b>a criança usa a subtração, mas da quantidade menor tirar a maior não conseguiu a resposta, também optou pela adição</b>. A criança ficou equivocada, eu tentaria usar o material concreto e mostrar que 3 é menor que 7, não sendo possível fazer a subtração. Usaria 7 para tirar 3 que o resultado é 4, ou 3 para chegar a 7, falta 4.</p>	<p>2.Reconhecimento de conceitos e conhecimentos prévios que a criança já construiu e que são necessários à resolução dos problemas. b)A dupla reconhece que existem conceitos prévios necessários a resolução dos problemas e refere-se a essa construção, embora ainda haja confusão entre o conceito e sua representação em sua explicação. Ignora os processos cognitivos e esquemas, atribuindo as dificuldades a: 7= identificação da “continha”.</p>
10	<p>A representação da <b>quantidade</b> dos <b>desenhos</b> está correta, porém, em relação à <b>adição e subtração</b> a concepção da criança ainda é <b>abstrata</b>. Ela <b>interpretou em relação à quantidade</b> que cada um <b>ganhou</b> (pegou), porém, ela não conseguiu assimilar a adição e subtração. Pela forma de interpretar, pelo <b>nível desenvolvimento</b>, pela assimilação da adição e subtração. Através do uso do material dourado, jogo, troca de objetos para uma melhor compreensão da diferença entre adição e subtração.</p>	<p>5.Reconhecimento de que a compreensão das estruturas aditivas é um processo evolutivo. a)Relação entre as dificuldades e níveis de maturidade (ou de “assimilação”) global da criança. 3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas. c)referência ao trânsito entre as diversas representações, sem incluir a representação das transformações. 2.Reconhecimento de conceitos e conhecimentos prévios que a criança já construiu e que são necessários à resolução dos problemas. b)A dupla reconhece que existem conceitos prévios necessários a resolução dos problemas e refere-se a essa construção, embora ainda haja confusão entre o conceito e sua representação em sua explicação. Ignora os processos cognitivos e esquemas, atribuindo as dificuldades a: 7= identificação da “continha”</p>
11	<p>Adaptou a soma com a simbologia do <b>desenho e o numeral</b>. Usou <b>desenhos</b> específicos para <b>representar cada quantidade</b>. Desenvolveu a conta através da <b>simbologia</b> para obter o resultado, não se detendo a conta tradicional. Na verdade ela não está equivocada, apenas usou de artifícios para chegar ao resultado desejado.</p>	<p>3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas. b)referência ao trânsito entre as diversas representações, sem incluir a representação das transformações e ou transformações.</p>
12	<p>A primeira questão está correta. Enquanto que a segunda e a terceira <b>faltou interpretação</b> para um bom entendimento e conseqüentemente a resolução dos problemas. <b>Falta de interpretação</b>. Faltou releitura. Talvez a primeira tenha tido mais contato com estas situações problemas envolvendo <b>interpretação e cálculos</b> e nos demais falta de compreensão e contato com o lúdico e</p>	<p>Ignora os processos cognitivos e esquemas, atribuindo as dificuldades a: 6 = interpretação da linguagem verbal 1.Reconhecimento de que se trata de problemas diferentes e identificação da diferença. a)Simples identificação de que os problemas são diferentes e que um é mais difícil que o outro.</p>

	também situações problemas como <b>o enunciado</b> . Levando-a ter contato com diversos materiais no qual envolva interpretação e raciocínio, fazendo-a autora do próprio problema.	
13	Todas conseguiram <b>representar</b> o probleminha <b>através de desenho</b> . No que é mais fácil (desenho). Foi coerente nos <b>desenhos, representando</b> o que estava sendo pedido. Equivocada não está, pois a resposta esta correta, mas atenção na resolução do 2° e 3° problema. Ela quis responder rápido até porque a quantidade mencionada era a mesma. Faríamos= 1° fazer a criança contar o que desenhou. 2° comparar o 2° e o 3° problema. 3° se ela não percebeu o equívoco fazer representar com material concreto ou desenhar no quadro.	3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas. a)reconhecimento da legitimidade da utilização, pela criança, de diferentes formas de representação. Ignora os processos cognitivos e esquemas, atribuindo as dificuldades a: 8= falta de atenção.
14	No 1° problema, por ser <b>mais simples</b> , a criança conseguiu resolver. Já nos dois seguintes ela encontrou <b>maior dificuldade</b> e não conseguiu chegar a resposta correta. Apenas <b>representou</b> com <b>desenhos</b> , porém não encontrando a resposta colocou qualquer representação sem muito raciocínio. Pois <b>falta interpretação</b> e talvez atenção na hora de resolvê-lo. Precisaria ser trabalhado com material concreto, juntamente com questionamentos que levem a compreender o processo e as questões do problema.	Ignora os processos cognitivos e esquemas, atribuindo as dificuldades a: 6 = interpretação da linguagem verbal 8= falta de atenção. 3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas. a)reconhecimento da legitimidade da utilização, pela criança, de diferentes formas de representação, sem considerar o trânsito entre elas. 1.Reconhecimento de que se trata de problemas diferentes e identificação da diferença. a)simples identificação de que os problemas são diferentes e que um é mais difícil que o outro.
15	O 1° problema está certo, porém o 2° e 3° estão errados. Pois a criança <b>não fez a subtração</b> e sim <b>somou</b> todos os números. Segundo análise, a criança respondeu os 2 últimos problemas se baseando no 1° <b>que era somente de soma</b> . Percebe-se que a criança se apropriou somente a <b>concepção de soma</b> e não se concentrou para resolver os outros. Partindo do concreto exemplificando o problema. Analisando juntamente com o educando o problema e qual foi o erro que ela cometeu.	1.Reconhecimento de que se trata de problemas diferentes e identificação da diferença. b)Constatação de que o segundo problema exige um processamento mental mais sofisticado. Ignora os processos cognitivos e esquemas, atribuindo as dificuldades a: 8= falta de atenção.
16	Teve <b>falta de interpretação</b> , porém teve esforço e tentou resolver <b>através de desenhos</b> . Usou o <b>desenho</b> como forma resolver os problemas. Ainda <b>não interpreta</b> claramente, mas já possui <b>noção de adição e subtração</b> . Faríamos ou usaria problemas, só oralmente como exemplo e se necessário material concreto e através de desenhos, no quadro e coletivamente.	Ignora os processos cognitivos e esquemas, atribuindo as dificuldades a: 6 = interpretação da linguagem verbal 3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas. a)reconhecimento da legitimidade da utilização, pela criança, de diferentes formas de representação, sem considerar o trânsito entre elas.

	2.Reconhecimento de conceitos e conhecimentos prévios que a criança já construiu e que são necessários à resolução dos problemas. b)A dupla reconhece que existem conceitos prévios necessários a resolução dos problemas e refere-se a essa construção, embora ainda haja confusão entre o conceito e sua representação em sua explicação.
--	--

**Fonte:** Elaborado pela pesquisadora

**Quadro 30 - Respostas do Instrumento de Pesquisa dos Professores que realizaram o PNAIC – Alfabetização Matemática – 2014. Bloco 3.**

Dupla	Respostas dadas pela dupla em relação a resposta dada pelo Aluno T do 1º ano. (Bloco 3)	Análises/ categorizações
1	Nos dois problemas <b>a conta, quantidades</b> estão corretos. Mas as respostas que exigia interpretação e <b>registro através da escrita</b> houve equívocos. Ela teve o raciocínio correto, mas não soube registrar de maneira correta e chegar ao resultado. Depende do <b>nível de interpretação</b> de cada criança. Faria junto com eles, vivenciando, visualizando cada etapa, ainda, lendo pausadamente cada problema por partes. Construindo as respostas.	3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas. a)reconhecimento da legitimidade da utilização, pela criança, de diferentes formas de representação, sem considerar o trânsito entre elas. Ignora os processos cognitivos e esquemas, atribuindo as dificuldades a: 6 = interpretação da linguagem verbal 7= escolha da representação algoritma correta
2	Novamente a menina <b>domina a adição</b> . No problema 2, a menina <b>até representou correto</b> , mas não conseguiu dar a resposta que o problema pedia. Todos os caminhos estavam certos, e ela <b>só não soube interpretar</b> a pergunta do 2º problema. O <b>1º problema é mais claro</b> para ela só não soube interpretar a pergunta do 2º problema. No 2º problema daria para fazer com as próprias crianças da sala a dramatização e usar outras estratégias para focar a subtração.	Ignora os processos cognitivos e esquemas, atribuindo as dificuldades a: 6 = interpretação da linguagem verbal 3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas. a)reconhecimento da legitimidade da utilização, pela criança, de diferentes formas de representação, sem considerar o trânsito entre elas. 1.Reconhecimento de que se trata de problemas diferentes e identificação da diferença. a)Simple identificação de que os problemas são diferentes e que um é mais difícil que o outro. 2.Reconhecimento de conceitos e conhecimentos prévios que a criança já construiu e que são necessários à resolução dos problemas. b)A dupla reconhece que existem conceitos prévios necessários a resolução dos problemas e refere-se a essa construção, embora sua explicação ainda mostre uma certa confusão entre o conceito e sua representação.
3	Na primeira a criança utilizou a estratégia de <b>agrupar</b> e resolveu corretamente o problema. No segundo ela desenhou estrelinhas como estratégia: 9 estrelinhas <b>menos</b>	3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas. d)Compreensão de que o trânsito entre as diferentes formas de representação pode se referir não

	<p>5 estrelinhas. O raciocínio foi correto, no entanto, ao desenhar as crianças ela desenhou 5 meninos e <b>retirou 4 sobrando 1</b> Acreditamos que ela está muito próxima de encontrar o raciocínio correto em relação ao algoritmo, pois ao desenhar as crianças ela desenhou 5 meninos e 4 meninas, mas <b>utilizou os desenhos como representação imediata do algoritmo 5-4=1</b></p> <p>Por que a ideia de juntar <b>é mais fácil do que</b> completar (subtrair) Quanto falta de 5 para chegar a 9. Solicitar que ela observe o desenho das crianças e respondesse quantas são meninas. Para chegar ao algoritmo utilizar o desenho das estrelas, ou seja, <math>9-5=4</math></p>	<p>apenas às quantidades, mas também às transformações/relações</p> <p>4.Reconhecimento (explicitando) das ações realizadas pela criança na resolução do problema.</p> <p>c)Identificação de outras ações realizadas pela criança sem comentar ou discutir sua adequação.</p> <p>1.Reconhecimento de que se trata de problemas diferentes e identificação da diferença.</p> <p>c)Identificação de que a diferença reside na relação entre as variáveis.</p>
4	<p>Os <b>desenhos</b> de ambos estão na <b>quantidade</b> certa. Porém a resposta mostra que ela <b>não compreendeu a pergunta</b> do problema.</p> <p>Ela <b>pensou em representar</b> as <b>quantidades</b>. No 1º ela até conseguiu chegar ao número do total, porém a resposta seria maçãs e não crianças. Ela deve ter <b>relacionado</b> as <b>quantidades</b> de maçãs com a <b>quantidade</b> de crianças. Sempre usando material concreto e uma nova leitura do problema revendo o questionamento do mesmo.</p>	<p>3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas.</p> <p>b)referência à construção de uma imagem (mental e/ou icônica) a partir da leitura do enunciado.</p> <p>4.Reconhecimento (explicitando) das ações realizadas pela criança na resolução do problema.</p> <p>c)Identificação de outras ações realizadas pela criança (neste caso a correspondência um a um), sem comentar ou discutir sua adequação.(esta dupla apenas comentou o primeiro problema e não ao outro)</p>
5	<p>A resposta está correta, devido à <b>representação</b>, porém a criança ainda <b>não tem claro, os conceitos de adição e subtração</b> e não sabe fazer a relação <b>termo a termo</b>. <b>Imaginou a situação</b> preocupando-se na <b>representação</b>, interpretou o problema. Porque ela interpretou cada problema de uma forma, o segundo <b>dificulta mais a compreensão</b>. Trabalhar os conceitos de adição, subtração, relação termo a termo usando materiais concretos e jogos. (este ultimo trecho é colocar na parte das ações separadamente explicando que identificou que existia uma outra ação, mas se equivocou pois em vez de considerar que a relação implicada no problema é uma relação parte todo, se referiu uma relação termo a termo que corresponde a situações de comparação.)</p>	<p>1.Reconhecimento de que se trata de problemas diferentes e identificação da diferença.</p> <p>b)Constatação de que o segundo problema exige um processamento mental mais sofisticado.</p> <p>2.Reconhecimento de conceitos e conhecimentos prévios que a criança já construiu e que são necessários à resolução dos problemas.</p> <p>b) A dupla reconhece que existem conceitos prévios necessários à resolução dos problemas e refere-se a essa construção, embora sua explicação ainda mostre uma certa confusão entre o conceito e sua representação.</p> <p>3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas.</p> <p>b)Referência à construção de uma imagem(mental e/ou icônica) a partir da leitura do enunciado.</p> <p>4.Reconhecimento (explicitando) das ações realizadas pela criança na resolução do problema. ( sem letra)</p>
	<p>Usou corretamente a representação com <b>desenhos</b>. <b>Não</b></p>	<p>2.Reconhecimento de conceitos e conhecimentos prévios que a criança já construiu e que são</p>

6	<p><b>domina</b> a representação dos <b>símbolos matemáticos</b> e tem dificuldade de escrever a resposta correta do problema. Ela conseguiu <b>interpretar</b> corretamente as situações, <b>na forma de desenho</b>, o que nos faz pensar que os problemas foram lidos para ela e respondeu errado, pois lembrou de algum aspecto que ouviu. Pois não tem claros os <b>conceitos propostos pelos problemas</b>, usou a mesma lógica de resposta.</p> <p>Trabalhando <b>a relação termo a termo do número</b>, para que ela faça referência do número com a respectiva <b>quantidade</b>. – Mediação através de perguntas /questionamentos a partir das respostas delas. – Uso de suporte concreto. – Trabalhar símbolos matemáticos (mais e menos), associados aos conceitos dos mesmos.</p>	<p>necessários à resolução dos problemas.</p> <p>b)A dupla reconhece que existem conceitos prévios necessários a resolução dos problemas e refere-se a essa construção, embora sua explicação ainda mostre uma certa confusão entre o conceito e sua representação.</p> <p>3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas.</p> <p>c)Referência ao trânsito entre as diversas representações, sem incluir a representação das transformações/relações.</p> <p>4.Reconhecimento (explicitando) das ações realizadas pela criança na resolução do problema (sem letra) (o problema não é o conceito de número, pois anteriormente elas analisam que a criança produziu representações corretas).</p> <p>Ignora os processos cognitivos e esquemas, atribuindo as dificuldades a:</p> <p>6 = interpretação da linguagem verbal</p> <p>Que embora essa dupla traga alguns elementos referentes a trânsito entre representações ainda parece considerar que essas representações apenas traduzem o enunciado do problema. Assim justifica a correção dos desenhos sugerindo que os enunciados foram lidos pela professora.</p>
7	<p>A criança fez uma análise pela lógica dos números, porém ao que nos parece ela <b>não soube interpretar</b> corretamente o problema. –A criança <b>pensou nos números</b> para resolver os problemas. –O <b>problema dois exige</b> que a criança apresente uma <b>resposta mais elaborada</b>. –Novamente partiria do concreto para o abstrato.</p>	<p>1.Reconhecimento de que se trata de problemas diferentes e identificação da diferença.</p> <p>b) Constatação de que o segundo problema exige um processamento mental mais sofisticado.</p> <p>Ignora os processos cognitivos e esquemas, atribuindo as dificuldades a:</p> <p>6 = interpretação da linguagem verbal</p> <p>2.Reconhecimento de conceitos e conhecimentos prévios que a criança já construiu e/ou que são necessários à resolução dos problemas.</p> <p>b)A dupla reconhece que existem conceitos prévios necessários à resolução dos problemas e refere-se a essa construção, embora sua explicação ainda mostre uma certa confusão entre o conceito e sua representação.</p> <p>3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas.</p> <p>b) Referência à construção de uma imagem(mental e/ou icônica) a partir da leitura do enunciado.</p>
8	<p>O 1º problema esta resolvido de forma correta. O 2º ele representou pelo <b>desenho as quantidades</b> corretas, porém o cálculo e resposta não estão de acordo. Usar as crianças para representar a situação problema retomando o desenho que esta correto e fazer a criança contar as meninas relendo a pergunta.</p>	<p>3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas.</p> <p>c)Referência ao trânsito entre as diversas representações, sem incluir a representação das transformações/transformações.</p>

**Fonte:** Elaborado pela pesquisadora.

**Quadro 31** - Respostas do Instrumento de Pesquisa dos Professores que não realizaram o PNAIC – Alfabetização Matemática -2014. –Bloco 3.

Dupla	Respostas dadas pela dupla em relação a resposta dada pelo Aluno T do 1º ano. (Bloco 3)	Análises
9	No 1º problema a criança <b>fez a soma da quantidade</b> das meninas e meninos, pois entendeu que cada um ganharia 1 maçã e que precisaria de nove, sendo esse o total. No 2º problema, a criança <b>não entendeu como se dá o processo da operação</b> . Ela <b>desenha 5 meninos e 4 meninas e sobra 1</b> . Sua resposta está equivocada, ela <b>poderia desenhar 9 crianças e tirar 5</b> o que sobraria seriam as meninas; <b>ou desenhar 5 meninos para chegar a nove faltaria 4</b> que seriam as meninas. Ajudaria com material concreto para que ela visualizasse a situação e percebesse que não há resto.	3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas. a)Reconhecimento da legitimidade da utilização, pela criança, de diferentes formas de representação. 4.Reconhecimento (explicitando) das ações realizadas pela criança na resolução do problema. d)Reconhecimento das ações realizadas ou não pela criança e que são adequadas para a resolução do problema.
10	No primeiro problema a interpretação e a representação foram corretas. No segundo, <b>não teve a compreensão</b> para solucionar o problema, ou seja, fez a representação, mas não conseguiu chegar ao resultado. No primeiro, ela encontrou o resultado; no segundo ela <b>representou a quantidade</b> . Ela <b>não teve a noção</b> do que estava sendo pedido. Pelo fato <b>da interpretação de cada um</b> .Ajudar na leitura para uma melhor interpretação, uso do material concreto, questionando como chegou ao resultado.	Ignora os processos cognitivos e esquemas, atribuindo as dificuldades a: 6 = interpretação da linguagem verbal 3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas. a)Reconhecimento da legitimidade da utilização, pela criança, de diferentes formas de representação, sem considerar o trânsito entre elas.
11	<b>Separou</b> os grupos por gênero e obteve o resultado. Usou <b>desenhos</b> específicos para cada problema, levando ao resultado desejado. Usou <b>simbologias</b> diferenciadas para obter o resultado desejado, também <b>fazendo uso da escrita</b> . Não achamos equivocado pois ela usou dentro das suas especificidades, métodos diferentes de raciocínio e adaptação para resolução da conta.	4.Reconhecimento (explicitando) das ações realizadas pela criança na resolução do problema. c)Identificação de outras ações realizadas pela criança sem comentar ou discutir sua adequação. 3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas. c)Referência ao trânsito entre as diversas representações, sem incluir a representação das transformações/relações.
12	A primeira resposta está correta. A criança teve segurança com a resposta. Enquanto que a segunda demonstra insegurança, pois <b>representa de duas formas</b> e depois <b>utiliza a conta inversa</b> escrevendo que a fila possui somente uma menina. Nas duas situações ocorrem <b>representações de imagens (quantidades)</b> , mas apenas na primeira consegue interpretar corretamente, pois, a segunda conclui dizendo que há somente uma criança na fila. Porque a primeira demonstra mais clareza, e a segunda ainda encontra-se em <b>processo de aquisição de conhecimentos lógicos matemáticos</b> . Trazendo a teoria para a prática	3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas. a)Reconhecimento da legitimidade da utilização, pela criança, de diferentes formas de representação, sem considerar o trânsito entre elas. 5.Reconhecimento de que a compreensão das estruturas aditivas é um processo evolutivo. b) Reconhecimento de que existem etapas na construção do conhecimento específico sobre estruturas aditivas

13	Estão corretas as representações, sendo que a segunda foi além. 1° - <b>pensou na fruta</b> . 2° - <b>pensou na resposta por extenso</b> , porém como era um problema matemático o número 9 permaneceu na forma numérica. <b>Associou</b> os dois problemas com <b>representações diferentes # maçã= ideia de divisão #lanche= pensou no todo</b> e como tem mais meninos? Está faltando uma menina! Em termos de números as meninas estão perdendo, está faltando uma menina. A resposta não está equivocada.	3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas. b)Referência à construção de uma imagem mental a partir da leitura do enunciado. (a dupla não levou em consideração a situação problema. Atendo-se apenas as representações produzidas pelas crianças, como consequência ela não reconhece os equívocos cometidos pela criança.)
14	A parte dos <b>desenhos</b> está representada corretamente, porém, o resultado da 2° e a resposta da 1° não estão corretos, talvez <b>faltasse de atenção</b> no momento da <b>interpretação</b> . Analisando os desenhos seu pensamento lógico esta correto, porém esse raciocínio não foi concluído até o final da questão. <b>Não houve diferenças entre os dois problemas</b> , apenas não conseguiu concluir seu raciocínio. Levantar questionamentos que o levem a refletir sobre as questões apresentadas, para que consiga compreender esse processo corretamente.	Ignora os processos cognitivos e esquemas, atribuindo as dificuldades a: 6 = interpretação da linguagem verbal 8= falta de atenção. 3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas. ( não ficou incluída em nenhuma categoria, mas a resposta mostra que as professoras tentaram compreender o que a criança fez baseadas nas representações produzidas. Assim ao reconhecerem que o raciocínio esta correto mas não esta concluído elas mostram o reconhecimento de que as representações estão relacionadas com os esquemas e/ou os processos cognitivos. )
15	No 1° problema a criança conseguiu interpretar e responder corretamente, já no 2° o aluno interpretou, resolveu corretamente no concreto ( <b>desenho</b> ), mas não respondeu corretamente, não organizou totalmente a sua ideia. No 2° problema a criança se confundiu e <b>subtraiu 2 vezes</b> . Pelo modo que ela interpretou cada um sendo que cada um <b>possui um nível de dificuldade</b> . Trabalhando diversas formas de interpretação além de trabalhar com o concreto explorando mais o conteúdo	1.Reconhecimento de que se trata de problemas diferentes e identificação da diferença. a)Simple identificação de que os problemas são diferentes e que um é mais difícil que o outro. 3.Reconhecimento de que diferentes formas de representação e o trânsito entre elas revela o processo cognitivo utilizado na resolução dos problemas. a)Reconhecimento da legitimidade da utilização, pela criança, de diferentes formas de representação, sem considerar o trânsito entre elas Ignora os processos cognitivos e esquemas, atribuindo as dificuldades a: 7= escolha da representação algoritma correta
16	Sabe calcular, mas ainda <b>não está totalmente alfabetizada para interpretar</b> estes problemas. A criança, no primeiro problema, entendeu que estava falando na quantidade de crianças e não de maçãs. No segundo, entendeu que estava pedindo na quantidade que tinha na fila do lanche. A criança tentou usar os conhecimentos que já possui para chegar às respostas. Mas ainda <b>tem dificuldade em interpretar</b> . Faríamos a criança entender através de exemplos orais, materiais concretos e desenhos. Se necessário, faríamos atendimento individual.	Ignora os processos cognitivos e esquemas, atribuindo as dificuldades a: 6 = interpretação da linguagem verbal.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora.

### Apêndice- 8

Quadros (32, 33, 34, 35, 36 e 37) Respostas do Instrumento de Pesquisa dos Professores que realizaram o PNAIC ou não (Alfabetização Matemática 2014). Referente: Aprendizagem/ estratégias didáticas bloco 1, 2 e 3.

**Quadro 32** -Respostas dos Professores que realizaram o PNAIC – Alfabetização Matemática 2014. Referente: Aprendizagem/ estratégias didáticas bloco 1

Du- pla	Aprendizagem/ estratégias didáticas bloco 1	Análises/ categorização
1	Intervenções e demonstração através de material concreto (material dourado, palito de picolé, ábaco).	Uso de material concreto - sem especificar que tipo de intervenção. [ 4 a]
2	Trabalhar com outras metodologias até levar a criança compreender que para chegar ao resultado final tem várias possibilidades.	Aprendizagem centrada na explicação da professora. Metodologias (sem definir que outras). [2 a/ 3 a]
3	No segundo problema faríamos as seguintes intervenções: reler o problema com a criança; - Perguntar quantas figurinhas ele tem agora? Propor que desenhe as 12 figurinhas. Perguntar quantas ele ganhou? Propor que pinte as 8 que ganhou, contar as que ficaram sem pintar. Registrar o algoritmo com mediação do professor demonstrando todas as etapas registradas na ordem que foram feitas.	Intervenção reconhece as realizações da criança; interpreta-as tentando identificar o nível de conceitualização; propõe uma mediação por meio de ações da criança e questionamentos do professor a partir das respostas das crianças. [1 b/ 2 b/ 3 b]
4	Resta saber se a resposta dele é 4 ou é 12. Isso devia ser questionado.	Intervenção a partir das respostas das crianças. [3 b]
5	Sugeria que desenhasse as 12 figurinhas, retirasse as 8 que ele ganhou e verificasse quantas ficaram, que seriam as que faltavam para completar a quantia.	Intervenção estimulando a ação da criança direcionada por comandos da professora que indicam a resposta correta a cada passo. [2 a]
6	De certa forma, ambas chegaram a um resultado, no segundo problema o aluno usou a mesma estratégia de representação, da conta, mas a sistematização do desenho foi diferente.	Não sugerem intervenções pedagógicas. [ 0 ]
7	Partindo do material concreto fazer agrupamentos da quantidade total, depois partiria para o desenho e por último fazer a sistematização da operação.	Sugerem o uso de material concreto, seguido de desenho e só depois do algoritmo. Promove o trânsito entre diferentes formas de representação dos conceitos e operações, mas não há referência aos próprios conceitos e operações parecendo que se refere apenas à composição de quantidades. [1b /2 a/4 b / 5 ]
8	Ela foi objetiva e obteve um bom desempenho.	Não sugerem intervenções. [0 ]

**Fonte:** Elaborado pela pesquisadora.

**Quadro 33** - Respostas do Instrumento de Pesquisa dos Professores que não realizaram o PNAIC – Alfabetização Matemática -2014.  
Referente: Aprendizagem/ estratégias didáticas bloco 1

Dupla	Aprendizagem/ estratégias didáticas – Bloco 1	Análise/ categorização
9	Também poderia usar a subtração 12 tira 8 igual a 4. Nas duas situações a criança tem um bom entendimento da situação, acrescentar/somar.	Não trazem sugestão de intervenções. (somente sugerem que a criança deveria ter utilizado uma subtração para a resolução do problema.) [ 0 ]
10	Pela interpretação de cada problema, ou seja, cada um tem um jeito de responder e representar. Lendo individualmente para ela, enfatizando o problema com auxílio do material dourado ou outros materiais, questionando o porquê do resultado.	Interpretação linguística. Utilização de material dourado(?) e outros materiais sem explicitar como. [1 a /2 a/ 4 b]
11	Apenas é diferente a distribuição dos conjuntos, pois os quadradinhos representam as figurinhas nos 2 problemas. Não está equivocada, pois na realidade ela usou do n°, escrita e representação para obter o resultado.	Não propõe nenhuma intervenção. Crença de que o professor deve interferir o mínimo possível. Considera a resposta correta e não propõe intervenção (traz a concepção que a criança aprende por si só “deixa fazer” aqui a pouco a criança encontra o caminho- aprende). [ 0 ]
12	Trabalhar mais o concreto bem como a interpretação, bem como o que está entre as entrelinhas.	Sugere trabalhar mais com o concreto, (sem especificar como trabalhar com esse concreto) e interpretação textual. [1 a/ 2 a / 3 a]]
13	As duas representações estão corretas.	Não sugere nenhuma estratégia. (não reconhecem o equivoco cometido pela criança). [ 0 ]
14	Acreditamos que está correta, pois a criança chegou ao resultado correto.	Não sugerem nenhuma estratégia. (não reconhecem o equivoco cometido pela criança). [ 0 ]
15	Pode-se considerar que a resposta da criança não está equivocada, pois cada aluno pode chegar à resposta desejada de diversas formas. O aluno respondeu corretamente no concreto, mas não fez a conta de subtração e sim a prova real.	Não sugerem nenhuma estratégia. (pois acreditam que a criança não cometeu nenhum equivoco). [ 0 ]
16	Pensando que a criança ficou em dúvida. Porque não teve maturidade suficiente para interpretar o problema. Utilizaríamos material concreto e a ludicidade.	Utilizaria material concreto e ludicidade. (não explica como utilizaria o material e como trabalharia o lúdico) E analisa que a falta de maturidade é que interfere no processo de aprendizagem. [ 4 a ]

**Fonte:** Elaborado pela pesquisadora.

**Quadro 34** -Respostas do Instrumento de Pesquisa dos Professores que realizaram o PNAIC – Alfabetização Matemática – 2014. Referente: Aprendizagem/ estratégias didáticas bloco 2

Dupla	Aprendizagem/ estratégias didáticas - Bloco 2	Análises/ categorização
1	Interpretando passo a passo o problema, através de cálculos/desenhos. Trabalhar os dois últimos problemas em momentos diferentes.	Trabalhar passo a passo (não explicando quais os passos). Concepção que primeiro se aprende uma coisa depois outras. Ênfase na interpretação e representação por desenho e cálculos (trânsito). [1 a / 2 a / 3 a / 5]
2	Iríamos ensinar ela, a fazer a representação inversa e fazer indagações tipo: *Onde tem mais? *Onde tem menos? *Quem tem mais? *Quem tem menos?...	Mediações através de questionamentos e ensino da operação inversa. [2 b/ 4 a]
3	No 1º problema trabalharíamos a estratégia de agrupar contando em voz alta. No 2º problema, usaríamos a estratégia: relação biunívoca trabalhando a ideia de completar perguntando: - Quanto falta para Joana empatar com Pedro. Ou, no segundo problema usar outra intervenção. Desenhar as bolachas de Rosa e riscar bolachas de Júlio e montaria o algoritmo.	Trabalhar com agrupamento e relação biunívoca com a ideia de completar contando em voz alta. Questionando: Quanto falta, para Joana, empatar com Pedro. Outra intervenção. Desenhar as bolachas de Rosa e riscar bolachas de Júlio e montar o algoritmo. Mediação relacionando ação e representando; trânsito entre representação icônica e algoritmo. [ 1 b / 2 b / 3 b / 4 b / 5 ]
4	Poderia, fazer uma comparação com as quantidades, ligando um, desenho no outro para perceber o quanto sobraria que seria a quantidade a mais, sempre utilizando material concreto. Trabalhando de Tratamento da Informação com gráficos	Trabalhar com material concreto, comparação por meio de correspondência biunívoca para achar a diferença. Trabalhar com tratamento gráfico de informações. [ 4 b / 5]
5	Trabalhar os conceitos de agrupar e subtrair. Usando materiais concretos e jogos.	Uso de materiais concretos e jogos. (não especifica como trabalhar) para experienciar a ação de agrupar e subtrair (inverso) Trabalhar com material concreto a ideia de inversão. [ 4 b ]
6	Trabalhando com atividades de agrupar e subtrair, para que ela tenha claro o conceito de tirar e adicionar. Após, interagir com a criança, questionando e/ou manipulando materiais concretos, que seriam (a base) a representação do que está escrito, para somente após realizar os registros de respostas.	Trabalhar com material concreto a ideia de inversão (adicionar e subtrair) Promover o trânsito da representação pictórica para a algorítmica. [ 2 b / 4 b / 5 ]
7	Partiremos do concreto -> abstrato	Do concreto ao abstrato. (mas não explica como) [3 a / 4 a]
8	Usaria o material concreto, faria uma nova leitura em interpretação e fazer o registro das operações matemáticas.	Material concreto, leitura e interpretação realizando o registro das operações matemáticas. [ 4 a / 5]

**Fonte:** Elaborado pela pesquisadora.

**Quadro 35** - Respostas do Instrumento de Pesquisa dos Professores que não realizaram o PNAIC – Alfabetização Matemática -2014.  
Referente: Aprendizagem/ estratégias didáticas bloco 2

Dupla	Aprendizagem/ estratégias didáticas – Bloco 2	Análises./ categorização
9	A criança ficou equivocada, eu tentaria usar o material concreto e mostrar que 3 é menor que 7, não sendo possível fazer a subtração. Usaria 7 para tirar 3 que o resultado é 4, ou 3 para chegar 7, falta 4.	Material concreto Demonstração e Explicação centrada no professor. [ 2 a / 3 a/ 4 a]
10	Através do uso do material dourado, jogo, troca de objetos para uma melhor compreensão da diferença entre adição e subtração.	Material concreto Lúdico-jogos. Adição X subtração sem mencionar as ações. [ 4 a ]
11	Na verdade ela não está equivocada, apenas usou de artifícios para chegar ao resultado desejado.	Não sugere nenhuma estratégia. (mera associação entre objetos e símbolos). [ 0 ]
12	Levando-a ter contato com diversos materiais no qual envolva interpretação e raciocínio, fazendo-a autora do próprio problema.	Material concreto Desenvolvendo interpretação e raciocínio-(não esclarece de que forma). [ 1 a / 4 a ]
13	Faríamos= 1º fazer a criança contar o que desenhou. 2º comparar o 2º e o 3º problema. 3º se ela não percebeu o equívoco fazer representar com material concreto ou desenhar no quadro.	Questionamento. Reconhece o aluno como ativo no processo. Material concreto ou desenho. [1 a/ 2 a/ 3 b / 4 a]
14	Precisaria ser trabalhado com material concreto, juntamente com questionamentos que levem a compreender o processo e as questões do problema.	Material concreto sem especificar como Questionamento. Sem especificar quais. [2 b/ 4 a]
15	Partindo do concreto exemplificando o problema. Analisando juntamente com o educando o problema e qual foi o erro que ela cometeu.	Material concreto Explicação centrada no professor. [ 2 a / 4 a]
16	Faríamos ou usaria problemas, só oralmente como exemplo e se necessário material concreto e através de desenhos, no quadro e coletivamente.	Foco na interpretação linguística e representação mental. Material concreto, desenhos, resolução coletiva. [1 a / 2 a/ 3 a/ 4 a / 5]

**Fonte:** Elaborado pela pesquisadora.

**Quadro 36** - Respostas do Instrumento de Pesquisa dos Professores que realizaram o PNAIC – Alfabetização Matemática – 2014. Referente: Aprendizagem/ estratégias didáticas bloco 3

Dupla	Aprendizagem/ estratégias didáticas Bloco 3	Análises/ categorização
1	Faria junto com eles, vivenciando, visualizando cada etapa, ainda, lendo pausadamente cada problema por partes. Construindo as respostas.	Interpretação/ tempo de elaboração Decomposição (associacionismo? Do mais simples para o mais complexo) Centrado na tarefa e direção do professor. [ 1 a / 3 a ]
2	No 2º problema daria para fazer com as próprias crianças da sala a dramatização e usar outras estratégias para focar a subtração	Recursos lúdicos (corporais) não dá pistas da relação entre o conteúdo e a aprendizagem específica. [2 b/ 4 a ]
3	Solicitar que ela observe o desenho das crianças e respondesse quantas são meninas. Para chegar ao algoritmo utilizar o desenho das estrelas, ou seja, 9-5=4	Foco na produção da criança. Intervenção para promover o trânsito entre o desenho e a representação algorítmica. [2 b/ 3 b / 5 ]
4	Sempre usando material concreto e uma nova leitura do problema revendo o questionamento do mesmo.	.Material concreto – recurso didático sem mostrar a relação com o conteúdo específico. Interpretação linguística. Ênfase na interpretação - [ 1 a / 3 a/ 4 a ]
5	Trabalhar os conceitos de adição, subtração, relação termo a termo usando materiais concretos e jogos.	Recursos didáticos sem mostrar como se utiliza. Especifica conhecimentos prévios a serem trabalhados. (numero – termo a termo. Adição e subtração). Jogo (lúdico). [ 4 a ]
6	Mediação através de perguntas /questionamentos a partir das respostas delas. – Uso de suporte concreto. Trabalhar símbolos matemáticos (mais e menos), associados aos conceitos dos mesmos.	Recorrem a conceitos prévios (fortalecimento em conceitos prévios) Base na resposta da criança. Material concreto sem explicar como. Trabalhar representações semióticas de conceitos. [ 2 b/ 3 b / 4 a / 5 ]
7	Novamente partiria do concreto para o abstrato.	Material concreto. [ 4 a ]
8	Usar as crianças para representar a situação problema retomando o desenho que esta correto e fazer a criança contar as meninas relendo a pergunta.	Dramatização. Representação pictórica. Base na resposta da criança. [2 b/ 3 b /4 a/ 5 ]

**Fonte:** Elaborado pela pesquisadora.

**Quadro 37** - Respostas do Instrumento de Pesquisa dos Professores que não realizaram o PNAIC – Alfabetização Matemática -2014.  
Referente: Aprendizagem/ estratégias didáticas bloco 3

Dupla	Aprendizagem/ estratégias didáticas – Bloco 3	Análises/ categorização
9	Ajudaria com material concreto para que ela visualizasse a situação e percebesse que não há resto	Material concreto – não especifica como. . [ 4 a ]
10	Ajudar na leitura para uma melhor interpretação, uso do material concreto, questionando como chegou ao resultado.	Material concreto Ênfase na interpretação Mediação (questionamento) -resultado da criança. [ 1 a / 2 b / 3 a/ 4 a]
11	Não achamos equivocado, pois ela usou dentro das suas especificidades, métodos diferentes de raciocínio e adaptação para resolução da conta.	Não sugerem nenhuma estratégia. [ 0 ]
12	Trazendo a teoria para a prática	Teoria x prática Sem explicar como. Não sugere nada [ 0 ]
13	A resposta não está equivocada.	Não sugere nenhuma estratégia. [ 0 ]
14	Levantar questionamentos que o levem a refletir sobre as questões apresentadas, para que consiga compreender esse processo corretamente.	Questionamentos sobre o enunciado. Sem especificar. [2 b/ 4 a ]
15	Trabalhando diversas formas de interpretação além de trabalhar com o concreto explorando mais o conteúdo	Material concreto sem especificar Levar à criança a interpretação. [ 1 a / 4 a ]
16	Faríamos a criança entender através de exemplos orais, materiais concretos e desenhos. Se necessário, faríamos atendimento individual.	Material concreto. Desenho. Atendimento individual. [ 2 a/ 4 a ]

**Fonte:** Elaborado pela pesquisadora.

## **ANEXOS**

## Proposta de Educação da Secretaria Municipal de Educação

A Rede Municipal de Educação de Concórdia, desde 2001, vem promovendo discussões com o objetivo de consolidar, junto às Escolas e aos Centros Municipais de Educação Infantil - CMEIs, seus projetos políticos pedagógicos, embasados nos princípios de uma Escola Democrática e Cidadã para Todos:

- Para todos
- Projeto Político Pedagógico
- Formação Continuada
- Sujeito Histórico no Processo
- Realidade Escolar e Social
- Reflexão
- Acesso à Escola
- Cidadania
- Autonomia
- Apropriação do Conhecimento

A Proposta de Educação Democrática foi construída coletivamente com os professores da Rede Municipal de Ensino, por meio das Conferências de Educação, promovidas nos anos de 2003 e 2006, as quais definiram o embasamento teórico-metodológico pautado no Materialismo Histórico Dialético. Isso implica em possibilitar através dos conteúdos trabalhados e das relações vividas, que os alunos consigam compreender suas vidas, refletir sobre elas e buscar coletivamente, nos mais diversos grupos sociais, alternativas de mudanças na estrutura social, trabalhando conhecimentos científicos e politicamente comprometidos com a construção de uma sociedade democrática e da educação pública.

O materialismo histórico, *não é só um método(...). Ele é também uma teoria, ou seja, um complexo conceitual que permite pensar o objeto. É teoria e método, como elementos interligados e aspectos diferentes de uma mesma realidade. (...) É o materialismo que confere à dialética seu caráter histórico, pois expressa os princípios das condições concretas da produção do conhecimento (...)* (SIRGADO, 2000, Revista Educação e Sociedade). Deste modo, pode-se afirmar que produzir conhecimento significativo, *historicamente situado e que leve o indivíduo à autonomia*...é o principal compromisso da perspectiva defendida por uma Educação Democrática.

Nesse sentido, todas as ações que constituem a Política Pública de Educação da Rede Municipal de Ensino são implementadas levando em conta a perspectiva dialética. Tudo o que se assume nesta proposta tem por objetivo aprimorar o sujeito para exercer a cidadania na sua contemporaneidade, entendendo os elementos históricos como meio de análise para trilhar caminhos futuros.

Muitas ações realizadas pela Secretaria de Educação como reformas, ampliações, aquisições de equipamentos didático-pedagógicos procuram atender

todos os alunos, a partir do princípio de que a Educação Democrática não exclui, não diferencia, mas deve procurar desenvolver o trabalho educativo a partir das experiências de cada aluno. Isso implica em considerar que o ponto de partida para o trabalho na educação seja a prática social e o ponto de chegada também seja a prática social, contudo, esta última modificada pelo trabalho efetuado pela escola, mediado pelas situações de ensino e de aprendizagem.

No entanto, as ações desencadeadas neste processo perpassam por situações reais, imersas no modo de produção capitalista. Caso a educação não considere a prática social, estar-se-ia entendendo o aluno como ser passivo e a educação como mero instrumento de dominação, ou como chama Freire, a educação teria um caráter bancário. Para Freire (2006) em oposição à educação bancária, a **educação é libertação**. Nesta concepção, o conhecimento parte da realidade concreta do homem e este reconhece o seu caráter histórico e transformador.

Outra ação que oferece condição para a efetivação de uma educação libertadora é a **formação continuada de professores**. O trabalho de formação visa subsidiar os profissionais no desenvolvimento de suas práticas, a partir do planejamento coletivo das escolas e CMEIs, procurando estabelecer coerência entre a concepção destes com as metas e ações que as unidades pretendem desenvolver, por meio de situações dialógicas e problematizadoras.

Para tanto, os professores e toda a equipe pedagógica da escola se reúnem mensalmente para estudos e planejamento coletivo, com o objetivo de traçar ações para o trabalho na unidade escolar. Tal fato é de grande importância para que se estabeleça a relação de ação – reflexão – ação nas diferentes esferas do planejamento institucional e de sala de aula.

Contudo, articular e implementar uma proposta de Educação Democrática, significa ainda, oportunizar a comunidade para que participe das ações. Para tanto, periodicamente os encontros entre conselheiros escolares é uma das maneiras encontrada para debater as funções pertinentes a estes, bem como participar das decisões que pautam a política de Educação Municipal.

Enfim, a Proposta Pedagógica de Educação Municipal se desenvolve com a participação coletiva de toda a comunidade escolar, cujo anseio é a consolidação de uma educação com cada vez mais qualidade.