UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ
CURSO DE MATEMÁTICA - LICENCIATURA

CLISMAN SCHOENMEIER

OTIMIZAÇÃO DA PRODUTIVIDADE DE MILHO: UMA INVESTIGAÇÃO COM CONCEITOS MATEMÁTICOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

CHAPECÓ
2024

CLISMAN SCHOENMEIER

OTIMIZAÇÃO DA PRODUTIVIDADE DE MILHO: UMA INVESTIGAÇÃO COM CONCEITOS MATEMÁTICOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática - Licenciatura da Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), como requisito para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Pedro Augusto Pereira Borges

CHAPECÓ

2024

Bibliotecas da Universidade Federal da Fronteira Sul - UFFS

Schoenmeier, Clisman
OTIMIZAÇÃO DA PRODUTIVIDADE DE MILHO: UMA INVESTIGAÇÃO COM CONCEITOS MATEMÁTICOS DO ENSINO FUNDAMENTAL / Clisman Schoenmeier. -- 2024.
49 f.:il.

Orientador: Doutor Pedro Augusto Pereira Borges

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal da Fronteira Sul, Curso de Licenciatura em Matemática, Chapecó,SC, 2024.

1. 1. Modelagem Matemática. 2. Cultivo do milho. 3. Ensino de conceitos matemáticos.. I. Borges, Pedro Augusto Pereira, orient. II. Universidade Federal da Fronteira Sul. III. Título.

Elaborada pelo sistema de Geração Automática de Ficha de Identificação da Obra pela UFFS com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

CLISMAN SCHOENMEIER

OTIMIZAÇÃO DA PRODUTIVIDADE DE MILHO: UMA INVESTIGAÇÃO COM CONCEITOS MATEMÁTICOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática - Licenciatura da Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), como requisito para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Este trabalho foi defendido e aprovado pela banca em 08/07/2024.

BANCA EXAMINADORA

Documento assinado digitalmente
PEDRO AUGUSTO PEREIRA BORGES
Data: 18/07/2024 11:50:24-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Pedro Augusto Pereira Borges
Orientador

Documento assinado digitalmente
VITOR JOSE PETRY
Data: 29/07/2024 16:45:38-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Vitor José Petry – UFFS
Avaliador

Documento assinado digitalmente
ROSANE ROSSATO BINOTTO
Data: 15/07/2024 20:27:04-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof.ª Dr.ª Rosane Rossato Binotto – UFFS
Avaliadora

Dedico este trabalho aos meus pais, que não pouparam esforços para que eu pudesse concluir meus estudos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais, por todo o zelo e dedicação que sempre tiveram comigo. Aos meus amigos e colegas que sempre estiveram comigo nos momentos difíceis do curso. Aos meus professores do curso pelo conhecimento transmitido em cada componente curricular, e em especial meu orientador, pela sua dedicação comigo durante o curso e na realização deste trabalho.

Poemas seriam perda de tempo?
E notas de rodapé?

Se ainda vale a matemática
que me ensinaram,
dois números negativos
multiplicados
resultam num número positivo.
Espero que
uma perda de tempo
ao quadrado
seja um ganho... de tempo.
(Engenheiros do Hawaii)

RESUMO

Na região extremo oeste de Santa Catarina, uma das principais culturas produzidas é o milho. O presente trabalho consiste em verificar de que forma podemos abordar conceitos matemáticos relacionados a esta cultivar em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental através da Modelagem Matemática. Tem como objetivo desenvolver modelos matemáticos para maximizar a produtividade do cultivo do milho, empregando conceitos e habilidades que estejam ao alcance da compreensão de alunos. A organização do trabalho ocorreu em várias etapas, abrangendo a preparação do solo, cálculos do tamanho dos lotes de terra, da quantidade de sementes e nutrientes por lote, o manejo da cultura durante o estágio de crescimento e desenvolvimento até a colheita. A pesquisa foi desenvolvida em conjunto entre professor e alunos para resolver o problema da produtividade ótima. O estudo levou em consideração apenas o espaçamento entre plantas como variável e considerou as quantidades de adubo, nitrogênio e defensivos agrícolas constantes. Foram realizados experimentos em seis lotes, o que exigiu o cálculo das quantidades de sementes e insumos. Com os dados da produção de milho, foram desenvolvidas estratégias para encontrar o espaçamento ótimo, envolvendo diferentes conceitos matemáticos, como unidades de medida de área e massa, grandezas na forma de taxas (produtividade), noções de economia (custos, receitas, lucros e planejamento econômico), proporções (na forma de regra de três), organização de dados em tabelas, plano cartesiano e noções de funções.

Palavras-chave: cultivo do milho; Modelagem Matemática; ensino de conceitos matemáticos.

ABSTRACT

In the far western region of Santa Catarina, one of the main crops produced is corn. This study aims to explore how mathematical concepts related to this crop can be introduced to an 8th-grade class through mathematical modeling. The objective is to develop mathematical models to maximize corn yield, using concepts and skills that are accessible to students' understanding. The organization of the work involved several stages, including soil preparation, calculating the size of land plots, the quantity of seeds and nutrients per plot, crop management during the growth and development stages, and up to the harvest. The research was conducted collaboratively between the teacher and students to solve the problem of optimal productivity. The study focused solely on plant spacing as a variable and considered the quantities of fertilizer, nitrogen, and agricultural pesticides as constants. Experiments were conducted in six plots, requiring calculations of seed and input quantities. Using the corn production data, strategies were developed to find the optimal spacing, involving different mathematical concepts, as units of measurement for area and mass, quantities in the form of rates (productivity), notions of economics (costs, revenues, profits, and economic planning), proportions (in the form of the rule of three), organization of data in tables, Cartesian plane, and notions of functions.

Keywords: Corn Cultivation; Mathematical Modeling; teaching of mathematical concepts.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Momento do plantio..20
Figura 2: Produção de milho por quantidade de sementes................................. 23
Figura 3: Despesas com o custo de produção...34
Figura 4: Produção...38
Figura 5: Receita bruta...38
Figura 6: Receita líquida... 39
Figura 7: Despesas com o custo de produção...41
Figura 8: Receita bruta...42
Figura 9: Receita líquida... 42

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Massa de grãos por lote e número de sementes.................................. 22

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO **12**
1.1 PROBLEMA DE PESQUISA 14
1.2 OBJETIVO GERAL 14
1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS 14
2 REVISÃO DE LITERATURA **15**
3 PROCESSOS DE MODELAGEM NA ESCOLA BÁSICA **17**
3.1 O PROBLEMA DA OTIMIZAÇÃO DA PRODUÇÃO AGRÍCOLA 17
3.2 A MODELAGEM MATEMÁTICA DA OTIMIZAÇÃO DA PRODUÇÃO EM NÍVEL ESCOLAR 18
3.3 PROCESSOS DE MODELAGEM EM SALA DE AULA 18
4 METODOLOGIA **24**
5 ANÁLISE DOS PROCESSOS DE MODELAGEM **25**
5.1 MODELOS PARA O CÁLCULO DOS CUSTOS 25
5.2 MODELOS PARA O CÁLCULO DA RECEITA 35
5.3 MODELOS PARA O CÁLCULO DO LUCRO 39
5.4 MÉTODOS PARA ANALISAR A PRODUTIVIDADE ÓTIMA 40
6 POSSIBILIDADES PARA O ENSINO DE FUNÇÕES NO 9º ANO **44**
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS **46**
REFERÊNCIAS **48**

1 INTRODUÇÃO

A Modelagem Matemática (MM) é um recurso pedagógico para o ensino de matemática na Educação Básica e Superior reconhecido no cenário da Educação Matemática brasileira e internacional há mais de 40 anos, como pode-se constatar nas publicações de Bassanezi (2013; 2015), Biembengut (2002), Barbosa, Caldeira e Araujo (2007), Almeida, Silva e Vertuam (2016) e Meyer, Caldeira e Malheiros (2013). Ela consiste, basicamente, em selecionar situações do mundo real, simplificá-las, transcrevê-las em linguagem matemática, descrevê-las e compreendê-las. Na escola, como estratégia de ensino, a MM é acrescida a finalidade de ensinar os conceitos matemáticos envolvidos.

Para Burak (1992), a MM é composta por "um conjunto de procedimentos cujo objetivo é tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões" (Burak, 1992, p.62). A MM permite que os alunos vejam a matemática como um componente curricular aplicável em situações do mundo real, principalmente em contexto em que os próprios alunos estão envolvidos, isso resulta em uma maior motivação para se envolverem mais com o aprendizado.

A prática da MM ajuda a estimular o pensamento crítico, a resolução de problemas e a tomada de decisões frente aos problemas, desenvolvendo habilidades cognitivas que são essenciais para a formação dos alunos. Ao modelar, são envolvidas situações do cotidiano, e com isso, a interação de conceitos de diversas áreas do conhecimento, o que resulta numa abordagem interdisciplinar, que ajuda os alunos a entenderem onde e como se pode aplicar a matemática em diferentes contextos.

Bassanezi define a MM como:

> (...) um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A Modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual.(Bassanezi,2013).

A MM tem como objetivo fazer com que o aluno procure soluções para problemas reais ou abstratos, partindo dos conhecimentos prévios que ele possui, considerando informações disponíveis, aprendendo novos conceitos, avaliando e refletindo sobre as soluções propostas. De modo que se coloque na posição de sujeito do processo cognitivo, ou seja, é ele que atribui significados aos conceitos trabalhados em aula.

Para Bisognin e Bisognin (2021), a MM proporciona aos alunos a oportunidade de aplicar conceitos matemáticos em contextos reais, tornando a aprendizagem significativa e contextualizada. O desenvolvimento da capacidade de modelar é muito importante pois relaciona representações matemáticas do cotidiano, e a partir destas representações podemos resolver problemas e prever resultados mais específicos, com isso, os alunos conseguem perceber de uma forma mais clara a importância que a matemática possui.

Souza (2018) destaca que:

> Um modelo matemático é uma representação conceitual; uma idealização da situação real. Há, basicamente, três abordagens diferentes para a obtenção dos modelos matemáticos: a fenomenológica, baseada na aplicação de princípios fundamentais, a empírica, baseada em dados experimentais, e a híbrida, uma combinação ponderada das duas abordagens citadas anteriormente.

Uma preocupação recorrente na atividade de plantio de milho, tanto para o agricultor como para os pesquisadores, é como melhorar a produtividade, ou seja, como produzir a maior quantidade de milho por hectare de lavoura. As motivações para isso são várias: produzir mais e melhores alimentos; aproveitar melhor os recursos naturais e insumos da agricultura e claro, maior produtividade implica em maiores lucros.

O problema não tem uma solução simples, como um número (50 000 sementes/ha, por exemplo) e nem a mesma solução para todas as lavouras, porque depende de várias variáveis: o tipo de solo, o tipo de semente, o clima, o espaçamento entre as plantas e talvez outras. Porém, como é próprio da modelagem, podemos reduzir a complexidade do fenômeno, considerando algumas dessas variáveis como constantes. Para pequenas áreas (em torno de 10 ha, por exemplo), o solo e as condições do clima não variam muito, de um ponto a outro.

É nesta abordagem, que o seguinte problema de modelagem foi proposto para alunos filhos de agricultores, de uma turma de 8º ano, em uma escola do meio rural de Palmitos, SC:

> Como determinar o espaçamento (ou a quantidade de sementes/ha) que gera a produtividade ótima para uma lavoura específica de milho?

Uma solução seria buscar o conhecimento dos agricultores sobre o assunto. Ou então, o conhecimento dos técnicos, agrônomos, pesquisadores e da literatura. As respostas dos agricultores dariam uma noção de grandeza da quantidade de sementes por hectare, baseadas na experiência de plantio, enquanto que as informações dos demais profissionais fariam referência a experimentos técnico-científicos, além do nível de compreensão de alunos da

Escola Básica. Essa dificuldade levou o professor e os alunos a desenvolverem uma solução própria, cujo processo é o objeto de análise do problema de pesquisa deste trabalho:

1.1 PROBLEMA DE PESQUISA

Como o professor e os alunos resolveram o problema de otimização da produtividade de milho?

1.2 OBJETIVO GERAL

Desenvolver modelos matemáticos simplificados para maximizar a produtividade do cultivo do milho, empregando conceitos e habilidades que estejam ao alcance da compreensão de alunos da Escola Básica.

1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Identificar publicações sobre tipos e modos de produção de modelos matemáticos produzidos em classes escolares, nos principais periódicos brasileiros.
2. Planejar e desenvolver atividades de modelagem, juntamente com os alunos de uma turma de 8º ano, considerando a investigação da relação entre o espaçamento das plantas de milho e a produtividade.
3. Desenvolver experimentos de plantio, monitoramento e classificação da produção em canteiros com diferentes espaçamentos.
4. Elaborar métodos matemáticos para determinar a produtividade ótima.
5. Discutir as soluções encontradas para o problema de modelagem em termos de precisão.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Para (Bean, 2007, p. 39). “a modelagem se caracteriza pela construção de novos modelos para situações onde os modelos vigentes não se adéquam aos fenômenos, sob a luz dos objetivos do modelador”.

No que se refere a reprodução e transformação da realidade, o texto aponta que:

> Entendo, por reprodução da realidade, a continuidade das atividades de uma comunidade, de maneira que sua interação com o mundo seja norteada por conceituações e modelos que se fundamentam nas premissas e hipóteses tradicionais da comunidade. E, por transformação da realidade, entendo que as atividades da comunidade se transformam, de maneira que sua interação com o mundo seja norteada por conceituações e modelos que se fundamentam em premissas e hipóteses diferenciadas daquelas que fundamentam os modelos tradicionais (Bean, 2007, p. 39).

Uma compreensão dos modelos da comunidade sobre a realidade, a que se refere Bean, pode ser de elaborações baseadas em resultados práticos, observação e comparação de fatos, explicações, em alguns casos, metafísicas próprias do senso comum. Crenças sobre a influência das fases da lua na época de plantio de flores e tubérculos (plantas que se desenvolvem embaixo do solo, como a mandioca, por exemplo) são conhecimentos populares que passam de geração a geração, e por isso têm, além de seu valor cultural, possivelmente algum efeito nas práticas agrícolas. A transformação da realidade, nos tempos atuais, vem da adoção de hipóteses e métodos de verificação dessas, que transcendem o senso comum na direção dos procedimentos da ciência, âmbito de conhecimento onde se encontra a modelagem e a matemática escolar. Assim, a discussão de uma prática agrícola em sala de aula, pode levar em conta a cultura da comunidade sobre o tema, mas deve transcender as hipóteses tradicionais, como se refere Bean, pela adoção de conceitos da ciência, da escolha de variáveis controláveis experimentalmente e por uma linguagem que permita a descrição clara das argumentações.

Para Chaves e Lorenzoni (2010) temos:

> Como uma possibilidade de se romper com a forma descontextualizada e acrítica que a Matemática vem sendo tratada no Programa de Etnomatemática. Trabalhar com análise e interpretações de dados, relevantes aos alunos e à comunidade da qual estão inseridos, no viés da modelagem matemática faculta, por exemplo, não apenas o envolvimento do aluno nos problemas locais, mas na busca responsável e comprometida pelas soluções dos mesmos (Chaves; Lorenzoni, 2010, p.10).

No artigo de Lazzari (2009) é relatada uma atividade de modelagem, na qual o professor e os alunos de uma turma de 6ª série visitaram uma propriedade rural, que possui a atividade de piscicultura como fonte de renda. Verificaram que vários problemas precisam ser entendidos e resolvidos, tais como: Que tipo (qual é a espécie) de peixes são produzidos no açude? Quantos peixes podem habitar o açude? Qual é a quantidade de água do açude? Como é a alimentação dos peixes? Qual é o peso comercial de venda: Em quanto tempo um peixe atinge esse peso? Qual é a despesa para produzir um lote de peixes? Constataram que para responder tais perguntas são necessários alguns conceitos matemáticos estudados na escola, tais como perímetro, área, volume, razão, proporção, regra de três simples e porcentagem. Coletaram dados, tais como: as dimensões dos açudes, profundidade, quantidade de peixes por metro cúbico de água; quando é realizada a despesca; a quantidade de pessoas que trabalham para retirar os peixes num determinado período de tempo; e constataram que, se a despesca precisa ocorrer em menos tempo, é preciso mais pessoas trabalhando.

Os dados obtidos foram colocados em tabelas para serem analisados. Essa atividade levou em consideração os conhecimentos que os alunos já possuíam em seu cotidiano, o que despertou o interesse e a motivação para novos aprendizados.

3 PROCESSOS DE MODELAGEM NA ESCOLA BÁSICA

O trabalho de modelagem na escola é uma oportunidade para desenvolver as habilidades matemáticas e a capacidade dos alunos de resolverem problemas do cotidiano. Neste capítulo, é apresentado o problema de modelagem proposto para os alunos e as concepções de aplicação de modelagem em sala de aula.

3.1 O PROBLEMA DA OTIMIZAÇÃO DA PRODUÇÃO AGRÍCOLA

Na produção agrícola, vários fatores intervêm na produtividade, tais como as condições climáticas, a competitividade entre as plantas e a fertilidade do solo. A consideração de todas essas variáveis demanda uma abordagem científica que transcende as condições de realização escolares. Por isso, neste trabalho, será considerado variável, somente o espaçamento, entre as sementes ou, dito de outro modo, o número de sementes por unidade de área. O espaçamento entre as plantas, está relacionado com a competição por luz, água e os nutrientes do solo. Com plantas bem espaçadas umas das outras, elas tendem a produzir mais, porém a produção por unidade de área tende a ser baixa, pois existem poucas plantas. Ao contrário, se as plantas estiverem muito próximas, tendem a produzir menos devido à competição. Essa constatação leva à hipótese de que existe um espaçamento ideal, no qual a competição entre plantas permite a produção máxima.

Segundo a empresa brasileira de pesquisa agropecuária (Embrapa):

> O rendimento de uma lavoura aumenta com a elevação da densidade de plantio até atingir uma densidade ótima, que é determinada pela cultivar e por condições externas resultantes de condições edafoclimáticas do local e do manejo da lavoura. A partir da densidade ótima, quando o rendimento é máximo, aumento na densidade resultará em decréscimo progressivo na produtividade da lavoura.

Como podemos perceber, a densidade do milho tem um papel fundamental para a produção, visto que se forem colocadas poucas sementes, será produzido pouco, mas se colocada sementes em excesso também não se terá uma boa produção.

Ainda segundo a Embrapa:

> O aumento da densidade de plantas até determinado limite é uma técnica usada com a finalidade de elevar o rendimento de grãos da cultura do milho. Porém, o número ideal de plantas por hectare é variável, uma vez que a planta de milho altera o rendimento de grãos de acordo com o grau de competição intra-específica proporcionado pelas diferentes densidades de planta.

Com essas informações, temos uma ampla variedade de experimentos que podem ser feitos a fim de que se tenha dados precisos. Mas para a realização deste trabalho, será considerada apenas uma variável, a quantidade de sementes em uma mesma área, e as demais variáveis serão fixas.

3.2 A MODELAGEM MATEMÁTICA DA OTIMIZAÇÃO DA PRODUÇÃO EM NÍVEL ESCOLAR

Neste tópico será descrito o modelo geral e seus pressupostos, sobre o processo de otimização da produção do milho. Como se trata de um modelo experimental, seu planejamento exige que os pesquisadores (alunos e professor) tenham uma certa experiência com relação à quantidade de sementes, adubo e defensivos a serem aplicados no plantio, como de fato isso foi determinante. Pela vivência familiar com as atividades rurais, todos tinham alguma noção do assunto. Em relação à quantidade de sementes, foi considerada uma amplitude de 50 mil até 100 mil plantas por hectare, tendo uma oscilação de 10 em 10 mil plantas. Assim, foram determinados experimentos de seis lotes, sendo que cada lote, deveria ter a mesma quantidade de adubo e defensivos aplicados.

Após realizados os experimentos, foram calculados os custos do plantio de cada lote, a receita bruta considerando que a colheita fosse vendida e o resultado econômico final, em termos de lucro ou prejuízo. A questão que se coloca, relativa à investigação de processos de otimização na Escola Básica é como encontrar o ponto ótimo, ou seja, qual é o espaçamento que corresponde à maior produtividade, considerando os dados do experimento? A alternativa mais elementar é a comparação de dados na tabela produtividade versus espaçamento, que fornece uma resposta limitada aos dados empíricos. Ou seja, o resultado é um número de espaçamento inteiro, e ainda, um dos espaçamentos experimentados. Essa resposta pode satisfazer a expectativa de agricultores, mas podemos obter uma melhor precisão, considerando que o espaçamento ótimo esteja entre dois espaçamentos experimentados. Por exemplo, se 20 e 25 cm são dois espaçamentos experimentados e correspondem às maiores produtividades, é razoável supor que o espaçamento ótimo esteja entre esses espaçamentos.

Assim, outros conceitos matemáticos podem ser cogitados para melhorar a precisão do resultado, tais como gráficos, funções, pontos de máximo de funções e derivada, dependendo do nível escolar dos alunos.

3.3 PROCESSOS DE MODELAGEM EM SALA DE AULA

Em Barbosa (2001) são caracterizados três casos de aplicação de Modelagem em sala de aula, os quais se diferenciam pelo protagonismo do professor ou dos alunos, com relação à elaboração do problema, à simplificação do real, ao fornecimento de dados e à resolução dos problemas. No primeiro caso o professor elabora o problema, realiza o processo de simplificação e aos alunos cabe apenas a resolução dos mesmos. No segundo, o professor propõe o problema e cabe aos alunos realizar a análise dos dados, simplificar e resolver o problema. No terceiro, todas as etapas são realizadas em conjunto entre professor e aluno, desde a proposição do problema até a resolução.

O presente trabalho foi realizado com características, predominantemente, do primeiro caso, mesmo que tenha sido proposto e desenvolvido com diálogo e construção de acordos entre o professor e os alunos, sobre a escolha do problema, as simplificações, a análise e a condução da resolução dos problemas. O problema da modelagem abordado neste trabalho se trata de como encontrar o espaçamento (ou a quantidade de sementes/ha) que gera a produtividade ótima para uma lavoura de milho. Esse problema foi proposto aos alunos e resolvido conforme as etapas a seguir.

1ª etapa: Proposição do problema

O problema de modelagem foi proposto como desafio pelo pesquisador, para uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola estadual localizada no interior do município de Palmitos, SC. A turma era composta por 11 alunos, todos residindo em comunidades próximas da escola.

Pelo fato dos estudantes morarem no interior, eles possuem um bom vínculo com as atividades agrícolas que movimentam a economia rural, dentre elas, uma sendo a produção de milho com a finalidade de realizar a colheita dos grãos. Depois de ter colocado o problema aos alunos, eles fizeram alguns comentários, por exemplo, dizendo que “no último plantio meu pai colocou menos sementes a fim de diminuir o custo de plantio”. Outro falou que na casa dele se costuma plantar, “em média, um saquinho de semente por hectare”. Com base nestes dois comentários, já foi possível notar que os alunos têm uma relação/vivência muito grande com o propósito da atividade de modelagem. Entretanto, há alunos em que a família possui outras atividades como fonte de renda, como criação de suínos, aves ou peixes, que não estão diretamente ligadas à produção de milho, mas que, mesmo assim, conseguiram compreender o problema proposto.

2ª Etapa: Planejamento do Experimento

Para saber qual o espaçamento entre plantas de milho que otimiza a produção, é preciso realizar experimentos com diferentes espaçamentos a fim de verificar qual é o espaçamento que têm a maior produção. Para isso, a turma foi dividida em 6 grupos, sendo 5 duplas e um aluno individual, com o intuito de que cada grupo fosse responsável em administrar um lote de terra, e que cada lote tivesse um espaçamento entre plantas diferente do outro. Importante destacar que cada lote precisa ter a mesma área.

Em uma plantação de milho, se faz necessário colocar vários insumos para que se tenha uma boa produção. Na realização do experimento, foram fixadas algumas variáveis, como a quantidade de adubo/nitrogênio, tamanho do lote, controle de pragas, isso para que tivesse uma única variável, que é a quantidade de sementes. Isso implica que se aumentar ou diminuir a população de plantas em uma mesma área, tem-se espaçamentos diferentes, que é a variável do processo modelado.

3ª Etapa: Plantio do milho

Cada grupo ficou responsável em cuidar de um lote, desde o preparo do solo, plantio e cuidados necessários com a planta, realizando todos os cáculos necessários para saber a quantidade de sementes, adubo nitrogenado e defensivos agrícolas[1].

O plantio do milho foi realizado no mês de setembro do ano de 2023, como mostra a Figura 1, no formato de carreira/linha, sendo que cada lote possuía 25 m², ou seja, uma área num formato quadrado de 5 m de lado, em que as carreiras estavam a uma distância de 50 cm uma da outra, totalizando 10 carreiras de 5 m de comprimento cada.

[1] Por questões de segurança, o próprio pesquisador fez as aplicações dos defensivos agrícolas, com os devidos cuidados na operação e equipamentos de proteção, para evitar que ocorresse alguma contaminação ou intoxicação dos estudantes.

Figura 1: Momento do plantio

Fonte: Autores

4ª Etapa: Acompanhamento do experimento:

O plantio foi feito numa época de pouca chuva, o que retardou a germinação das sementes. Quando as plantas estavam com duas ou três folhas foram aplicados defensivos agrícolas para combater o ataque de bichinhos (Percevejo, Cigarrinha e Lagarta do cartucho) na cultura, além de prevenir o nascimento de ervas daninhas com o veneno branco.

Passada essa fase inicial, os meses de outubro e novembro foram extremamente chuvosos, sendo registrados mais de mil milímetros em dois meses, o que certamente impactou no desenvolvimento da cultura. Durante esses dois meses, foram realizadas duas aplicações de nitrogênio, com o intuito de dar nutrientes às plantas e estimular seu crescimento, e entre esse tempo, mais uma aplicação para o combate de bichinhos, neste caso, especialmente a Cigarrinha do milho, inseto este, que têm sido um grande problema para os agricultores, pelo fato de que não há um herbicida certo para seu combate. Os produtos aplicados apenas “espantam” a praga por um tempo, que volta a atacar as lavouras.

O mês de dezembro foi mais tranquilo com relação às condições climáticas e o ataque de insetos, sendo a colheita realizada no mês de janeiro de 2024.

5ª Etapa: Colheita

A colheita do milho foi feita a mão e para cada lote, as espigas foram colocadas em dois volumes, e trilhado, de forma separada, com o auxílio de um batedor de trator que foi emprestado por um vizinho. Na colheita, não foi possível juntar todos os alunos da turma, pelo fato dos alunos estarem em recesso.

Em relação ao tamanho das espigas, elas não variaram muito de um lote para outro. Apenas a quantidade de espigas teve variação. Após trilhado, foi realizada a pesagem dos grãos, com o auxílio de uma balança de vara, sendo obtido os seguintes dados conforme a Tabela 1.

Tabela 1: Massa de grãos por lote e número de sementes

Número do lote	Quantidade de sementes/ha	Massa, em kg
1	50 000	12
2	60 000	14
3	70 000	15,5
4	80 000	16
5	90 000	16
6	100 000	15,5

Fonte: Autores

6ª Etapa: Análise

É possível perceber que nos lotes 1, 2, 3 e 4 a massa sempre esteve em crescimento, isso porque a quantidade de sementes também aumentava com relação aos lotes. Já no lote 5, a massa obtida se estabilizou e no lote 6 teve uma pequena queda, o que mostra que um ponto ótimo está entre os lotes 5 e 6.

Fazendo um gráfico, com uma planilha eletrônica (ou mesmo um gráfico manual), que relaciona a quantidade de sementes com a massa de acordo com a Figura 2, pode-se perceber que a dispersão de pontos pelo plano cartesiano se assemelha ao gráfico de uma função quadrática no intervalo [50 000, 100 000], atingindo um máximo local nesse intervalo, ou seja, existe uma quantidade de sementes que maximiza a produção de grãos, entre 80 e 90 mil sementes.

Figura 2: Produção de milho por quantidade de sementes

Fonte: Autores

5 ANÁLISE DOS PROCESSOS DE MODELAGEM

Neste capítulo vamos descrever os modelos utilizados em aula para o cálculo dos custos de produção, obtenção das receitas brutas e análise da margem final, para verificar se foi obtido um lucro ou um prejuízo de acordo com a variação da quantidade de sementes.

5.1 MODELOS PARA O CÁLCULO DOS CUSTOS

Para a coleta de dados, foram desenvolvidos experimentos em 6 lotes com mesmo tamanho e com diferentes populações, sendo populações de 50 mil, 60 mil, 70 mil, 80 mil, 90 mil e 100 mil plantas por hectare. Foi determinada uma área de 25 m² para a realização de cada experimento.

Para encontrar a quantidade de sementes em 25 m² considerando que em um hectare tinha 50 mil plantas, sabendo que 1 hectare possui 10 000 m², os alunos montaram a seguinte proporção:

Área (m²) Quantidade de sementes

10 000 ---------------------------- 50 000

25 ----------------------------- x

Temos que as duas grandezas presentes no problema são diretamente proporcionais, então, para resolvê-la, aplicamos a regra de três simples direta, obtendo:

$$10\,000.x = 25.50\,000$$

$$10\,000x = 1\,250\,000$$

$$x = \frac{1\,250\,000}{10\,000}$$

$$x = 125$$

Logo, para esse primeiro experimento, foram plantadas 125 sementes em 25 m².

Para encontrar a quantidade de sementes em 25 m² considerando que em um hectare tinha 60 mil plantas, sabendo que 1 hectare possui 10 000 m², os alunos montaram a seguinte proporção:

Área (m²) Quantidade de sementes

10 000 ---------------------------- 60 000

25 ---------------------------- x

Temos que as duas grandezas presentes no problema são diretamente proporcionais, então, para resolvê-la, aplicamos a regra de três simples direta, obtendo:

$$10\,000.x = 25.60\,000$$

$$10\,000x = 1\,500\,000$$

$$x = \frac{1\,500\,000}{10\,000}$$

$$x = 150$$

Logo, para esse segundo experimento, foram plantadas 150 sementes em 25 m².

Para encontrar a quantidade de sementes em 25 m² considerando que em um hectare tinha 70 mil plantas, sabendo que 1 hectare possui 10 000 m², os alunos montaram a seguinte proporção:

Área (m²) Quantidade de sementes

10 000 ---------------------------- 70 000

25 ---------------------------- x

Temos que as duas grandezas presentes no problema são diretamente proporcionais, então, para resolvê-la, aplicamos a regra de três simples direta, obtendo:

$$10\,000.x = 25.70\,000$$

$$10\,000x = 1\,750\,000$$

$$x = \frac{1\,750\,000}{10\,000}$$

$$x = 175$$

Logo, para esse terceiro experimento, foram plantadas 175 sementes em 25 m².

Para encontrar a quantidade de sementes em 25 m² considerando que em um hectare tinha 80 mil plantas, sabendo que 1 hectare possui 10 000 m², os alunos montaram a seguinte proporção:

Área (m²) Quantidade de sementes

10 000 ---------------------------- 80 000

25 ----------------------------- x

Temos que as duas grandezas presentes no problema são diretamente proporcionais, então, para resolvê-la, aplicamos a regra de três simples direta, obtendo:

$$10\,000.x = 25.80\,000$$

$$10\,000x = 2\,000\,000$$

$$x = \frac{2\,000\,000}{10\,000}$$

$$x = 200$$

Logo, para esse quarto experimento, foram plantados 200 sementes em 25 m².

Para encontrar a quantidade de sementes em 25 m² considerando que em um hectare tinha 90 mil plantas, sabendo que 1 hectare possui 10 000 m², os alunos montaram a seguinte proporção:

Área (m²) Quantidade de sementes

10 000 ----------------------------- 90 000

25 ----------------------------- x

Temos que as duas grandezas presentes no problema são diretamente proporcionais, então, para resolvê-la, aplicamos a regra de três simples direta, obtendo:

$$10\,000.x = 25.90\,000$$

$$10\,000x = 2\,250\,000$$

$$x = \frac{2\,250\,000}{10\,000}$$

$$x = 225$$

Logo, para esse quinto experimento, foram plantados 225 sementes em 25 m².

Para encontrar a quantidade de sementes em 25 m² considerando que em um hectare tinha 100 mil plantas, sabendo que 1 hectare possui 10 000 m², os alunos montaram a seguinte proporção:

Área (m²) Quantidade de sementes

10 000 ----------------------------- 100 000

25 ----------------------------- x

Temos que as duas grandezas presentes no problema são diretamente proporcionais, então, para resolvê-la, aplicamos a regra de três simples direta, obtendo:

$$10\,000.x = 25.100\,000$$

$$10\,000x = 2\,500\,000$$

$$x = \frac{2\,500\,000}{10\,000}$$

$$x = 250$$

Logo, para esse último experimento, foram plantadas 250 sementes em 25 m².

Em todos os experimentos foi colocado a mesma quantidade de adubo e de nitrogênio, a fim de considerar apenas a variável quantidade de sementes. Para tanto, consideremos uma quantia de 400 Kg (8 sacos) de ambos os produtos por hectare, então, fazendo a proporção, temos:

Área (m²) Quantidade de adubo/nitrogênio

10 000 ---------------------------- 400

25 ----------------------------- x

Temos que as duas grandezas presentes no problema são diretamente proporcionais, então, para resolvê-la, aplicamos a regra de três simples direta, obtendo:

$$10\,000.x = 25.400$$

$$10\,000x = 10\,000$$

$$x = \frac{10\,000}{10\,000}$$

$$x = 1$$

Logo, foi aplicado 1 kg de adubo e 1 kg de nitrogênio em cada experimento.

Para calcular a quantidade de agrotóxicos usados, também será aplicado a mesma quantidade em cada teste. Apenas foi realizado duas aplicações de Glifosato, que tem por finalidade combater as ervas daninhas, visto que, durante o período de germinação e crescimento da cultura não houve incidência de pragas, como Cigarrinha e Fede-Fede por exemplo, isso devido a semente usada ser de alta tecnologia o que faz a planta ter maior resistência a doenças.

Na bula do Glifosato está indicado usar uma dosagem de 2 L por hectare com uma calda de 150 l. Precisamos realizar a transformação para os experimentos, então, os alunos montaram a seguinte proporção:

Área (m²)	Quantidade de Glifosato
10 000	2
25	x

Temos que as duas grandezas presentes no problema são diretamente proporcionais, então, para resolvê-la, aplicamos a regra de três simples direta, obtendo:

$$10\,000.x = 25.2$$

$$10\,000x = 50$$

$$x = \frac{50}{10\,000}$$

$$x = 0,005$$

Como foram duas aplicações, temos $0,005.2 = 0,01$, logo, em cada experimento, foram aplicados 0,01 litros de Glifosato.

Calculando o custo de produção:

O valor pago pelo adubo foi de R$ 98,00 por uma bolsa de 25 kg, como foi usado 1 kg, temos:

Quantidade de adubo (kg)	Valor em reais
25	98
1	x

Temos que as duas grandezas presentes no problema são diretamente proporcionais, então, para resolvê-la, aplicamos a regra de três simples direta, obtendo:

$$25.x = 1.98$$

$$25x = 98$$

$$x = \frac{98}{25}$$

$$x = 3,92$$

Logo, em cada experimento foi gasto R$ 3,92 com adubo.

O valor pago pelo nitrogênio foi de R$ 170,00 por uma bolsa de 50 kg, como foi usado 1 kg, temos:

Quantidade de nitrogênio (kg)   Valor em reais

50 ----------------------------- 170

1 ------------------------------ x

Temos que as duas grandezas presentes no problema são diretamente proporcionais, então, para resolvê-la, aplicamos a regra de três simples direta, obtendo:

$$50. x = 1.170$$

$$50x = 170$$

$$x = \frac{170}{50}$$

$$x = 3,4$$

Logo, em cada experimento foi gasto R$ 3,40 com nitrogênio.

O valor pago pelo Glifosato foi de R$ 750,00 por um galão de 20 l, como foi usado 0,01 l, temos:

Quantidade de Glifosato (l)   Valor em reais

20----------------------------- 750

0,01 ------------------------------ x

Temos que as duas grandezas presentes no problema são diretamente proporcionais, então, para resolvê-la, aplicamos a regra de três simples direta, obtendo:

$$20. x = 0,01.750$$

$$20x = 7,5$$

$$x = \frac{7,5}{20}$$

$$x = 0,375$$

Logo, em cada experimento foi gasto R$ 0,38 com Glifosato.

Como o adubo, o nitrogênio e o glifosato foram aplicados na mesma quantidade em todos os experimentos, realizando a soma dos três itens, temos um total de custo base:

$$3,92 + 3,40 + 0,38 = 7,70$$

Totalizando R$ 7,70, restando apenas adicionar o custo da semente de cada experimento. Sabendo que foi pago um total de R$ 1 300,00 por um saco com 60 mil sementes.

Custo do experimento com 50 mil sementes em um hectare:

Sabendo que foram plantadas 125 sementes, temos a seguinte proporção:

Quantidade de sementes Valor em reais

60 000 ----------------------------- 1 300

125 ------------------------------ x

Temos que as duas grandezas presentes no problema são diretamente proporcionais, então, para resolvê-la, aplicamos a regra de três simples direta, obtendo:

$$60\,000.x = 125.1\,300$$

$$60\,000x = 162\,500$$

$$x = \frac{162\,500}{60\,000}$$

$$x \approx 2,7$$

Logo, com a semente foi gasto R$ 2,70. Somando com os outros gastos, temos:

$$2,70 + 7,70 = 10,40$$

Com isso, o custo de produção deste experimento foi de R$ 10,40.

Custo do experimento com 60 mil sementes em um hectare:

Sabendo que foram plantadas 150 sementes, temos a seguinte proporção:

Quantidade de sementes Valor em reais

60 000 ----------------------------- 1 300

150 ------------------------------ x

Temos que as duas grandezas presentes no problema são diretamente proporcionais, então, para resolvê-la, aplicamos a regra de três simples direta, obtendo:

$$60\,000.x = 150.1\,300$$

$$60\ 000x = 195\ 000$$

$$x = \frac{195\ 000}{60\ 000}$$

$$x = 3,25$$

Logo, com a semente foi gasto R$ 3,25. Somando com os outros gastos, temos:

$$3,25 + 7,70 = 10,95$$

Com isso, o custo de produção deste experimento foi de R$ 10,95.

Custo do experimento com 70 mil sementes em um hectare:

Sabendo que foram plantadas 175 sementes, temos a seguinte proporção:

Quantidade de sementes Valor em reais

60 000 ---------------------------- 1 300

175 ----------------------------- x

Temos que as duas grandezas presentes no problema são diretamente proporcionais, então, para resolvê-la, aplicamos a regra de três simples direta, obtendo:

$$60\ 000 . x = 175 . 1\ 300$$

$$60\ 000x = 227\ 500$$

$$x = \frac{227\ 500}{60\ 000}$$

$$x \approx 3,8$$

Logo, com a semente foi gasto R$ 3,80. Somando com os outros gastos, temos:

$$3,80 + 7,70 = 11,50$$

Com isso, o custo de produção deste experimento foi de R$ 11,50.

Custo do experimento com 80 mil sementes em um hectare:

Sabendo que foram plantadas 200 sementes, temos a seguinte proporção:

Quantidade de sementes Valor em reais

60 000 ---------------------------- 1 300

200 ----------------------------- x

Temos que as duas grandezas presentes no problema são diretamente proporcionais, então, para resolvê-la, aplicamos a regra de três simples direta, obtendo:

$$60\,000.x = 200.1\,300$$

$$60\,000x = 260\,000$$

$$x = \frac{260\,000}{60\,000}$$

$$x \approx 4,35$$

Logo, com a semente foi gasto R$ 4,35. Somando com os outros gastos, temos:

$$4,35 + 7,70 = 12,05$$

Com isso, o custo de produção deste experimento foi de R$ 12,05.

Custo do experimento com 90 mil sementes em um hectare:

Sabendo que foram plantadas 225 sementes, temos a seguinte proporção:

Quantidade de sementes   Valor em reais

60 000 ---------------------------- 1 300

225 ----------------------------- x

Temos que as duas grandezas presentes no problema são diretamente proporcionais, então, para resolvê-la, aplicamos a regra de três simples direta, obtendo:

$$60\,000.x = 225.1\,300$$

$$60\,000x = 292\,500$$

$$x = \frac{292\,500}{60\,000}$$

$$x \approx 4,9$$

Logo, com a semente foi gasto R$ 4,90. Somando com os outros gastos, temos:

$$4,90 + 7,70 = 12,60$$

Com isso, o custo de produção deste experimento foi de R$ 12,60.

Custo do experimento com 100 mil sementes em um hectare:

Sabendo que foram plantadas 250 sementes, temos a seguinte proporção:

Quantidade de sementes   Valor em reais

60 000 ---------------------------- 1 300

250 ----------------------------- x

Temos que as duas grandezas presentes no problema são diretamente proporcionais, então, para resolvê-la, aplicamos a regra de três simples direta, obtendo:

$$60\,000.x = 250.1\,300$$

$$60\,000x = 325\,000$$

$$x = \frac{325\,000}{60\,000}$$

$$x \approx 5,45$$

Logo, com a semente foi gasto R$ 5,45. Somando com os outros gastos, temos:

$$5,45 + 7,70 = 13,15$$

Com isso, o custo de produção deste experimento foi de R$ 13,15.

A Figura 3 apresenta o gráfico das despesas com o custo de produção por lote.

Figura 3: Despesas com o custo de produção

Fonte: Autores

5.2 MODELOS PARA O CÁLCULO DA RECEITA

No experimento, com 50 mil plantas por hectare, foi colhido um total 12 kg de milho, no dia 12 de fevereiro de 2024, o preço do cereal estava cotado em R$ 53,00 a saca de 60 kg, fazendo o cálculo, obtemos:

Produção, em kg Valor em reais

60 ---------------------------- 53

12 ----------------------------- x

Temos que as duas grandezas presentes no problema são diretamente proporcionais, então, para resolvê-la, aplicamos a regra de três simples direta, obtendo:

$$60.x = 12.53$$

$$60x = 636$$

$$x = \frac{636}{60}$$

$$x = 10,6$$

Logo, foi obtido R$ 10,60 neste experimento.

No experimento com 60 mil plantas por hectare, foi colhido um total 14 kg de milho, fazendo o cálculo, obtemos:

Produção, em kg Valor em reais

60 ---------------------------- 53

14 ----------------------------- x

Temos que as duas grandezas presentes no problema são diretamente proporcionais, então, para resolvê-la, aplicamos a regra de três simples direta, obtendo:

$$60.x = 14.53$$

$$60x = 742$$

$$x = \frac{742}{60}$$

$$x \approx 12,36$$

Logo, foi obtido R$ 12,36 neste experimento.

No experimento com 70 mil plantas por hectare, foi colhido um total 15,5 kg de milho, fazendo o cálculo, obtemos:

Produção, em kg Valor em reais

60 ---------------------------- 53

14,5 ----------------------------- x

Temos que as duas grandezas presentes no problema são diretamente proporcionais, então, para resolvê-la, aplicamos a regra de três simples direta, obtendo:

$$60.x = 15,5.53$$

$$60x = 821,5$$

$$x = \frac{821,5}{60}$$

$$x \approx 13,69$$

Logo, foi obtido R$ 13,69 neste experimento.

No experimento com 80 mil plantas por hectare, foi colhido um total 16 kg de milho, fazendo o cálculo, obtemos:

Produção, em kg Valor em reais

60 ---------------------------- 53

16 ----------------------------- x

Temos que as duas grandezas presentes no problema são diretamente proporcionais, então, para resolvê-la, aplicamos a regra de três simples direta, obtendo:

$$60.x = 16.53$$

$$60x =$$

$$x = \frac{848}{60}$$

$$x \approx 14,14$$

Logo, foi obtido R$ 14,14 neste experimento.

No experimento com 90 mil plantas por hectare, foi colhido um total 16 kg de milho, fazendo o cálculo, obtemos:

Produção, em kg Valor em reais

60 ---------------------------- 53

16 ----------------------------- x

Temos que as duas grandezas presentes no problema são diretamente proporcionais, então, para resolvê-la, aplicamos a regra de três simples direta, obtendo:

$$60.x = 16.53$$

$$60x =$$

$$x = \frac{848}{60}$$

$$x \approx 14,14$$

Logo, foi obtido R$ 14,14 neste experimento.

No experimento com 100 mil plantas por hectare, foi colhido um total 15,5 kg de milho, fazendo o cálculo, obtemos:

Produção (kg) Valor (R$)

60 ---------------------------- 53

14,5 ----------------------------- x

Temos que as duas grandezas presentes no problema são diretamente proporcionais, então, para resolvê-la, aplicamos a regra de três simples direta, obtendo:

$$60.x = 15,5.53$$

$$60x = 821,5$$

$$x = \frac{821,5}{60}$$

$$x \approx 13,69$$

Logo, foi obtido R$ 13,69 neste experimento.

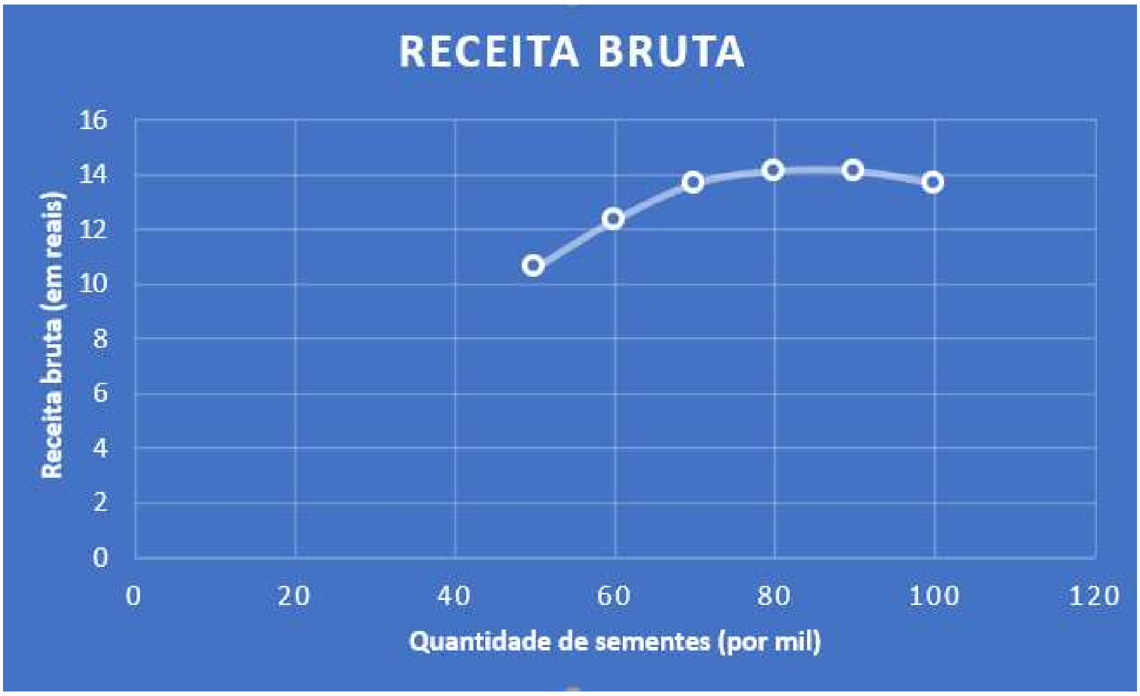
A Figura 4 mostra a produção de milho obtida em cada lote.

Figura 4: Produção

Fonte: Autores

A Figura 5 apresenta o gráfico da receita bruta obtida com a produção.

Figura 5: Receita bruta



Fonte: Autores

5.3 MODELOS PARA O CÁLCULO DO LUCRO

Experimento com 50 mil sementes em um hectare, o custo de produção de R$ 10,40 com uma receita bruta de R$ 10,60. Com isso, obtemos um lucro de R$ 0,20.

Experimento com 60 mil sementes em um hectare, o custo de produção de R$ 10,95 com uma receita bruta de R$ 12,36. Com isso, obtemos um lucro de R$ 1,41.

Experimento com 70 mil sementes em um hectare, o custo de produção de R$ 11,50 com uma receita bruta de R$ 13,69. Com isso, obtemos um lucro de R$ 2,19.

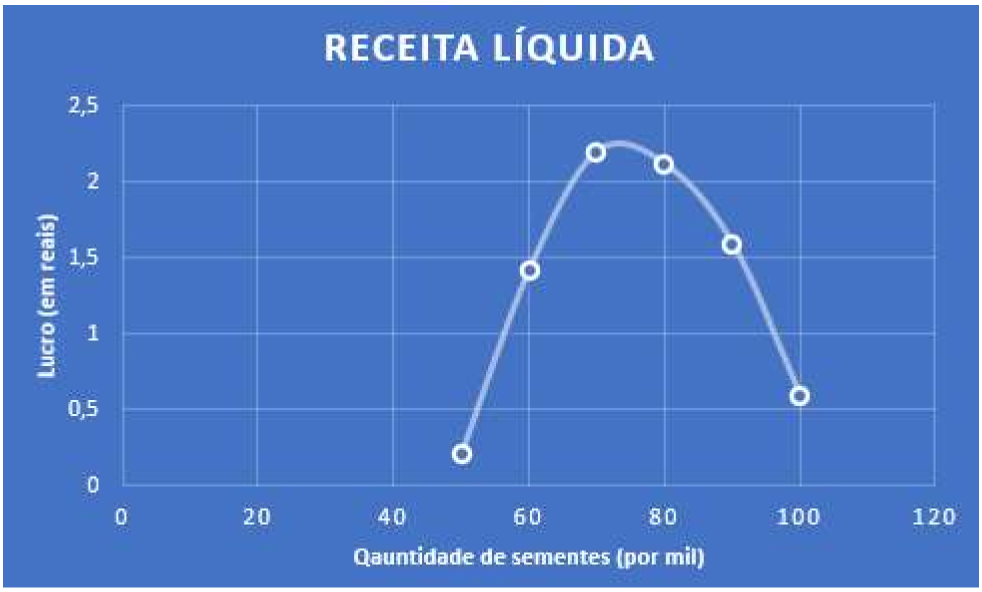
Experimento com 80 mil sementes em um hectare, o custo de produção de R$ 12,03 com uma receita bruta de R$ 14,14. Com isso, obtemos um lucro de R$ 2,11.

Experimento com 90 mil sementes em um hectare, o custo de produção de R$ 12,58 com uma receita bruta de R$ 14,14. Com isso, obtemos um lucro de R$ 1,56.

Experimento com 100 mil sementes em um hectare, o custo de produção de R$ 13,10 com uma receita bruta de R$ 13,69. Com isso, obtemos um lucro de R$ 0,59.

A Figura 6 mostra o gráfico da receita líquida por lote.

Figura 6: Receita líquida



Fonte: Autores

5.4 MÉTODOS PARA ANALISAR A PRODUTIVIDADE ÓTIMA

A análise da modelagem utilizada em sala de aula a fim de verificar qual foi o espaçamento que teve a melhor produtividade, foi realizada com o auxílio de tabelas e gráficos. De acordo com a tabela 1 foi verificado que os espaçamentos relacionados a 80 mil e a 90 mil otimizaram a produção de grãos, com a pesagem de 16 kg cada um.

Com uma planilha eletrônica pudemos determinar os coeficientes de uma função polinomial de 2º grau (Equação 1), que descreve a sequência de pontos ilustrados na Figura 2, de forma ótima (no sentido dos mínimos quadrados).

$$y = -0{,}0033x^2 + 0{,}5641x - 7{,}9286. \quad (1)$$

Com os coeficientes, calculamos as coordenadas do vértice da parábola, sabendo-se que as coordenadas do vértice da parábola são dadas por

$$V = (x_v, y_v), \quad (2)$$

onde $x_v = (-\ b)/2a$ e

$$y_v = -\ (b^2 - 4ac)/4a. \quad (3)$$

Com isso, tem-se:

$$x_v = (-\ 0,5641)/(-\ 0,0066) = 85,47 \quad (4)$$

$$y_v = (-\ 0,2136)/(-\ 0,0132) = 16,18 \quad (5)$$

Logo, segundo os dados fornecidos pela planilha, a quantidade de sementes que otimiza a produção é de 85 470 sementes por hectare colhendo, em 25 m², a quantidade de 16,18 kg.

Após verificar qual espaçamento teve maior produção, analisamos as despesas ocorridas no período, apresentadas na Figura 7:

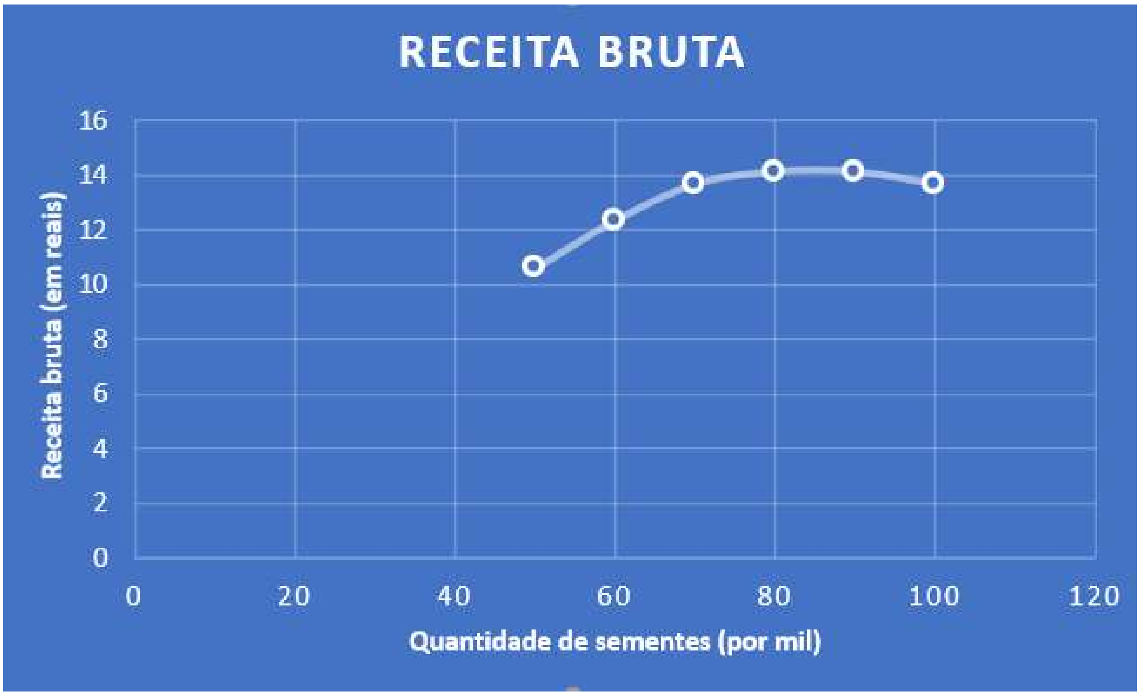
Figura 7: Despesas com o custo de produção

Fonte: Autores

Podemos observar que o gráfico apresenta uma linha reta, também conhecida como função do primeiro grau, as despesas do primeiro lote envolvem o custo da semente, do adubo, do nitrogênio e do glifosato, sendo que para os próximos lotes, temos apenas o acréscimo das semente de cada lote, pois a quantidade dos outros materiais permanece a mesma.

Depois da colheita, obtemos a receita bruta dos lotes, conforme a Figura 8:

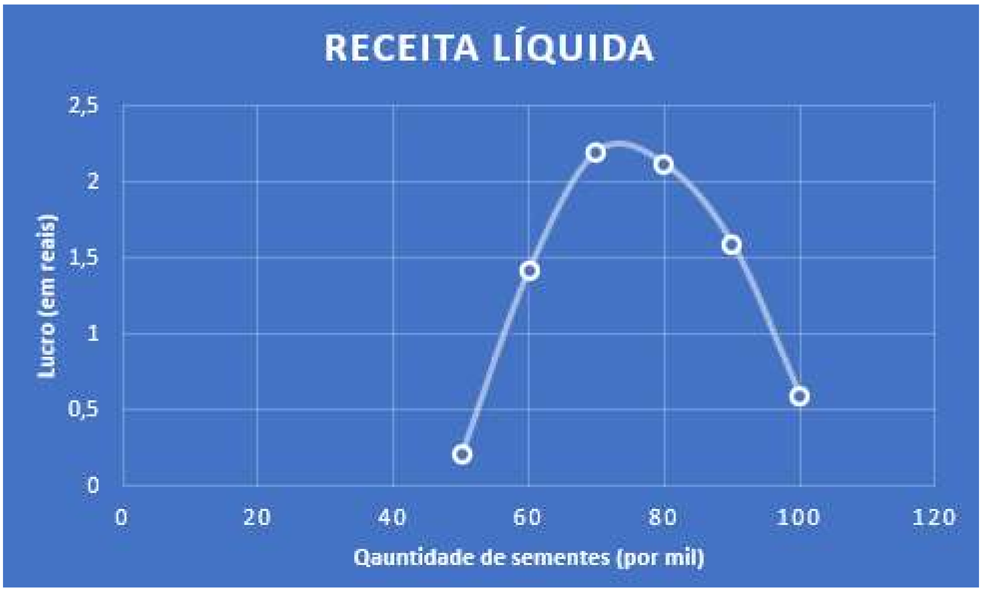
Figura 8: Receita bruta



Fonte: Autores

A receita bruta é o produto da massa de grãos colhida pelo preço de venda, e por fim, temos a receita líquida de cada lote, apresentada na Figura 9.

Figura 9: Receita líquida



Fonte: Autores

A receita líquida é a diferença entre a receita bruta e as despesas de cada lote. Analisando os gráficos, vemos que não necessariamente o lote que obteve maior produção é aquele que mais gera receitas ao produtor, visto que para se produzir mais, precisamos investir mais, e chega em um ponto em que não adianta mais aumentar o investimento que o retorno se estabiliza e decai com o tempo, e é esse momento em que ocorre a estabilidade da produção que chamamos de ponto ótimo da produção, objetivo deste trabalho.

6 POSSIBILIDADES PARA O ENSINO DE FUNÇÕES NO 9º ANO

Durante a realização do trabalho, foram obtidos vários gráficos que se assemelham aos de uma função do primeiro ou do segundo grau. No 9º ano do ensino fundamental, esses dois conceitos matemáticos são abordados, e como o presente trabalho foi desenvolvido com uma turma de 8º ano, podemos utilizar dos gráficos para induzir os alunos ao conteúdo de função, estabelecendo a variável e o que significa a parte constante. Por exemplo, na Figura 3: Despesas com o custo de produção, temos que os pontos do gráfico se formam sobre uma linha reta, onde a variação de um ponto até o outro é o valor gasto com sementes, e o que permanece constante é o valor gasto com os outros materiais,ou seja, são as características de uma função do primeiro grau.

A Figura 3 relaciona a população de um lote, com o custo de produção do respectivo lote, foi considerado a escala 1:1000 para simplificar os números, então a relação consiste em:

50 está relacionado com 10,40, sendo ponto A = (50; 10,40)

60 está relacionado com 10,95, sendo ponto B = (60; 10,95)

70 está relacionado com 11,50, sendo ponto C = (70; 11,50)

80 está relacionado com 12,05, sendo ponto D = (80; 12,05)

90 está relacionado com 12,60, sendo ponto E = (90; 12,60)

100 está relacionado com 13,15, sendo ponto F = (100; 13,15)

Utilizando a equação da reta que passa pelos pontos A e B, temos:

$m = \frac{10{,}95 - 10{,}40}{60 - 50} = \frac{0{,}55}{10} = 0{,}055$ daí:

$y - 10{,}40 = 0{,}055.(x - 50)$

$y - 10{,}40 = 0{,}055x - 2{,}75$

$y = 0{,}055x + 7{,}65$

Desse modo, a função que descreve os custos de produção é $y = 0{,}055x + 7{,}65$.

Já na Figura 2: Produção de milho por quantidade de sementes, temos que os pontos discretos estão sobre uma curva, onde a variação de um ponto até o outro é a variação da produtividade de um lote para o outro, quando consideramos vários lotes, os pontos formam uma curva cujo gráfico é de uma função do segundo grau, tendo um ponto de máximo, chamado de vértice da função, resultando em um gráfico com a concavidade voltada para baixo.

Dessa forma,é possível iniciar com o conceito de função a partir dos gráficos obtidos neste trabalho, possibilitando assim, uma melhor compreensão das utilidades de uma função, bem como, o significado dos pontos no plano cartesiano, a relação entre duas grandezas e a importância do vértice da parábola.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por meio da MM, os estudantes tiveram oportunidades de compreender a Matemática, não apenas como um conjunto de proposições e demonstrações (mesmo que isso, em si, já justifique sua importância como conhecimento da humanidade e mereça ser conteúdo escolar), mas também, como conhecimento necessário para entender ou explicar a realidade. Agregado ao processo de modelar, está o conhecimento que os alunos têm do real, do trabalho seu e de seus pais, da sua sustentação econômica e das respectivas implicações sociais e políticas. Associar o saber fazer da vivência do aluno, desenvolvendo a capacidade de construir modelos matemáticos nos mais diversos contextos, fomenta o processo de aprender a aprender, estimulando a pensar em soluções, e como chegar nessas, em cada situação.

Na realização deste trabalho, foi determinado um ponto ótimo de produção de milho em um experimento específico. Na medida em que os mesmos experimentos sejam realizados em outros locais, certamente se terá outro ponto ótimo, já que as condições de solo, tratamento de sementes e condições climáticas, provavelmente serão diferentes. Ou seja, esse trabalho apresenta resultados restritos às condições do experimento. Essas limitações são próprias da modelagem escolar, na qual o objetivo não é o rigor da cientificidade, mas o desenvolvimento da capacidade de utilizar o conhecimento matemático para resolver problemas da realidade. Nesse sentido, foram utilizados vários conhecimentos: unidades de medida de área e massa, grandezas na forma de taxas (produtividade), noções de economia (custos, receitas, lucros e planejamento econômico), proporções (na forma de regra de três), organização de dados em tabelas, plano cartesiano e noções de funções.

É próprio da modelagem escolar, a necessidade de estudar algum conceito estranho ao ano escolar dos alunos. Esse fato ocorreu na atividade proposta e de forma bem severa. Desde a noção de otimização, de função polinomial, de vértice de parábola, até o uso de equações para calcular o ponto de máximo. Evidentemente, estes conceitos não foram ensinados aos alunos, ao menos de modo usual. Porém, a visualização dos pontos no gráfico e a pergunta sobre qual o espaçamento/número de sementes que dá a melhor produção, oportunizou ao menos, a gênese de duas noções importantes, que serão estudadas nos próximos anos da vida escolar dos alunos:

a) A representação algébrica de uma curva. Mesmo não fazendo um ajuste de curvas, foi mostrado que é possível obter uma expressão algébrica que descreva a tendência daqueles pontos. Usar uma planilha eletrônica para obter os coeficientes pode ter parecido uma tarefa estranha para os alunos. Muitos graduados em áreas da Ciência Natural, utilizam-se desse recurso para descrever dados de seus experimentos, sem conhecer o Método dos Mínimos Quadrados. Assim, a modelagem tem essa propriedade de utilizar conhecimentos matemáticos aprendidos de maneira expedita, apenas para resolver algum problema de aplicação. Em momentos futuros, esses conhecimentos poderão ser retomados e ensinados/aprendidos de maneira clássica.

b) A continuidade de uma curva. Observamos que não se trata da continuidade definida com limites, mas a indagação de quantos pontos são necessários para desenhar uma curva? ou, existem outros pontos na curva do gráfico da produtividade pelo espaçamento? Admitir que existem outros pontos além dos produzidos pelo experimento, levou a considerar que o ponto ótimo pode não ser um ponto do experimento, mas um ponto intermediário.

Ensinar com modelagem é desafiante, justamente pela coragem de aventurar-se em processos de investigação do real. Uma série de enfoques ainda podem ser explorados sobre modelagem escolar de temas ligados à vivência dos alunos, como o presente trabalho. Um deles é analisar a influência do emprego de elementos culturais dos alunos no aprendizado da Matemática.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Lourdes Werle de, SILVA, Karina Pessôa e VERTUAM, Rodolfo Eduardo. Modelagem Matemática na Educação Básica. São Paulo: Contexto, 2016.

BARBOSA, Jonei Cerqueira, CALDEIRA, Ademir Donizeto, ARAUJO, Jussara de Loiola. Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2007.

BASSANEZI, Rodney Carlos. Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática: Uma Nova Estratégia. 3. ed. 4a reimpressão. São Paulo: Editora Contexto, 2013.

BASSANEZI, Rodney Carlos. Modelagem matemática: teoria e prática. São Paulo: Contexto, 2015.

BEAN, Dale. O que é modelagem matemática? Educação Matemática em Revista. São Paulo, n.9/10, p. 49-57. Abr. 2001.

BIEMBENGUT, Maria Salett, HEIN, Nelson. Modelagem Matemática no Ensino. São Paulo: Editora Contexto, 2002.

BISOGNIN, Eleni; BISOGNIN, Vanilde. Modelagem Matemática: uma análise do conhecimento matemático para o ensino. Revista de Ensino de Ciências e Matemática (REnCiMa), São Paulo, v. 12, p. 1-19, 2021.

BURAK, D. (1992). Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 1992. Campinas-SP, 460f.

CHAVES, Rodolfo; LORENZONI, Luciano Lessa. Modelagem matemática: concepções e tutores do multicurso matemática. Salvador: Anais do X ENEM, 2010.

EMBRAPA. Espaçamento e densidade do milho. Agência Embrapa de informação tecnológica, 2021. Disponível em: https://www.embrapa.br/agencia-de-informacao-tecnologica/cultivos/milho/producao/plantio/espacamento-e-densidade. Acesso em: 01 de junho de 2024.

LAZZARI, Vanderlei Dornelles. A MATEMÁTICA NA AGRICULTURA – As práticas da agricultura motivando o ensino de matemática na 6ª série. Programa de Desenvolvimento Educacional. Universidade Estadual do Oeste do Paraná.Assis Chateaubriand, 2009.

MEYER, João Frederico da Costa, CALDEIRA, Ademir Donizeti e MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. Modelagem em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

MOREIRA, Marco Antonio. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. Investigações em Ensino de Ciências. V7(1), p. 7-29, 2002

PLAISANCE, Éric; VERGNAUD, Gérard. As ciências da educação. São Paulo: Edições Loyola, 2003.

SOUZA, Igor Ribeiro. Desenvolvimento da Operação Unitária Contactora Gás-Líquido com Membrana no Simulador HYSYS 8.8. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola de Química, pós-graduação em engenharia de processos químicos e bioquímicos (2018).