

## UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL CAMPUS ERECHIM PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO (PPGPE)

## CADERNO DE ATIVIDADES DE FUNÇÃO QUADRÁTICA À LUZ DA TRRS

LUCINÉIA GIACOMELLI KORALESKI PROFA. DRA. BÁRBARA CRISTINA PASA PROFA. DRA. NILCE FÁTIMA SCHEFFER

> ERECHIM - RS 2024



## UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL CAMPUS ERECHIM PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO (PPGPE)

## **PRODUTO EDUCACIONAL**

### **EXPEDIENTE**

**Diretor da UFFS** *Campus* **Erechim-RS** Luís Fernando Santos Corrêa da Silva

**Coordenadora Acadêmica da UFFS** *Campus* **Erechim-RS** Cherlei Marcia Coan

**Coordenador do Programa de Pós-Graduação Profissional em Educação (PPGPE)** Almir Paulo dos Santos

**Professoras Orientadoras da Pesquisa** Bárbara Cristina Pasa Nilce Fátima Scheffer

**Pesquisadora Principal** Lucinéia Giacomelli Koraleski

> ERECHIM - RS 2024

CIP – Catalogação na Publicação

K84c	
	Koraleski, Lucinéia Giacomelli
	Caderno de atividades de função quadrática à luz da TRRS. [livro
	eletrônico]/ Lucinéia Giacomelli Koraleski, Bárbara Cristina Pasa,
	Nilce Fátima Scheffer. / – Erechim, RS: Ed. dos autores, 2024.
	PDF
	Bibliografia.
	ISBN 978-65-985537-7-7
	1. Educação. 2. Função quadrática 3. TRRS. I. Pasa,
	Bárbara Cristina. II. Scheffer, Nilce Fátima. III. Universidade
	Federal da Fronteira Sul. IV. Título.
	CDD: 370

Ficha catalográfica elaborada pelo Bibliotecário Thiago Menezes Cairo CRB10/ 2409

# LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Hipótese fundamental de aprendizagem12
Figura 2 - Interface no GeoGebra da Atividade Visualizando a função quadrática14
Figura 3 - Interface no GeoGebra do Gráfico da Atividade Visualizando a função quadrática
Figura 4 - Interface no GeoGebra das questões da Atividade Visualizando a função quadrática
Figura 5 - <i>Interface</i> no GeoGebra da Atividade Existem raízes?16
Figura 6 - <i>Interface</i> no GeoGebra das questões da Atividade Existem raízes?16
Figura 7 - Interface no GeoGebra da parábola no plano cartesiano da Atividade Existem
raízes?17
Figura 8 - Interface no GeoGebra da Atividade Identificando coeficientes18
Figura 9 - Interface no GeoGebra das questões da Atividade Identificando coeficientes18
Figura 10 - <i>Interface</i> no GeoGebra da descrição do delta $(\Delta)$ 19
Figura 11 - Interface no GeoGebra da Atividade Figura geométrica (parábola) no momento
3/23
Figura 12 - Interface no GeoGebra da Atividade Figura geométrica (parábola) no momento
16/23
Figura 13 - Interface no GeoGebra da atividade Figura geométrica (parábola) completa21
Figura 14 - Interface inicial no GeoGebra da atividade Crescimento e decrescimento22
Figura 15 - <i>Interface</i> no GeoGebra numa posição crescente23
Figura 16 - <i>Interface</i> no GeoGebra numa posição decrescente23
Figura 17 - Interface no GeoGebra de questões da Atividade Crescimento e decrescimento24
Figura 18 - Interface inicial no GeoGebra da Atividade Vértice25
Figura 19 - Interface no GeoGebra com a caixa de seleção Ponto da Função acionada26
Figura 20 - Interface no GeoGebra com a caixa de seleção coordenadas do vértice acionada 26
Figura 21 - Interface no GeoGebra com algumas caixas de seleção acionadas da Atividade
Vértice
Figura 22 - Interface no GeoGebra com algumas caixas de seleção acionadas da Atividade
Vértice
Figura 23 - Interface no GeoGebra com todas as caixas de seleção acionadas da Atividade
Vértice
Figura 24 - Interface no GeoGebra da Atividade de Translação (transformações)30

Figura 25 - Interface 1 no GeoGe	ebra da Atividade Translação e	e a TRRS	33
Figura 26 - Interface 2 no GeoGe	ebra da Atividade Translação o	e a TRRS	34
Figura 27 - Interface 3 no GeoGe	ebra da Atividade Translação e	e a TRRS	35

# SUMÁRIO

1	APRESENTAÇÃO	8	
2	CONTEXTUALIZAÇÃO E JUSTIFICATIVA	9	
2.1	CADERNO DE ATIVIDADES DE FUNÇÃO QUADRÁTICA À LUZ I	DA TRRS	
		9	
3	ASPECTOS TEÓRICOS ENVOLVENDO AS ATIVIDADES	11	
3.1	TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA DE		
	RAYMOND DUVAL	11	
3.1.1	Conhecendo a TRRS	11	
4	RESGATE DA FUNÇÃO QUADRÁTICA – ATIVIDADE 1	13	
4.1	VISUALIZANDO A FUNÇÃO QUADRÁTICA	13	
4.2	EXISTEM RAÍZES?	15	
4.3	IDENTIFICANDO COEFICIENTES	17	
4.4	FIGURA GEOMÉTRICA (PARÁBOLA)	19	
5	CRESCIMENTO E DECRESCIMENTO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA -		
	ATIVIDADE 2	22	
6	VÉRTICE – ATIVIDADE 3	25	
7	O RECURSO DA TRANSLAÇÃO EM ATIVIDADE POSTA	DA NO	
	GEOGEBRA – ATIVIDADE 4	29	
7.1	APRESENTAÇÃO DA TRANSLAÇÃO		
7.2	ANALISANDO AS TRANSFORMAÇÕES DO GRÁFICO		
7.3	APOSTILA 1 - DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE – INVESTIGAÇÃO DA	AS	
	TRANSFORMAÇÕES		
7.4	RESUMO DAS TRANSFORMAÇÕES		
8	O RECURSO DA TRANSLAÇÃO EM ATIVIDADE ELABORADA	A À LUZ	
	DA TRRS – ATIVIDADE 5		
8.1	TRANSLAÇÃO E A TRRS		
8.2	VÉRTICE À LUZ DA TRRS – MORETTI (2003)	34	
9	CONSIDERAÇÕES FINAIS		
10	REFERÊNCIAS	37	

#### 1 APRESENTAÇÃO

Apresentamos o Produto Educacional (PE) resultante da pesquisa sobre O estudo da função quadrática com o GeoGebra à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Este PE pode ser entendido como uma Proposta de Ensino para as funções quadráticas, nomeado de Caderno de Atividades de Função Quadrática à Luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS).

O PE é um livro no GeoGebra constituído por atividades analisadas e algumas construídas para o estudo da função quadrática com discussões embasadas na TRRS. Optamos, entretanto, por construir esse arquivo, que será disponibilizado no repositório da UFFS, para nortear o trabalho do professor que fará uso do Caderno no GeoGebra.

Acessando o Caderno de Atividades de Função Quadrática à Luz da TRRS no GeoGebra, formato de "livro", pelo *link* <<u>https://www.geogebra.org/m/qktubcya</u>>, é possível encontrar uma breve descrição do PE e dos aspectos utilizados para a análise e construção das atividades; os capítulos com as atividades sobre conceitos da função quadrática, crescimento e decrescimento, vértice, translação, com considerações relacionadas à teoria de aprendizagem matemática.

Apresentamos aqui o roteiro do livro do GeoGebra com os *links* para acesso. Também exibimos prints das atividades com comentários a fim de complementar o que está postado no *software*.

#### 2 CONTEXTUALIZAÇÃO E JUSTIFICATIVA

Acesso em: <<u>https://www.geogebra.org/m/qktubcya#material/cvzwwfez</u>>\_

## 2.1 CADERNO DE ATIVIDADES DE FUNÇÃO QUADRÁTICA À LUZ DA TRRS

A intensificação do uso das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) nos ambientes educacionais, ocorreu de forma acelerada durante a pandemia da covid-19, originada pelo vírus SARS-CoV-2, e desde então tem sido vivenciada por toda a sociedade. Desde o surgimento da epidemia na China em dezembro de 2019, especialmente após sua declaração como pandemia em março de 2020, houve a necessidade de evitar o contato físico, o que impulsionou a adoção acelerada de soluções tecnológicas para a continuidade das práticas educacionais.

Neste cenário, para que fosse possível a continuidade do processo educacional, governantes, famílias, professores e toda sociedade mobilizaram-se em torno da adaptação para que as aulas acontecessem de forma remota, numa tentativa de minimizar os impactos no ensino e na aprendizagem dos estudantes. "Isso porque, a nosso ver, o vírus SARS-CoV-2, um ator não humano, transformou abruptamente as relações de uso das tecnologias digitais em todos os setores da sociedade, particularmente nos processos de ensino e de aprendizagem na Educação Matemática." (Borba, 2022, p. 09).

Esse contexto evidenciou não apenas uma adaptação emergencial às novas condições de aprendizagem mediadas pelas TDIC, mas, também, uma mudança na forma como o conhecimento é acessado e produzido, refletindo um momento de significativa transição educacional global. Diante dessa transição, o presente PE, construído paralelamente à dissertação intitulada **O estudo da função quadrática com o GeoGebra à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica**, constitui-se numa possibilidade de refletir sobre a utilização do *software* GeoGebra no estudo da função quadrática, ancorada em uma teoria de aprendizagem matemática – TRRS, de Raymond Duval, a qual explora como diferentes formas de registro de representação semiótica influenciam a aprendizagem dos objetos matemáticos.

Esse PE é uma construção no *software* Geogebra no formato de "livro", nominado de Caderno de Atividades de Função Quadrática à Luz da TRRS. As atividades presentes no

caderno propõem o ensino dos conceitos da função quadrática embasado na TRRS de Raymond Duval, utilizando o *software* GeoGebra. Algumas peculiaridades e aplicações sobre a função quadrática estão contempladas de forma a oportunizar o aprendizado e conhecimento envolvendo a TRRS, a função e Matemática com a utilização de TDIC.

#### **3 ASPECTOS TEÓRICOS ENVOLVENDO AS ATIVIDADES**

## 3.1 TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA DE RAYMOND DUVAL

Acesso em: <<u>https://www.geogebra.org/m/qktubcya#material/rfgqxmyc</u>>

#### 3.1.1 Conhecendo a TRRS

Neste Caderno constam atividades para o ensino dos conceitos da função quadrática embasadas pela Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) de Raymond Duval utilizando o *software* GeoGebra. Inicialmente, abordamos aspectos e definições da TRRS sobre as atividades cognitivas relevantes para o ensino e a aprendizagem matemática:

**Objeto** - O "objeto" é o conteúdo a ser estudado, na nossa pesquisa e no "livro" no GeoGebra é a função quadrática.

**Registro de Representação** - Cada representação apresenta um conteúdo sobre o objeto, podendo ser registro de representação gráfico, algébrico, aritmético, discursivo, entre outros possíveis para que a aprendizagem ocorra.

**Tratamento** - São transformações dentro de um mesmo registro de representação. Por exemplo: aplicar a fórmula para encontrar as raízes da função quadrática.

Unidades significativas - Estão presentes em mais de um registro de representação. As raízes encontradas com a fórmula na representação algébrica são visualizadas na representação gráfica, nos pontos de intercessão com o eixo x, isso quando há raízes reais para a função. No exemplo da expressão algébrica  $y=ax^2+bx+c$ , em que as unidades significativas da expressão algébrica são a, b e c e as unidades significativas gráficas, também chamadas de variáveis visuais, são a concavidade, o eixo de simetria à esquerda ou à direita e onde corta o eixo y.

**Conversão** - Atividade cognitiva essencial para a aprendizagem, é a coordenação entre registros de representação semiótica diferentes. Essa coordenação pode ocorrer a partir de unidades significativas dos registros de representação com a compreensão e associação das unidades significativas de, ao menos, dois registros de representação. No esquema a seguir, Duval (2012) apresenta sua hipótese para que ocorra a aprendizagem matemática a partir das conversões entre registros de representação.



Figura 1 - Hipótese fundamental de aprendizagem

Assim, para que ocorra a aprendizagem e a apreensão integral (seta C) do objeto matemático, além de conhecer ao mínimo dois registros de representação do mesmo objeto e os tratamentos nesses registros, setas 1 e 2, é essencial a coordenação desses registros (setas 3 e 4). Diante disso, é necessário que no ensino no caso de funções, essas ideias sejam valorizadas e evidenciadas.

A seguir, apresentamos as atividades que constam no caderno com algumas considerações sobre como se pode conduzir o ensino na perspectiva deste trabalho.

#### 4 RESGATE DA FUNÇÃO QUADRÁTICA – ATIVIDADE 1

Nessecapítulo,acessívelpelolink<<u>https://www.geogebra.org/m/qktubcya#chapter/1080902></u> são encontradas quatro atividadesde resgate/conhecimento da função quadrática que visam explorar conceitos da funçãoquadrática e constam no GeoGebra como subcapítulos: Visualizando a Função Quadrática;Existem Raízes?; Identificando Coeficientes; e Figura Geométrica (parábola). A seguirexplicitamos algumas potencialidades das atividades e sugestões:

- Representação algébrica do tipo  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .
- As conversões ocorrem a partir dos coeficientes a, b e c, ou seja, o recurso para conversão são os coeficientes da expressão algébrica (unidades significativas da expressão algébrica).
- As variáveis visuais (unidades significativas gráficas) da figura geométrica (parábola)
  e seu comportamento no plano cartesiano são: a concavidade, eixo de simetria à esquerda ou à direita e onde corta eixo y.
- Nas atividades e no retorno das respostas podem ser trabalhados alguns tratamentos e a criação de outras questões/atividades envolvendo as raízes, o delta, o vértice e o estudo do sinal.
- Unidades significativas algébricas (coeficientes a, b e c) e gráficas (a concavidade, eixo de simetria à esquerda ou à direita e onde corta eixo y).

Ao utilizar os *links* <<u>https://www.geogebra.org/m/qktubcya#material/upy9twwc></u> das atividades deste PE, acontece o direcionamento para o "Caderno de atividades de Função Quadrática à Luz da TRRS".

## 4.1 VISUALIZANDO A FUNÇÃO QUADRÁTICA

A Figura 2 é um print da interface da atividade onde constam os objetivos e o que pode ser trabalhado. O GeoGebra permite a visualização simultânea da janela algébrica e gráfica, como na Figura 3, possibilitando que aspectos da TRRS venham à tona no ensino contribuindo com a aprendizagem matemática.

O gráfico e as questões sugeridas da atividade oportunizam, com a medicação do professor, retomar ou apresentar a função quadrática no plano cartesiano identificando as

raízes, intercessão com o eixo y, a relação entre o coeficiente a e a concavidade e ponto de mínimo.

Nas atividades, os objetivos e possibilidades de conteúdos, estão apresentados com as imagens do que está postado no GeoGebra e sugestões para o ensino da função quadrática com base em aspectos da TRRS e o *software* GeoGebra. Iniciamos com a atividade de visualização da função quadrática pela sua representação gráfica:

#### Acesso em: <<u>https://www.geogebra.org/m/qktubcya#material/upy9twwc</u>>

Figura 2 - *Interface* no GeoGebra da Atividade Visualizando a função quadrática A Função Quadrática possui como representação gráfica a parábola. Objetivo: Retomar e identificar unidades significativas da função quadrática.

Concavidade, coeficientes, raízes, vértice e outros conceitos com a mediação do professor.

Fonte: Dados da Pesquisa - produzido no GeoGebra em 15 jul. 2024.

Figura 3 - Interface no GeoGebra do Gráfico da Atividade Visualizando a função quadrática



Fonte: Dados da Pesquisa - produzido no GeoGebra em 17 mai. 2024.

Com a visualização da parábola no *software* apresentamos algumas questões para o resgate do conteúdo <<u>https://www.geogebra.org/m/qktubcya#material/upy9twwc></u>. Outras questões e abordagens podem ser realizadas pelo professor conforme o plano de aula, sendo

importante a apresentação e intermediação pelo professor para que o estudante utilize as possibilidades do GeoGebra e o raciocínio para coordenar as características da função quadrática cognitivamente.

Figura 4 - Interface no GeoGebra das questões da Atividade Visualizando a função quadrática

Parábola com a concavidade voltada para cima, definida pelo valor numérico que acompanha o x<sup>2</sup>. Observando o gráfico o valor é?

Assinale a sua resposta aqui

A □ >0 B □ <0 C □ c=0 VERIFIQUE MINHA RESPOSTA (3

As raízes ou zeros da função são os valores do eixo x onde a parábola intercepta o eixo. Eles são:

Assinale a sua resposta aqui

A 0 0 e 1 B 1 e 3 C 2 e 3

A parábola possui um ponto de mínimo, definido pelo ponto:

Assinale a sua resposta aqui

- A 🗌 (1, 2)
- B (-1, -2)
- C (2, -1)

VERIFIQUE MINHA RESPOSTA (3)

Fonte: Dados da Pesquisa - produzido no GeoGebra em 17 mai. 2024.

### 4.2 EXISTEM RAÍZES?

Com a parábola traçada no plano cartesiano, o estudante pode identificar as raízes e responder à pergunta "Existem raízes?". A atividade pode ser utilizada como retomada do conteúdo ou juntamente com uma explicação do professor como introdução para o estudo das raízes da função quadrática. Pode ser solicitado aos estudantes para explicarem com as próprias palavras o significado de encontrar raízes ou zeros da função quadrática enquanto visualizam as parábolas no plano cartesiano.

Acesso em: <<u>https://www.geogebra.org/m/qktubcya#material/mdpkrnfz</u>>

Figura 5 - Interface no GeoGebra da Atividade Existem raízes?

Objetivo: Identificar as raízes, unidades significativas da função quadrática.

Raízes, identificação no plano cartesiano e compreensão do conceito de raízes(zeros da função).

Fonte: Dados da Pesquisa - produzido no GeoGebra em 17 mai. 2024.

Figura 6 - Interface no GeoGebra das questões da Atividade Existem raízes?

Escolha uma das alternativas visualizando a parábola:

Existem raízes para a função?

$$f(\mathbf{x}) = \frac{x^2}{4} - 1$$

Assinale a sua resposta aqui

A		Sim. O valor delas é 0 e 2.
В		Sim. O valor delas é -2 e 2.
С		Não
	VERIF	IQUE MINHA RESPOSTA (3)

Fonte: Dados da Pesquisa - produzido no GeoGebra em 17 mai. 2024.

Figura 7 - Interface no GeoGebra da parábola no plano cartesiano da Atividade Existem

16





## 4.3 IDENTIFICANDO COEFICIENTES

Entre a representação gráfica e algébrica, a identificação dos coeficientes*a*, *b* e *c* na representação algébrica  $y=ax^2+bx+c$  e o cálculo do delta ( $\Delta$ ) possibilita interpretações sobre a função quadrática necessárias para a conversão que será abordada nas atividades seguintes. Dessa forma, trazemos um exemplo de atividade para a identificação dos coeficientes:

Acesso em: <<u>https://www.geogebra.org/m/qktubcya#material/qrp28cek</u>>

Figura 8 - Interface no GeoGebra da Atividade Identificando coeficientes

Objetivo: Retomar, determinar e interpretar unidades significativas da função quadrática.

Coeficientes, raízes e características da função quadrática.

Fonte: Dados da Pesquisa - produzido no GeoGebra em 17 mai. 2024.

#### Figura 9 - Interface no GeoGebra das questões da Atividade Identificando coeficientes

Na Função Quadrática f:  $\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ , definida por f(x)=ax<sup>2</sup>+bx+c temos que valor de <u>a</u> é o valor que está **multiplicando (coeficiente)**  $x^2$ , <u>b</u> é o valor que **multiplica** o x e o <u>a</u> é definido pela variável independente.

Identifique os valores de a, b e c:







Na Função Quadrática f.  $\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ , definida por f(x)=ax<sup>2</sup>+bx+c temos que valor de <u>a</u> é o valor que está **multiplicando (coeficiente)**  $x^2$ , <u>b</u> é o valor que **multiplica** o x e o g é definido pela variável independente.

Identifique os valores de a, b e c



Assinale a sua resposta aqui



Fonte: Dados da Pesquisa - produzido no GeoGebra em 17 mai. 2024.

Figura 10 - *Interface* no GeoGebra da descrição do delta  $(\Delta)$ 

Após a identificação dos coeficientes pode-se encontrar o valor do discriminante da função, sendo representado pela letra delta ( $\Delta$ ), temos  $\Delta$  = b<sup>2</sup>-4ac e tem a finalidade de identificar quantas soluções tem a função. Dessa forma, para  $\Delta$  = b<sup>2</sup>-4ac, tem-se que:

Se  $\Delta > 0$  a função terá duas raízes reais e distintas; Se  $\Delta < 0$  a função não terá uma raiz real; e

Se  $\Delta$  = 0 a função terá duas raízes reais e iguais.

O número de raízes está diretamente ligado ao número de intersecções da representação gráfica com o eixo x (abcissa), ou seja, quando há duas raízes reais e distintas, a representação gráfica, também nominada parábola, intercepta o eixo x nos pontos (x<sub>1</sub>, 0) e (x<sub>2</sub>, 0); quando não há raiz real, a parábola não intercepta o eixo x; e quando há duas raízes reais e iguais, a parábola é tangente ao eixo no ponto (x, 0).

Fonte: Dados da Pesquisa - produzido no GeoGebra em 17 mai. 2024.

## 4.4 FIGURA GEOMÉTRICA (PARÁBOLA)

Essa atividade original está postada no GeoGebra<sup>1</sup> e permite inúmeras compreensões de aspectos que identificam a função quadrática. Oportuniza movimentar o controle deslizante a, com isso, visualizar a parábola aumentando e diminuindo sua abertura, voltada para cima quando o valor de a for positivo, voltada para baixo quando o valor de a for negativo ou uma reta, e assim não sendo quadrática, quando a=0. Ao mesmo tempo, a equação surge com os valores atualizados, o estudante relaciona com a utilização do *software* as duas representações sem obrigatoriamente usar a representação tabular.

Na representação algébrica  $f(x)=ax^2+bx+c$ , é condição necessária que o coeficiente a seja diferente de zero e sendo os valores dos coeficientes b e c também diferentes de zero, a visualização simultânea favorece a conversão, ou seja, a identificação de unidades básicas gráficas e simbólicas e, mais do que isso, a coordenação entre elas.

A atividade original foi, inicialmente, utilizada nas análises da pesquisa, apresentada na dissertação, copiada dentro do *software* GeoGebra para compor a elaboração do PE (Proposta de Ensino), sendo esse um recurso possível no GeoGebra, para que o professor possa editar e atribuir ao estudante as tarefas com acompanhamento das mesmas. Nas Figuras 11, 12 e 13 estão expostos prints das interfaces da atividade em seus diferentes momentos, ao todo são 23 momentos e acessando o *link* é possível interagir online:

Acesso em: <<u>https://www.geogebra.org/m/qktubcya#material/ekrvrrgr</u>>

Figura 11 - Interface no GeoGebra da Atividade Figura geométrica (parábola) no momento

3/23

<sup>1</sup> Link da atividade original <<u>https://www.geogebra.org/m/VbXTYuPk</u>>

Objetivo: Interagir com as unidades significativas da função quadrática realizando anotações.

Concavidade, coeficientes, raízes, vértice e outros conceitos com a mediação do professor.



Fonte: Site do GeoGebra. Acesso em 21 jul. 2024.

Figura 12 - *Interface* no GeoGebra da Atividade Figura geométrica (parábola) no momento 16/23



Fonte: Site do GeoGebra. Acesso em 21 jul. 2024.

A atividade apresenta orientações e solicita registro das observações, conforme a Figura 13. Com a intenção de estimular a reflexão e resgate da função quadrática, algumas

perguntas podem ser feitas, por exemplo: O que acontece quando for atribuído ao controle deslizante *a* o valor -1? O que acontece quando for atribuído ao controle deslizante *a* o valor -2? Da mesma forma para o controle deslizante *c*.

Figura 13 - *Interface* no GeoGebra da atividade Figura geométrica (parábola) completa Gráfico



Neste espaço registre as observações:



Fonte: Site do GeoGebra. Acesso em 21 jul. 2024.

# 5 CRESCIMENTO E DECRESCIMENTO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA – ATIVIDADE 2

Neste tópico do produto apresentamos outra atividade postada no GeoGebra<sup>2</sup> selecionada para análise e para compor o PE. Ela contém textos com explicações sobre a função quadrática e questões que proporcionam a reflexão, interação e a conversão entre os registros de representação, considerando as unidades significativas. Esta atividade orienta para os movimentos dos controles deslizantes e solicita a resposta, tendo em vista a unidade significativa no eixo das abcissas que informa, na representação gráfica, a partir de qual valor acontece o crescimento e decrescimento.

As figuras 14, 15, 16 e 17 expõem interfaces da atividade e do que pode ser trabalhado a partir dela. Esta atividade está acessível pelo *link*:

Acesso em: <<u>https://www.geogebra.org/m/qktubcya#material/vknkswf8</u>>

Figura 14 - Interface inicial no GeoGebra da atividade Crescimento e decrescimento

Objetivo: Interagir com os valores das unidades significativas da função quadrática.



Análise no plano cartesiano, interpretação e definição dos valores.

Fonte: Site do GeoGebra. Acesso em 21 jul. 2024.

#### Figura 15 - Interface no GeoGebra numa posição crescente

<sup>2</sup> Link da atividade original <<u>https://www.geogebra.org/m/kmzykz5r#material/buzdks8c></u>



Fonte: Site do GeoGebra. Acesso em 21 jul. 2024.

Figura 16 - Interface no GeoGebra numa posição decrescente



Fonte: Site do GeoGebra. Acesso em 21 jul. 2024

#### Figura 17 - Interface no GeoGebra de questões da Atividade Crescimento e decrescimento

Deixe marcadas apenas as caixas "Coeficientes" e "Vértice". Altere os parâmetros "a" para 1, "b" para 4 e "c" para 3. Nesse caso, a função será igual a f(x)=x<sup>2</sup>+4x+3. Nesse caso, a função é crescente quando:

Assinale a sua resposta aqui

A	□ x < -2
В	x > -2
С	□ x<-1
D	□ <i>x</i> > -1

Deixe marcadas apenas as caixas "Coeficientes" e "Vértice". Altere os parâmetros "a" para -1,"b" para 4 e "c" para 0. Nesse caso, a função será igual a f(x)=-x<sup>2</sup>+4x. Nesse caso, a função é decrescente quando:

Assinale a sua resposta aqui

٧	VERIFIQUE MINHA	RESP
D	□ x > 4	
с	□ x<4	
В	x > 2	
A	□ x < 2	

Fonte: Dados da Pesquisa - produzido no GeoGebra em 15 jul. 2024.

### 6 VÉRTICE – ATIVIDADE 3

Esta atividade foi analisada do GeoGebra<sup>3</sup> e apresenta vários aspectos importantes sobre a função quadrática com as definições em cores diferentes que atraem para a visualização.

Os tratamentos surgem na tela ao serem acionadas as caixas de seleção. As conversões são possibilitadas pelos coeficientes a, b e c da função  $y=ax^2+bx+c$  e pelas unidades significativas gráficas: concavidade da parábola, abertura da parábola, vértice, onde corta eixo y, raízes, diretriz, foco e eixo de simetria à direita ou à esquerda do eixo y.

A determinação do vértice da parábola ajuda na elaboração do gráfico e permite determinar a imagem da função, bem como o seu valor máximo ou mínimo. Por conseguinte, uma das maneiras de determinar o vértice é lembrar que a parábola é simétrica em relação a um eixo vertical, também nominado eixo *y* (ordenada). Determinando a posição desse eixo, encontraremos a abscissa do vértice, e com a abscissa do vértice obteremos a ordenada, que é função da abscissa.

Embora seja possível abordar vários conteúdos da função quadrática com a atividade, trazemos como sugestão o trabalho com o vértice da parábola por estar presente no cotidiano em atividades industriais, agronômicas, esportivas e outras.

Perguntas feitas pelo professor podem complementar as atividades, por exemplo, em relação ao ponto de máximo ou mínimo, solicitando observação da atividade e perguntado para quais valores existem ponto de máximo ou mínimo.

Acesso em: <<u>https://www.geogebra.org/m/qktubcya#material/sxbmhnty</u>>

Figura 18 - Interface inicial no GeoGebra da Atividade Vértice

Objetivo: Interagir com os valores das unidades significativas da função quadrática utilizando as caixas de seleção.

Análise no plano cartesiano, interpretação e definição dos valores.

Fonte: Dados da Pesquisa - produzido no GeoGebra em 15 jul. 2024.

<sup>3</sup> *Link* da atividade original <<u>https://www.geogebra.org/m/xPFKwwuw</u>>



Figura 19 - Interface no GeoGebra com a caixa de seleção Ponto da Função acionada

Fonte: Site do GeoGebra. Acesso em 21 jul. 2024.

Figura 20 - Interface no GeoGebra com a caixa de seleção coordenadas do vértice acionada



Fonte: Site do GeoGebra. Acesso em 21 jul. 2024.

Figura 21 - *Interface* no GeoGebra com algumas caixas de seleção acionadas da Atividade Vértice



Fonte: Site do GeoGebra. Acesso em 21 jul. 2024.

Figura 22 - Interface no GeoGebra com algumas caixas de seleção acionadas da Atividade Vértice



Fonte: Site do GeoGebra. Acesso em 21 jul. 2024.



Figura 23 - *Interface* no GeoGebra com todas as caixas de seleção acionadas da Atividade Vértice

Fonte: Site do GeoGebra. Acesso em 21 jul. 2024.

## 7 O RECURSO DA TRANSLAÇÃO EM ATIVIDADE POSTADA NO GEOGEBRA – ATIVIDADE 4

Nas atividades anteriores, a conversão entre representações semióticas foi propiciada pelos coeficientes da expressão algébrica  $y = ax^2 + bx + c$ , influenciando a concavidade, o eixo de simetria e a intersecção com o eixo y. Esta atividade trabalha a translação da parábola enquanto recurso para o esboço gráfico e foi postada no GeoGebra<sup>4</sup> por licenciandos em Matemática do IFFluminense.

A atividade sobre transformações gráficas da função polinomial do 2º grau (quadrática), possibilita a conversão a partir da representação algébrica  $y=a(x-h)^2+p$ , onde é possível partir de uma função "base"  $f(x)=ax^2$  e acompanhar, por exemplo:

- Translação vertical de $f(x)=x^2$  para  $f(x)=x^2+4$ : o gráfico desloca-se 4 unidades na vertical para cima movimentando o p, sendo  $a \neq 0$  e h=0.

- Translação horizontal de  $f(x)=x^2$  para  $f(x)=(x+4)^2$ : o gráfico desloca-se 4 unidades à esquerda na horizontal movimentando o h, sendo  $a \neq 0$  e p=0.

A translação enquanto recurso para conversões é apresentada por Moretti (2003, 2024), porém, no ensino de funções, poucas vezes é trabalhado.

Acesso em: <<u>https://www.geogebra.org/m/qktubcya#material/yw2cwxen</u>>

#### 7.1 APRESENTAÇÃO DA TRANSLAÇÃO

A translação e as questões sobre as transformações no plano cartesiano dependem dos coeficientes *a*, *h* e *p*. São realizados tratamentos para escrever a expressão algébrica:  $y=a(x-h)^2+p$ , translação vertical e translação horizontal.

Recurso de interpretação global<sup>5</sup>: São os coeficientes e os parâmetros h e p, sendo que o movimento do controle deslizante h interfere, na representação gráfica, na translação vertical enquanto o controle deslizante p interfere na translação horizontal.

Acesso em: <<u>https://www.geogebra.org/m/qktubcya#material/yw2cwxen</u>>

<sup>4</sup> Link da atividade original <<u>https://www.geogebra.org/m/etgmwu5x#material/gqqypgts</u>>

<sup>5</sup> Duval (2011) considera a imagem formada pelo conjunto traçado/eixos como a representação de uma expressão algébrica. Qualquer modificação na imagem que altere a expressão algébrica correspondente é considerada uma variável visual relevante para a interpretação gráfica. Capítulo 3, item 3.4 da Dissertação.

#### 7.2 ANALISANDO AS TRANSFORMAÇÕES DO GRÁFICO

Essa atividade foi compartilhada e desenvolvida no GeoGebra por estudantes e professora do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, possui arquivos para *download* que permitem interação do conteúdo com a atividade postada no GeoGebra, conforme os itens 7.3 e 7.4. A interação pode ocorrer como sugestão do professor em suas aulas ou de forma autônoma pelo próprio estudante acessando o *site* e utilizando os tutoriais da atividade.

Acesso em: <<u>https://www.geogebra.org/m/qktubcya#material/qjnxvj35</u>>

Figura 24 - Interface no GeoGebra da Atividade de Translação (transformações)



Analisando todas as transformações do gráfico.

Fonte: Site do GeoGebra. Acesso em 21 jul. 2024.

## 7.3 APOSTILA 1 - DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE – INVESTIGAÇÃO DAS TRANSFORMAÇÕES

A sequência didática presente nesta atividade possui uma apostila introdutória em que o aluno é levado a investigar as transformações que ocorrem no gráfico de funções polinomiais do 2º grau em relação à função. Os *applets* utilizados na investigação, elaborados pelos licenciandos, para cada tipo de transformação gráfica (expansão e contração vertical, translação horizontal e vertical) podem ser manipulados pelo aluno por meio de *tablets*, computador ou celular.



Acesso em: https://www.geogebra.org/m/qktubcya#material/smhpshh4

## 7.4 RESUMO DAS TRANSFORMAÇÕES

Complementa o livro outra apostila em formato pdf com um resumo sobre o conteúdo de transformações gráficas da função quadrática.



Acesso em: https://www.geogebra.org/m/qktubcya#material/xdarmrsj

## 8 O RECURSO DA TRANSLAÇÃO EM ATIVIDADE ELABORADA À LUZ DA TRRS – ATIVIDADE 5

Esta atividade foi desenvolvida a partir de aspectos da TRRS e de dados discutidos na dissertação à luz da TRRS.

Acesso em: <<u>https://www.geogebra.org/m/qktubcya#material/m7quhmag</u>>

## 8.1 TRANSLAÇÃO E A TRRS

Utilizar o recurso da translação para conversões significa reescrever a expressão algébrica  $y = ax^2 + bx + c$ , a qual possui como unidades significativas simbólicas os coeficiente a, b e c, e expressar a função algebricamente de modo que o vértice se torne explícito e possibilite a identificação de unidades simbólicas gráficas (ou variáveis visuais). Moretti (2003) propõe o estudo da função quadrática nessa perspectiva e considera que uma parábola representa a translação se a imagem de cada ponto expresso na equação pelas coordenadas x e y for um ponto que, na equação transladada, tiver suas coordenadas expressas por  $x - x_v$  e  $y - y_v$  ou,  $x + x_v$  e  $y + y_v$ , que poderá ser representado de maneira única, conservando o sinal '-' e, desta forma, sendo semanticamente mais congruente se usarmos as representações  $x - \pm x_y$  e  $y - \pm y_y$ . Assim, na representação algébrica, a equação  $y = ax^2 + bx + c$ , após а realização de tratamento seria reescrita para  $(y - \pm y_{y}) = a(x - \pm x_{y})^{2}$ .

Acesso em: <<u>https://www.geogebra.org/m/qktubcya#material/bftaeuyk</u>>







Fonte: Dados da Pesquisa - produzido no GeoGebra em 15 jul. 2024.

A conversão entre a representação gráfica e algébrica é possibilitada pelo vértice nessa forma de equação  $(y-\pm y_v)=a(x-\pm x_v)^2$ . Os controles deslizantes são os valores do  $x_v$  e do  $y_v$ . Por exemplo, a expressão algébrica  $(y+5)=2(x-5)^2$  é a translação de  $y=2x^2$ , cujo vértice é (0, 0), em 5 unidades para baixo (eixo y) e 5 unidades à direita (eixo x) e podemos escrever  $(y--5)=2(x\mp5)^2$  sendo o par ordenado (5, -5), o novo vértice da parábola, apresentado na figura 25.

Acesso em: <<u>https://www.geogebra.org/m/qktubcya#material/bftaeuyk</u>>



Figura 26 - Interface 2 no GeoGebra da Atividade Translação e a TRRS

Fonte: Dados da Pesquisa - produzido no GeoGebra em 15 jul. 2024.

### 8.2 VÉRTICE À LUZ DA TRRS – MORETTI (2003)

Uma das características da função quadrática que oportuniza a conversão é o vértice, pois com a definição do vértice é possível interpretar e relacionar com atividades do cotidiano sobre valores máximo e mínimo, crescimento e decrescimento, custo e lucro, entre outros. Assim, o objetivo desta atividade é identificar o vértice. Para isso, serão necessários tratamentos na representação algébrica.

Acesso em: <<u>https://www.geogebra.org/m/qktubcya#material/bftaeuyk</u>>

Como possibilidade para visualização do vértice, Moretti (2003), traz que a representação algébrica da equação  $y=ax^2+bx+c$ , após a realização de tratamento seria reescrita para  $(y-yv)=a(x-xv)^2$ , portanto teríamos, por exemplo, de uma equação

 $y=-0,3(x-1,5)^2-6$  a seguinte equação reescrita  $(y-6)=-0,3(x-1,5)^2$  e o par ordenado do vértice estaria evidente (-6;1,5).

Essa correspondência entre as representações gráfica e algébrica oportuniza a compreensão do objeto matemático por meio da **conversão**.

Figura 27 - Interface 3 no GeoGebra da Atividade Translação e a TRRS



Vértice

Fonte: Dados da Pesquisa - produzido no GeoGebra em 15 jul. 2024.

#### **9 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Com a Proposta de Ensino: "Caderno de Atividades de Função Quadrática à Luz da TRRS", a possibilidade de compartilhamento e a aplicação em sala de aula por professores, esperamos subsidiar aulas de Matemática embasadas na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. A expectativa é possibilitar aos estudantes uma melhor capacidade para ler e interpretar gráficos com maior facilidade, além de reconhecer e extrair das representações gráficas informações importantes, quanto à natureza da função quadrática e como ela é representada.

Ao usar o GeoGebra, o professor pode encontrar alternativas para buscar novas metodologias de ensino e aprendizagem. Pesquisar e criar atividades baseadas em TDIC é uma oportunidade que pode desenvolver novas competências relacionadas ao ensino da Matemática.

Este PE propõe atividades de função quadrática que podem promover e utilizar o desenvolvimento do raciocínio coordenando às representações semióticas e a conversão para a aprendizagem global deste objeto matemático.

Assim, esse "Caderno de Atividades de Função Quadrática à Luz da TRRS" oportuniza que os estudantes visualizem os conceitos matemáticos, utilizando o GeoGebra e relacionando com as questões que envolvem a exploração interativa, de modo que ocorra a aprendizagem a partir da descoberta por eles mesmos. Além disso, proporciona a articulação entre as unidades básicas simbólicas (da expressão algébrica) e unidades básicas gráficas (visualizadas no gráfico), o que, para Duval (1988), é o que garante a aprendizagem da função. Esse transitar e explorar utilizando as possibilidades que o GeoGebra exibe e permite, contribui para a compreensão de conceitos matemáticos.

## 10 REFERÊNCIAS

BORBA, M. C. Vídeos na Educação Matemática: Paulo Freire e a quinta fase das tecnologias digitais/Marcelo de Carvalho Borba, Daise Lago Pereira Souto, Neil da Rocha Canedo Junior. Belo Horizonte: Autentica, 2022. (Tendências em Educação Matemática)

DUVAL, R. **Gráficos e equações**: a articulação de dois registros, 1988. Trad. Méricles Thadeu Moretti. REVEMAT, eISSN 1981-1322, Florianópolis (SC), v. 6, n. 2, p. 96-112, 2011.

DUVAL, R. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento**, 1993. Trad. de Méricles Thadeu Moretti. Revemat - Revista Eletrônica de Educação Matemática, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 266–297, 2012. DOI: <u>https://doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n2p266</u>.

GEOGEBRA. Disponível em: <u>https://www.geogebra.org/u/adilsonvb</u> Autor: Adilson A. Vilas Boas. Acesso em: 21 jun. 2024.

GEOGEBRA. Disponível em: <u>https://www.geogebra.org/m/V66M2MgB</u> Autor: Alexandre Trocado. Acesso em: 21 jun. 2024.

GEOGEBRA. Disponível em: https://www.geogebra.org/m/j2jxswcq Autores: André Luiz Souza Silva, Simona Riva. Acesso em: 21 jun. 2024.

GEOGEBRA. Disponível em: <u>https://www.geogebra.org/m/cBNjycJP</u> Autor: Jorge Cássio. Acesso em: 21 jun. 2024.

GEOGEBRA. Disponível em: <u>https://www.geogebra.org/m/etgmwu5x</u> Autora: Lúcia Maria Santos. Acesso em: 21 jun. 2024.

GEOGEBRA. Disponível em: <u>https://www.geogebra.org/m/xPFKwwuw</u> Autor: Luiz Geraldo da Silva. Acesso em: 21 jun. 2024.

GEOGEBRA. Disponível em: <u>https://www.geogebra.org/m/kmzykz5r#material/buzdks8c</u> Autora: Thais de Carvalho. Acesso em: 21 jun. 2024.

MORETTI, M. T. A translação como recurso no esboço de curvas por meio da interpretação global de propriedades figurais. In: MACHADO, S. D. A. (org.). Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003.

MORETTI, M. T. Análise de atividades didáticas segundo a teoria semiocognitiva de aprendizagem matemática de Raymond Duval. Florianópolis: GPEEM/PPGECT/UFSC, 2024.