

**UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ
CURSO DE CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO**

ARTHUR EMANUEL DA SILVA

**RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE
BOMBEIROS COMUNITÁRIOS PARA O CORPO DE
BOMBEIROS MILITAR DE SANTA CATARINA – 6º
BBM, CHAPECÓ**

**CHAPECÓ
2026**

Silva, Arthur Emanuel da

RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE BOMBEIROS COMUNITÁRIOS PARA O CORPO DE BOMBEIROS MILITAR DE SANTA CATARINA - 6º BBM, CHAPECÓ / Arthur Emanuel da Silva - 2026.

15 f.

Orientador: Dr. Andrei de Almeida Sampaio Braga

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal da Fronteira Sul, Curso de Ciência da Computação, Chapecó, SC, 2026.

1. Programação Linear Inteira 2. Escalas de Trabalho 3. Pesquisa Operacional 4. Corpo de Bombeiros 5. Serviços Emergenciais I. Braga, Dr. Andrei de Almeida Sampaio, orient. II. Universidade Federal da Fronteira Sul. III. Título.

ARTHUR EMANUEL DA SILVA

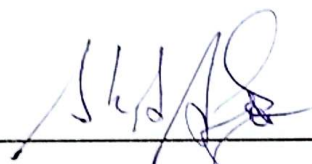
**RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE BOMBEIROS COMUNITÁRIOS
PARA O CORPO DE BOMBEIROS MILITAR DE SANTA CATARINA – 6º BBM,
CHAPECÓ**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Ciência da Computação da Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), como requisito para obtenção do título de Bacharel em Ciência da Computação.

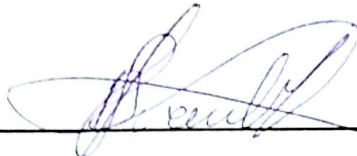
Orientador: Prof. Dr. Andrei de Almeida Sampaio Braga

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi avaliado e aprovado pela banca avaliadora em: 26/06/2026.

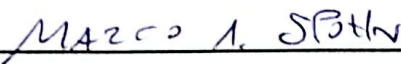
BANCA AVALIADORA



Prof. Dr. Andrei de Almeida Sampaio Braga - UFFS



Prof. Dr. Bráulio Adriano de Mello - UFFS



Prof. Dr. Marco Aurélio Spohn - UFFS

Resolução do Problema de Alocação de Bombeiros Comunitários para o Corpo de Bombeiros Militar de Santa Catarina – 6º BBM, Chapecó

Arthur Emanuel da Silva

Universidade Federal da Fronteira Sul
SC-484, Km 02 - Fronteira Sul, Chapecó - SC, 89815-899
arthur.emanuel@estudante.uffrs.edu.br

Andrei de A. S. Braga

Universidade Federal da Fronteira Sul
SC-484, Km 02 - Fronteira Sul, Chapecó - SC, 89815-899
andrei.braga@uffrs.edu.br

RESUMO

A elaboração de escalas de trabalho para bombeiros comunitários representa um grande desafio enfrentado pelo Corpo de Bombeiros Militar de Santa Catarina (CBMSC), devido à necessidade de conciliar disponibilidade dos voluntários, cobertura mínima dos turnos e distribuição equitativa das alocações. O presente trabalho propõe uma modelagem de Programação Linear Inteira (PLI) para a geração automática dessas escalas e comparação dessa abordagem com o método manual. O modelo foi desenvolvido a partir de requisitos levantados junto à instituição e avaliado com dados reais de disponibilidade e escalas manuais referentes a 15 meses. Os resultados indicam que o modelo superou o método manual na maioria das métricas analisadas, aumentando a cobertura dos turnos, reduzindo violações de restrições operacionais e garantindo distribuição mais equitativa nas alocações de voluntários. Paralelamente, as escalas foram geradas em poucos segundos, evidenciando o potencial da abordagem para otimizar o planejamento operacional em serviços emergenciais.

PALAVRAS CHAVE. Programação Linear Inteira. Escalas de Trabalho. Pesquisa Operacional. Corpo de Bombeiros. Serviços Emergenciais.

ABSTRACT

The development of work schedules for community firefighters represents a major challenge for the Military Fire Department of Santa Catarina (CBMSC), due to the need to balance volunteer availability, minimum shift coverage, and equitable assignment distribution. This work proposes an Integer Linear Programming (ILP) model for the automatic generation of these schedules and comparison with the manual approach. The model was developed based on requirements gathered with the institution and evaluated using real availability data and manual schedules covering fifteen months. The results indicate that the model outperformed the manual approach in most evaluated metrics, increasing shift coverage, reducing operational constraint violations, and ensuring a more equitable distribution of assignments. Furthermore, schedules were generated within seconds, highlighting the potential of the proposed approach to optimize operational planning in emergency services.

KEYWORDS. Integer Linear Programming. Workforce Scheduling. Operational Research. Fire Department. Emergency Services.

1. Introdução

O Corpo de Bombeiros Militar de Santa Catarina (CBMSC) é um órgão indispensável no papel de responder a situações críticas como sinistros, atendimento pré-hospitalar, incêndios, busca e resgate, entre outros [CBMSC, 2025]. Essa característica da instituição exige vigilância constante, alta velocidade de resposta e gerenciamento de recursos otimizado. Um bombeiro militar é um funcionário público concursado, cuja contratação exige aberturas de editais, realização de concursos e capacitação, esse processo vai na contramão da agilidade que esse setor demanda. Para mitigar esse problema foi criada a figura do bombeiro comunitário, um representante da sociedade civil que atua como força remunerada auxiliar aos bombeiros militares [CBMSC, 2024].

Apesar do auxílio prestado ao CBMSC por esses voluntários, o impacto da falta de efetivo necessário para a ação otimizada dessa instituição ainda é notório. Como um bombeiro comunitário geralmente possui uma ocupação simultânea à sua atividade voluntária, suas escalas são elaboradas respeitando sua disponibilidade, sendo o trabalho de elaborá-las de responsabilidade de um bombeiro militar chamado de escalante. No entanto, a elaboração dessas escalas constitui um grande desafio de gerenciamento de recursos para a instituição.

Diversos trabalhos na literatura tratam de problemas de alocação de recursos em variações do Problema de Alocação Generalizado, compondo uma gama de modelagens e metodologias para sua resolução. A ampla utilização de modelos de Programação Linear Inteira (PLI) comprova o sucesso desse método para descrever e solucionar problemas de elaboração de escalas de trabalho diversas, ao exemplo de Falasca e Zobel [2012], Vieira et al. [2016], Mayorga et al. [2017] e Thompson [1996]. Essa melhora nos processos organizacionais das instituições que utilizam modelagens matemáticas como PLI é respaldada pelos resultados positivos observados através do uso desses métodos. No entanto, a implementação de uma modelagem de PLI ainda não é utilizada para tentar melhorar os processos de elaboração de escalas de trabalho para bombeiros comunitários no CBMSC.

2. Trabalhos relacionados

A elaboração de escalas de trabalho é um tema amplamente abordado na literatura. Nessa seção, serão discutidos trabalhos em que as situações-problema descritas se assemelham a este estudo de diferentes modos. Inicialmente serão discutidos trabalhos que utilizam meta-heurísticas para sua resolução e em sequência resoluções baseadas em PLI.

Os autores em Silva e Silva [2015] utilizam o método de *Guided Local Search (GLS)* para minimizar custos em escalas de trabalho para motoristas de ônibus. O algoritmo visou penalizar características indesejáveis para encontrar a melhor solução. O artigo demonstrou que GLS, apesar de pouco utilizada, é viável e eficiente, demonstrando uma melhora na escala em todos os dias da semana comparados ao método manual. Paralelamente, Mayorga et al. [2017] tratam um modelo com voluntários, onde se assume que a quantidade de voluntários disponíveis é espontânea e os mesmos são atribuídos a filas de trabalho. Utilizou-se o Processo de Decisão de Markov (MDP) para maximizar uma pontuação considerando unidades de trabalho finalizadas pelo grupo. Os autores comparam o método com outras abordagens tradicionais de gerenciamento de filas e destacam que o método proposto oferece uma abordagem elegante porém de implementação complexa. Já o estudo de Thompson [1996] utiliza uma *Simulated Annealing Heuristics (SAH)* para criação de escalas de custo mínimo para funcionários com disponibilidade limitada e previamente definida. Utilizando um ciclo contínuo de melhora a partir de uma solução inicial, o autor apresenta que os testes demonstraram que a solução de SAH foi apenas 0,29% pior que a solução utilizando PLI, sendo computada em apenas 8,4% do tempo, demonstrando a eficiência e praticidade do método.

Apesar de utilizarem métodos diferentes para resolução do problema de escalas de trabalho, possuindo também objetivos de otimização diferentes em suas modelagens, os trabalhos acima

servem como uma bibliografia útil para a pesquisa. Restrições de descanso obrigatório são aspectos em comum com o problema descrito em Silva e Silva [2015], já Mayorga et al. [2017] tratam também de elaboração de escalas no contexto de serviços emergenciais com disponibilidade limitada de voluntários. No entanto, o trabalho de Thompson [1996] se destaca de maneira particular visto que no quesito força de trabalho, cada funcionário informa previamente os horários em que pode desempenhar a função, esse aspecto do problema captura de maneira muito similar o funcionamento atual dos bombeiros comunitários do CBMSC.

Utilizando uma abordagem de PLI, Razali et al. [2018] visam a elaboração de escalas minimizando custos e maximizando preferências dos funcionários em uma loja de varejo. Os testes foram realizados com 13 funcionários e 8 restrições operacionais, a otimização observada se deu pela maximização das preferências por turnos dos funcionários, diminuição de turnos cheios, além da redução dos custos operacionais pela metade. Os autores também destacam que mesmo em situações de redução de pessoal o modelo conseguiu obter escalas ótimas. Vieira et al. [2016] usam um modelo de PLI para elaborar escalas de trabalho para restaurantes, objetivando satisfação dos funcionários e homogeneização da carga de trabalho. Em relação ao modelo manual, foi observado que o modelo proposto alocou menos funcionários a turnos indesejados, teve distribuições de horários mais igualitárias e atingiu mais intercalações de folgas e turnos, sendo mantida entre as diferentes escalas. Por sua vez, Falasca e Zobel [2012] utilizam PLI para otimizar escalas de voluntários em organizações humanitárias, buscando conciliar o atendimento às preferências dos mesmos e a cobertura adequada das funções das instituições. Para realização de testes foram estudados 3 cenários: baixa, média e alta urgência operacional. No primeiro caso o modelo priorizou a diminuição de alocação a turnos não desejados. Já para alta urgência a modelagem se adaptou valorizando mais a cobertura das vagas em relação às preferências.

A necessidade de respostas exatas mesmo que submetido a um tempo de resolução maior embasa a utilização de PLI para resolução do problema enfrentado pelo CBMSC. Apesar de buscar diminuir os custos da operação, o trabalho de Razali et al. [2018] serve como inspiração principalmente pela maximização de preferências proposta pelos autores. De maneira similar, Vieira et al. [2016] também compartilha de similaridades pela maximização de folgas intercaladas e pela busca de maior homogeneização da carga de trabalho, apesar de não priorizar população máxima dos turnos. Por fim, mesmo que Falasca e Zobel [2012] dediquem mais foco às particularidades do voluntariado, o modelo também busca priorizar preferências e maximizar a cobertura dos turnos, aspectos importantes para o desafio enfrentado pelos bombeiros.

3. Fundamentação Teórica

Nessa seção serão discutidos conceitos cujo entendimento é importante para dar suporte teórico à modelagem desenvolvida, incluindo conceitos de escalas de trabalho, programação linear inteira, além de outros temas cuja contextualização se mostra necessária.

3.1. Escalas de Trabalho

Escalas de trabalho são um dos principais desafios quando se trata do gerenciamento de recursos de uma organização, constituindo um significativo gargalo na eficiência de qualquer serviço, se mostrando mais evidente conforme é aumentada a escala. Um dos trabalhos pioneiros no estudo de situações similares na modelagem matemática foi Baker [1976], onde buscou-se definir modelos matemáticos básicos para descrever problemas de alocação. Paralelamente, o autor definiu a classificação dos problemas de escalas de trabalho em dois tipos.

*Shift Scheduling*s tratam da elaboração de escalas de turnos, onde é definida uma quantidade de trabalhadores para cobrir uma gama de turnos com uma certa demanda por turno. Tem o objetivo de preencher os turnos, estabelecer seu início e fim e pode incluir situações mais complexas como sobreposição de turnos. Por sua vez, *Days-off Scheduling*s delimitam a quantidade de dias

trabalhados e um número de dias de folga para cada funcionário, tratando de situações como funcionários trabalhando em uma parcela da semana, porém com a organização demandando atividade nos sete dias.

Posteriormente, em uma atualização do trabalho anterior, Baker e Magazine [1977] citam um terceiro tipo de classificação de problemas de escalas combinando os dois tipos já citados. *Tour Schedulings* são o tipo mais complexo de problema de escalas de trabalho, onde são combinados conceitos de cada um dos dois tipos anteriores. Nesse caso, a construção de escala se preocupa com a integridade de turnos trabalhados mantendo as restrições de dias de folga, muitos dos problemas de alocação de pessoal são desse tipo.

Na literatura, é usual a tratativa acadêmica para problemas de escalas de trabalho do tipo *Nurse Rostering Problems* (NRP). Em NRP, são tratados problemas de alocação de enfermeiras em turnos de trabalho, sendo costumeiramente tratados quesitos como escalas com sobreposição, funcionários com habilidades específicas e um grande número restrições trabalhistas e operacionais. Essa temática, além de frequente, captura a complexidade de um problema desse tipo e consequentemente é utilizada na análise de eficiência e revisão de diferentes métodos de elaboração dessas escalas, como exemplificado em Burke et al. [2004] e Ceschia et al. [2019].

Um estudo publicado por Ngoo et al. [2022] elabora uma estatística de metodologias mais utilizadas para descrição de modelos que visam a construção de escalas otimizadas no período de 2012-2021. Segundo o levantamento, entre as abordagens mais utilizadas está a otimização matemática, sendo PLI um dos métodos mais recorrentes dessa área.

3.2. Corpo de Bombeiros Militar de Santa Catarina

O bombeiro militar do CBMSC é um funcionário público e seu ingresso é feito através de um concurso. Segundo dados levantados pela instituição foram atendidas, no período de outubro de 2024 até outubro de 2025, 17044 ocorrências na região abrangida pelo 6º Batalhão de Bombeiros Militares sendo destas 7126 somente em Chapecó. Essa alta demanda motivou a criação do bombeiro comunitário.

Como definido na VI Instrução Geral do Serviço Comunitário do CBMSC [2024], um bombeiro comunitário é um cidadão voluntário capacitado para atuar na prevenção e atendimento à situações de emergência diversas, auxiliando o CBMSC em suas funções de serviço público. Como uma força auxiliar, a gestão dos bombeiros comunitários é de responsabilidade do batalhão. Um bombeiro militar deve coordenar o serviço comunitário, fazendo a gestão das atividades desses voluntários, incluindo “elaborar a escala mensal de serviço comunitário, de acordo com o padrão de turno mínimo estabelecido, até o dia 25 do mês em curso, para o mês subsequente, ajustando as datas quando o bombeiro comunitário solicitar a alteração” [CBMSC, 2024, Art. 16].

3.3. Programação Linear e Programação Linear Inteira

A Programação Linear (PL) é um método da área de otimização matemática para encontrar uma melhor solução possível em um modelo matemático que descreve um problema. Essa abordagem pode ser aplicada em diversos contextos seja para maximizar lucros, minimizar custos, entre outros. Ela é estruturada de modo a possuir uma função objetivo otimizável e uma série de restrições que devem ser satisfeitas.

A função objetivo é uma expressão linear que deverá ser otimizada, as variáveis que a compõem devem ser ajustadas conforme o objetivo do problema (maximização ou minimização). Restrições são um conjunto de inequações lineares que descrevem o comportamento do problema, representam critérios que devem ser satisfeitos simultânea e obrigatoriamente para aceitação da solução. Por fim, as variáveis são constituídas do conjunto de valores que serão ajustados de forma a encontrar a melhor solução possível na função objetivo e respeitar todas as restrições.

Sierksma e Zwols [2015] explicitam que a PL como utilizada atualmente na academia foi formulada simultaneamente pelo matemático Leonid Kantorovich, aplicada à problemas de alocações de recursos, e pelo economista Tjalling Koopmans, no contexto da economia clássica. Durante a Segunda Guerra Mundial, modelos de otimização linear foram utilizados para resolução de problemas de logística e planejamento militar por parte dos Aliados. Em 1947, Dantzig desenvolveu o algoritmo Simplex, um método computável para solucionar problemas de PL. Essa nova descoberta foi beneficiada pelo surgimento dos computadores, tornando esse método capaz de resolver problemas complexos em larga escala.

Como descrito por Wolsey [2021], PLI se refere a um tipo de PL. O modelo de PLI é um modelo de otimização exata, onde seu foco de solução é a melhor solução possível por problema. A estrutura de uma modelagem de PLI é similar à de PL, porém é considerado que todas as variáveis são discretas e somente podem assumir valores inteiros. A formulação clássica de um modelo de PLI pode ser descrita, segundo Wolsey [2021] da seguinte forma:

$$\max \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad \forall i \in \{1, \dots, m\} \quad (2)$$

$$x_j \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall j \in \{1, \dots, n\} \quad (3)$$

4. Método de Resolução

Essa seção tem como objetivo apresentar o processo de levantamento e tratamento de dados, definição do modelo de PLI, particularidades de implementação e geração da saída da aplicação no contexto da resolução do problema de alocação de bombeiros comunitários do CBMSC.

4.1. Coleta de Dados

Por meio de reuniões com o CBMSC buscou-se compreender o método de elaboração de escalas utilizado, bem como os principais desafios encontrados. No contexto da cidade de Chapecó, a escala é atualmente feita pelo bombeiro militar escalante, o qual conta de uma planilha de disponibilidades, na qual cada bombeiro comunitário fornece através de formulários digitais, os dias em que pode ser escalado para o serviço. Segundo a instituição, a escala é elaborada mensalmente, seguindo uma série de políticas de folga e objetivando atingir uma série de métricas de qualidade que são abordadas no presente trabalho. Os principais desafios relatados são a demora para elaborar essas escalas (até duas tardes de trabalho) decorrentes da dificuldade de atingir todos os requisitos definidos pelo regulamento. Essa demora impacta diretamente na prontidão dos batalhões.

O CBMSC cedeu dados de diferentes meses para estudo e elaboração de testes do modelo proposto neste artigo. Foi fornecido acesso ao histórico de planilhas de disponibilidade, onde estão contidos os dados dos bombeiros comunitários associados aos turnos do qual possuem prontidão para o serviço, essas planilhas sendo o resultado do preenchimento dos formulários mensais. Além disso, foram fornecidas as escalas de trabalho produzidas manualmente para cada planilha de disponibilidade, onde consta a relação dos bombeiros comunitários que foram atribuídos para cada turno no mês. O conjunto de dados é composto de 15 meses de planilhas de disponibilidade dos voluntários, onde cada mês contou com 35 a 40 voluntários, conteve de 56 a 62 turnos, e envolveu dois quartéis com duas funções em cada quartel, além de 15 meses de escalas de trabalho geradas manualmente. Esses dados capturam com precisão o contexto enfrentado pelo CBMSC em Chapecó e foram utilizados para testes comparativos visando validar e ajustar o modelo de PLI.

4.2. Modelo de Programação Linear Inteira

Pelo fato de ser uma abordagem já consolidada para resolução de problemas de escalas de trabalho, este estudo propõe a elaboração de um modelo de PLI, formulado especificamente para descrever e solucionar a situação-problema do CBMSC visando a elaboração de escalas ótimas. A formulação das variáveis e restrições foi estruturada com base nos requisitos operacionais da instituição.

Considere o conjunto de turnos $T = \{t_{d,p} \mid d \in \{1, \dots, n\}, p \in \{\text{diurno}, \text{noturno}\}\}$, onde d representa o dia do mês e p o período. Seja $V = \{v_1, \dots, v_l\}$ o conjunto total de voluntários, $L = \{\text{Centro}, \text{Efapi}\}$ os locais de atuação e $F = \{\text{Combatente}, \text{Socorrista}\}$ as funções. Definimos $T(v) \subseteq T$ como o subconjunto de turnos para os quais um dado voluntário $v \in V$ tem disponibilidade, e $V(t) \subseteq V$ como o subconjunto de voluntários disponíveis para assumir um dado turno $t \in T$. Além disso, $T_f \subseteq T$ constitui o subconjunto restrito aos turnos que ocorrem em finais de semana e feriados durante o mês da escala.

Para as variáveis do modelo, considere $x_{v,t,l,f} \in \{0, 1\}$, onde $x_{v,t,l,f} = 1$ representa que o voluntário v está alocado no turno t no local l para a função f . Da mesma forma, $z_{t,l} \in \{0, 1\}$ indica que existe ao menos 1 voluntário v alocado no turno t no local l e $y_{t,l} \in \{0, 1\}$ indica que existem ao menos 2 voluntários nas mesmas condições. Por sua vez, $q, r \in \mathbb{Q}$ representam respectivamente as taxas máxima e mínima de aproveitamento de disponibilidade entre os voluntários (razão entre os turnos em que o voluntário foi alocado e os turnos em que o mesmo marcou disponibilidade).

O modelo de PLI proposto pode ser descrito da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \max \quad & W_1 \sum_{t \in (T \setminus T_f), l \in L} z_{t,l} + W_f \sum_{t \in T_f, l \in L} z_{t,l} + W_3 \sum_{t \in T, l \in L} y_{t,l} + W_4(-q + r) \\ & + \sum_{v \in V} \left(\frac{1}{|T(v)|} \sum_{t \in T(v), l \in L, f \in F} W_{l,f} \cdot x_{v,t,l,f} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{v \in V(t)} x_{v,t,l,f} \leq 1, \quad \forall t \in T, \forall l \in L, \forall f \in F \quad (5)$$

$$\sum_{l \in L} \sum_{f \in F} x_{v,t,l,f} \leq 1, \quad \forall t \in T, \forall v \in V(t) \quad (6)$$

$$\sum_{v \in V(t)} x_{v,t,E,S} \leq \sum_{v \in V(t)} x_{v,t,C,S}, \quad \forall t \in T \quad (7)$$

$$\sum_{v \in V(t)} x_{v,t,E,C} \leq \sum_{v \in V(t)} x_{v,t,E,S}, \quad \forall t \in T \quad (8)$$

$$\sum_{v \in V(t)} x_{v,t,C,C} \leq \sum_{v \in V(t)} x_{v,t,E,C}, \quad \forall t \in T \quad (9)$$

$$\sum_{l \in L, f \in F} x_{v,t,l,f} + \sum_{l \in L, f \in F} x_{v,t+1,l,f} + \sum_{l \in L, f \in F} x_{v,t+2,l,f} \leq 2, \quad \forall v \in V, \forall t \in T \setminus \{t_{d-1,p}, t_{d,p}\} \quad (10)$$

$$\sum_{l \in L, f \in F} x_{v,t,l,f} + \sum_{l \in L, f \in F} x_{v,t+1,l,f} + \sum_{l \in L, f \in F} x_{v,t+3,l,f} \leq 2, \quad \forall v \in V, \forall t \in T \setminus \{t_{d-1,p}, t_{d,p}\} \quad (11)$$

$$\sum_{f \in F} x_{v,t,C,f} + \sum_{f \in F} x_{v,t+1,E,f} \leq 1, \quad \forall v \in V, \forall t \in T \quad (12)$$

$$\sum_{f \in F} x_{v,t,E,f} + \sum_{f \in F} x_{v,t+1,C,f} \leq 1, \quad \forall v \in V, \forall t \in T \quad (13)$$

$$\sum_{v \in V(t)} \sum_{f \in F} x_{v,t,l,f} \geq z_{t,l}, \quad \forall t \in T, \forall l \in L \quad (14)$$

$$\sum_{v \in V(t)} \sum_{f \in F} x_{v,t,l,f} \geq 2y_{t,l}, \quad \forall t \in T, \forall l \in L \quad (15)$$

$$\frac{100}{|T(v)|} \sum_{t \in T(v)} \sum_{l \in L} \sum_{f \in F} x_{v,t,l,f} \leq q, \quad \forall v \in V, |T(v)| > 0 \quad (16)$$

$$\frac{100}{|T(v)|} \sum_{t \in T(v)} \sum_{l \in L} \sum_{f \in F} x_{v,t,l,f} \geq r, \quad \forall v \in V, |T(v)| > 0 \quad (17)$$

A função objetivo (4) busca maximizar, no primeiro termo, a cobertura mínima dos turnos de dias úteis com peso W_1 , no segundo a cobertura mínima de finais de semana com peso W_f . O terceiro termo objetiva a população máxima dos turnos utilizando o vetor de pesos $W_{l,f}$ que possibilita a separação de pesos diferentes para cada par (local,função), valorizando mais os turnos de alocação do voluntário de maneira inversamente proporcional à sua disponibilidade. O quarto termo com peso W_3 valoriza o reforço do turno e o quinto termo com peso W_4 planifica a porcentagem máxima e mínima de aproveitamento dos turnos disponíveis para os voluntários.

A restrição (5) estabelece o limite de um voluntário para cada tupla (turno,local,função) e a restrição (6) que cada voluntário em um turno ocupe somente uma função em um local. As restrições (7), (8) e (9) estabelecem a hierarquia de prioridades dentre funções e locais diferentes. As restrições (10) e (11) garantem que a política de folga do regulamento seja respeitada. Através de (12) e (13) é garantido que um turno em um local não seja seguido de um turno em outro local, garantindo um tempo mínimo de deslocamento. Utilizando (14) e (15), é contabilizado se um turno em um local possui 1 ou 2 voluntários alocados, respectivamente. Por fim, as restrições (16) e (17) são utilizadas para calcular o maior e menor aproveitamento percentual dos turnos alocados dos voluntários em relação à sua disponibilidade.

4.3. Estrutura Geral da Aplicação

Como entrada do modelo, são recebidas as planilhas padronizadas de disponibilidade dos bombeiros comunitários além dos dias que compõe feriados e finais de semana do horizonte da escala. Esses dados então são tratados utilizando uma abordagem de Programação Linear Inteira onde são criadas estruturas através de Classes e Objetos em Python (Python [2026]) para representar os conjuntos descritos na modelagem de PLI. Uma vez que esses dados são tratados e devidamente separados pelo programa, eles servem então de entrada para a modelagem de PLI, onde suas restrições, conjuntos e variáveis são utilizadas em paralelo com o resolvidor Gurobi (Gurobi [2026]) para resolução do modelo e otimização das variáveis de binárias de população.

Através da resolução do modelo de PLI, os dados são novamente convertidos de forma a gerar uma planilha de saída utilizando as bibliotecas Pandas (Pandas [2026]) e OpenPyXL (Openpyxl [2026]), a qual segue o padrão utilizado atualmente pelo CBMSC para publicar as escalas oficiais de trabalho. Através dessas escalas de trabalho são alocados os funcionários em seus respectivos turnos (dia,período). Além da separação por turno, também é explicitado o local em que esse bombeiro comunitário irá cumprir escala bem como a função que irá desempenhar no quartel.

5. Resultados

Nessa seção serão apresentados os resultados obtidos a partir de testes utilizando dados reais fornecidos pelo CBMSC referentes ao 6º Batalhão na cidade de Chapecó. Será efetuada a comparação entre a elaboração das escalas de trabalho utilizando o modelo de PLI proposto em relação às escalas manuais.

5.1. Casos de Teste

Os casos de teste foram elaborados a partir dos dados representativos das situações enfrentadas rotineiramente pela instituição. Para a geração das escalas, foram utilizados arquivos reais de disponibilidade mensal para plantão fornecidos pelos bombeiros. Os dados foram disponibilizados no formato CSV (*Comma-Separated Values*) e contemplavam a relação dos voluntários participantes e os respectivos turnos para os quais haviam indicado disponibilidade. Foram fornecidos arquivos referentes a 15 meses distribuídos entre 2025 e 2026. Os meses 10/2025, 12/2025 e 04/2026 foram desconsiderados devido à ausência de dados de entrada. Cada mês contempla 35 a 40 voluntários distribuídos em 56 a 62 possíveis turnos para prontidão.

Também foram fornecidas planilhas reais no formato XLSX referentes às escalas de trabalho elaboradas manualmente pelo bombeiro militar responsável para os mesmos períodos analisados. Esses arquivos estão formatados conforme padrão utilizado pela instituição e contém a relação de voluntários alocados em turnos para as seguintes funções: Socorrista Centro, Socorrista Efapi e Combatente Efapi. Por conta de problemas de disponibilidade para Combatente Centro enfrentadas pela instituição, atribuições para essa função foram desconsideradas por ambos os modelos.

5.2. Ambiente de Execução

A elaboração do algoritmo que descreve o modelo de PLI foi feita utilizando Python 3.14.3, devido à versatilidade e facilidade de bibliotecas para manipulação de arquivos bem como sua ampla integração com otimização matemática. Pelo seu desempenho e licença acadêmica gratuita, foi utilizado o resolvidor Gurobi em sua versão 13.0.1. Para processamento e manipulação de dados foram utilizadas as bibliotecas Pandas na versão 3.0.1 e OpenPyXL versão 3.1.5. Os testes foram realizados em uma máquina Acer Nitro AN515-57, equipada com processador Intel Core i5 de 11ª geração (2,69 GHz), 16 GB de memória RAM e sistema operacional Microsoft Windows 11 Home Single Language (build 26200, arquitetura x64).

5.3. Análise dos Resultados

Para a avaliação dos resultados foi comparada a escala elaborada pelo modelo em relação à escala manual considerando três aspectos: preenchimento das vagas operacionais, respeito à hierarquia de funções e distribuição equitativa das escalas dentre os voluntários. Esses parâmetros foram divididos em 3 tabelas diferentes. Em relação aos pesos da função objetivo, os valores foram fixados como $W_1 = 1000$, $W_2 = 800$, $W_3 = 100$, $W_4 = 1$, $W_{C,S} = 10$, $W_{E,S} = 10$, $W_{E,C} = 10$, $W_{C,C} = -10000$. A definição dos pesos ocorreu de forma empírica, fundamentada em uma ordem de prioridades estabelecida pela própria instituição, na qual determinados critérios operacionais possuem maior relevância que outros. A partir dessa hierarquia, os pesos foram refinados e ajustados iterativamente ao longo dos testes para refletir as preferências dos gestores e assegurar o melhor desempenho das soluções obtidas pelo modelo.

A Tabela 1 julga a capacidade do modelo de garantir a operacionalidade da instituição no que se refere à cobertura de turnos. A métrica *Cobertura Mínima* considera a existência de ao menos um voluntário alocado em qualquer função para um turno e um local. O *Reforço* registra os turnos onde ambas as funções disponíveis de uma localidade são preenchidas simultaneamente. A coluna *FDS Cobertos* considera a ocupação das vagas referentes à finais de semana e feriados,

Tabela 1: Comparação de desempenho em operacionalidade entre a escala manual e o modelo de programação linear inteira.

Mês	Cobertura Mínima		Reforço (≥ 2)		FDS Cobertos		Violações (MA/MO)
	Manual	Modelo	Manual	Modelo	Manual	Modelo	
2025-01	123	124	50	59	36	36	0 / 0
2025-02	111	111	32	48	32	31	3 / 0
2025-03	122	119	43	53	48	48	0 / 0
2025-04	117	113	50	47	40	40	0 / 0
2025-05	121	116	32	49	39	38	1 / 0
2025-06	119	118	58	55	40	39	1 / 0
2025-07	121	118	40	51	32	32	3 / 0
2025-08	123	119	59	52	44	44	0 / 0
2025-09	113	117	55	50	32	32	1 / 0
2025-11	114	118	54	53	40	42	0 / 0
2026-01	118	123	39	55	38	40	0 / 0
2026-02	101	107	38	46	35	37	1 / 0
2026-03	108	117	31	40	32	35	0 / 0
2026-05	106	113	36	50	43	44	0 / 0
2026-06	118	116	35	56	36	36	0 / 0
Média	115,67	116,60	43,47	50,93	37,80	38,27	0,67 / 0,00

considerados dias prioritários. Por fim, a métrica *Violações* detecta se o método violou a política de não alocar um voluntário em turnos seguidos para locais diferentes.

Observa-se que o modelo apresentou uma cobertura mínima média similar, com 116,60 alocações comparadas às 115,67 do método manual, uma diferença de 0,81%. Em contrapartida, o modelo de PLI teve um ganho expressivo na métrica de reforço, na qual alcançou a média de 50,93 alocações, 17,16% maior do que a média manual de 43,47. Já no quesito da cobertura de finais de semana e feriados, os resultados foram médias de 38,27 para o método de PLI contra 37,80 da elaboração manual, representando um aumento de 1,24%. Destaca-se ainda que o modelo não apresentou violações de restrições operacionais em nenhum dos casos de teste, enquanto o método manual registrou uma média de 0,67 violações por mês, destacando a capacidade da modelagem de PLI em aderir às regras estabelecidas. Dessa forma, o modelo apresentou desempenho equivalente ou superior na grande maioria dos cenários de teste avaliados. As únicas exceções de destaque são os meses de abril e agosto de 2025, nos quais a escala manual obteve resultados melhores na maioria das métricas de operacionalidade. Esse comportamento pode ser decorrente de distribuições específicas nos padrões de disponibilidade dos voluntários, as quais dificultam a conciliação dos diferentes objetivos do modelo. No entanto, mesmo nesses casos, o modelo manteve a cobertura de dias prioritários, não violou restrições operacionais e apresentou melhores índices referentes à distribuição de alocações de turnos entre voluntários.

Os resultados que tratam da cobertura hierárquica das combinações de função e localidade são evidenciados na Tabela 2. Nessa tabela são contabilizados os turnos alocados para cada função e local disponíveis. A cobertura da função Socorrista Centro apresentou resultados médios levemente superiores na modelagem de PLI, com 60,67 alocações em média, em relação à elaboração

Tabela 2: Comparação da cobertura por função e local entre a escala manual e o modelo de programação linear inteira.

Mês	Socorrista Centro		Socorrista Efapi		Combatente Efapi	
	MA	MO	MA	MO	MA	MO
2025-01	62	62	53	62	58	59
2025-02	56	56	32	55	55	48
2025-03	62	61	46	58	57	53
2025-04	58	58	55	55	54	47
2025-05	61	61	45	55	47	49
2025-06	59	60	60	58	58	55
2025-07	62	62	44	56	55	51
2025-08	61	62	61	57	60	52
2025-09	56	60	56	57	56	50
2025-11	55	60	54	58	59	53
2026-01	60	62	48	61	49	55
2026-02	53	56	43	51	43	46
2026-03	53	61	38	56	48	40
2026-05	54	59	44	54	44	50
2026-06	59	60	42	56	52	56
Média	58,73	60,67	45,13	56,60	53,00	50,93

manual, com 58,73, sinalizando uma melhora de 3,3%. Para Socorrista Efapi, observou-se um ganho substancial no modelo, com um aumento de 25,41% na média de cobertura, com um acréscimo de 45,13 para 56,60 alocações. Por outro lado, a função de Combatente Efapi apresentou uma redução de 3,9%, passando de 53,00 para 50,93. Esse comportamento é esperado, visto que o modelo busca seguir a hierarquia definida pelo CBMSC que dita a prioridade de alocação de bombeiros comunitários, privilegiando primariamente os socorristas e posteriormente os combatentes.

A Tabela 3 apresenta os resultados relacionados à distribuição das alocações entre os bombeiros comunitários. As métricas *Aprov. Máximo* e *Aprov. Mínimo* tratam dos extremos de aproveitamento de disponibilidade dos voluntários, sendo definida como a razão entre o número de turnos efetivamente alocados e o número de turnos para os quais o voluntário indicou disponibilidade. A coluna *Aprov. Médio* indica a média de aproveitamento entre os voluntários em cada mês analisado. Já a métrica *Desvio-Padrão* quantifica a dispersão das taxas de aproveitamento individuais, valores menores dessa métrica indicam uma distribuição mais equilibrada das alocações entre os voluntários, enquanto valores maiores indicam concentrações de turnos para voluntários específicos.

De acordo com a tabela, pode-se concluir que a média do modelo foi melhor em relação ao método manual em todas as métricas avaliadas. O aproveitamento mínimo do modelo foi superior em praticamente todos os testes, tendo sido igual ao valor do manual no pior resultado, com uma média de 28,91% em relação aos 0,00% do método manual. Em relação ao aproveitamento médio, o resultado da modelagem em PLI teve uma média de 78,37%, um valor 49,96% melhor que os 52,26% da elaboração de escalas manual. Outro aspecto de destaque é o desvio padrão, no qual o modelo pontuou 27,08% comparados aos 34,52% da abordagem manual, representando uma diminuição no desvio de 21,55%.

Tabela 3: Comparação da distribuição do aproveitamento das disponibilidades entre a escala manual e o modelo de programação linear inteira.

Mês	Aprov. Máximo (%)		Aprov. Mínimo (%)		Aprov. Médio (%)		Desvio-Padrão (%)	
	MA	MO	MA	MO	MA	MO	MA	MO
2025-01	100,0	100,0	0,0	21,9	45,5	69,7	31,4	32,3
2025-02	100,0	100,0	0,0	50,0	64,7	94,9	37,4	12,2
2025-03	100,0	100,0	0,0	27,3	52,2	71,4	32,7	29,8
2025-04	100,0	100,0	0,0	26,5	46,3	73,8	36,6	27,8
2025-05	100,0	100,0	0,0	28,0	44,0	74,6	29,4	30,5
2025-06	100,0	100,0	0,0	37,5	56,3	78,9	35,9	25,9
2025-07	100,0	100,0	0,0	33,3	51,3	77,9	38,0	29,2
2025-08	100,0	100,0	0,0	0,0	46,4	77,2	37,2	32,0
2025-09	100,0	100,0	0,0	23,1	51,7	75,7	36,2	30,3
2025-11	100,0	100,0	0,0	44,0	59,8	77,2	32,9	23,8
2026-01	100,0	100,0	0,0	33,3	44,2	75,5	31,1	28,2
2026-02	100,0	100,0	0,0	35,3	52,1	77,6	35,3	28,6
2026-03	100,0	100,0	0,0	54,4	64,9	85,0	33,2	20,3
2026-05	100,0	100,0	0,0	7,3	52,3	85,8	36,4	27,3
2026-06	100,0	100,0	0,0	11,8	52,2	80,4	34,2	28,0
Média	100,00	100,00	0,00	28,91	52,26	78,37	34,52	27,08

Em relação ao desempenho computacional, a modelagem de PLI extraiu dados, calculou a resolução e gerou a planilha de saída com a análise do desempenho com tempo máximo de execução inferior à 5 segundos. Em contrapartida, segundo relato do bombeiro responsável pelas escalas a elaboração manual pode demandar até duas tardes de trabalho. Embora não tenha sido possível mensurar com precisão os tempos individuais da abordagem manual, devido à indisponibilidade de registros, a diferença entre o tempo de resolução do problema demonstra o impacto do modelo para reduzir substancialmente o esforço operacional para a construção das escalas de trabalho.

6. Conclusão

O presente estudo investigou a resolução do problema de alocação de bombeiros comunitários para o Corpo de Bombeiros Militar de Santa Catarina (CBMSC) através do uso de uma modelagem de Programação Linear Inteira (PLI). Devido à necessidade de prontidão da instituição e a complexidade na elaboração das escalas de trabalho, uma modelagem matemática demonstra potencial para otimizar a qualidade e o tempo de formulação dessas escalas. Para realização desse processo, foram levantados requisitos operacionais e coletados dados reais fornecidos pela instituição. Foi elaborada uma modelagem de PLI que corretamente captura os critérios de operação pelo uso de restrições. Posteriormente, as soluções obtidas pelo modelo foram comparadas com as elaborações de escalas manuais utilizando uma série de métricas definidas.

Os resultados dos testes indicam que o modelo de PLI teve um desempenho médio superior ao modelo manual. Embora tenham sido identificados casos específicos em que o método manual apresentou melhor desempenho em determinadas métricas, o modelo apresentou uma cobertura mínima média 0,81% maior, uma alocação de reforço média 17,16% superior e um preenchimento 1,24% maior para turnos em dias prioritários. Vale destacar que o modelo não apresentou nenhuma violação às restrições operacionais comparadas com a média de 0,67 restrições violadas por escala do método manual. Para o critério de cobertura hierárquica, em relação à abordagem manual, a modelagem apresentou redução de 3,9% para uma das funções consideradas e aumen-

tos de 3,3% e 25,41% para as demais. A métrica onde o modelo teve mais impacto se trata do aproveitamento de disponibilidade, onde o aproveitamento mínimo foi incrementado em 28,91%, o aproveitamento médio melhorou 49,96% e o desvio padrão teve uma diminuição de 21,55%. Por fim, no quesito velocidade para obtenção da escala, a modelagem de PLI executou todos os testes com tempo máximo menor do que 5 segundos, enquanto as escalas manuais, segundo informações do responsável pela elaboração, podem levar até 2 tardes de trabalho, representando uma redução significativa no tempo de obtenção das escalas.

Futuros estudos poderiam avaliar o modelo com um número maior de testes, incluindo períodos sazonais ou eventos de grande porte. O modelo poderia considerar outras restrições, como a contabilização de habilidades específicas de voluntários. Paralelamente, recomenda-se a realização de um estudo aprofundado sobre o impacto dos pesos atribuídos à função objetivo, visando formalizar matematicamente a combinação de pesos que maximiza a qualidade das escalas geradas. A modelagem de PLI apresentada também pode ser comparada com outros métodos como meta-heurísticas diversas para análise de tempo computacional e qualidade da solução, especialmente em cenários de maior escala.

Referências

- Baker, K. R. (1976). Workforce allocation in cyclical scheduling problems: A survey. *Operational Research Quarterly* (1976), 27(1, Part 2):155–167.
- Baker, K. R. e Magazine, M. J. (1977). Workforce scheduling with cyclic demands and day-off constraints. *Management Science*, 24(2):161–167.
- Burke, E. K., De Causmaecker, P., Vanden Berghe, G., e Van Landeghem, H. (2004). The state of the art of nurse rostering. *Journal of Scheduling*, 7:441–499.
- CBMSC (2024). Instrução geral do serviço comunitário no corpo de bombeiros militar do estado de santa catarina (IG 10-03-BM). Aprovada pela Portaria N° 325/2024/CBMSC, de 26 de junho de 2024.
- CBMSC (2025). Site do corpo de bombeiros militar de santa catarina. URL <https://www.cbm.sc.gov.br/index.php/artigos/institucional/atividades>. Acesso em: 28 de novembro de 2025.
- Ceschia, S., Dang, N., De Causmaecker, P., Haspeslagh, S., e Schaerf, A. (2019). The second international nurse rostering competition. *Annals of Operations Research*, 274(1):171–186.
- Falasca, M. e Zobel, C. (2012). An optimization model for volunteer assignments in humanitarian organizations. *Socio-Economic Planning Sciences*, 46:250–260.
- Gurobi (2026). Gurobi optimizer. URL <https://www.gurobi.com>. Acesso em: 18 de junho de 2026.
- Mayorga, M., Hoss, M., Hernandez, A., e Palacios, L. (2017). Workforce scheduling optimization: A mixed-integer linear programming approach. *International Journal of Industrial Engineering Computations*, 8(2):169–182.
- Ngoo, C. M., Goh, S. L., Sze, S. N., Sabar, N. R., Abdullah, S., e Kendall, G. (2022). A survey of the nurse rostering solution methodologies: The state-of-the-art and emerging trends. *IEEE Access*, 10:56504–56524.

-
- Openpyxl (2026). Openpyxl. URL <https://openpyxl.readthedocs.io/en/stable/>. Acesso em: 18 de junho de 2026.
- Pandas (2026). Pandas. URL <https://pandas.pydata.org/docs/>. Acesso em: 18 de junho de 2026.
- Python (2026). Python programming language. URL <https://www.python.org>. Acesso em: 18 de junho de 2026.
- Razali, S. N. A. b. M., Fen, L. M., Arbin, N., e Khamis, A. (2018). Integer linear programming on preference maximized of workforce scheduling. *COMPUSOFT, An International Journal of Advanced Computer Technology*, 7(11):2926–2930.
- Sierksma, G. e Zwols, Y. (2015). *Linear and Integer Optimization: Theory and Practice*. Advances in Applied Mathematics. CRC Press, Boca Raton, 3rd. edition.
- Silva, T. A. e Silva, G. P. (2015). O uso da metaheurística guided local search para resolver o problema de escala de motoristas de ônibus urbano. *Transportes*, 23(2):105–116.
- Thompson, G. M. (1996). A simulated-annealing heuristic for shift scheduling using non-continuously available employees. *Computers & Operations Research*, 23(3):275–288.
- Vieira, C. L. d. S., Pimentel, C. E., Mayerle, S. F., e Luna, M. M. M. (2016). Determinação de escalas de trabalho de funcionários de restaurantes considerando preferências. *Produção em Foco*, 06(01):79–100.
- Wolsey, L. A. (2021). *Integer Programming*. John Wiley & Sons, Hoboken, 2nd. edition.